

BIBLIOTEKA  
Państw. gim. męsk.

ŁÓDŹ.

Arm. ~~X~~

Lit. ~~C~~

Nr ~~34~~

ZASADY  
ALGIEBRY.

525.



# ZASADY ALGEBRY,

M. BURDONA

CZŁONKA INSTYTUTU PARYSKIEGO.

z Francuzkiego ięzyka na Polski przełożone  
i powiększone

PRZEZ

WINCENTEGO JOZEFOWICZA

Magistra Filozofii Prof. Mat: Szk: Woiew: Płocki.



BIBLIOTEKA

Państw. gim. męsk.

w PŁOCKU.

Arm.

Lit.

N.

W PŁOCKU,  
W Drukarni Karola Kuliga.

1828.

i. z. 18095



~~IS. 262~~

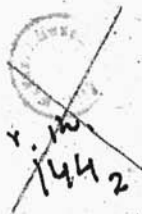
---

*Za pozwoleniem Cenzury Rządowej.*

---



nr. 56



*Pau*

JASŃNIE WIELMOŻNEMU JMCI PANU  
MARCINOWI ZALEWSKIEMU,

RADCY STANU NADZWYCZAYNEMU KROL: POL: CZŁONKOWI KOM-  
MISSYI RZĄDOWEY WYZNAŃ RELIGIYNYCH I OŚWIECENIA PUBLI-  
CZNEGO: PREZYDUJĄCEMU W DOZORZE PENSYY I SZKÓŁ WYŻ-  
SZYCH PŁCI ŻEŃSKIÉY, KAWALEROWI ORDERÓW S. STANISŁAWA  
I S. WŁODZIMIERZA,

*ten pracy swoiéy owoc, przez wdzię-  
czność za łaskawie dla niéy udzieloną  
opiekę, z naygłębszém uszanowaniem  
przypisuje*

WINC: JOZEFOWICZ.



---

## OSTRZEŻENIE TŁÓMACZA.

---

Oddając Publiczności robotę moją, widzę potrzebę uprzedzić czytelników: 1° że tę tylko część Algiebry Burdona według 3ciej edycyi przełożyłem na polski język i powiększyłem, która dla powszechniejszego użytku, a mianowicie dla użytku Szkół Woiewódzkich może być przydatna, że tém samém w moim przekładzie nie jest objęta wyższa Algiebra, która się wykłada w Uniwersytecie. 2° Że w wydaniu téj części miałem na celu iedynie pożytek publiczny, uznając dzieło Burdona za dobre, lecz bynajmniéj nie rozumiejąc żeby daleko lepsze, gdyby książki matematyczne większy miały u nas pokup, niemogło być w tych czasach oryginalnie w oyczystym języku przez Mistrzów téj umiejętności napisane. 3° Że mój przekład był przezierany i uwagami wspierany przez znawców Algiebry, i że dla tego odstępuię niekiedy od oryginału, tam gdzie tego wyraźna zachodziła potrzeba.

Wyrazów polskich, do umiejętności przywiązanych, strzegłem się wprowadzać nowych, pragnę naywięcéy używać przyiętych już w naszym ięzyku.

Wyznaię z *Wdzięcznością*, że wydanie dzieła winien iestem dobroczynnemu wsparciu Wysokiey Kommissyi Rządowéy Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego, téy Magistratury troskliwey zawsze o upowszechnienie każdéy nauki. Pomagały mi także osoby które zbierały i składały prenumeratę.

---



---

# ALGIEBRA.

---

## WSTĘP.

1. **ALGIEBRA** jest tą Matematyki częścią, w której używa się znaków dla skrócenia i uogólnienia rozumowań, prowadzących do rozwiązania podań liczbowych.

Rozróżniamy dwa głównejsze gatunki podań.

Jeżeli idzie o to: aby okazać bytność pewnych własności, pod względem na liczby wiadome i dane; podanie takowe zowie się *Twierdzeniem*.

Gdy zaś trzeba wyznaczyć pewne liczby, za pomocą innych wiadomych, z którymi szukane są w pewnym powinowactwie przez brzmienie skazaném; podanie takowe zowie się *Zagadnieniem*.

2. Aby dojść do tego podwójnego celu, głównejsze pomoce są:

1°. Głoski abecadła: tych używamy do oznaczenia liczb, nad którymi rozumować potrzeba. Użycie ich jest potrzebne; iużto, aby skrócić rozumowanie, iużto, aby je uogólnić. Nadto, przez użycie głosek tém mocniéj się przekonywamy, że ta lub owa własność, służy zarazem wielu liczbom; albo téż, gdy idzie o rozwiązanie zagadnienia, pokazujemy, że rozwiązanie i sprawdzenie iego, niezależy od żadnéj szczególnéj ważności, iakąbyśmy nadali ilościom wcho-  
dzącym w zagadnienie.

2°. Znak  $+$  używa się do oznaczenia: że dwie albo więcej ilości mają być do siebie dodane; znak ten wymawia się *więccy*.

A zatem  $25 + 36$  wymawia się: 25 *więccy* 36, albo 25 powiększone 36.

Podobnież  $a + b$  wymawia się *a więccy b*, albo ilość oznaczona przez  $a$ , powiększona ilością oznaczoną przez  $b$ .

3°. Znak  $-$  wymawia się *mnięcy*, i używa się do oznaczenia odejmowania iednéy liczby od drugiéy.

A zatem  $45 - 24$  wymawia się 45 *mnięcy* 24, albo 45 zmniejszone 24, albo téż różnica pomiędzy 45 i 24.

$a - b$  wymawia się *a mnięcy b*, albo ilość  $a$  zmniejszona ilością  $b$ .

4°. Znakiem mnożenia jest  $\times$ , albo kropka położona pomiędzy ilościami mającemi się mnożyć.

A zatem  $36 \times 25$ , albo  $36.25$ , wymawia się: 36 *rozmnózone* przez 25, albo *iloczyn z 36 przez 25*.

Chcąc oznaczyć mnożenie liczb nazwanych głoskami, zgodzono się ieszcze pisać ie tylko przy sobie, nie kładąc między niemi żadnego znaku.

A zatem  $ab$  oznacza to samo, co  $a \times b$ , albo  $a.b$ ;  $abc$  oznacza to samo co  $a \times b \times c$ , czyli  $a.b.c$ .

Rzecz oczywista, że wyrażenia  $ab$ , tudzież  $abc$  są krótsze aniżeli  $a \times b$ , i  $a \times b \times c$ ; lecz w ten czas tylko tego dogodniejszego sposobu użyć można, kiedy liczby będą wyrażone głoskami. Albowiem chcąc np: wyrazić iloczyn z 5 przez 6, gdyby dla skrócenia napisano 56, możnaby sądzić, że to jest liczba pięćdziesiąt sześć napisana podług układu dziesiętnego.

5°. Znakiem dzielenia są dwie kropki: piono-wo napisane, pomiędzy dzielną i dzielnikiem, albo téż, uważając dzielną za licznik, a dzielnik za mianownik, pisze się w kształcie ułamku.

A zatem  $24 : 6$  albo  $\frac{24}{6}$  wymawia się: 24 podzielone przez 6, albo iloraz z 24 przez 6.

$\frac{a}{b}$  albo  $a : b$  wymawia się *a* podzielone przez *b*.

Mówi się jeszcze  $\frac{a}{b}$ . Oznaczenie dzielenia przez  $\frac{a}{b}$  jest nayużywańsze.

6°. *Spółczynnik* jest to znak, którego używa się chcąc wyrazić, że pewna liczba oznaczona przez głoskę, powinna być do siebie dodana, czyli powtórzoną pewną liczbę razy. A zatem zamiast pisać  $a + a + a + a + a$ ; co wyraża, że liczba oznaczona przez *a* powinna być powtórzona razy 5, napiszemy  $5a$ . Podobnież  $11a$  oznacza, że liczba *a* jest powtórzona razy 11.  $12ab$  oznacza, że iloczyn z *a* przez *b* powtórzony jest 12 razy.

A zatem: *Spółczynnik* jest to liczba szczególna, napisana po lewicy ręce, innej liczby oznaczonej przez jedną lub więcej głosek, okazująca ile razy druga takowa liczba jest powtórzona.

7°. *Wykładnik* jest to liczba oznaczająca, ile razy liczba druga wyrażona przez głoskę, jest rozmnożona sama przez siebie.

Więc zamiast pisać  $a \times a \times a \times a \times a$ , albo  $a . a . a . a . a$ , napisze się króciwy  $a^5$ : wymawiając *a* jest podniesione do potęgi 5tej.

$b^6$  jest to samo co  $b \times b \times b \times b \times b$  czyli *b* podniesione do potęgi 6tej.

*Wykładnik* więc jest to liczba, napisana po prawicy ręce nieco wyżej nad głoską, oznaczająca, do jakiej potęgi ilość wyrażona przez głoskę ma być podniesiona.

Potęgą zowiemy wypadek otrzymany z rozmno-

żenia ilekółwiek razy liczby saméy przez siebie; *stopień* zaś potęgi oznacza wykładnik.

Aby dać poznać w Algiebrze użyteczność wykładnika, załóżmy, iż potrzeba wyrazić, że liczba  $a$  ma być podniesiona do potęgi 4tęy, że ta potęga ma być rozmnożona przez ilość  $b$  podniesioną do potęgi 3cięy, nakoniec, że ten iloczyn ma być jeszcze rozmnożony przez ilość  $c$  podniesioną do potęgi 2gięy, napiszemy wypadek tym sposobem:  $a^4 b^3 c^2$ .

Chcąc wyrazić, że ten ostatni wypadek powinien być powtórzony razy siedm, napiszemy  $7a^4 b^3 c^2$ .

Stąd można powziąć wyobrażenie o zwężłości ięzyka algiebraicznego.

8°. Znak  $\sqrt{\quad}$  pisze się przed liczbą, gdy chcemy skazać, że z téy liczby potrzeba wyciągnąć pierwiastek pewnego stopnia.

I tak  $\sqrt[3]{a}$  oznacza pierwiastek 3cięy potęgi albo sześcienny z  $a$ ,  $\sqrt[4]{b}$  oznacza pierwiastek czwartęy potęgi z  $b$ .

Nazywamy liczbę pierwiastkiem kwadratowym, sześciennym, czwartego stopnia i t. d. pewnéy liczby, jeżeli takowy pierwiastek podniesiony do 2gięy, 3cięy, 4éy i t. d. potęgi, daie na iloczyn tę samę potęgę, który jest pierwiastkiem.

9°. Znak, przez który wyrażamy, że dwie ilości są sobie równe, iest  $=$ , wymawia się: *równy, równa, lub równe*.

A zatem dla oznaczenia w krótkości, że różnica pomiędzy 36 a 25 równa się 11, napiszemy  $36 - 25 = 11$ .

10°. Znak nierówności  $>$  którym wyrażamy, że jedna ilość iest większa lub mnieysza od drugiéy.

A zatem  $a > b$ , oznacza, że  $a$  iest większe od  $b$ . zaś  $a < b$ , oznacza, że  $a$  iest mnieysze od  $b$ ; tak, iż

roztwartość znaku, powinna być obrócona do większej ilości.

Z tego wykładu widzimy, że Algiebrę można uważać za gatunek języka, składającego się ze znaków, za pośrednictwem których, złatwością upatrujemy związek między wyobrażeniami rozumowania, czynionego, bądź dla okazania iakięj własności, bądź dla rozwiązania zagadnienia.

W następujących podaniach, dokładnięj poznamy użyteczność znaków algebraicznych.

#### PODANIE PIĘRWSZE.

3. Jakie są dwie liczby, których summa 67. a różnica 19?

##### *Rozwiązanie.*

Za pomocą znaków przyjętych skażemy związek pomiędzy liczbami danemi, a liczbami niewiadomemi w brzmieniu.

Jeżeliby mniejsza z liczb szukanych była wiadoma, otrzymalibyśmy większą, dodawszy do mniejszēj różnicę to jest 19.

To założywszy oznaczymy liczbę mniejszą przez  $x$ , a zatém większa może być oznaczona przez  $x+19$ , przeto summa tych liczb wyrazi się  $x+x+19$ . albo  $2x+19$ . A że podług brzmienia ta summa powinna być równa 67; więc otrzymamy równanie  $2x+19=67$ .

Lecz jeżeli  $2x$  powiększone 19 uczyni 67; więc samo  $2x$  równe 67, lecz mnięj 19, to jest  $2x=67-19$ ; wykonawszy odejmowanie, będzie  $2x=48$ .

A zatém  $x$  równa się połowie 48, czyli

$$x = \frac{48}{2} \text{ czyli } x = 24.$$

A kiedy liczba mniejsza jest 24, zatém liczba większa będzie  $24+19$  czyli 43.

Jakoż  $24+43=67$ , również  $43-24=19$ .

*Oto iest obraz rachunku algiebraicznego.*

Liczbę mnieyszą oznaczmy przez  $x$ ,

a zatem liczba większa będzie  $x+19$ .

Równanie,  $2x+19=67$ : stąd  $2x=67-19=48$ ,

$$x=\frac{48}{2}=24, \text{ a tak}$$

$$x+19=24+19=43.$$

Sprawdzenie:  $43+24=67$ ;  $43-24=19$ .

*Inne rozwiązanie.*

Liczbę większą oznaczmy przez  $x$ , liczba mnieysza będzie  $x-19$ .

Równanie:  $2x-19=67$ ; stąd  $2x=67+19=86$ .

$$x=\frac{86}{2}=43,$$

$$\text{więc } x-19=43-19=24.$$

Widzimy, iak za pomocą znaków algiebraicznych przychodzimy do rozumowań, które trzeba czynić dla rozwiązania zagadnienia; gdyby zaś te rozumowania wyrażone były w ięzyku pospolitym, zawierałyby częstokroć kilka stronic.

*Rozwiązanie ogólne tego zadania.*

4. Jakie są liczby, których summa iest  $a$ , różnica  $b$ .

Oznaczmy liczbę mnieyszą przez  $x$ ,

a zatem większa będzie  $x+b$ .

Równanie...  $2x+b=a$ ; stąd  $2x=a-b$ , czyli

$$x=\frac{a-b}{2}, \text{ a zatem } x+b=\frac{a}{2}-\frac{b}{2}+b=\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$$

Jest to formuła niezależąca od ważności nadanych głoskom  $a$  i  $b$ , stąd wynika, że znając summę dwóch liczb i ich różnicę, iezeli do połowy summy doda-

my połowę różnicy, otrzymamy liczbę większą, jeżeli od połowy summy odejmiemy połowę różnicy, otrzymamy liczbę mniejszą.

Niech będzie summa 237, a różnica 99,

$$\text{zatem liczba większa} = \frac{237}{2} + \frac{99}{2} = \frac{336}{2} = 168;$$

$$\text{liczba mniejsza} = \frac{237}{2} - \frac{99}{2} = \frac{138}{2} = 69.$$

Sprawdzenie:  $168 + 69 = 237$ ;  $168 - 69 = 99$ .

W poprzedzającym podaniu okazuje się użyteczność głosek, któremi oznaczamy ilości wiadome zagadnienia. Ponieważ na głoskach skazują się tylko działania arytmetyczne; więc wypadek, który otrzymujemy, zatrzymuje ślad działań, które trzeba odbyć na ilościach danych, dla otrzymania ważności ilości niewiadomych.

Wyrażenia  $\frac{a}{2} + \frac{b}{2}$ , tudzież  $\frac{a}{2} - \frac{b}{2}$ , któreśmy otrzymali w podaniu poprzedzającym, nazywają się w Algibrze *formułami*; ponieważ mogą być uważane, iako zawierające w sobie rozwiązania wszystkich zagadnień téj saméj natury, iak zagadnienie poprzedzające, byle tylko w brzmieniu odmienić ważności liczebne ilości danych.

#### PODANIE DRUGIE. — TWIERDZENIE.

5. *Iloczyn ze summy i różnicy dwóch liczb, równa się różnicy kwadratów z tych liczb.*

Niech 12 i 9 będą liczby dane; ich summa jest 21 a różnica 3. Rzecz oczywista, że iloczyn z  $21 + 3$ , to jest 63, równa się różnicy liczb, iednéj 144, która jest kwadratem z 12, drugiéj 81, która jest kwadratem z 9.

Lecz, aby tę własność okazać iako ogólną dla wszel-

kich liczb, oznaczmy dwie iakiekolwiek liczby przez litery  $a$  i  $b$ .

Ich summa wyrazi się przez  $a+b$ , ich różnica przez  $a-b$ . Aby otrzymać iloczyn z tych dwóch wyrażeń, widzimy, że potrzeba mnożyć summę  $a+b$  przez  $a$ , a iloczyn będzie  $b \times a + b \times a$ , albo króćcy  $a^2+ab$ , albowiem potrzeba wziąć każdą część summy  $a+b$  tyle razy, ile jest iedności w liczbie  $a$ , i dodać te dwa iloczyny; lecz summę  $a+b$  trzeba było mnożyć, nie przez  $a$  całe, ale przez  $a$  zmniejszoną liczbą  $b$ , więc iloczyn  $a^2+ab$  jest za wielki, to jest, powiększony iloczynem z  $(a+b)$  przez  $b$ , czyli ilością  $ab+b^2$ ; potrzeba więc  $ab+b^2$  odjąć od iloczynu poprzedzającego  $a^2+ab$ , co wyrazi się algebricznie tym sposobem:  $a^2+ab-ab-b^2$ ; lecz dwa iloczyny  $+ab$  i  $-ab$  niszczą się nawzajem, a zatem otrzymamy na iloczyn  $a^2-b^2$ .

Wypadek ten niezależy od ważności szczególnych, iakiebyśmy nadalili ilościom  $a$  i  $b$ ; stąd wypada: że twierdzenie wyżej podane, służy dla wszelkich ważności liczebnych, iakie mieć mogą ilości  $a$  i  $b$ .

#### PODANIE TRZECIE. — TWIERDZENIE.

6. *Gdy do wyrazów liczby mniejszý od iedności, to jest, do licznika i mianownika ułomku właściwego, dodamy tę samą liczbę, ułomek wyniklý będzie większy od piérwszego.*

Niech będzie ułomek  $\frac{5}{12}$ , dodamy liczbę 3 do licznika i mianownika, otrzymamy  $\frac{8}{15}$ ; sprowadziwszy te dwa ułomki do spólnego mianownika, będzie  $\frac{75}{180}$ ,



$\frac{96}{180}$ ; i teraz się pokazuje, że ułomek drugi jest większy od pierwszego.

Aby się przekonać, że to podanie jest prawdziwe w każdym razie, kiedy ułomek jest zwyczajny, oznaczmy ten ułomek przez  $\frac{a}{b}$ , to jest przypuścimy, że  $a < b$ .

Dodamy liczbę  $m$ , tak do licznika, iak do mianownika: otrzymamy  $\frac{a+m}{b+m}$ .

Aby porównać ułomek dany z nowo otrzymanym, sprowadźmy obadwa do spólnego mianownika: uskuteczmy to, mnożąc licznik i mianownik ułamku  $\frac{a}{b}$

przez  $b+m$ , zaś licznik i mianownik ułamku  $\frac{a+m}{b+m}$  przez  $b$ . Lecz mnożyć  $a$  przez  $(b+m)$ , jest to, wziąć ilość  $a$  tyle razy, ile jest iedności w  $b$ , więcéy tyle razy, ile jest iedności w  $m$ , a zatém otrzymamy  $ab+am$ , podobnież iloczyn z  $(b+m)$  przez  $b$  jest  $b^2+bm$ , a zatém ułomek pierwszy będzie  $\frac{ab+am}{b^2+bm}$ .

Podobnież, mnożąc licznik i mianownik ułamku drugiego  $\frac{a+m}{b+m}$  przez  $b$ , (iak widzimy w ustępie 5), otrzymamy  $\frac{ab+bm}{b^2+bm}$ : w tych dwóch nowo otrzymanych ułamkach  $\frac{ab+am}{b^2+bm}$ ;  $\frac{ab+bm}{b^2+bm}$  widzimy, że liczniki mają spólną część  $ab$ , zaś część  $bm$  drugiego ułamku, jest większa od  $am$  pierwszego ułamku: al-

bowiem  $b > a$ , a zatem drugi ułamek jest większy od pierwszego: co było do okazania.

Podanie powyższe sprawdza się tylko w tym przypadku, kiedy ułamek jest właściwy, w innym razie rzecz ma się przeciwnie, to jest: jeżeli  $a$  jest większe od  $b$ , będzie też  $ab + bm < ab + am$ .

7. Poprzedzające podania będą dla poczynających dostateczne, aby im dać wyobrażenie o podwójnym celu, jaki sobie zakładamy w Algiebrze.

Zastanawiając się nad rozwiązaniem tych podań, poznają oni zarazem, że użycie znaków algebraicznych, prowadzi do prawideł spólnych dla wielu innych podań. Tak na przykład poznają z przykładu 2° i 3° prawidło mnożenia summy  $a + b$  przez  $a$ , i liczby  $a$  przez sumę  $b + m$ , skąd wypada, że ustanawiając prawidła powszechne, na znaydowanie wypadków działań z ilościami algebraicznymi, dóydzimy do stałych sposobów rozwiązywania przez wyrażenia algebraiczne, wszelkich podań liczebnych.

Téy części Algiebry daia tytuł: *Sposobu uskuteczniania działań arytmetycznych na ilościach ogólnych*, to jest: *na liczbach oznaczonych przez wyrażenia algebraiczne*. Jest wprawdzie ta część nieco sucha, a może nawet zrażająca dla poczynających, lecz koniecznie potrzeba dobrze ją poznać, chcąc szybko postępować na rozległym i płodnym polu Algiebry.

---