

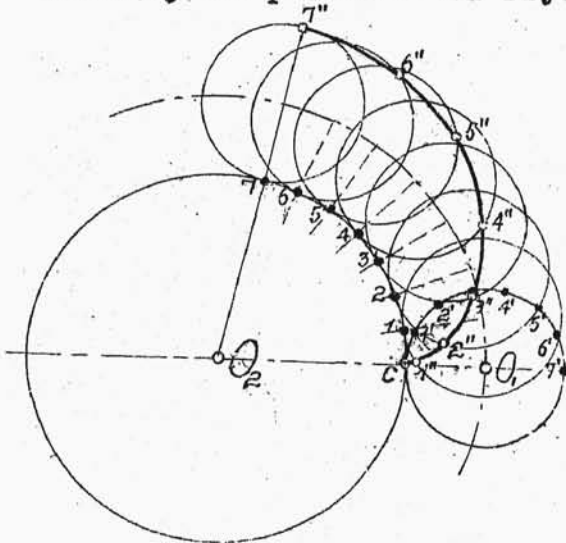
2/ zazębienia ewolwentowe, gdy zarys zęba stanowi ewolwenta kołowa.

Najwięcej rozpowszechnione są zęby o profilach ewolwentowych, gdyż maszyny, które służą do ich obróbki, jako względnie proste, dają najdokładniejsze wyniki.

#### § 4. Profile cykloidalne

Krzywą cykloidalną wykreśli nam dowolny punkt jednego koła, o ile go będziemy toczyć po kole drugim, przy czem zależnie od tego czy koło będzie się toczyć zewnątrz lub wewnątrz koła nieruchomego otrzymamy epi- albo hipocykloidę.

Na rys.172 podany jest sposób wykreślenia epicykloidy przez toczenie koła  $O_1$  po kole nieruchomem  $O_2$ . Od-  
kładamy od punktu  $C$  na obydwóch kołach równe łuki:  $\widehat{C1} =$

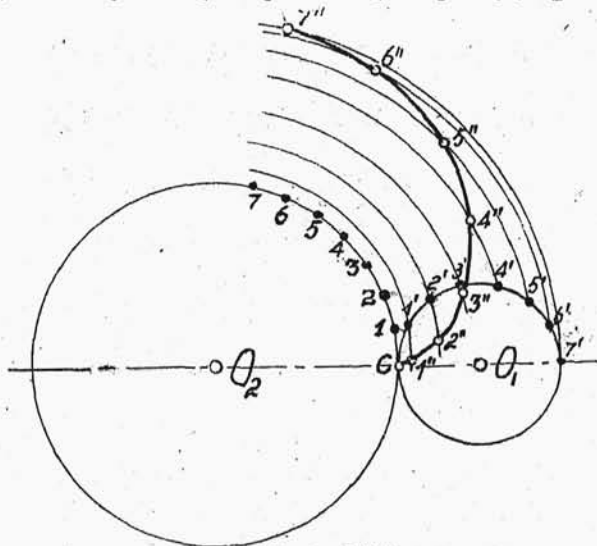


Rys.172.

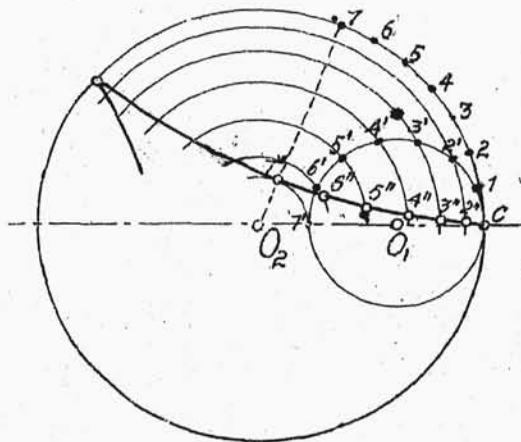
$\widehat{C1'} = \widehat{12} = \widehat{1'2'} \dots$  i t.d., które przy dokładnem rysowaniu nie powinny być duże. W chwili gdy koło odtaczane  $O_1$  będzie styczne z kołem nieruchomem  $O_2$  np. w punkcie 1, to punkt  $C$  będzie się znajdował na okręgu koła  $O_1$  w odległości od

punktu 1 równej cięciwie łuku  $C1$ ; ten punkt będzie należał do epicykloidy. W ten sposób możemy znaleźć i następne punkty epicykloidy. Sposób ten wymaga wykreślenia szeregu położenia koła obtaczanego.

W praktyce częściej stosujemy sposób uproszczony, którego zasadę widać z rysunku 173. Tu punkty poszukiwanej krzywej otrzymujemy, przecinając łukami o pro-



Rys. 173.



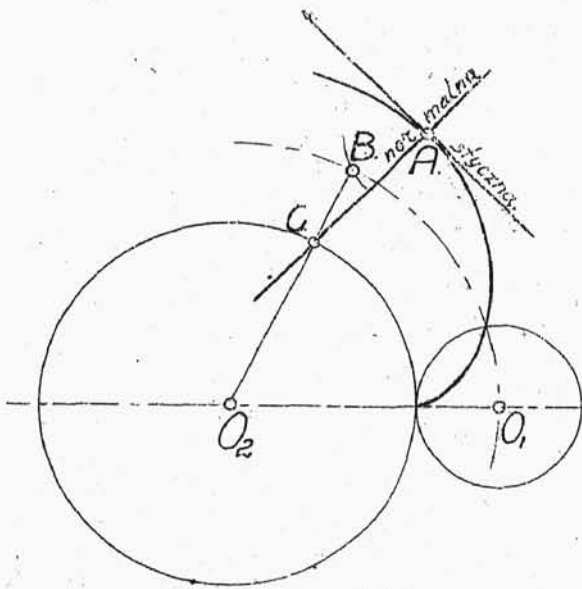
Rys. 174.

mieniu  $C1', C2', \dots$  z punktów 1, 2, ..... okręgi współśrodkowej z kołem  $O_2$  o promieniach odpowiednio równych  $O_21', O_22', \dots$  i t.d. Łuki  $C1$  i  $C1'$  także  $C2$  i  $C2'$  i t.d. są, jak poprzednio, sobie równe. W analogiczny sposób tocząc koło  $O_1$  wewnątrz koła  $O_2$  możemy wykreślić hypocykloidę /rys. 174/.

Normalna do epicykloidy. Jeżeli w punkcie  $A$  /rys. 175/ chcemy wystawić normalną do epicykloidy, to, za-

kreślając z tego punktu łuk promieniem równym promieniowi koła odtaczanego  $O_1$  otrzymany w przecięciu z okręgiem toru środka koła  $O_1$

punkt  $B$ . Łącząc ten punkt ze środkiem koła nieruchomego  $O_2$ , otrzymamy w przecięciu z jego okręgiem punkt  $C$ , przez który musi przejść normalna, wystawiona w punkcie  $A$ . Co się dotyczy stycznej do cykloidy, to oczywiście będzie ona

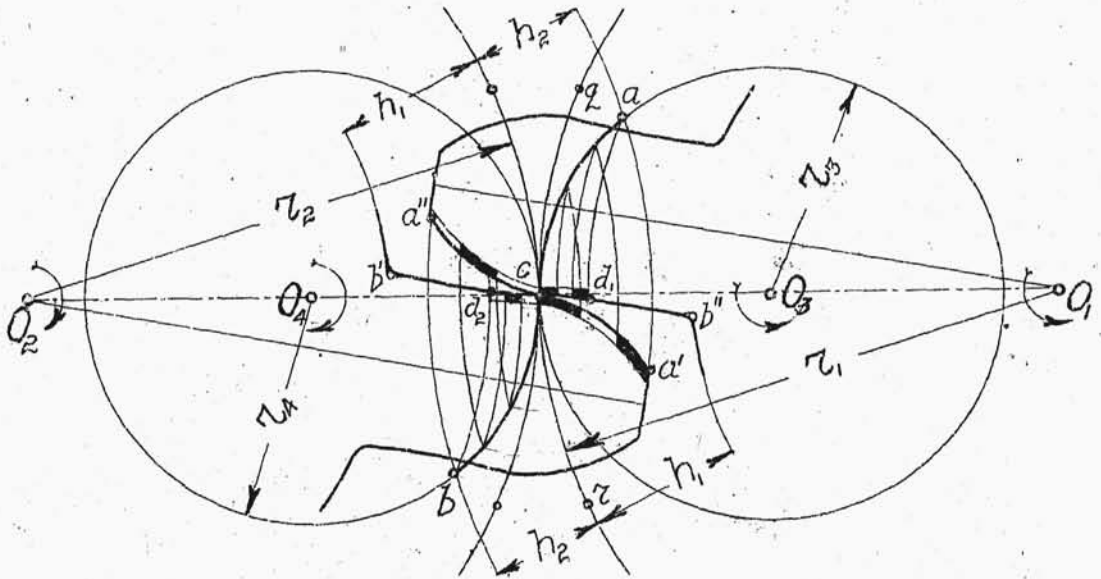


Rys.175.

prostopadła do normalnej.

**Z a z ę b i e n i e z e w n ę t r z n e.** Obierzmy dwa koła podziałowe  $O_1$  i  $O_2$  /rys.176/ styczne w punkcie  $C$ . Do wykreślenia krzywych cykloidalnych zarysów zębów posłużą nam koła pomocnicze t.zw.odtaczane  $O_3$  i  $O_4$ , styczne do nich wewnętrznje w tym samym punkcie  $C$ . Średnice kół tocznych mogą być różne; zwykle wynoszą 0,7-0,8 promieni odpowiednich kół podziałowych. Zakładamy, że wszystkie cztery koła obracają się w kierunku wskazanym na rysunku, dookoła swych środków z jednakową szybkością linjową. Tem samem za-

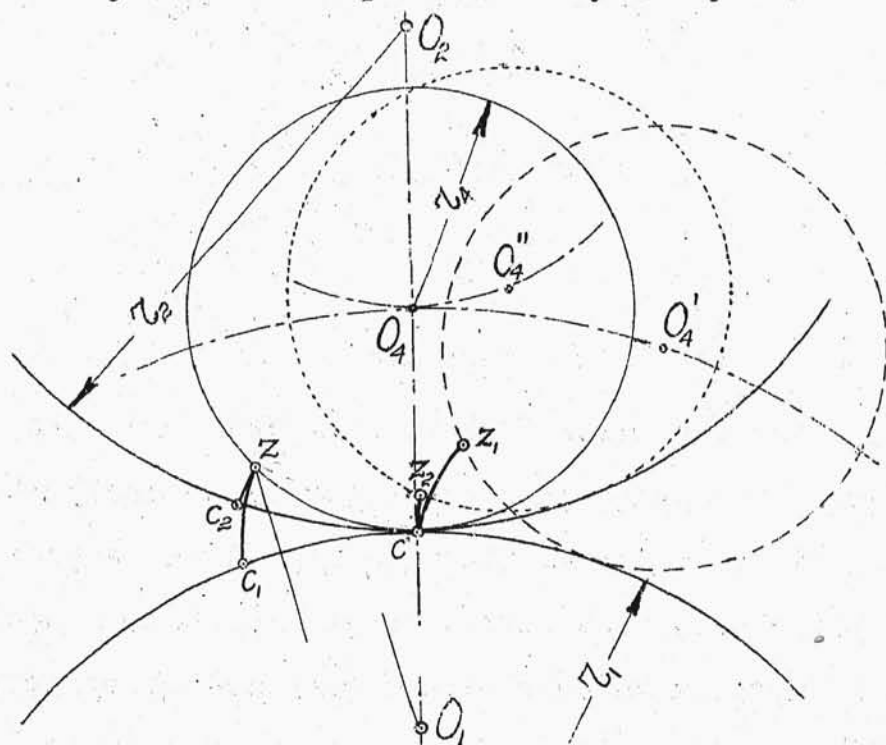
kładamy, że cel nasz, dla którego przygotowujemy zazębienie, został osiągnięty, bowiem koła podziałowe wirują



Rys.176.

dookoła swych środków z równymi prędkościami linjowymi. Wóźmy pod uwagę punkt  $C$ , należący do okręgu koła  $O_4$ . Punkt ten w naszym ruchu bezwzględnym, więc względem nieruchomej płaszczyzny zazębienia, będzie wędrował po okręgu koła  $O_4$  w stronę punktu  $b$ . Inny jednak będzie jego tor na ruchomej płaszczyźnie tarczy  $O_1$ , która wszak może sięgać poza okrąg  $O_1$ . Ponieważ obie tarcze  $O_4$  i  $O_1$  wirują dookoła swych środków z równymi prędkościami linjowymi, to punkt  $C$ , wykonywając z obiema tarczami ruch unoszenia dookoła środka  $O_1$ , nie pozostawi śladu na tarczy  $O_1$ . Ślad pozostanie tyl-

ko od ruchu tarczy  $O_4$  względem  $O_1$ , czyli, jak wyżej było ustalone, od toczenia się koła  $O_4$  po okręgu koła  $O_1$ . W tym ruchu względnym punkt  $C$  narysuje na tarczy  $O_1$  epicykloidę  $CA''$ . Zupełnie w ten sam sposób i jednocześnie punkt  $C$  tarczy  $O_4$  narysuje na tarczy  $O_2$  hipocykloidę  $CB'$ . Moment w którym wirujący dookoła środka  $O_4$  punkt  $C$  zatrzymał się w  $Z$  został przedstawiony na rysunku 177.



Rys.177.

Po dodaniu ruchów unoszenia epicykloida zajęła położenie  $C_1Z$ , zaś hipocykloida  $C_2Z$ . Wykreślając znanym sposobem normalne do obu krzywych w punkcie  $Z$ , łatwo się przekonać, że jest on w tem położeniu wspólnym punktem przyporu obu krzywych. Obie normalne się

pokryją i przejdą przez punkt styczności kół podziałowych  $C$ . Mamy więc na kole  $O_1$  epicykloidę, na kole  $O_2$  - hypocykloidę, które mają zawsze wspólny punkt styczności i to taki, że w tym punkcie wspólna normalna przechodzi przez punkt styczności kół podziałowych. Otrzymaliśmy ten wynik podczas ruchu obrotowego tych kół  $O_1$  i  $O_2$  dookoła swych środków z równymi prędkościami linjowymi. Więc i odwrotnie, przyjmując epicykloidę jako wierzchołek profilu zęba koła  $O_1$ , a hypocykloidę jako podstawę zęba koła  $O_2$ , otrzymamy przy pracy tych profilów obrót obu kół z równymi prędkościami linjowymi, co było zamierzone.

Analogicznie, odwracając tylko kierunki obrotu 4 kół i biorąc pod uwagę punkt  $C$  należący do koła odtaczanego  $O_3$ , wykreślimy epicykloidę  $ca'$  i hypocykloidę  $cb''$ . Rysujący je punkt  $C$  będzie wędrował w ruchu bezwzględnym po okręgu koła  $O_3$  w kierunku do  $a$ .

Wykreśliwszy profile zębów i po obraniu odpowiedniej podziałki, ustalamy grubość zębów, rysujemy profile symetryczne i wreszcie zakreślamy koła podstaw  $\tau' = \tau - 0,4t$  i wierzchołków  $\tau'' = \tau + 0,3t$ . Mamy zęby gotowe.

Zgodnie z przyjętą przez nas definicją linją przyporu będą części okręgów kół  $O_3$  i  $O_4$ . Po wykreś-

leniu kół wierzchołkowych odetniemy na linii przyporu punkty  $a$  i  $b$ , otrzymując w ten sposób czynną część linii przyporu, t.zw. odcinek przyporu. Kierunek linii przyporu zależy od tego, które boki zębów pracują niezależnie od kierunku obrotu. Przy układzie, jak na rys. 176, odcinkiem przyporu będzie zawsze  $acb$ , abstrahując od tego, które koło jest pędzące, a które pędzone. Wystarczy rzutu oka na współpracujące profile, aby orzec, w którą stronę musiały obracać się koła odtaczane przy ich wykreślaniu, co decyduje o położeniu linii przyporu. Jasne, że na łuku  $bc$  pracuje wierzchołek koła  $O_1$  z podstawą zęba koła  $O_2$ . Na łuku  $ac$  - odwrotnie. Łukiem przyporu nazywamy łuk koła podziałowego, zawarty między skrajnymi położeniami przyporu jednego i tego samego profilu.

Podczas pracy jednej pary zębów dowolny punkt na kole podziałowym przechodzi drogę równą odcinkowi przyporu, gdyż szybkości linjowe wszystkich czterech kół są równe. Wobec tego długość łuku przyporu jest równa w zazębieniu cykloidalnym długości odcinka przyporu. Oznaczając długość łuku przyporu przez  $\lambda$  mamy:

$$acb = qcz = \lambda;$$

Ponieważ wymagamy, aby nie było przerw i uderzeń w za-



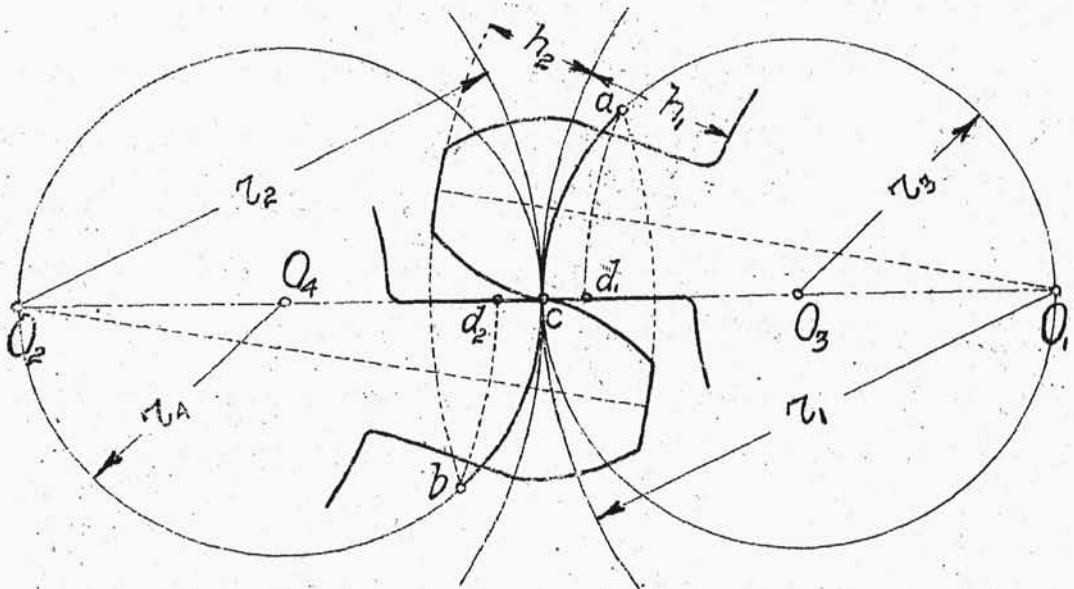
zębieniu, t.j. zanim jedna para zębów się rozejdzie, następna powinna się zazębić, zatem łuk przyporu musi być większy od podziałki  $\sqrt{f} > t$  czyli stosunek długości łuku przyporu do podziałki, zwany liczbą przyporu  $\sqrt{f}$ , ma być większy od jedności

$$\frac{\sqrt{f}}{t} = \sqrt{f} > 1 ;$$

Gdybyśmy chcieli, by jednocześnie pracowały więcej niż jedna para zębów, np. dwie, to trzeba byłoby dać  $\sqrt{f} > 2$  i t.d. Obliczenie wielkości  $\sqrt{f}$  i  $\sqrt{f}$  przy zaprojektowaniu zazębienia może być uskutecznione bardzo szybko bez potrzeby wykreślania profilów zębów. W tym celu wystarczy wykreślić koła odtaczane i koła wierchożków. Długość odcinka przyporu jest uzależniona od wielkości kół odtaczanych. Dobry dobór średnic kół odtaczanych ma wpływ nie tylko na długość odcinka przyporu, lecz i na kształt zęba. Przy powiększeniu średnic kół odtaczanych zwiększa się długość odcinka przyporu, zaś szerokość podstawy zęba ulega zmniejszeniu, co ujemnie wpływa na wytrzymałość zęba. Celem wyznaczenia pracującej części profilów zębów zataczamy ze środków kół  $O_1$  i  $O_2$  łuki przechodzące przez punkty końcowe odcinka przyporu; łuki te przetną podstawy zębów w punktach, które ostatecznie przyjmują udział w pracy.



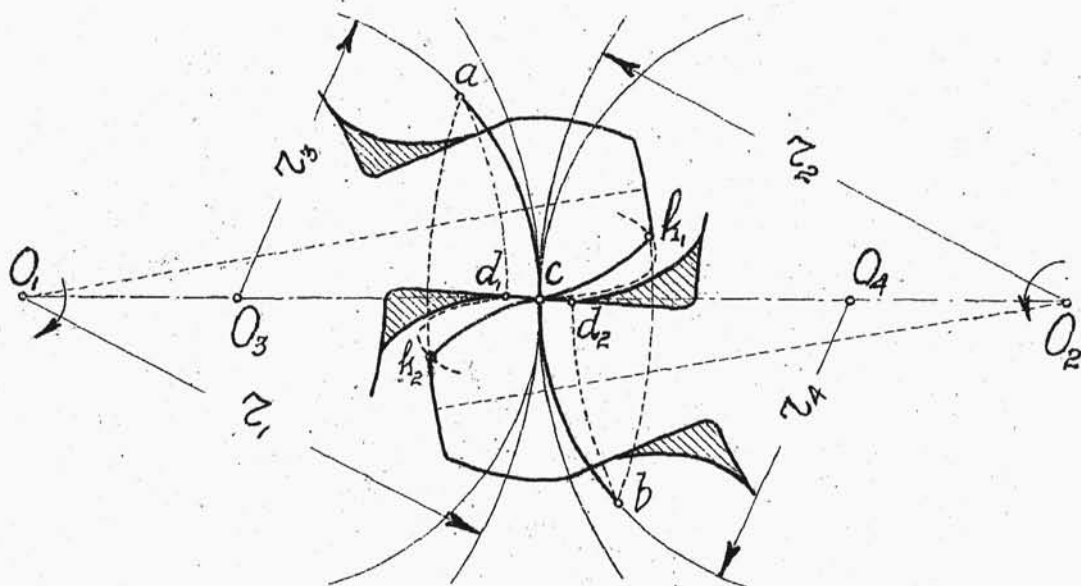
Wierzchołki pracują całe; dzieląc je na części t.zw. listki przyporu, i dobierając do punktów podziału punkty współpracujące na profilach podstaw, otrzymujemy również odpowiadające pierwszym listki na podstawach. Przy porównaniu listków wnosimy o stopniu tarcia międzyprofilowego. Konstrukcja listków przyporu wskazana jest na rys.176. Przy zwykłych wielkościach



Rys.178.

kół odtaczanych hypocykloidy podstaw są wklęsłe. Przy powiększeniu kół odtaczanych do takich wielkości, że średnice ich będą równe promieniom kół podziałowych, hypocykloidy ograniczające podstawy zębów przejdą w linie proste, skierowane po promieniu koła podziałowego i kształt zęba przyjmuje postać wskazaną na rys.178.

Jeżeli średnica koła odtaczanego będzie większa od promienia koła podziałowego, to hypocykloida staje się wypukła i ząb wypada bardzo osłabiony u podstawy /rys.179/. Ponieważ podstawa zęba pracuje nie na całej długości, więc, poczynając od punktów  $d_1$  i  $d_2$ , ostat-

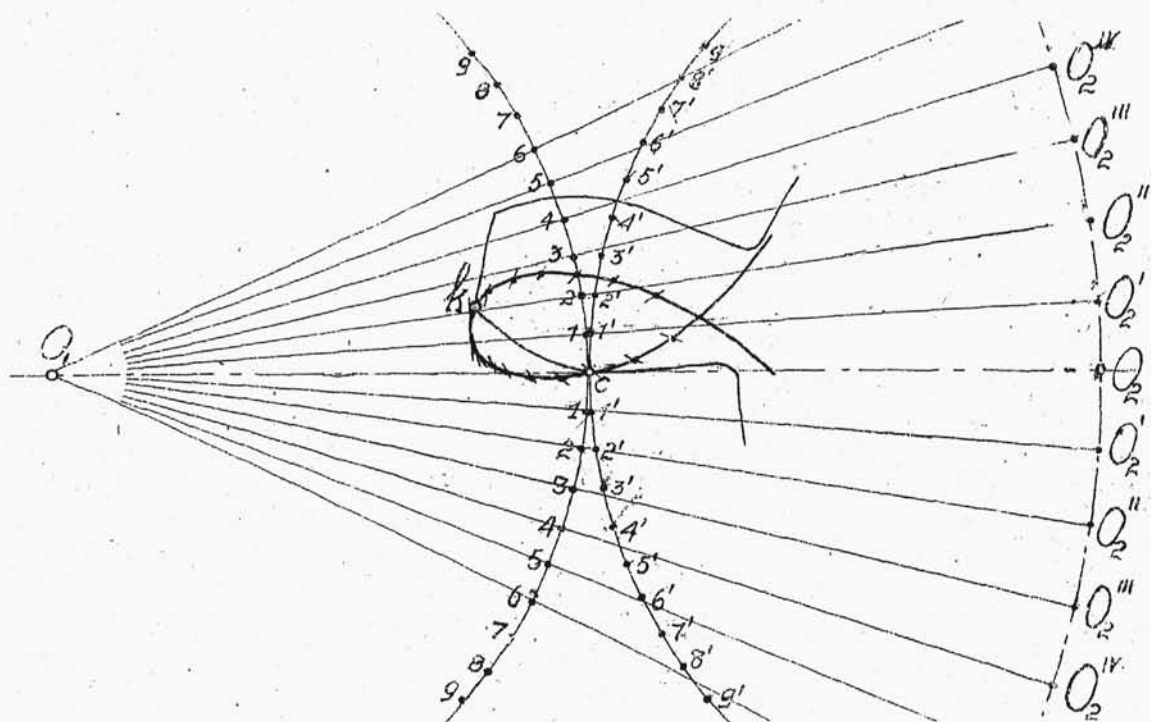


Rys.179.

nich punktów pracujących profilu, można podstawy zębów pogrubić. Wzmocnienie zęba należy przeprowadzić w ten sposób, aby naddatek materiału podstawy zęba nie przeszkadzał obrotowi naroża zęba drugiego koła.

W tym celu wykreślamy torę względnie punktów  $h_1$  i  $h_2$  naroży zębów; będą to krzywe pętlicowe zwane trachoidami. Po wykreśleniu trachoid, rysujemy w nie-

wielkiem oddaleniu wzmocnioną podstawę zęba, jak wskazuje kreskowanie na rysunku. Sposób wykreślenia tra-choidy wskazany jest na rys.180. W tym celu trzeba o-



Rys .180.

oczywiście wykreślić tor punktu  $k$ , należącego do koła  $Q_2$ , na płaszczyźnie koła  $Q_1$ , gdy koło  $Q_2$  będzie się toczyło po okręgu koła  $Q_1$ .

Odkładając na obu kołach podziałowych  $O_1$  i  $O_2$  od punktu  $C$  równe łuki  $C1=C1'$ ;  $C2=C2'$ ; ... i t. d., zakreślamy z punktów podziału  $1, 2, 3, \dots$  łuki promieniami  $k_1, k_2, \dots$ . Obwiednia tych łuków da nam trachoidę, t.j. tor względny punktu  $k$  względem koła  $O_1$ . Trachoidę możemy również



Zazębienie takie nosi nazwę zazębienia punktowego, gdyż hypocykloida podstawy zęba koła mniejszego ramienia się w punkt. Koło  $O_4$  tocząc się w lewo zewnątrz koła  $O_1$  wykreśla epicykloidę wierzchołka zęba koła  $O_1$ , zaś przy toczeniu się jego po kole  $O_2$  powstaje hypocykloida podstawy zęba koła  $O_2$ ; natomiast koło  $O_1/O_3$  podczas toczenia się w prawo zewnątrz koła  $O_2$  kreśli epicykloidę jako wierzchołek koła  $O_2$ , zaś tocząc się wewnątrz koła  $O_1$ , daje jako podstawę zęba koła  $O_1$  tylko punkt zamiast hypocykloidy. Na kole  $O_1$  pracuje tylko wierzchołek zęba, to też podstawa jego może mieć kształt dowolny, byleby tylko nie zaczepiała o wierzchołek zęba współpracującego; kształtuje się tę podstawę, jak wyżej, w/g. trachoidy. Koła o zazębieniu punktowem są zwykle niewielkich rozmiarów, dlatego też często wypada wykonywać mniejsze koło z jednej sztuki z wałem. Stosowane są rzadko, gdyż z powodu dużego poślizgu międzyprofilowego prędko się zużywają.

**Z a z ę b i e n i e w e w n ę t r z n e.** Zazębienie to /rys. 182/ stosuje się przeważnie wtedy, gdy zależy na zmniejszeniu odległości między środkami kół.



nia wewnętrznego jest to, że zęby koła większego / o zazębieniu wewnętrznym / są stosunkowo szerokie u podstawy; dlatego często zmniejsza się ich grubość, dając zęby mniejszego koła / z uzębieniem zewnętrznym / nieco grubsze. Co się tyczy liczby przyporu, to jest ona w wypadku zazębienia wewnętrznego większa, niż przy jednakowych warunkach zazębienia zewnętrznego, co, jak wiemy, wpływa dodatnio na łagodność ruchu kół. W zazębieniu wewnętrznym podstawy zębów pracują na większej długości, to też poślizg międzyzębny jest mniejszy, a co zatem idzie i zużycie się zębów jest mniejsze niż przy zazębieniu zewnętrznym.

### § 5. Profile ewolwentowe

Jak już było wspomniane poprzednio zazębienie ewolwentowe jest więcej rozpowszechnione niż cykloidalne ze względu na możliwość łatwiejszego uzyskania dokładnej obróbki zębów. Będziemy mieli na uwadze tylko ewolwenty kołowe t.j. powstające przy toczeniu się po kole rozwijanem innego koła o nieskończone wielkim promieniu czyli prostej. Jeżeli prostą  $A$  potoczymy po kole  $O_1$ , to każdy punkt tej prostej zakreszli nam ewolwentę /rys.183/. Wyznamy na okręgu koła  $O_1$  i na prostej, zaczynamc od punktu  $C$ , szereg punktów