

Z tego wzoru możemy otrzymać wszystkie cztery wzory Euler'a biorąc dla pręta I:

$$a = b = \infty$$

$$a_0 = b_0 = 0$$

dla pręta II:

$$b_0 = b = \infty$$

$$a_0 = a = 0$$

dla pręta III:

$$b = \infty$$

$$a_0 = a = b_0 = 0$$

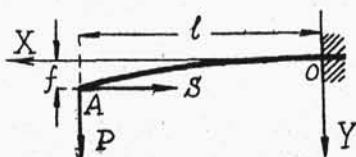
i dla pręta IV:

$$a_0 = b_0 = a = b = 0$$

### C. Część trzecia.

**1. Zginanie mimośrodowe.** Nieważki prosty pręt o stałym przekroju  $F$  unieruchomiono na niesprężystych podporach poziomo. Nieodkształcona pręta leży na dodatniej osi  $X$ , wyprowadzonej ze środka prawego skrajnego przekroju. Oś  $Y$  skierowano w dół, oś  $Z$  — poza główną płaszczyznę bezwładności  $XY$  pręta, prostopadłą do osi głównego momentu  $J$  przekroju bieżącego.

a. Wspornik (Rys. 90). Dla siły  $S$  dodatniej ściskającej mamy z (149) i (146):



Rys. 90.

$$0 = -\frac{Sf + Pl - Sf}{l} + (Sf + Pl) \frac{n \cos(nl)}{\sin(nl)} \quad n^2 = \frac{S}{EJ}$$

$$Sy = Sf + (Sf + Pl - Sf) \frac{l-x}{l} - (Sf + Pl) \frac{\sin[n(l-x)]}{\sin(nl)}$$

$$f = \frac{P}{S} \left[ \frac{\operatorname{tg}(nl)}{n} - l \right] \quad y = \frac{P}{S} \left[ \frac{\sin(nl) - \sin[n(l-x)]}{n \cos(nl)} - x \right]$$

Dla siły  $S$  dodatniej rozciągającej otrzymamy z (145) i (142):

$$0 = \frac{-Sf + Pl + Sf}{l} - (-Sf + Pl) \frac{n \coth(nl)}{\sinh(nl)} \quad n^2 = \frac{S}{EJ}$$

$$Sy = Sf - (-Sf + Pl + Sf) \frac{l-x}{l} + (-Sf + Pl) \frac{\sinh[n(l-x)]}{\sinh(nl)}$$

$$f = \frac{P}{S} \left[ l - \frac{\tanh(nl)}{n} \right] \quad y = \frac{P}{S} \left[ x - \frac{\sinh(nl) - \sinh[n(l-x)]}{n \coth(nl)} \right]$$

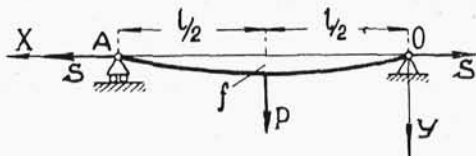
b. Belka (Rys. 91) końcami wsparta na podporach: prawej przegubowej i lewej posuwnej. Osiowa siła  $S$  rozciągająca. Oś pionowej siły  $P$  stanowi oś symetrii belki i obciążenia, zatem pośrodku — styczna odkształconej jest równoległa do osi  $X$ .

Wobec tego równanie (145), wypisane dla lewego przęsła  $\left(\frac{1}{2}l\right)$ :

$$0 = \frac{-\frac{1}{4}Pl + Sf - Sf}{\frac{1}{2}l} - \left(-\frac{1}{4}Pl + Sf\right) \frac{n \coth\left(\frac{1}{2}nl\right)}{\sinh\left(\frac{1}{2}nl\right)} \quad n^2 = \frac{S}{EJ}$$

skąd bezpośrednio:

$$f = \frac{P}{4S} \left[ l - \frac{\tanh\left(\frac{nl}{2}\right)}{\frac{1}{2}n} \right]$$



Rys. 91.

Wzór (142) daje:

$$Sy = -\left(-\frac{1}{4}Pl + Sf - Sf\right) \frac{l-x}{\frac{1}{2}l} + \left(-\frac{1}{4}Pl + Sf\right) \frac{\sinh[n(l-x)]}{\sinh\left(\frac{1}{2}nl\right)}$$

zatem dla przęsła  $\left(\frac{1}{2}l\right)$  lewego:

$$y = \frac{P}{2S} \left\{ l - x - \frac{\sinh[n(l-x)]}{n \coth\left(\frac{nl}{2}\right)} \right\} \quad l \gg x \gg \frac{l}{2}$$

dla prawego:

$$S_y = S_f - \left(-\frac{Pl}{4} + S_f\right) - \left(\frac{1}{4} Pl - S_f + S_f\right) \frac{\frac{1}{2} l - x}{\frac{1}{2} l} +$$

$$+ \left(-\frac{1}{4} Pl + S_f\right) \frac{\sinh(nx)}{\sinh\left(\frac{nl}{2}\right)} \quad y = \frac{P}{2S} \left[ x - \frac{\sinh(nx)}{n \cosh\left(\frac{nl}{2}\right)} \right]$$

gdzie:

$$\frac{l}{2} \geq x \geq 0$$

c. Belka ta sama (Rys. 91), lecz siły  $S$  — ściskające, a całą jej długość  $l$  pokrywa stałe obciążenie jednostkowe  $q$   $\text{kg/omb}$ , —  $\text{kg}$  na centymetr bieżący.

Wzór (146) daje dla przęsła ( $l$ ):

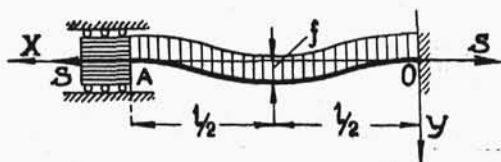
$$S_y = \frac{q}{n^2} \frac{\sin(nx)}{\sin(nl)} + \frac{q}{n^2} \frac{\sin[n(l-x)]}{\sin(nl)} + \frac{q}{2} (l-x)x - \frac{q}{n^2}$$

$$y = \frac{q}{Sn^2} \left\{ \frac{\sin(nx) + \sin[n(l-x)]}{\sin(nl)} + \frac{n^2}{2} (l-x)x - 1 \right\}$$

Ugięcie pośrodku belki:

$$f = \frac{q}{Sn^2} \left[ \frac{1}{8} n^2 l^2 - 1 + \frac{1}{\cos\left(\frac{nl}{2}\right)} \right] \quad n^2 = \frac{S}{EJ}$$

d. Belka (Rys. 92). Siły osiowe  $S$  rozciągające. Stałe obciążenie jednostkowe  $q$   $\text{kg/omb}$  pokrywa całą długość belki. Lewa podpora łożyskowa daje pionową siłę odporową  $V$  i moment odporowy  $N$ ; prawa podpora stała daje odpowiednio:  $V_0$  i  $N_0$ . Tuż przed punktami podparcia panują momenty zginające:



Rys. 92.

$$N + Vl + \frac{1}{2} ql^2 = -N_0$$

Wzory (144) i (145) dadzą dla przęsła  $l$ :

$$0 = \frac{-N_0 - N}{l} + \left(N + \frac{q}{n^2}\right) \frac{n \operatorname{coth}(nl)}{\operatorname{sinh}(nl)} - \frac{n \left(-N_0 + \frac{q}{n^2}\right)}{\operatorname{sinh}(nl)} - \frac{1}{2} ql$$

$$n^2 = \frac{S}{EJ}$$

$$0 = \frac{-N_0 - N}{l} + \frac{n \left(N + \frac{q}{n^2}\right)}{\operatorname{sinh}(nl)} - \left(-N_0 + \frac{q}{n^2}\right) \frac{n \operatorname{coth}(nl)}{\operatorname{sinh}(nl)} + \frac{1}{2} ql$$

$$N = -N_0 = \frac{q}{n} \left[ \frac{l}{2} \frac{\operatorname{sinh}(nl)}{\operatorname{coth}(nl) - 1} - \frac{1}{n} \right]$$

Zaczem wzór (142) da dla tegoż przęsła:

$$Sy = -N + \left(N + \frac{q}{n^2}\right) \frac{\operatorname{sinh}(nx)}{\operatorname{sinh}(nl)} + \left(N + \frac{q}{n^2}\right) \frac{\operatorname{sinh}[n(l-x)]}{\operatorname{sinh}(nl)} +$$

$$+ \frac{q}{2} (l-x)x - \frac{q}{n^2}$$

$$y = \frac{ql}{2n} \frac{\operatorname{sinh}(nx) + \operatorname{sinh}[n(l-x)] - \operatorname{sinh}(nl)}{\operatorname{coth}(nl) - 1} + \frac{q}{2} (l-x)x$$

Ugięcie pośrodku belki:

$$f = \frac{ql}{2n} \frac{1 - \operatorname{coth}\left(\frac{nl}{2}\right)}{\operatorname{sinh}\left(\frac{nl}{2}\right)} + \frac{1}{8} ql^2$$

e. Belka (Rys. 84) dwuteowa, czterometrowej długości  $l$ . Siła rozciągająca  $P$  niezmienna 10 t, jej mimośród  $m$  jest równy 10 cm. Naprężenie dopuszczalne:  $1000 \text{ kg/cm}^2$ .

Skrajne naprężenie w górnym niebezpiecznym przekroju:

$$N_m = \frac{10000}{F} + \frac{10000 \times 10}{W} = 1000$$

Po kilku próbach przekonamy się, że dwuteownik Nr. 18, ustawiony środkami w płaszczyźnie  $XY$  da

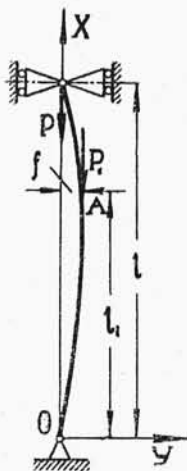
$$N_m = 979,5 \text{ kg/cm}^2 \quad F = 27,9 \text{ cm}^2 \quad W_z = 161 \text{ cm}^3$$

$$J_z = 1446 \text{ cm}^4 \quad E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$$

$$nl = \sqrt{\frac{10000 \times 160000}{1446 \times 2100000}} = 0,725 \quad \operatorname{coth}(0,725) = 1,27453$$

$$f = 10 \left( 1 - \frac{1}{1,27453} \right) = 2,15 \text{ cm}$$

2. **Wzór Jasińskiego.** Pręt pionowy (Rys. 93), pierwotnie prosty, końcami złączono na przeguby z niesprężystymi podpórmi: dolną przegubową i górną — obustronnego działania — posuwną w kierunku pierwotnej osi  $X$  pręta. Osie przegubowe podpór są równoległe i prostopadłe do głównej płaszczyzny bezwładności  $XY$  pręta.



Rys. 93.

W odcinku  $l_1$  pręt ma przekrój stały o najmniejszym momencie bezwładności  $J_1$ , w odcinku:

$$l - l_1 = l_2$$

pręt również ma przekrój stały o najmniejszym momencie  $J$ . Osie obu tych momentów są prostopadłe do  $XY$ .

Do środka  $A$  przekroju, przynależnego odciętej  $l_1$  przyłożono pionową siłę  $P_1$ , do osi przegubu podpory górnej — również pionową siłę  $P$ . Siłę odporową poziomą tej podpory oznaczamy przez  $H$ , przyczem warunek równowagi daje:

$$Hl + P_1 f = 0 \quad H = -P_1 \frac{f}{l}$$

Zatem, w punkcie  $A$  panuje moment zginający:

$$-Pf + H(l - l_1) = -Pf - P_1 f \frac{l_2}{l}$$

Oznaczmy dalej przez  $\theta$  pochylenie stycznej odkształconej w tym punkcie ku osi  $X$ . Równania (148) i (149), wypisane dla przęseł:  $(l_1)$  i  $(l_2)$  dadzą:

$$\begin{aligned} (P + P_1)\theta &= \frac{-Pf - P_1 f \frac{l_2}{l} + (P + P_1)f}{l_1} + \\ &+ \left( Pf + P_1 f \frac{l_2}{l} \right) \frac{m \cos(ml_1)}{\sin(ml_1)} \\ P\theta &= \frac{Pf + P_1 f \frac{l_2}{l} - Pf}{l_2} - \left( Pf + P_1 f \frac{l_2}{l} \right) \frac{n \cos(nl_2)}{\sin(nl_2)} \end{aligned}$$

gdzie:

$$m^2 = \frac{P + P_1}{EJ_1} \quad n^2 = \frac{P}{EJ}$$

Stąd, rugując  $\frac{\theta}{f}$  otrzymamy:

$$m \operatorname{ctg}(ml_1) + n(1+r) \operatorname{ctg}(nl_2) = \frac{r^2}{l+rl_2} \quad r = \frac{P_1}{P}$$

ostateczny wzór Jasińskiego. Czyni mu zadość układ sił  $P, P_1$  wybachających.

**3. Złożone wyboczenie słupa pionowego** (Rys. 94), niesprężyste osadzono u podstawy. W odcinku  $l_1$  pręt ma przekrój stały o najmniejszym momencie bezwładności  $J_1$ , w odcinku:

$$l - l_1 = l_2$$

pręt również ma stały przekrój o najmniejszym momencie  $J$ . Osie obu tych momentów są prostopadłe do głównej płaszczyzny bezwładności  $XY$  pręta.

Do środka  $A$  przekroju przynależnego odciętej  $l_1$  przyłożono siłę  $P_1$  pionową. Do środka  $B$  górnego skrajnego przekroju—siłę  $P$ , również pionową. Zatem u podstawy pręta  $O$  i w  $A$  panują odpowiednio momenty zginające:

$$Pf + P_1f_1 \quad P(f - f_1)$$

Oznaczmy przez  $\theta$  kąt pochylenia w punkcie  $A$  ku osi  $X$  stycznej odkształconej. Równanie (148), wypisane dla przęsła ( $l_1$ ) oraz — równanie (149), wypisane dla przęseł ( $l_1$ ), ( $l_2$ ) dadzą:

$$(P + P_1)\theta = - \frac{Pf + P_1f_1 - P(f - f_1) - (P + P_1)f_1}{l_1}$$

$$- \left[ P(f - f_1) \frac{m \cos(ml_1)}{\sin(ml_1)} + \frac{m(Pf + P_1f_1)}{\sin(ml_1)} \right] \quad m^2 = \frac{P + P_1}{EJ_1}$$

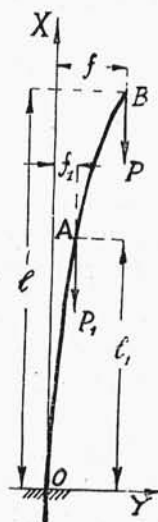
$$0 = - \frac{Pf + P_1f_1 - P(f - f_1) - (P + P_1)f_1}{l_1}$$

$$- \frac{mP(f - f_1)}{\sin(ml_1)} + (Pf + P_1f_1) \frac{m \cos(ml_1)}{\sin(ml_1)}$$

$$P\theta = - \frac{P(f - f_1) - P(f - f_1)}{l_2} + P(f - f_1) \frac{n \cos(nl_2)}{\sin(nl_2)} \quad n^2 = \frac{P}{EJ}$$

Rugując  $\theta$  z pierwszego i trzeciego wzoru:

$$[(P + P_1)n \operatorname{ctg}(nl_2) + Pm \operatorname{ctg}(ml_1)](f - f_1) = \frac{m(Pf + P_1f_1)}{\sin(ml_1)}$$



Rys. 94.

Drugi wzór daje bezpośrednio:

$$\frac{Pm(f-f_1)}{\sin(ml_1)} = m \operatorname{ctg}(ml_1)(Pf + P_1f_1)$$

a przeto dzieląc stronami otrzymamy wzór ostateczny:

$$\operatorname{tg}(ml_1) \operatorname{tg}(nl_2) = \frac{n}{m}(1+r) \quad r = \frac{P_1}{P}$$

dający układ sił  $P$ ,  $P_1$  — wybachających.

**4. Obliczanie prętów wiotkich ściskanych.** Dany jest stały przekrój  $F$  pręta i jego długość rzeczywista  $l$ , możemy przeto znaleźć ramię  $i$  najmniejszego momentu bezwładności pola  $F$ , oraz — długość sprowadzoną  $L$  — z warunków unieruchomienia pręta na podporach. Stąd wiotkość  $w$  i przynależne jej naprężenie wybachające. Mnożąc to naprężenie przez  $F$  otrzymamy siłę wybachającą. Iloraz tej siły przez  $u_w$  daje siłę nośną.

Przy obliczaniu ściskanych prętów wiotkich, należy przede wszystkim ustalić długość sprowadzoną  $L$ , przynależną istotnej długości  $l$  pręta. Następnie — obrać stopień pewności  $u_w$  w zależności od rodzaju danego obciążenia osiowego, ściskającego, wyznaczyć układ sił wybachających,  $u_w$  — krotnie większych od danych, i, ze wzoru Euler'a, lub pokrewnego, słusznego w obszarze sprężystości danego tworzywa — określić właściwy przekrój pręta. Dalej należy znaleźć najmniejsze ramię bezwładności obliczonego przekroju i sprawdzić, czy wiotkość  $w$  istotnie jest większa od granicznej  $w_e$ , lub równa  $w_e$ , tylko w tych bowiem dwóch przypadkach obrany przekrój jest właściwy. Gdy  $w$  okaże się mniejszem od  $w_e$  — obliczenie trzeba rozpocząć na nowo, w założeniu jakiegokolwiek wielkości  $w_1$  we wzorze Przerwy-Tetmajera, lub jakimkolwiek innym, pokrewnym, słusznym w obszarze niesprężystości danego tworzywa.

Po wyznaczeniu przekroju  $F_1$ , przynależnego obranej wiotkości  $w_1$ , należy znaleźć najmniejsze ramię  $i_1$  bezwładności tego przekroju i sprawdzić, czy iloraz  $L : i_1$  istotnie jest równy  $w_1$ , jako że w tym przypadku obrany przekrój  $F_1$  jest właściwy. W razie niezgodności stosunku  $L : i_1$  z obranym  $w_1$ , należy całe obliczenie ponowić, obierając nową wielkość  $w_2$ ,  $w_3$ ... aż do zupełnej zgodności.

Znacznie ułatwiają to obliczenie powtarzane —

**5. Tablice Przerwy-Tetmajera dla tworzyw:**

a. Stal miękka:  $R_r = 3800 \text{ kg/cm}^2$   $E = 2150000 \text{ kg/cm}^2$

$$N_T = (3100 - 11,4w) \text{ kg/cm}^2 \quad N_e = \frac{21220000}{w^2} \text{ kg/cm}^2 \quad w_e = 105$$

b. Stal twarda:  $R_r = 6000 \text{ kg/cm}^2$   $E = 2240000 \text{ kg/cm}^2$

$$N_T = [3350 - 6,2w] \text{ kg/cm}^2 \quad N_e = \frac{22210000}{w^2} \text{ kg/cm}^2 \quad w_e = 90$$

c. Żeliwo:  $R_c = 8000 \text{ kg/cm}^2$   $E = 1000000 \text{ kg/cm}^2$

$$N_T = (7760 - 120w + 0,53w^2) \text{ kg/cm}^2 \quad N_e = \frac{9870000}{w^2} \text{ kg/cm}^2 \quad w_e = 80$$

d. Drewno:  $R_c = 280 \text{ kg/cm}^2$   $E = 100000 \text{ kg/cm}^2$

$$N_T = (293 - 1,94w) \text{ kg/cm}^2 \quad N_e = \frac{987000}{w^2} \text{ kg/cm}^2 \quad w_e = 100$$

$w$	STAL MIĘK- KA	STAL TWAR- DA	ŻELI- WO	DREW- NO	$w$	STAL MIĘK- KA	STAL TWAR- DA	ŻELI- WO	DREW- NO
5	3043	3319	7173	283	105	1903	1941	895	90
10	2986	3288	6613	274	110	1754	1769	816	82
15	2929	3257	6079	264	115	1605	1618	746	75
20	2872	3226	5572	254	120	1474	1486	686	69
25	2815	3195	5091	244	125	1358	1370	632	63
30	2758	3164	4637	235	130	1256	1266	584	58
35	2701	3133	4209	225	135	1165	1174	542	54
40	2644	3102	3808	216	140	1083	1092	504	50
45	2587	3071	3433	206	145	1009	1018	470	47
50	2530	3040	3085	196	150	943	951	439	44
55	2473	3009	2763	186	155	883	891	411	41
60	2416	2978	2468	177	160	829	836	386	38
65	2359	2947	2199	167	165	779	786	363	36
70	2302	2916	1957	157	170	734	741	342	34
75	2245	2885	1741	147	175	693	699	322	32
80	2188	2854	1552	138	180	655	661	304	30
85	2131	2823	1366	128	185	620	625	288	29
90	2074	2792	1218	118	190	588	593	273	27
95	2017	2371	1094	109	195	558	563	260	26
100	1960	2140	987	99	200	531	535	247	25



6. Wzory L. K. mogą być również stosowane. Tablice niżej załączone dotyczą następujących tworzyw:

a. Stal miękka.

$$R_r = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$$

$$N_w = \left( 2000 + \frac{800000}{w^2} \right) \text{ kg/cm}^2$$

$$N_e = \frac{20700000}{w^2} \text{ kg/cm}^2 \quad w_e = 100$$

b. Stal twarda:

$$R_r = 6000 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 2150000 \text{ kg/cm}^2$$

$$N_w = \left( 2500 + \frac{825000}{w^2} \right) \text{ kg/cm}^2$$

$$N_e = \frac{21200000}{w^2} \text{ kg/cm}^2 \quad w_e = 90$$

c. Drewno (sośnina, jedlina, świerczyzna).

$$E = 100000 \text{ kg/cm}^2$$

$$N_w = \left( 100 + \frac{38000}{w^2} \right) \text{ kg/cm}^2$$

$$N_e = \frac{1000000}{w^2} \text{ kg/cm}^2$$

$$w_e = 100$$

$w$	STAL MIĘK- KA	STAL TWAR- DA	DREW- NO
15	4800	5600	240
20	4000	4563	195
25	3280	3820	161
30	2889	3417	142
35	2653	3173	131
40	2500	3016	125
45	2395	2907	119
50	2320	2830	115
55	2265	2772	114
60	2222	2729	112
65	2189	2695	110
70	2163	2668	109
75	2142	2646	108
80	2125	2629	107

$w$	STAL MIĘK- KA	STAL TWAR- DA	DREW- NO
85	2111	2614	106
90	2099	2602	105
95	2089	2347	104
100	2080	2120	100
105	1878	1922	91
110	1711	1752	83
115	1565	1603	76
120	1438	1473	69
125	1322	1357	64
130	1225	1254	59
135	1136	1163	55
140	1056	1082	51
145	984	1008	47
150	920	942	44

## 7. Przykłady.

a. Pręt II o stałym przekroju kołowym pełnym średnicy 8 cm. (Rys. 86). Istotna, a zarazem i sprowadzona długość pręta: 100 cm. Tworzywo: stal miękka.

$$i = 2 \text{ cm} \quad w = \frac{100}{2} = 50 \quad N_T = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

a przeto siła wybacząca:

$$P_w = \frac{1}{4} \pi 8^2 \times 2530 = 127184 \text{ kg}$$

Stąd przy czterokrotnej pewności siła nośna:

$$P_n = P_w : 4 = 31796 \text{ kg}$$

b. Słup żeliwny o stałym przekroju pierścieniowym. Siła nośna 18 t. Swobodna długość pręta 3 m. W założeniu ośmiokrotnej pewności siła wybacząca:

$$P_w = 8 \times 18000 = \frac{\pi^2 1000000 J}{(2 \times 300)^2}$$

skąd:

$$J = 5253 \text{ cm}^4$$

Po kilku próbach obieramy średnice przekroju 20 cm i 15 cm:

$$J = 5369 \text{ cm}^4 \quad i = \frac{1}{4} \sqrt{D^2 + d^2} = 6,25 \text{ cm} \quad w = \frac{600}{6,25} = 96$$

Graniczna wiotkość dla żeliwa wynosi 80, zatem słusznie tu był użyty wzór Euler'a. Otrzymany przekrój jest właściwy.

c. Słup taki sam. Jego siła nośna 40 t, a długość swobodna 1 m. Siła wybacząca w założeniu ośmiokrotnego stopnia pewności:

$$P_w = 8 \times 40000 = \frac{\pi^2 \times 1000000 J}{(2 \times 100)^2}$$

skąd:

$$J = 1298 \text{ cm}^4$$

Po kilku próbach obierzemy średnice przekroju 14 cm i 12 cm.

$$J = 1395 \text{ cm}^4 \quad i = 4,30 \text{ cm} \quad w = \frac{200}{4,3} = 46,5$$

zatem należy całe obliczenie rozpocząć na nowo, ponieważ otrzymana wiotkość jest niższa od  $w_e$ . Wzór Euler'a użyty był niewłaściwie.

Dla  $w_1$  obieramy, dajmy na to 50. Z tablic:

$$N_T = 3085 \text{ kg/cm}^2 \quad F_1 = \frac{8 \times 40000}{3085} = 103,72 \text{ cm}^2$$

Po kilku próbach obierzemy średnice przekroju 17 cm i 12,5 cm

$$F = 104,26 \text{ cm}^2 \quad i = 5,27 \text{ cm} \quad w = \frac{200}{5,27} = 37,9 \neq 50$$

Zatem, biorąc z kolei 40 dla  $w_2$  otrzymamy z tablic:

$$N_T = 3808 \text{ kg/cm}^2 \quad F_2 = \frac{8 \times 40000}{3808} = 84,03 \text{ cm}^2$$

i znów po kilku próbach obierzemy średnice 16 cm i 12 cm:

$$F = 87,95 \text{ cm}^2 \quad i = 5,0 \text{ cm} \quad w = \frac{200}{5} = 40$$

Ostatnio obrany przekrój jest właściwy.

d. Drąg pionowy o stałym przekroju kołowym pełnym przegubowo złączono końcami z niesprężystymi podporami, dolną przegubową i górną — obustronnego działania — posuwną w kierunku osi drąga. Tworzywo — stal twarda. Istotna długość drąga: 180 cm. Siła nośna 10 t.

W założeniu 4-krotnego stopnia pewności:

$$P_w = 4 \times 10000 = \frac{\pi^2 \times 2150000}{180^2} J$$

stąd:

$$J = 61,08 \text{ cm}^4 \quad D = 6 \text{ cm} \quad i = 1,5 \text{ cm} \quad w = \frac{180}{1,5} = 120$$

Wzór Euler'a użyty był słusznie,  $w$  bowiem jest większe od granicznego  $w_e$ . Obrany przekrój jest właściwy.

e. Drąg taki sam; jego długość istotna 200 cm, siła nośna 50 t. Jak wyżej:

$$P_w = 4 \times 50000 = \frac{\pi^2 \times 2150000}{200^2} J$$

stąd:

$$J = 377 \text{ cm}^4 \quad D = 9,5 \text{ cm} \quad i = 2,375 \text{ cm} \quad w = \frac{200}{2,375} = 84,2$$

otrzymana wiotkość jest niższa od granicznej  $w_e$ . Zaczynamy obliczenie na nowo, biorąc, dajmy na to 85 dla  $w_1$ :

$$N_w = 2614 \text{ kg/cm}^2 \quad F_1 = \frac{4 \times 50000}{2614} = 76,51 \text{ cm}^2$$

$$D = 10 \text{ cm} \quad i = 2,5 \quad w = \frac{200}{2,5} = 80 \neq 85$$

Założmy zkolei 80 dla  $w_2$ . Z tablic:

$$N_w = 2629 \text{ kg/cm}^2 \quad F_2 = \frac{4 \times 50000}{2629} = 76,07 \text{ cm}^2$$

$$D = 10 \text{ cm} \quad i = 2,5 \quad w = 80$$

Właściwa średnica jest 10 cm.

f. Dyl kwadratowy, sosnowy zamocowano u podstawy, w górnym przekroju przegubowo złączono z podporą obustronnego działania, posuwana w kierunku osi dyla. Jego długość 2 m. Siła nośna 1 t. W założeniu pewności dziesięciokrotnej mamy:

$$P_w = 10 \times 1000 = \frac{\pi^2 \times 100000}{(0,7 \times 200)^2} J$$

stąd:

$$J = 198 \text{ cm}^4 \quad c = 7 \text{ cm}$$

$$i = \frac{c}{\sqrt{12}} = 2,02 \text{ cm} \quad w = \frac{0,7 \times 200}{2,02} = 69,3$$

tu otrzymana wiotkość jest niższa od granicznej, należy przeto obliczenia rozpocząć na nowo. We wzorach powyższych  $c$  oznacza bok przekroju kwadratowego. Założmy 60 dla  $w_1$ . Z tablic:

$$N_w = 112 \text{ kg/cm}^2 \quad F_1 = \frac{10 \times 1000}{112} = 89,28 \text{ cm}^2 \quad c = 9,4 \text{ cm}$$

Najbliższy wymiar dyla jest  $10 \times 10 \text{ cm}$ . Dla tego przekroju:

$$i = 2,89 \text{ cm} \quad w = \frac{0,7 \times 200}{2,89} = 48,5 \neq 60$$

Zatem bierzemy 50 dla  $w_2$ . Z tablic:

$$N_w = 115 \text{ kg/cm}^2 \quad F_2 = \frac{10 \times 1000}{115} = 87,0 \text{ cm}^2 \quad c = 9,3 \text{ cm}$$

co daje znów ten sam wymiar przekroju:  $10 \times 10 \text{ cm}$  — właściwy.

g. Dwuteownik obustronnie osadzono niesprężysto i obciążono siłą osiową ściskającą 8 t. Istotna długość pręta 3 m. W założeniu pięciokrotnej pewności:

$$P_w = 5 \times 8000 = \frac{\pi^2 \times 2100000}{(0,5 \times 300)^2} J \quad J = 43,4 \text{ cm}^4$$

Dwuteownik Nr. 15 ma najmniejszy moment bezwładności:

$$J = 43,9 \text{ cm}^4 \quad F = 20,4 \text{ cm}^2$$

$$i = 1,47 \quad w = \frac{0,5 \times 300}{1,47} = 102,0$$

Otrzymana wiotkość, większa od  $w_e$  wskazuje, iż obrany dwuteownik jest właściwy.

h. Dwuteownik taki sam, z tej samej stali miękkiej, obustronnie osadzony niesprężysto. Jego długość istotna 1 m, siła nośna 17 t. Przy pięciokrotnym stopniu pewności:

$$P_w = 5 \times 17000 = \frac{\pi^2 \times 2100000}{(0,5 \times 100)^2} J \quad J = 10,2 \text{ cm}^4$$

Dwuteownik Nr. 10 ma najmniejszy moment bezwładności:

$$J = 12,2 \text{ cm}^4 \quad F = 10,6 \text{ cm}^2$$

$$i = 1,07 \text{ cm} \quad w = \frac{0,5 \times 100}{1,07} = 46,7$$

Ta wiotkość jest znacznie niższa od granicznej  $w_e$  — należy przeto obliczenie rozpocząć na nowo, biorąc, dajmy na to 50 dla  $w_1$ . Stąd:

$$N_w = 2320 \text{ kg/cm}^2 \quad F_1 = \frac{85000}{2320} = 36,64 \text{ cm}^2$$

Dwuteownik Nr. 21 ma:

$$F = 36,4 \text{ cm}^2 \quad J = 138 \text{ cm}^4$$

$$i = 1,95 \text{ cm} \quad w = \frac{50}{1,95} = 25,6 \neq 50$$

Zkolei bierzemy 30 dla  $w_2$ ; z tablic:

$$N_w = 2889 \text{ kg/cm}^2 \quad F_2 = \frac{85000}{2889} = 29,4 \text{ cm}^2$$

Dwuteownik Nr. 19 ma:

$$F = 30,6 \text{ cm}^2 \quad J = 97,4 \text{ cm}^4$$

$$i = 1,78 \text{ cm} \quad w = \frac{50}{1,78} = 28,1 \cong 30$$

Gdybyśmy, dla ścisłości wzięli jeszcze 25 jako  $w_3$ , to:

$$N_w = 3280 \text{ kg/cm}^2 \quad F_3 = \frac{85000}{3280} = 25,91 \text{ cm}^2$$

Dwuteownik Nr. 17 ma:

$$F = 25,2 \text{ cm}^2 \quad J = 66,6 \text{ cm}^4$$

$$i = 1,63 \text{ cm} \quad w = \frac{50}{1,63} = 30,7 \neq 25$$

a dwuteownik Nr 18:

$$F = 27,9 \text{ cm}^2 \quad J = 81,3 \text{ cm}^4$$

$$i = 1,71 \text{ cm} \quad w = \frac{50}{1,71} = 29,3 \neq 25$$

Zatem dwuteownik Nr. 19 daje przekrój właściwy.

i. Słup 9 m wysoki obciążono u góry ciężarem osiowym 8 t, a nadto w odległości 6 m od podstawy — osiowym ciężarem 16 t. Przy pięciokrotnej pewności siły wybaczące będą:

$$P = 40000 \text{ kg} \quad P_1 = 80000 \text{ kg} \quad r = \frac{P_1}{P} = 2$$

$$l_1 = 600 \text{ cm} \quad l = 900 \text{ cm} \quad l_2 = l - l_1 = 300 \text{ cm}$$

$$m = \sqrt{\frac{P + P_1}{EJ_1}} \quad n = \sqrt{\frac{P}{EJ}}$$

według znakowania punktu 3-go. Tworzywo słupa—stal miękka. Dla niej  $E$  wynosi  $2100000 \text{ kg/cm}^2$ .

Wzór punktu trzeciego daje przy:

$$z = ml_1 = nl_2 \quad \text{tg}(z) = \sqrt{\frac{l_1}{l_2} (1 + r)} = \sqrt{6}$$

$$z = 67^{\circ},792 = 0,37662\pi = 1,18319 \quad J = 1225 \text{ cm}^4 \quad J_1 = 14695 \text{ cm}^4$$

$$L_2 = \frac{l_2}{0,37662} = 796 \text{ cm} \quad L_1 = \frac{l_1}{0,37662} = 1593 \text{ cm}$$

W założeniu przekroju obojętnego, złożonego z dwóch ceowników, rozstawionych tak, aby oba główne momenty przekroju złożonego były jednakowe, dla górnego odcinka  $l_2$  — obierzemy dwa ceowniki Nr. 14, dla nich bowiem:

$$J = 2 \times 605 = 1210 \text{ cm}^4 \quad i = \sqrt{\frac{605}{20,4}} = 5,45 \text{ cm} \quad \frac{L_2}{i} = 146$$

Dla dolnego odcinka  $l_1$  dwa ceowniki Nr. 30 są zbyt obfite, dają bowiem:

$$J_1 = 2 \times 8026 = 16052 \text{ cm}^4 \quad i = \sqrt{\frac{8026}{58,8}} = 11,69 \text{ cm} \quad \frac{L_1}{i} = 136$$

Najbliższe ceowniki Nr. 28 dają znów:

$$J_1 = 2 \times 6276 = 12552 \text{ cm}^4 \quad i = \sqrt{\frac{6276}{53,3}} = 10,85 \text{ cm} \quad \frac{L_1}{i} = 137$$

$$ml_1 = 600 \sqrt{\frac{120000}{2100000 \times 12552}} = 1,28019 = 0,40750\pi = 73^{\circ},35$$

Zatem:

$$\frac{\operatorname{tg}(nl_2)}{nl_2} = \frac{3}{ml_2 \operatorname{tg}(ml_1)} = \frac{3 \times 600}{1,28019 \times 300 \times 3,34379} = 1,40164$$

$$nl_2 = 0,90139 = 0,28692\pi = 51^{\circ}38' \quad J = 2109 \text{ cm}^4$$

Nadto możemy obrać dwa ceowniki Nr. 18, dla których:

$$J = 2 \times 1354 = 2708 \text{ cm}^4 \quad i = \sqrt{\frac{1354}{28}} = 6,95 \text{ cm}$$

$$L_2 = \frac{l_2}{0,28692} = 1046 \text{ cm} \quad w = L_2 : i = 150,5$$

ostatecznie należy więc obrać przekrój, złożony z dwóch ceowników Nr. 18 w odcinku  $l_2$  i dwóch ceowników Nr. 28 w odcinku  $l_1$ .