

151. Wniosek trzeci. *Mając szereg liczb malejących iednością, to iest: $m, m-1, m-2, \dots$, i t. d. aż do $m-p$ (gdzie m i p są liczby całkowite), iloczyn z tych wszystkich liczb, będzie podzielny przez iloczyn z wszystkich liczb naturalnych począwszy od 1 do $p+1$.*

$$\text{To iest będzie } \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)\dots(m-p)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots p+1}$$

równe liczbie całkowitej. Jakoż z tego cośmy w ustępie 146 powiedzieli wypada, że to wyrażenie oznacza liczbę kombinacyi głosek m , branych po $p+1$. Aże ta liczba kombinacyi iest koniecznie liczbą całkowitą, więc wyrażenie powyższe iest liczbą całkowitą.

§ II. Wyciąganie pierwiastków z liczb szczególnych

Chociaż w Arytmetyce wyłożone są zasady wyciągania pierwiastku sześciennego, nie będzie iednak od rzeczy wznowić tu ieszcze tę Teoryą, a to dlatego: *naprzód*, że po wyciąganiu pierwiastku kwadratowego, działanie to iest nayczęścięj używane, *powtórę*, że te tame rozumowania będziemy mogli zastosować do wyciągania pierwiastku 4tęj 5tęj i ... ntęj potęgi.

152. Nazywamy *sześcianem* albo *trzecią potęgą* liczby, iloczyn z trzech czynników równych, a *pierwiastkiem trzeciej potęgi* albo *sześciennym*, liczbę, która podniesiona do 3tęj potęgi, daie na iloczyn liczbę daną.

I tak, pierwszych dziesięciu liczb

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,
sześcianny są 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000.

I na odwrót, dziesięciu liczb drugiego wiersza są pierwiastkami sześciennymi liczby odpowiadające pierwszego.

Tylko dziesięć liczb wiersza drugiego, z iedną, dwiema i trzema cyframi, są *zupelnemi sześcianami*, każda inna pośrednia ma za pierwiastek sześcienny liczbę całkowitą, więcę pewnym ułomkiem. Jakoż

przypuśćmy na chwilę, że $\frac{a}{b}$ liczba ułomkowa, nie-

dająca się skrócić, iest pierwiastkiem z liczby całkowitéy N , a zatém sześcian z $\frac{a}{b}$ czyli $\frac{a^3}{b^3}$, ma być

równy liczbie N . Lecz to iest rzeczą niepodobną, albowiem ponieważ a i b , są między sobą pierwsze,

a zatém a^3 i b^3 będą takiemiż, więc $\frac{a^3}{b^3}$ nie może być

równe liczbie całkowitéy.

153. Różnica *dwóch zupełnych sześcianów*, których pierwiastki różnią się iednością iest tym większa, im ich pierwiastki są większe, a ta różnica może być łatwo otrzymana.

Jakoż niech a i $a + 1$, będą liczby całkowite po sobie następujące, mamy (ustę: 148).

$$(a+1)^3 = a^3 + 3a^2 + 3a + 1;$$

$$(a+1)^3 - a^3 = 3a^2 + 3a + 1;$$

to jest, różnica dwóch sześciatów w razie który uważamy, równa się potrójnemu kwadratowi, z pierwiastku mniejszego, więcę potrójnym tymże pierwiastkiem i więcę 1.

A zatem różnica po między sześciatem z 90, a sześciatem z 89, równa się

$$3(89)^2 + 3 \times 89 + 1 = 24031.$$

154. Znajdźmy teraz sposób na wyciąganie pierwiastku sześciennego z liczby całkowitéy.

Naprzód jeżeli liczba ma naywięcéy trzy cyfry, pierwiastek iéy otrzymuie się wprost, przywodząc sobie na pamięć sześciany dziewięciu liczb pierwszych.

Itak pierwiastek sześcienny ze 125 iest 5, pierwiastek sześcienny 72, iest 4 więcę pewnym ułomkiem czyli 4 więcę blisko iedność; pierwiastek sześcienny z 841 iest 9; i więcę blisko iedność, ponieważ 841, znajduie się po między 729 czyli pomiędzy sześciatem z 9, i po między 1000 czyli sześciatem z 10.

Weźmy teraz liczbę o więcę aniżeli trzech cyfrach.

Niech będzie liczba dana 103823.

103.823	47	
64	48	
398.23	48	47
	48	47
	384	329
	192	188
	2304	2209
	48	47
	18432	15463
	9216	8836
	110592	103823

Liczba ta jest zawarta pomiędzy 1000, jako sześcianiem z 10, i 1000000 jako sześcianiem ze 100; zatem iéy pierwiastek składa się z dwóch cyfr, to jest, z dziesiątków i iedności. Oznaczmy przez a dziesiątki, a przez b iedności, mamy (ustęp 46)

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + b^3,$$

to jest: sześcian z liczby składający się z dziesiątków i iedności, zawiera sześcian z dziesiątków, potrójny iloczyn kwadratu z dziesiątków przez iedności, i potrójny iloczyn kwadratu z iedności przez dziesiątki, więcéy sześcianem z iedności.

To założywszy, ponieważ sześcian z dziesiątków daie przynajmniéy tysiące, więc trzy cyfry po prawéy ręce nie mogą dać dziesiątków na pierwiastek. Odłączam ie więc kropką i wnoszę, że trzy cyfry 103 po lewéy ręce dadzą dziesiątki. Lecz pierwiastek największego sześcianu zawartego w 103, jest 4, a iego sześcian 64, a zatém 4 oznaczać będzie liczbę dziesiątków szukanego pierwiastku, albowiem 103823 widocznie zawiera się pomiędzy $(40)^3$ czyli 64000, i $(50)^3$ czyli 125000, a zatém szukany pierwiastek składa się z 4 dziesiątków, więcéy pewną liczbą iedności mniejszą od *dziesięciu*.

Otrzymawszy cyfrę dziesiątków, odeymiemy iéy sześcian 64 od 103, pozostanie reszta 39, do której przypiszawszy 823, otrzymamy 39823. W téy liczbie nayduie się ieszcze *potrójny kwadrat z dziesiątków przez iedności*, więcéy dwiema częściami poprzednio wyrażonemi; a że kwadrat z dziesiątków zawiera w sobie przynajmniéy sta, więc potrójny kwadrat z dziesiątków przez iedności, mieści się tylko w trzech cyfrach po lewéy ręce obok dwóch cyfr 23, (które oddzielają się dla tego przecinkiem). Lecz można zrobić *potrójny kwadrat z dziesiątków*

Postępując tym samym iak w poprzedzającym przykładzie sposobem.

155. Wyciągniemy teraz pierwiastek sześcien-ny z liczby mającý więcéy niż 6 cyfr np. z 43725658.

43.725.658	352	
27	27.....	3675
<u>167</u>	35	352
	35	352
43 725	<u>175</u>	704
42 875	105	1760
<u>8506</u>	<u>1225</u>	1056
	35	<u>123904</u>
43725658	6125	352
43614208	3675	<u>247808</u>
reszta 111450	42875	619520
		371712
		<u>43614208</u>

Tu szukany pierwiastek będzie liczbą mającą więcéy niż iedną cyfrę, a zatém można go uważać za liczbę złożoną tylko z iedności i dziesiątków (dziesiątki albowiem mogą być wyrażone przez iedną albo kilka cyfr).

Lecz sześcian z dziesiątków daie przynajmniéy tysiące, a zatém znayduie się w części 43725, po lewéy ręce trzech ostatnich cyfr 658. Wyciągnawszy więc pierwiastek z naywiększego sześcianu, znayduiącego się w części 43725. otrzymamy liczbę zupełną dziesiątków szukanego pierwiastku. Jakoż, niech a , będzie pierwiastkiem części 43725. zbliżonym o iedność, to iest: niech między a^3 i $(a+1)^3$ będzie zawarta część 43725: a zatém 43725000. iest zawar-

te pomiędzy $a^3 \times 1000$. i $(a+1)^3 \times 1000$: a ponieważ te ostatnie dwie liczby różnią się pomiędzy sobą więcej iak o 1000, więc i liczba dana, to jest 43725658, iest zawarta między liczbami $a^3 \times 1000$ i $(a+1)^3 \times 1000$, a ięć pierwiastek pomiędzy $a \times 10$ i $(a+1) \times 10$: więc nakoniec szukany pierwiastek składa się z a dziesiątków, i z pewnéj liczby iedności mniejszėj od dziesięciu. Trzeba więc wyciągnąć pierwiastek sześcienny z 43725, lecz że ta liczba zawier, więcej niż 3 cyfry, więc ięć pierwiastek zawiera więcej niż iedną cyfrę, to iest: składać się będzie z dziesiątków i z iedności. Aby otrzymać dziesiątki, potrzeba oddzielić trzy ostatnie cyfry 725, i wyciągnąć pierwiastek z największego sześcianu zawartego w 43.

Naywiększy sześcian zawarty w 43 iest 27, a ięgo pierwiastek 3, ta więc cyfra oznacza dziesiątki pierwiastku z 43725, czyli cyfrę set pierwiastku z 43725658. Odiąwszy sześcian z 3, to iest 27 od 43, otrzymamy resztę 16, przy której dopiszemy cyfrę podziałki 725 i otrzymamy 167.

Zrobiwszy potrójny kwadrat z liczby 3, oznaczający dziesiątki, otrzymamy 27, potem dzieląc 167 przez 27; iloraz 6 będzie cyfrą iedności pierwiastku 43725, albo też cyfrą za wielką. Łatwo przewidzieć, że ta cyfra iest w rzeczy samėj za wielką, zobaczmy więc czy 5 nie iest liczbą szukaną, i dla tego podnieśmy 35 do sześcianu, otrzymamy 42875, liczba ta odjęta od 43725, da resztę 850; widocznie liczbę mięyszą od $3 \times (35)^2 + 3 \times 35 + 1$.

A zatem 35 iest pierwiastkiem największego sześcianu zawartego w 43725, czyli liczbą dziesiątków szukanego pierwiastku. Aby otrzymać iedności składowy obok reszty 850, cyfrę 6 z ostatniėj podział-

ki 658, i otrzymamy 8506: uczynimy potrójny kwadrat z dziesiątków 35, potem podzielmy 8506 przez ten potrójny kwadrat 3675, a otrzymamy iloraz 2, którego doświadczymy podnosząc 352 do sześciannu, co da liczbę 43614208 mnieyszą od daney, od której odjąwszy tamtą, zostanie reszta 111450. A tak 352 jest pierwiastkiem sześciennym z 43725658: zbliżonym o iedność.

Prawidło ogólne. *Aby wyciągnąć pierwiastek sześcienny z liczby całkowitey, potrzeba liczbę tę podzielić na podziałki, biorąc po 3 cyfry, począwszy od prawey ręki, dopóki nie otrzymamy ostatney podziałki, z iedną, z dwiema, lub z trzema cyframi, (liczba podziałek równa się liczbie cyfr w pierwiastku,) wyciągnąć potem pierwiastek z największego sześciannu, zawartego w pierwszey podziałce od lewey ręki, ten sześciann odjąć od pierwszey podziałki, obok téy reszty złożyć pierwszą cyfrę drugiey podziałki, a liczbę takową podzielić przez potrójny kwadrat z otrzymaney cyfry pierwiastku: wypadły iloraz napisać po prawey stronie téy cyfry, liczbę z tych dwóch cyfr złożoną podnieść do sześciannu; jeżeli ten sześciann będzie większy od liczby składaiący się z dwóch pierwszych podziałek, natenczas zmięyszyć iloraz iedną albo kilką iednościami, dopóki nie otrzymamy takiego sześciannu, któryby mógł być odjęty od liczby stanowiącey dwie podziałki: po odbytem odejmowaniu złożyć obok reszty po prawey stronie iedną z cyfr trzeciéy podziałki; potem podzielić liczbę tak utworzoną przez podwójny kwadrat zbioru dwóch cyfr już znalezionych, iloraz jeżeli nie jest za wielki, ma być taki, aby napisawszy go po prawey stronie dwóch pierwszych cyfr pierwiastku, i podniósłszy liczbę stąd wypadaiącą do*

sześciannu, dał się odjąć od zbioru trzech pierwszych podziałek; nareszcie odbywszy to nowe odejmowanie, składam pierwszą cyfrę czwartęj podziałki, i dalej podobne odbywam działania, dopóki wszystkie podziałki złożone nie będą.

Oto przykłady dla wprawy:

$$\sqrt[3]{483249} = 78 \text{ z resztą } 8697.$$

$$\sqrt[3]{91632508641} = 4508 \text{ z resztą } 20644129.$$

$$\sqrt[3]{32977340218432} = 32068.$$

156. *Wyciąganie pierwiastku stopnia N z liczby całkowitej.*

Sposób wyciągania z liczby daney całkowitej pierwiastku stopnia wyższego nad trzeci, jest oparty, równie iak stopni 2. i 3. na formule Newtona; za pomocą której rozwiamy potęgę dwumianu: to jest: na formule

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + n\left(\frac{n-1}{2}\right)a^{n-2}b^2 \\ + n\left(\frac{n-1}{2}\right)\left(\frac{n-2}{3}\right)a^{n-3}b^3 + \text{i t. d.}$$

w założeniu iż $(a+b)^n$ jest ważnością daney liczby złożoney z dwóch części, to jest dziesiątków a , i iedności b . I tak biorąc następnie $n=4$, $n=5$; $n=6$; formuły za pomocą których będziemy mogli z daney liczby wyciągnąć pierwiastek stopnia 4. 5. 6. i t. d. są:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a+b)^6 = 6a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 \\ + 6ab^5 + b^6.$$

Gdy zatem liczba dana jest złożona z liczby cyfr większej od stopnia pierwiastku, dzieli się ona na-przód na podziałki; poczynając od prawej ręki i biorąc na jedną podziałkę tyle cyfr, ile ma iedności dany stopień, a dalej postępuje się w wyciąganiu pierwiastku stopnia wyższego nad trzeci, podobnie, iak postępowaliśmy w wyciąganiu pierwiastku stopnia trzeciego, z tém zastrzeżeniem, iż tu ściśle trzymać się trzeba właściwéj na daną potęgę formuły, która będzie przewodnikiem działania.

157. Gdy stopień pierwiastku szukanego iest liczbą wielokrotną dwóch, lub kilku innych, iak np: 4, 6, naówczas: można otrzymać pierwiastek przez następne wyciąganie pierwiastków stopni niższych.

Jest bowiem np:

$$(a^3)^4 = a^3 \times a^3 \times a^3 \times a^3 = a^{3+3+3+3} = a^3 \times 4 = a^{12},$$

a w ogólności

$$(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times a^m \dots a^m \times^n).$$

A zatem, n ta potęga m téj potęgi liczby, równa się m ntéj potędze téżé liczby.

Wzajemnie, pierwiastek m nty liczby iakiéykolwiek, równa się pierwiastkowi n temu z pierwiastku m go téżé liczby; czyli algebricznie.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}.$$

$$\text{Jakoż niech będzie } \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = a';$$

Obie strony podnieśmy do n téj potęgi; otrzy-

$$\text{mamy } \dots \dots \dots \sqrt[n]{a} = a'^n,$$

(Albowiem podług definicyi pierwiastku (ust: 2) mamy $(\sqrt[n]{K})^n = K$).

Obie strony jeszcze podnieśmy do m tej potęgi, otrzymamy $a = (a^n)^m = a^{mn}$.

Z obu stron wyciągnąwszy mn tej potęgi pierwiastek; będzie . . . $\sqrt[nm]{a} = a'$,

a że $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = a'$, więc $\sqrt[n]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$.

Podług tego pravidła otrzymamy:

$$\sqrt[4]{256} = \sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt{16} = 4.$$

$$\sqrt[6]{2985984} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{2985984}} = \sqrt[3]{1728} = 12$$

$$\sqrt[8]{1679616} = \sqrt[4]{\sqrt[4]{1679616}} = \sqrt[4]{1296} = 6.$$

Uważamy iż dla ułatwienia działania, poczynać trzeba od wyciągania pierwiastku stopnia najniższego.

Wyciąganie pierwiastków przez przybliżenie.

158. Gdy liczba całkowita, której szukamy pierwiastku n tej potęgi, nie jest *zupełną potęgą*, sposób pod (ust: 156.) daie tylko część całkowitą, czyli pierwiastek zbliżony o jedność. Co do ułomku, który powinien dopełnić ten pierwiastek, takowego zupełnie otrzymać nie można. Bo ponieważ

n ta potęga liczby ułomkowej nieprzywiedlnéy $\frac{a}{b}$, jest

$\frac{a^n}{b^n}$ więc ta nowa liczba nie może być obróconą na całkowitą.

Lecz

Lecz można wyznaczyć pierwiastek tyle przybliżony do prawdziwego, ile zechcemy.

Daymy na to, że mamy wyciągnąć pierwiastek n téj potęgi, z liczby całkowitéj a , zbliżony o ułomek $\frac{1}{p}$ to jest: tak, ażeby błąd popełniony mniejszy był od $\frac{1}{p}$. Uważamy, że a może być wyrażone tak $\frac{a \times p^n}{p^n}$; oznaczywszy przez r pierwiastek z ap^n ,

zbliżony o jedność, liczba $\frac{a \times p^n}{p^n}$, czyli a , zawarta będzie między $\frac{r^n}{p^n}$ i $\frac{(r+1)^n}{p^n}$; a zatem także $\sqrt[n]{a}$, jest zawarty między pierwiastkami, tych dwóch ostatnich liczb, to jest między $\frac{r}{p}$ i $\frac{r+1}{p}$. A zatem

nakoniec $\frac{r}{p}$ jest szukany pierwiastkiem zbliżonym o ułomek $\frac{1}{p}$.

Prawidło ogólne. Aby wyciągnąć pierwiastek n téj potęgi z liczby całkowitéj, zbliżony o $\frac{1}{p}$, trzeba pomnożyć liczbę przez p^n , z tego iloczynu wyciągnąć pierwiastek n tego stopnia, zbliżony o jedność, potem wypadek podzielić przez p .

159. Niech $\frac{a}{b}$ będzie ułamkiem lub liczbą ułomkową, z której mamy wyciągnąć pierwiastek n tego stopnia.

Pomnożmy licznik i mianownik ułamku przez b^n i otrzymamy $\frac{a}{b} = \frac{ab^{n-1}}{b^n}$. Niech r będzie pierwiastek n -go stopnia z ab^{n-1} zbliżony o jedność, $\frac{ab^{n-1}}{b^n}$ czyli $\frac{a}{b}$ jest zawarte pomiędzy $\frac{r^n}{b^n}$ i $\frac{(r+1)^n}{b^n}$; więc $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ jest także zawarte pomiędzy $\frac{r}{b}$ i $\frac{(r+1)}{b}$.

A zatem, uczyniwszy mianownik ułamku zupełną n -tą potęgą trzeba z licznika wyciągnąć pierwiastek n -go stopnia zbliżony o jedność, potem podzielić wypadek przez pierwiastek nowego mianownika.

Chcąc otrzymać pierwiastek bardziej zbliżony niż o $\frac{1}{b}$, wyciągniemy pierwiastek z ab^{n-1} , zbliżony o jakikolwiek ułomek $\frac{1}{p}$: niech $r' + \frac{m}{p}$ będzie ta-

kowym pierwiastkiem, a zatem $r' + \frac{m}{p}$ oznaczać będzie pierwiastek szukany, zbliżony o ułomek $\frac{1}{pb}$.

Takie są *prawa* dla na wyciąganie pierwiastków przez przybliżenie: zastosujemy je do wyciągania pierwiastku sześciennego, ponieważ ten przypadek nayeściej zachodzi.

160. Wyciągnąć pierwiastek sześcienny z 15, zbliżony o $\frac{1}{12}$.

Mamy $15 \times 12^3 = 15 \times 1728 = 25920$. Aż pierwiastek sześcienny zbliżony o jedność jest 29, więc pierwiastek szukany jest $\frac{29}{12}$ czyli $2\frac{5}{12}$ (obacz ustę: 158).

Wyciągnąć pierwiastek sześcienny z 47 zbliżony o $\frac{1}{20}$.

Mamy $47 \times 20^3 = 47 \times 8000 = 376000$. Aż pierwiastek sześcienny 376000. zbliżony o jedność jest 72; więc $\sqrt[3]{47} = \frac{72}{20} = 3\frac{12}{20}$, zbliżony o $\frac{1}{20}$,

Znaleźć wartość $\sqrt[3]{25}$, zbliżoną o 0,001.

Pomnożmy 25 przez sześcienną z 1000, czyli przez 1,000,000,000 i otrzymamy 25,000,000,000. A że pierwiastek sześcienny z tej liczby jest 2920; więc $\sqrt[3]{25} = 2.920$, zbliżony o 0,001. (zobacz ust: 158)

W ogólności, aby wyciągnąć pierwiastek sześcienny z liczby całkowitej, zbliżony o pewny ułomek dziesiętny, potrzeba dodać trzy razy tyle zer po prawej stronie liczby, ile chcemy mieć cyfr dziesiętnych w pierwiastku: potem wyciągnąć pierwiastek z tej nowej liczby zbliżony o jedność, i odzielić od prawej strony tego pierwiastku, żadaną liczbę cyfr dziesiętnych.

161. Wyciągnąć pierwiastek sześcienny z liczby dziesiętnej na przykład z 3,1415.

Ponieważ mianownik 10000 tego ułamku nie jest zupełnym sześciannem, potrzeba go dopełnić mnożąc przez 100, to jest dodawszy po prawej stronie ułamku dwa zera, otrzymamy 3,141500: potem wycią-

gnąć pierwiastek sześcienny z 3141500. to jest, z liczby nieiako całkowitej, opuszczając przecinek, przybliżony o jedność: otrzymamy 146, *potém podzielić*

wypadek przez 100, czyli przez $\sqrt[3]{1000000}$ a otrzymamy $\sqrt[3]{3,1415} = 1,46$ zbliżony o 0,01.

Chcąc większego przybliżenia, przydamy trzy razy tyle więcej zer do tej liczby, ile więcej zechcemy cyfr dziesiętnych w pierwiastku.

Aby wyciągnąć pierwiastek sześcienny z ułamku zwyczajnego, zbliżony o ułomek dziesiętny, sposób najprostszy polega na tém; aby zamienić liczbę daną na ułomek dziesiętny, i dotąd odbywać działanie, dopóki nie otrzymamy 3 razy tyle cyfr dziesiętnych, ile ich chcemy dla pierwiastku.

W tym razie wyciąga się pierwiastek sześcienny z ułamku dziesiętnego.

162. Wyciągnąć pierwiastek szóstey potęgi z 23 zbliżony o 0,01.

Stosując do tego przykładu prawo pod ustę 158, potrzeba rozmnożyć 23 przez 100^6 , czyli dodać 12 zer po prawej stronie 23, z liczby otrzymanej wyciągnąć pierwiastek szóstey potęgi zbliżony o jedność, i podzielić ten pierwiastek przez 100, czyli odciąć dwie cyfry dziesiętne od prawej ręki.

$$\text{Aże (ustęp 157) } \sqrt[6]{23 \times (100)^6} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{23 \times (100)^6}};$$

więc ażeby wyciągnąć pierwiastek kwadratowy z $23 \times (100)^6$, zbliżony o jedność, należy wyciągnąć pierwiastek sześcienny z tego wypadku, potem ten nowy wypadek podzielić przez 100, czyli odciąć dwie cyfry dziesiętne od prawej ręki.

Tym sposobem otrzymamy $\sqrt[6]{23} = 1,68$ zbliżony o 0,01.

Dla wprawy podają się następujące przykłady:

$$\sqrt[3]{473} \text{ zbliżony o } \frac{1}{20} = \frac{155}{20};$$

$$\sqrt[3]{79} \text{ zbliżony o } 0,0001 = 4,2908.$$

$$\sqrt[6]{13}, \text{ zbliżony o } 0,01 = 1,53.$$

$$\sqrt[3]{3,00415} \text{ zbliżony } 0,0001 = 1,4429.$$

$$\sqrt[3]{0,00101} \text{ zbliżony } 0,01 = 0,10.$$

$$\sqrt[2]{\frac{14}{25}} \text{ zbliżony } 0,001 = 0,824.$$

§ III. Formowanie potęg i wyciąganie pierwiastków z ilości algebraicznych.

Rachunek ilości pierwiastkowych.

Uważamy naprzód ilości iednomianowe.

163. Aby $2a^3b^2$ podnieść do piątej potęgi (mamy ust:2)
 $(2a^3b^2)^5 = 2a^3b^2 \times 2a^3b^2 \times 2a^3b^2 \times 2a^3b^2 \times 2a^3b^2.$

Skąd widzimy naprzód: że spółczynnik dwa, 4 razy powinien być mnożony przez siebie, czyli ma być podniesiony do 5ej potęgi.

2re. Każdy z wykładników głosek powinien być powtórzony razy 5, czyli rozmnożony przez 5.

A zatem $(2a^3b^2)^5 = 2^5 \cdot a^{3 \times 5} b^{2 \times 5} = 32a^{15}b^{10}.$

Podobnież $(8a^2b^3c)^3 = 8^3 \cdot a^{2 \times 3} b^{3 \times 3} c^3 = 512a^6b^9c^3.$