ROZDZIAŁ VI.

PRĄD WŁĄCZANIA.

Nadmierny prąd w uzwojeniach transformatora może płynąć nietylko przy jego zwarciu, lecz w pewnych okolicznościach również i przy załączaniu transformatora na sieć.

Rozpatrzmy najpierw wypadek, gdy strona wtórna w chwili załączania transformatora na sieć jest rozwarta.

Wartość chwilowa napięcia w chwili włączania wynosi ogólnie $V_{1mx} \sin \psi$. Dla chwili t sek. po włączeniu możemy napisać:

$$V_{1mx} \sin(\psi + \omega t) = w_1 S_s 10^{-8} \frac{dB_t}{dt} + i r_1 \qquad \ldots (1)$$

gdzie:

$$\left.\begin{array}{r} V_{1mx} \sin(\psi + \omega t) \\ i \\ B_t \end{array}\right\}$$ są wartościami chwilowemi napięcia, prądu włączenia oraz indukcji w słupie po upływie t sek.

w_1 — liczba zwojów uzwojenia pierwotnego,

S_s — przekrój żelaza w słupie,

r_1 — oporność omowa uzwojenia pierwotnego.

Rozwiązanie równania różniczkowego (1) byłoby możliwe wtedy, gdybyśmy mieli matematyczną zależność $B_t = f(i)$. Ponieważ jednakże ta zależność (krzywa magnesowania) w żadne równanie ująć się nie da — musimy poprzestać na wynikach przybliżonych.

Na początku zrobimy założenie upraszczające — pominiemy oporność omową uzwojenia:

$$r_1 = 0 \qquad \ldots (2)$$

Przyjmując $V_{1mx} \cong E_{1mx} = \omega . S_s B w_1 10^{-8}$ (B oznacza wartość max. indukcji przy pracy normalnej) i podstawiając do równania (1), z uwzględnieniem (2), otrzymamy:

$$\omega B \sin(\psi + \omega t) = \frac{d B_t}{d t}$$

Rozwiązanie tego równania różniczkowego ma postać:

$$-B \cos(\psi + \omega t) = B_t + C \qquad \ldots (3)$$

Stałą C wyznaczymy z warunków początkowych $t = 0$; $B_t = B_0$, gdzie B_0 — jest to indukcja, odpowiadająca magnetyzmowi szczątkowemu.

$$C = -B \cos\psi - B_0$$

Po podstawieniu do równania (3) otrzymamy:

$$B_t = B_0 + B[\cos\psi - \cos(\psi + \omega t)] \qquad \ldots (4)$$

Indukcja B_t przybierze wartość max., gdy wyrażenie w nawiasie kwadratowym osiągnie maksimum. W nawiasie mamy sumę algebraiczną dwóch funkcji kosinusoidalnych—max. zatem tej sumy wynosi 2 i wystąpi, gdy

$$\psi = 0; \qquad \text{oraz } \psi + \omega t = \omega t = \pi$$

Innemi słowy *dla transformatora najniekorzystniejszem jest załączenie w chwili gdy napięcie przechodzi przez zero* ($\psi = 0$).

Max. indukcji wystąpi po upływie pół okresu ($\omega t = \pi$) i będzie wynosiło: $B_{mx} = B_0 + 2B$.

Należy zaznaczyć, że magnetyzm szczątkowy jest wielkością przypadkową zarówno co do wartości, jak i biegunowości. Indukcja B_0 może się tak samo dobrze odejmować od wyrażenia $2B$, jak i do niego dodawać.

Ponieważ obwód magnetyczny transformatora tworzy zamknięty pierścień, więc magnetyzm szczątkowy może osiągnąć znaczne wartości.

My musimy uwzględnić wypadek najniekorzystniejszy, — gdy magnetyzm szczątkowy wspomaga narastający strumień i gdy posiada największą możliwą wartość $B_0 = B$.

$$B_{mx} = B + 2B = 3B.$$

Przychodzimy do wniosku, że, o ile nie uwzględnimy oporności omowej uzwojenia, w najbardziej niesprzyjających okolicznościach po upływie pół okresu od chwili włączenia, indukcja w rdzeniu żelaznym może osiągnąć wartość potrójną w stosunku do normalnej.

Indukcja normalnie spotykana w słupie transformatora wynosi 13000 $\div$ 14000 G., a więc w naszym niekorzystnym wypadku wynosiłaby około 40000 G, Tak duże nasycenie wymagałoby olbrzymich prądów magnesujących — stąd wynika, *że nie możemy pozostawić bez uwzględnienia oporności omowej uzwojenia.*

W chwili gdy indukcja osiąga swą wartość maksymalną—SEM, przez nią wzniecana równa się zeru i napięcie, przyłożone do zacisków transformatora, jest równoważone tylko przez spadek napięcia omowy. To może nam dać wskazanie, że max. prądu włączania przy uwzględnieniu oporności omowej winno wystąpić wcześniej niż po upływie pół okresu.

Uzasadnić możemy w sposób następujący.

Przy włączaniu wartość chwilowa napięcia równa się zeru (rozpatrujemy bowiem wypadek najniekorzystniejszy). Prąd magnesujący również jest równy zeru. W miarę wzrostu nasycenia rośnie prąd. Napięcie przyłożone jest równoważone w każdej chwili przez SEM-ą, wzniecaną wskutek zmiany (narastania) strumienia oraz przez spadek napięcia na oporności omowej. O ile przy nieznacznych nasyceniach (w granicach normalnego) na spadek napięcia można nie zwracać uwagi, o tyle przy dużych odgrywa on coraz większą rolę.

Gdyby max. prądu wystąpiło po upływie półokresu — mielibyśmy następujący obraz: wartość chwilowa napięcia przyłożonego równa się zeru; SEM, wzniecona w uzwojeniu, równa się zeru (bo indukcja przechodzi wraz z prądem przez maksimum), spadek napięcia omowy ma dużą wartość. Taki przebieg zjawiska jest niemożliwy, gdyż napięcie przyłożone winno być w każdej chwili równoważone przez SEM i spadek napięcia.

Równowaga ta będzie utrzymywana przy innym przebiegu zjawiska: prąd osiąga max. przed upływem czasu równego pół okresu, gdy napięcie będzie miało jakąś wartość $V_{1mx} \sin \omega t$, napięcie to będzie równoważone tylko przez spadek napięcia na oporności omowej (bo indukcja osiąga max. i SEM indukowana w uzwojeniu równa się zeru). Poczynając od tej chwili prąd maleje, a wraz z nim i spadek napięcia. W uzwojeniu wznieca się SEM, lecz już o kierunku przeciwnym (bo prąd zaczął maleć). W chwili $\omega t = \pi$ (gdy wartość chwilowa przyłożonego napięcia jest równa zeru) SEM i spadek napięcia okażą się równe co do wielkości, lecz przeciwnie skierowane, znosząc się wzajemnie.

Dowiedliśmy w ten sposób, że maksimum prądu uzyskujemy przed upływem półokresu.

Z drugiej strony maksimum pradu nie może wystąpić wcześniej niż po upływie ćwierć okresu—gdyż w ciągu pierwszej ćwiartki rośnie napięcie. a wraz z niem prąd.

Ostatecznie maksimum prądu wystąpi w drugiej ćwiartce półokresu.

Należy się teraz zorjentować co do wielkości tego prądu maksymalnego. Zagadnienie to można rozwiązać po wprowadzeniu pewnych założeń upraszczających.

a) Przyjmujemy, że indukcja B_t przy uwzględnieniu oporności omowej taksamo się będzie zmieniała w czasie, jak bez jej uwzględnienia — czyli według zależności:

$$B_t = B_0 + B\,(1 - \cos \omega t)$$

Bierzemy oczywiście najniekorzystniejszy przypadek, gdy napięcie w chwili włączania wynosi zero ($\psi = 0$).

W rzeczywistości przy uwzględnieniu oporności omowej wzrost indukcji będzie nieco słabszy — uproszczenie nasze zatem tylko powiększa pewność rachunku.

b) Korzystamy z empirycznego równania krzywej magnesowania — dla jej części odpowiadającej znacznym nasyceniom:

$$B_t = 16000 + 10\,\frac{i w_1}{L_ż}, \qquad \dots (5)$$

gdzie $L_ż$ (w cm.) — długość drogi strumienia magnetycznego w żelazie.

Z równania (5) mamy:

$$i = \frac{B_t - 16000}{10}\,\frac{L_ż}{w_1}$$

Prąd ten wywoła na oporności omowej uzwojenia spadek napięcia:

$$\frac{B_t - 16000}{10}\,\frac{L_ż}{w_1}\,r_1$$

Gdy prąd włączenia osiągnie maksimum wtedy napięcie przyłożone do zacisków transformatora $V_{1mx} \sin \omega t$, jak już dowiedliśmy poprzednio, jest równoważone właśnie przez ten spadek napięcia:

$$\frac{B_t - 16000}{10}\,\frac{L_ż}{w_1}\,r_1 = V_{1mx} \sin \omega t$$

$V_{1mx} \simeq \omega S_s B w_1 10^{-8}$. Przyjmując najgorszą możliwość $B_0 = B$ oraz wprowadzając oznaczenie:

$$16000 = \xi B$$

otrzymamy:

$$[(2 - \xi) - \cos \omega t]\,\frac{L_ż}{10\,w_1}\,r_1 = w_1 S_s B\,\omega\,10^{-8} \sin \omega t$$

lub

$$(2 - \xi) - \cos \omega t = A \sin \omega t \qquad \dots (6)$$

gdzie

$$A = \frac{\omega S_s w_1^2 10^{-7}}{L_ż r_1} \qquad \dots (7)$$

Rozwiązując równanie (6), otrzymamy:

$$\sin \omega t = \frac{(2-\xi)A + \sqrt{1 + A^2 - (2-\xi)^2}}{1 + A^2} \quad \ldots (8)$$

Mając $\sin \omega t$, możemy określić wartość chwilową napięcia, przy którem wystąpi maksimum prądu włączenia ($V_{1mx}\,\omega t$). To napięcie będzie równoważone tylko przez spadek napięcia na oporności omowej uzwojenia pierwotnego r_1. Pamiętając o tem, możemy łatwo wyznaczyć wielkość prądu włączeniowego — *będzie on mianowicie przewyższał tyle razy prąd obciążenia nominalnego, ile razy napięcie $V_{1mx} \sin \omega t$ jest większe od spadku napięcia na oporności omowej uzwojenia przy prądzie nominalnym.*

Wyrażenie (8) można uprościć.

Postępując bardzo ostrożnie możemy przyjąć:

$$2 - \xi = 1,$$

wtedy

$$\sin \omega t = \frac{2A}{1 + A^2}$$

Jak z dalej przerobionych przykładów wyniknie $A^2 \gg 1$, wobec czego, nie popełniając dużego błędu, otrzymamy:

$$\sin \omega t \simeq \frac{2}{A}$$

Ostatecznie napięcie w chwili maksymalnego prądu będzie wynosiło:

$$V_{1mx} \sin \omega t \simeq V_{1mx} \frac{2}{A}$$

Oznaczając maksymalny prąd włączenia przez $I_{wl.mx.}$, prąd zaś nominalny (jego wartość skuteczną) przez I_n, możemy napisać:

$$\frac{I_{wl.mx.}}{I_n} = \frac{V_{1mx} \frac{2}{A}}{I_n r_1} \quad \ldots (9)$$

Oznaczając procentowy spadek napięcia na oporności omowej uzwojenia pierwotnego przy przepływie prądu nominalnego przez ε, otrzymamy:

$$\frac{I_n r_1}{V_1} 100 = \varepsilon\,\%, \qquad \text{skąd} \ \frac{V_1}{I_n r_1} = \frac{100}{\varepsilon}$$

Stosunek zaś $\frac{V_{1mx}}{I_n r_1}$ będzie równy $\frac{100}{\varepsilon}\sqrt{2}$

Biorąc to pod uwagę, możemy przekształcić zależność (9):

$$\boxed{I_{wl.mx.} = I_n \frac{200}{\varepsilon A} \sqrt{2}} \quad \ldots (10)$$

Przed przerobieniem przykładu liczbowego, przekształcimy nieco wyrażenie (7).

Oznaczając całkowity przekrój miedzi uzwojenia pierwotnego przez $S_m \ldots$ cm^2 ($S_m = w_1 s_1$, gdzie s_1 — przekrój drutu), oraz średnią długość zwoju przez $l_{śr} \ldots$ cm., możemy wyrazić oporność uzwojenia pierwotnego w stanie gorącym:

$$r_1 \sim \frac{l_{śr} w_1^2}{50 S_m} 10^{-4}$$

Podstawimy to do zależności (7):

$$A = 0{,}314 \frac{f S_s S_m}{L_ż l_{śr}} \quad \ldots (11)$$

Widzimy, że spółczynnik A zależy tylko od częstotliwości (f), od przekrojów żelaza (S_s) i miedzi (S_m) oraz od długości dróg prądu ($l_{śr}$) i strumienia magnetycznego ($L_ż$).

Liczba zwojów na wielkość A nie wpływa.

Wyrażenie (11) pozwala pozatem wnioskować, że im transformator jest większy, tem spółczynnik A jest również większy, gdyż w mianowniku mamy wymiary linjowe, a w liczniku powierzchnie, proporcjonalne do kwadratu tych ostatnich.

Jednakże nawet w zupełnie małych transformatorach wartość A jest znacznie większa od jedności.

Przykład. Wyznaczyć największy możliwy prąd włączenia dla dwóch transformatorów:

1) 10 kVA; $S_s = 70$ cm^2; $S_m = 10$ cm^2; $L_ż = 50$ cm;
$l_{śr} = 50$ cm. $f = 50 \sim$/sek. $\varepsilon = 1{,}1\%$.

2) 16000 kVA; $S_s = 2000$ cm^2; $S_m = 180$ cm^2; $L_ż = 300$ cm;
$l_{śr} = 250$ cm. $f = 50 \sim$/sek. $\varepsilon = 0{,}35\%$.

1) $A = 0{,}314 \dfrac{50 \cdot 70 \cdot 10}{50 \cdot 50} = 4{,}4$; $\quad I_{wl.mx.} = I_n \dfrac{200}{1{,}1 \cdot 4{,}4} \sqrt{2} \sim 58 I_n$,

2) $A = 0{,}314 \dfrac{50 \cdot 2000 \cdot 180}{300 \cdot 250} = 75$; $\quad I_{wl.mx.} = I_n \dfrac{200}{0{,}35 \cdot 75} \sqrt{2} = 10{,}7 I_n$.

Widzimy, że im transformator jest większy, tem prąd włączania jest stosunkowo mniejszy. W transformatorach mniejszych prąd włączania może przewyższyć prąd zwarcia.

Dotychczas przyjmowaliśmy, ze włączanie transformatora odbywało się przy stronie wtórnej rozwartej. Przy załączeniu na sieć transformatora obciążonego po stronie wtórnej, różnicy dużej w występujących zjawiskach nie będzie, gdyż prąd obciążenia wpływa minimalnie na wielkość i przebieg prądu włączenia.

Prąd włączenia nie jest naogół bardzo groźny — mimo swej czasami znacznej wielkości.

Odkształceń mechanicznych prąd ten nie wywoła, gdyż przepływa tylko w jednem uzwojeniu, a oddziaływanie na siebie poszczególnych cewek uzwojenia załączanego nie jest duże, nie może również uszkodzić (spalić) izolacji przewodów — trwa bowiem zbyt krótko; może tylko spowodować przepalanie się bezpieczników, o ile są użyte do ochrony transformatora, względnie wybicie automatu.

Rys. 92.

Przeciwdziałać nadmiernym prądom włączania można, stosując wyłącznik ze wstępną opornością — jak na rys. 92. W ten sposób powiększamy sztucznie oporność omową obwodu. By działanie oporności było skuteczne, oporność winna być tak dobrana, żeby spadek napięcia na niej, spowodowany prądem nominalnym, wynosił $2 \div 3\%$ napięcia pierwotnego.