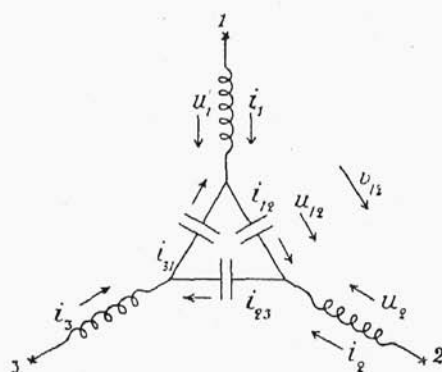


97. -- Trójfazowe sinusoidalnie zmienne różnice potencjałów, o $f=100$ okresom na sekundę, i wartości czynnej $V=100$ woltom, działają na początki trzech przewodników, o oporze omicznym $R=10$ omom, i współczynniku samoindukcji $\mathcal{L}=1$ henry. Drugie końce przewodników są połączone w trójkąt za pośrednictwem trzech kondensatorów o pojemności $C=1$ mikrofaradowi. Wyznaczyć czynne natężenia prądów w kondensatorach i zsuniecie faz tych prądów względem działających różnic potencjałów.

Oznaczmy przez i_1, i_2, i_3 natężenia chwilowe w trzech przewodnikach indukcyjnych, oraz przez i_{12}, i_{23}, i_{31} także natężenia w trzech kondensatorach.

Uważajmy te wielkości za dodatnie, gdy są skierowane w kierunku strzałek wskazanych na rys. 86.



Rys. 86.

Na skutek symetrii, prądy i_{12}, i_{23}, i_{31} mają jednakowe wartości czynne i są jednakowo zsunięte w fazie względem różnic potencjałów, działających na końcówki układu. Poszukiwania nasze mogą więc być skierowane w kierunku znalezienia jednego z nich.

Wykreślmy (rys. 87) trzy równe wektory $OI_{12}, OI_{23}, OI_{31}$, tworzące między sobą kąty 120° , a wyobrażające nasze prądy, których natężenia czynne wyrażone w amperach oznaczmy przez I .

Ponieważ z pierwszego prawa Kirchhoffa

$$i_1 = i_{12} - i_{31}$$

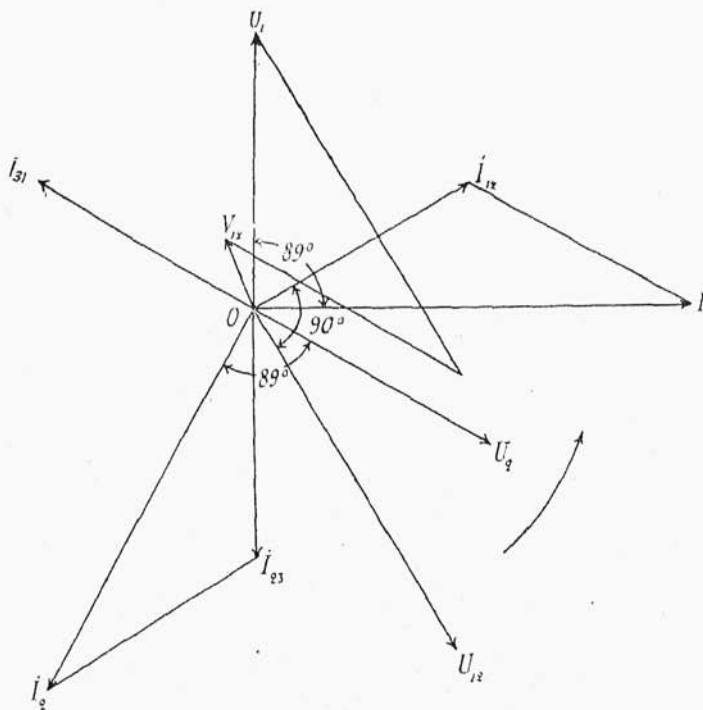
$$i_2 = i_{23} - i_{12}$$

więc prowadząc proste $I_{12}I_1$ oraz $I_{23}I_2$, równe, równoległe lecz przeciwnego kierunku niż wektory OI_{31} oraz OI_{12} , otrzymamy wektory OI_1 oraz OI_2 prądów i_1 oraz i_2 , których natężenia czynne posiadają wartość $2I \cos 30^\circ = 1,73I$ ampera.

Różnice potencjałów na zbrojach kondensatorów spóźniają

się o $\frac{\pi}{2}$ względem prądów przez nie przechodzących, a ich wartości czynne

$$\frac{I}{2\pi fC} = \frac{I}{2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 1590 I \text{ woltom.}$$



Rys 87.

Niech wektor OU_{12} , określonej długości i prostopadły do OI_{12} , oznacza różnicę potencjałów, wartości chwilowej u_{12} , wywołującą prąd i_{12} .

Spadki napięcia w przewodnikach odpowiadają pozornemu oporowi $\sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} = \sqrt{10^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 1)^2} = 628$ omom, posiadają więc wartości czynne $1,73 I \cdot 628 = 1087 I$ woltom, i wyprzedzają w fazie prąd je wywołujący. Zsuniecie to mierzy się kątem, którego tangens jest równy $\frac{2\pi fL}{R} = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot \frac{1}{10} = 62,8$ t. j. około 89° .

Oznaczmy teraz przez u_1 i u_2 wartości chwilowe spadków napięcia spowodowanych przejściem prądów i_1 oraz i_2 , i wykreślmy wektory OU_1 i OU_2 tych spadków w podziałce przyjętej przy wykreślaniu wektora u_{12} .

Wartość chwilowa v_{12} różnicy potencjałów między końcówkami 1 i 2 układu rozpatrywanego, czyni zadość równaniu

$$v_{12} = u_1 + u_{12} - u_2.$$

Jeżeli z końca wektora OU_1 , przeprowadzimy odcinek równoległy do wektora OU_{12} , tej samej co i on długości i kierunku, a z jego końca równoległy do wektora OU_2 , długości równej, lecz skierowany przeciwnie, wówczas prosta OV_{12} , łącząca początek wykresu (punkt O) z końcem drugiego odcinka, jest wektorem różnicy potencjałów v_{12} , której wartość czynna wynosi 100 volt.

Ze stosunku n długości wektorów OU_{12} i OV_{12} wyznaczamy przy pomocy równania $I = n \frac{100}{1590}$ amp., wartość czynną prądu i_{12} jako równą 0,34 ampera.

Z drugiej strony, nachylenie wzajemne wektorów OI_{12} i OV_{12} , daje nam opóźnianie się prądu i_{12} względem różnicy potencjałów v_{12} wynoszące $\frac{84}{360}$ okresu.

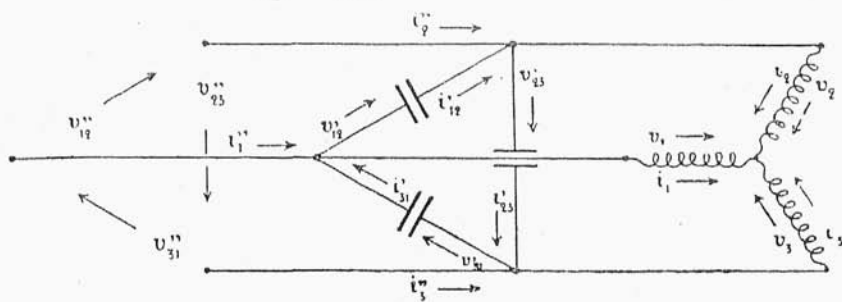
98. — Odbieracz indukcyjny, trójfazowy, połączony w gwiazdę symetryczną, pobiera średnio moc $P = 10$ MK przy różnicy potencjałów o wartości czynnej $V = 1500$ voltom na końcówkach, i współczynniku mocy $A = 0,8$. Trzy przewodniki zasilające o oporze omicznym każdy $2R = 150$ omom; po środku przyłączone są do nich w trójkąt trzy kondensatory o pojemności $C = 3$ mikrofaram. Wyznaczyć wartość czynną różnicy potencjałów na końcówkach generatora w założeniu, że mamy do czynienia z funkcjami sinusoidalnymi o $f = 100$ okresom na sekundę.

Oznaczmy literami i strzałkami rysunku 88 wartości chwilowe i kierunki dodatnie, różnic potencjałów i natężeń prądu różnych części układu. Na skutek symetrii odpowiadające sobie wartości czynne i zsunęcia faz są równe.

Oznaczmy przez φ kąt fazy odpowiadającej współczynnikowi mocy A , tak iż $\cos \varphi = 0,8$.

Wartość czynna różnic potencjałów v_1, v_2, v_3 , wynosi

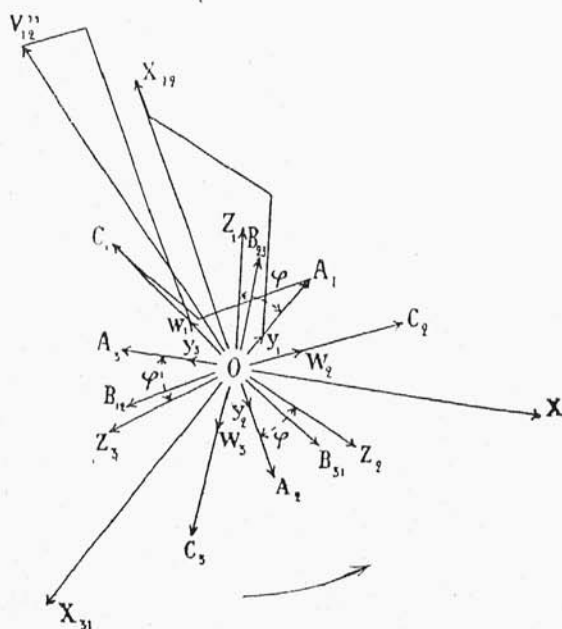
$$\frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{1500}{1,73} = 866 \text{ woltom,}$$



Rys. 88.

zaś natężeń prądów i_1, i_2, i_3

$$\frac{P}{\sqrt{3} V \cos \varphi} = \frac{10 \cdot 736}{1,73 \cdot 1500 \cdot 0,8} = 3,55 \text{ amperom.}$$



Rys. 89.

Obierając odcinki a i b dla oznaczenia 1 wolta i 1 ampera, możemy wykreślić (rys. 89) trzy wektory OZ_1, OZ_2, OZ_3 , two-

rzące między sobą kąty równe 120° , a długości równej $866 a$, wyobrażające różnice potencjałów v_1, v_2, v_3 . Trzy zaś wektory OA_1, OA_2, OA_3 długości $3,55 b$ każdy, cofnięte względem pierwszych o kąt $\varphi = 37^\circ$, wyobrażają natężenia prądów i_1, i_2, i_3 .

Spadkom napięć $i_1 R, i_2 R, i_3 R$ w połowach przewodników łączących od strony odbieracza, odpowiadają wektory OY_1, OY_2, OY_3 , których długości są równe $(3,55 \cdot 75) a = 266 a$.

Następujące sumy

$$v'_{12} = i_1 R + v_1 - v_2 - i_2 R$$

$$v'_{23} = i_2 R + v_2 - v_3 - i_3 R$$

$$v'_{31} = i_3 R + v_3 - v_1 - i_1 R$$

posłużą do wyznaczenia wektorów $OX_{12}, OX_{23}, OX_{31}$ różnic potencjałów $v'_{12}, v'_{23}, v'_{31}$. Długość tych wektorów, podzielona przez a , daje nam wartość czynną V' równą 1885 woltom.

Prądy $i'_{12}, i'_{23}, i'_{31}$, których natężenia czynne są równe $2\pi f CV' = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1885 = 3,55 \text{ amp.}$, i wyprzedzają

w fazie o $\frac{\pi}{2}$ różnice potencjałów, przedstawimy przy pomocy wektorów $OB_{12}, OB_{23}, OB_{31}$, prostopadłych do kierunków $OX_{12}, OX_{23}, OX_{31}$, przy długościach równych $3,55 b$.

Podzielone przez b , długości wektorów OC_1, OC_2, OC_3 otrzymanych dla prądów i''_1, i''_2, i''_3 z równań

$$i''_1 = i_1 + i'_{12} - i'_{31}$$

$$i''_2 = i_2 + i'_{23} - i'_{12}$$

$$i''_3 = i_3 + i'_{31} - i'_{23}$$

dadzą nam natężenia czynne równe 5,45 amperom, te zaś pozwolą znaleźć wartości czynne $(5,45 \cdot 75 = 408 \text{ woltom})$ spadków napięcia $i''_1 R, i''_2 R, i''_3 R$ w połowie przewodników przylegającej do generatora. Wektory OW_1, OW_2, OW_3 tych spadków napięć posiadają więc długości $408 a$.

Wykresy geometryczne wynikające z równań

$$v''_{12} = i''_1 R + v'_{12} - i''_2 R$$

$$v''_{23} = i''_2 R + v'_{23} - i''_3 R$$

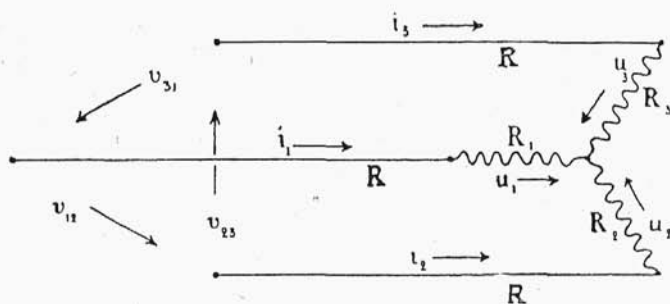
$$v''_{31} = i''_3 R + v'_{31} - i''_1 R$$

dadzą nam ostatecznie różnice potencjałów $v''_{12}, v''_{23}, v''_{31}$. Wykreślając, na przykład, wektor OV''_{12} wielkości v''_{12} , i dzieląc go

przez a , znajdziemy wartość czynną różnicy potencjałów na końcówkach generatora równą 2360 woltom.

99. — Trzy obwody bezindukcyjne, jednakowe są połączone w gwiazdę i przyłączone do przewodników też bezindukcyjnych, każdy o oporze omicznym równym dziesiątej części oporu jednego ramienia gwiazdy. Na drugie końce tych przewodników działają trzy sinusoidalnie zmienne różnice potencjałów, różniące się w fazach o trzecią część okresu, których wartości czynne są równe i stałe. Jakiej zmianie ulegną różnice potencjałów, którym podlegają poszczególne ramiona gwiazdy, jeżeli opór jednego z nich zwiększy się o 20%?

Oznaczmy (rys. 90) przez i_1, i_2, i_3 wartości chwilowe prądów; przez u_1, u_2, u_3 różnic potencjałów na końcówkach ramion



Rys. 90.

gwiazdy odbieracza, których opory są R_1, R_2, R_3 ; przez v_{12}, v_{23}, v_{31} wartości chwilowe różnic potencjałów na początku przewodników zasilających o oporze R . Wskażmy strzałkami kierunki przyjęte za dodatnie, rozważanych wielkości okresowo zmiennych.

Posiadamy zależności

$$v_{12} = i_1 (R_1 + R) - i_2 (R_2 + R)$$

$$v_{23} = i_2 (R_2 + R) - i_3 (R_3 + R)$$

$$v_{31} = i_3 (R_3 + R) - i_1 (R_1 + R)$$

oraz

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Jeżeli w ostatnim równaniu zastąpimy i_2 oraz i_3 przez ich

wartości wyrażone w funkcji i_1 , wzięte z pierwszego i trzeciego, i jeżeli założymy

$$(R_1 + R)(R_2 + R) + (R_2 + R)(R_3 + R) + (R_3 + R)(R_1 + R) = N,$$

to otrzymamy

$$i_1 = v_{12} \frac{R_3 + R}{N} - v_{31} \frac{R_2 + R}{N}.$$

Podobnie

$$i_2 = v_{23} \frac{R_1 + R}{N} - v_{12} \frac{R_3 + R}{N}$$

$$i_3 = v_{31} \frac{R_2 + R}{N} - v_{23} \frac{R_1 + R}{N}.$$

Z tego

$$u_1 = i_1 R_1 = v_{12} \frac{R_3 + R}{N} R_1 - v_{31} \frac{R_2 + R}{N} R_1$$

$$u_2 = i_2 R_2 = v_{23} \frac{R_1 + R}{N} R_2 - v_{12} \frac{R_3 + R}{N} R_2$$

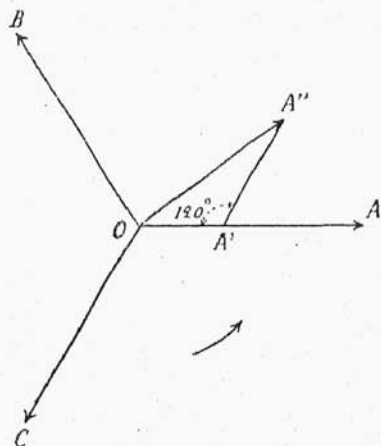
$$u_3 = i_3 R_3 = v_{31} \frac{R_2 + R}{N} R_3 - v_{23} \frac{R_1 + R}{N} R_3$$

Przedstawmy na wykresie (rys. 91) różnice potencjałów v_{12} , v_{23} , v_{31} wartości czynnej równej V , przez trzy wektory OA , OB , OC , jednakowej długości i tworzące między sobą kąt równy 120° .

Tak jak dotąd, jeżeli wzdłuż OA odłożymy długość OA' proporcjonalną do $\frac{V(R_3 + R) R_1}{N}$

i jeżeli poprowadzimy równoległe do OC lecz w kierunku przeciwnym prostą $A'A''$ długości proporcjonalnej do $\frac{V(R_2 + R) R_1}{N}$,

wówczas otrzymamy wartość czynną U_1 różnicy potencjałów u_1 , wyrażoną przez wektor OA'' . Rozważając trójkąt $OA'A''$, możemy napisać



Rys. 91.

$$U_1^2 = \left(V \frac{R_2 + R}{N} R_1 \right)^2 + \left(V \frac{R_3 + R}{N} R_1 \right)^2 - \\ - 2 \left(V \frac{R_2 + R}{N} R_1 \right) \left(V \frac{R_3 + R}{N} R_1 \right) \cos 120^\circ$$

lub

$$U_1 = V \frac{R_1}{N} \sqrt{(R_2 + R)^2 + (R_3 + R)^2 + (R_2 + R)(R_3 + R)},$$

Podobnie

$$U_2 = V \frac{R_2}{N} \sqrt{(R_3 + R)^2 + (R_1 + R)^2 + (R_3 + R)(R_1 + R)},$$

$$U_3 = V \frac{R_3}{N} \sqrt{(R_1 + R)^2 + (R_2 + R)^2 + (R_1 + R)(R_2 + R)}.$$

Gdy $R_1 = R_2 = R_3 = R'$ oraz $R = n R'$,

tedy

$$U_1 = U_2 = U_3 = \frac{1}{\sqrt{3}(1+n)} V.$$

Ponieważ $R_1 = m R'$; $R_2 = R_3 = R'$ oraz $R = n R'$,

to

$$U_1 = \frac{\sqrt{3} m}{1 + 2m + 3n} V,$$

zaś

$$U_2 = U_3 = \frac{\sqrt{(1+n)^2 + (1+n)(m+n) + (m+n)^2}}{(1+n)(1+2m+3n)} V.$$

Kładąc $n = 0,1$ a $m = 1,25$, znajdziemy dla pierwszego wypadku

$$U_1 = U_2 = U_3 = \frac{1}{\sqrt{3}(1+0,1)} V = 0,525 V,$$

dla drugiego wypadku

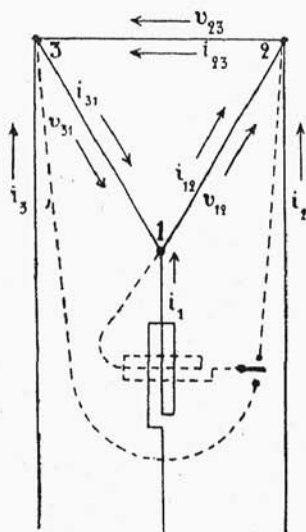
$$U_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot 1,25}{1 + 2 \cdot 1,25 + 3 \cdot 0,1} V = 0,57 V,$$

$$U_2 = U_3 = \frac{\sqrt{(1+0,1)^2 + (1+0,1)(1,25+0,1) + (1,25+0,1)^2}}{(1+0,1)(1+2 \cdot 1,25+3 \cdot 0,1)} V = 0,508 V.$$

Zwiększając więc opór jednego ramienia połączenia gwiazdowego odbieracza o 25%, zwiększymy o $\frac{(0,57 - 0,525)}{0,525}$ czyli o 8,58% czynną różnicę potencjałów, na końcówkach tego ramie-

nia, oraz zmniejszymy o $\frac{(0,525 - 0,508)}{0,525}$ czyli o 3,24% różnicę potencjałów na końcówkach dwóch innych ramion.

100. — Zwojnica prądowa watmierz jest włączoną w jeden z przewodników zasilających odbieracz prądu trójfazowego, symetryczny i połączony w trójkąt. Jedna z końcówek zwojnicy napięciowej jest przyłączoną do tej samej końcówki odbieracza. Przyrząd wskazuje przez odchylenia w jednym kierunku, 8380 watów lub 2245 watów, zależnie od tego, do której z dwóch pozostałych końcówek odbieracza przyłączono drugi koniec zwojnicy napięciowej (rys. 92). Jaki jest współczynnik mocy odbieracza? Napięcia i natężenia prądów są wielkościami sinusoidalnie zmiennymi.



Rys. 92.

Oznaczmy chwilowe natężenia prądów w przewodnikach zasilających i_1, i_2, i_3 ; przez i_{12}, i_{23}, i_{31} natężenia w bokach połączenia trójkątnego; przez v_{12}, v_{23}, v_{31} różnice potencjałów na końcówkach odbieracza; kierunki dodatnie są wskazane na rysunku 92.

Prądy trójfazowe i_{12}, i_{23}, i_{31} mogą być wyobrażone (rys. 93) przez trzy równe wektory $OI_{12}, OI_{23}, OI_{31}$, tworzące między sobą kąty równe 120° .

Różnice potencjałów v_{12}, v_{23}, v_{31} są więc wyrażone przy pomocy wektorów $OV_{12}, OV_{23}, OV_{31}$, długości proporcjonalnej do ich wspólnej wartości czynnej V i tworzących z wektorami prądu kąt φ (np. w kierunku dodatnim), którego cosinus jest właśnie szukany współczynnikiem mocy.

Z pierwszego prawa Kirchhoffa mamy,

$$i_1 = i_{12} - i_{31},$$

wektor więc, prądu przechodzącego przez zwojnicę grubego drutu watmierz jest wypadkową OI_1 wektora OI_{12} oraz $I_{12} I_1$ równego,

oraz

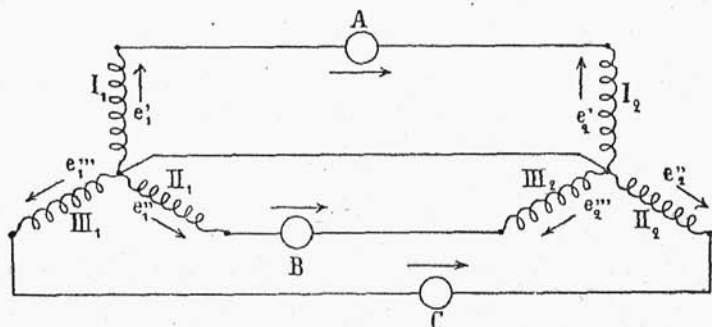
$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{W_2 + W_3}{2\sqrt{W_2^2 + W_3^2 - W_2 W_3}}.$$

Kładąc $W_2 = 8380$ watom, $W_3 = 2245$ watom, otrzymamy

$$\cos \varphi = \frac{8380 + 2245}{2 \cdot \sqrt{8380^2 + 2245^2 - 8380 \cdot 2245}} = 0,707.$$

Gdy obydwa wychylenia watmierz są w różnych kierunkach, należy mniejszy odczyt oznaczyć znakiem (—), przy wstawianiu w wyrażenie na współczynnik mocy.

101. — Końcówki dwóch jednakowych alternatorów dwubiegunowych, nawiniętych w gwiazdę, są połączone między sobą parami przez trzy jednakowe lampki żarowe A , B i C , jak to wskazuje rys. 94, na którym nawinięcia odpowiadające sobie są ozna-



Rys. 94.

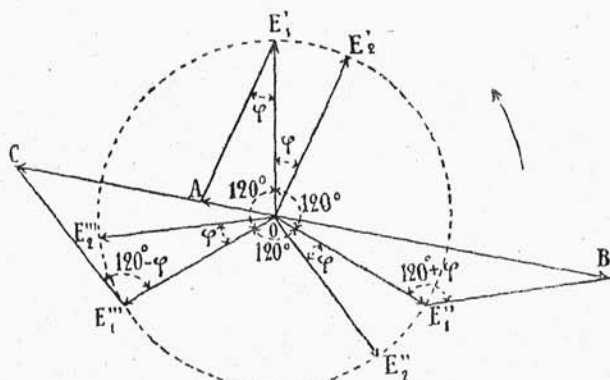
zione jednakowymi cyframi rzymskimi, zaopatrzonemi w znaczki 1 i 2. Środki połączeń gwiazdnych doprowadzono do wspólnego potencjału przez połączenie ich przewodnikiem. Mając do czynienia z wielkościami sinusoidalnie zmiennymi, znaleźć natężenia czynne prądów zasilających lampki, jeżeli rotory przesunięto na wspólnym wale w ten sposób, że tworzą między odpowiadającymi sobie częściami wychylenia katowe, wynoszące kolejno 0° , 60° , 120° , 180° , 240° , 300° i 360° ?

Połączenie ekwipotencyjne punktów zerowych nawinięcia gwiazdowego, sprowadza układ do trzech oddzielnych obwodów (o jednakowych oporach omicznych i indukcyjnych), z których

każdy jest utworzony z żarówki i dwóch z nią połączonych uzwojeń. Prądy przechodzące przez lampki, mają więc jednakowe zależności między wartością czynną i fazą, jak i wypadkowe wytwarzających je sił elektromotorycznych. Wystarczy więc znaleźć zmiany, jakim podlegają wypadkowe przy różnych wzajemnych położeniach rotorów na wale.

Oznaczmy, jak to wskazano na rys. 94, wartości chwilowe i kierunki dodatnie sił elektromotorycznych składowych (i niechaj E oznacza czynną wspólną ich wartość) różniących się w każdym tworniku w fazie o $\frac{2\pi}{3}$, a w odpowiadających sobie ramionach gwiazd obydwóch alternatorów różnią się w fazie o czas zależny od odchylenia katowego φ rotorów.

Przedstawmy wykreślnie (rys. 95) siły elektromotoryczne e_1', e_1'', e_1''' oraz e_2', e_2'', e_2''' przez wektory OE_1', OE_1'', OE_1'''



Rys. 95.

oraz OE_2', OE_2'', OE_2''' , zakładając, że twornik oznaczony cyfrą 2 spóźnia się względem drugiego (w stosunku do kierunku obrotu).

Jeżeli e_a, e_b, e_c są wartościami chwilowymi sił elektromotorycznych wypadkowych, będących przyczyną prądów w lampkach A, B, C , liczonych dodatnio w kierunku strzałek postawionych obok lampek, wówczas

$$\begin{aligned} e_a &= e_1' - e_2' \\ e_b &= e_1'' - e_2'' \\ e_c &= e_1''' - e_2''' \end{aligned}$$

Prowadząc więc odcinki $E_1'A, E_1''B, E_1'''C$, odpowiednio

równe i równoległe do OE_2' , OE_2''' , OE_2'' , otrzymamy wektory OA , OB , OC sił elektromotorycznych wypadkowych.

Wykres wskazuje, że ich wartości czynne E_a , E_b , E_c (wyrażone długościami wektorów znalezionych, lub prościej odcinkami $E_2'E_1'$, $E_2'''E_1''$, $E_2''E_1'''$), czynią zadość równaniom

$$E_a = 2E \sin \frac{\varphi}{2},$$

$$E_b = 2E \sin \left(60^\circ + \frac{\varphi}{2} \right),$$

$$E_c = 2E \sin \left(60^\circ - \frac{\varphi}{2} \right),$$

ważnym dla każdego φ , fazy ich są zgodne lub wprost przeciwne, a więc zawsze wzdłuż jednej prostej.

Natężenia czynne prądów przechodzących przez żarówki A , B i C , odpowiadające przesunięciu φ rotorów (względnie tworników) umieszczonemu w pierwszej kolumnie tablicy poniższej, są więc proporcjonalne do wartości liczbowych $\sin \frac{\varphi}{2}$, $\sin \left(60^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$ oraz $\sin \left(60^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$, wpisanych odpowiednio w trzech innych kolumnach.

φ	A	B	C
0°	0	0,866	0,866
60°	0,500	1,000	0,500
120°	0,866	0,866	0
180°	1,000	0,500	0,500
240°	0,866	0	0,866
300°	0,500	0,500	1,000
360°	0	0,866	0,866.

Z tej tablicy wynika, że gdyby przesuwanie rotoru miało miejsce stale w jednym kierunku, podczas gdy maszyny byłyby w ruchu, każda z lampek zapalałaby się i gasła w sposób okresowo zmienny, trzy żarówki przechodziłyby kolejno przez największość natężenia światła, w ten sposób, że ustawione w wierzchołkach trójkąta równobocznego dałyby złudzenie obracającego się światła.

102. — Pierścień nie magnetyczny, którego oś kołowa posiada długość 150 cm, jest pokryty dwoma uzwojeniami o 250 nawinięciach każde, tworząc pętle średniej powierzchni przekroju 20 cm^2 . Opór całkowity równy 0,2 oma. Jaką czynną wartość winna mieć różnica potencjałów przyłączona do końcówek jednego z uzwojeń, aby mógł przez nie przechodzić prąd sinusoidalnie zmienny o amplitudzie równej 12 amperom, przy 100 okresach na sekundę, gdy drugie uzwojenie jest krótko zwarte.

Zaopatrzymy symbole w znaczki 1 lub 2, zależnie czy odnoszą się do pierwszego czy drugiego uzwojenia; oznaczmy przez \mathfrak{N} współczynnik wzajemnej indukcji obydwu uzwojeń i założmy $a = 2\pi f$, gdzie f jest częstotliwością wielkości okresowo zmiennych.

W chwili t , natężenie prądu pierwszej zwojnicy

$$i_1 = I_{01} \sin at$$

wywołuje przez indukcję elektromagnetyczną, w drugim uzwojeniu siłę elektromotoryczną

$$e_2 = - \mathfrak{N} \frac{di_1}{dt} = - a \mathfrak{N} I_{01} \cos at = - E_{02} \cos at.$$

Jeżeli oznaczmy przez \mathfrak{L}_2 i R_2 współczynnik samoindukcji i opór drugiego uzwojenia, odpowiadające natężenie prądu określi się równaniem

$$i_2 = \frac{e_2 - \mathfrak{L}_2 \frac{di_2}{dt}}{R_2},$$

z którego

$$i_2 = \frac{-E_{02} \cos (at - \varphi_2)}{\sqrt{R_2^2 + a^2 \mathfrak{L}_2^2}} = -I_{02} \cos (at - \varphi_2),$$

gdzie

$$\varphi_2 = \arctg \frac{a \mathfrak{L}_2}{R_2}.$$

Prąd i_2 wywołuje z kolei w pierwszym uzwojeniu siłę elektromotoryczną

$$e_1 = - \mathfrak{N} \frac{di_2}{dt} = - a \mathfrak{N} I_{02} \sin (at - \varphi_2) = -E_{01} \sin (at - \varphi_2).$$

Między wartościami chwilowymi i_1 oraz v_1 , prądu i różnicy

potencjałów należących do pierwszego uzwojenia, którego opór jest R_1 , a współczynnik samoindukcji \mathcal{L}_1 , istnieje zależność

$$i_1 = \frac{v_1 + e_1 - \mathcal{L}_1 \frac{di_1}{dt}}{R_1}$$

lub

$$v_1 = R_1 i_1 - e_1 + \mathcal{L}_1 \frac{di_1}{dt} =$$

$$= R_1 I_{01} \sin at + E_{01} \sin (at - \varphi_2) + a \mathcal{L}_1 I_{01} \cos at.$$

Ponieważ

$$R_1 I_{01} = 0,2 \cdot 12 = 2,4 \text{ woltom},$$

oznaczając przez l długość obwodu osi kołowej pierścienia, przez n_1 ilość zwoi pierwszego nawinięcia, przez n_2 drugiego, a przez s powierzchnię jednego zwoju, otrzymamy

$$\mathcal{M} = 4\pi \frac{n_1 n_2 s}{l}, \quad \mathcal{L}_1 = 4\pi \frac{n_1^2 s}{l}, \quad \mathcal{L}_2 = 4\pi \frac{n_2^2 s}{l},$$

$$E_{01} = a \mathcal{M} I_{02} = a \mathcal{M} \frac{E_{02}}{\sqrt{R_2^2 + a^2 \mathcal{L}_2^2}} = a \mathcal{M} \frac{a \mathcal{M} I_{01}}{\sqrt{R_2^2 + a^2 \mathcal{L}_2^2}} =$$

$$= \frac{64 \pi^4 f^2 n_1^2 n_2^2 s^2 I_{01}}{l^2 \sqrt{R_2^2 + \frac{64 \pi^4 f^2 n_2^4 s^2}{l^2}}} =$$

$$= \frac{64 \cdot 3,14^4 \cdot 100^2 \cdot 250^2 \cdot 250^2 \cdot (20 \cdot 10^{-18})^2 \cdot 12}{(150 \cdot 10^{-9})^2 \sqrt{0,2^2 + \frac{64 \cdot 3,14^4 \cdot 100^2 \cdot 250^4 \cdot (20 \cdot 10^{-18})^2}{(150 \cdot 10^{-9})^2}}} = 0,246 \text{ woltom}.$$

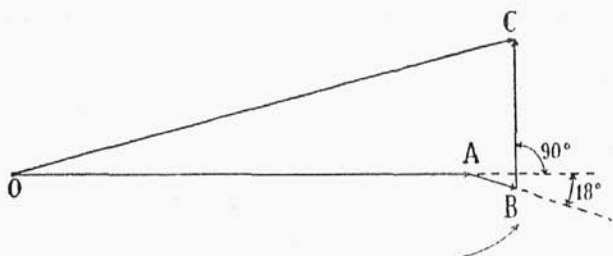
$$a \mathcal{L}_1 I_{01} = \frac{8 \pi^2 f n_1^2 s I_{01}}{l} = \frac{8 \cdot 3,14^2 \cdot 100 \cdot 250^2 \cdot (20 \cdot 10^{-18}) \cdot 12}{(150 \cdot 10^{-9})} = 0,79 \text{ wolt}.$$

Amplituda różnicy potencjałów v_1 może więc być wyznaczoną graficznie (rys. 96), składając trzy wektory OA , AB i BC , długości odpowiednio proporcjonalnych do 2,4, 0,246 i 0,79, z których drugi tworzy z pierwszym, spóźniając się względem niego, kąt którego tangens jest równy

$$\frac{a \mathcal{L}_2}{R_2} = \frac{8 \pi^2 f n_2^2 s}{l R_2} = \frac{8 \cdot 3,14^2 \cdot 100 \cdot 250^2 \cdot (20 \cdot 10^{-18})}{150 \cdot 10^{-9} \cdot 0,2} = 0,329, \text{ t. j.}$$

około 18° , zaś trzeci wyprzedza pierwszy i jest doń prostopadły.

Jako rozwiązanie znajdziemy OC , długości odpowiadającej 2,73 woltom.



Rys. 96.

Z tego wynika, że wartość czynna szukanej różnicy potencjałów wynosi

$$V_1 = \frac{2,73}{\sqrt{2}} = 1,93 \text{ wolta.}$$

103.— Jakie zsunięcie faz istnieje między różnicą potencjałów i prądem w każdym z przewodników miedzianych, średnicy 8 mm, w trójfazowej linii powietrznej, której druty są umieszczone w wierzchołkach trójkąta równobocznego prostopadłego do tych drutów, o bokach równych 50 cm. Napięcie i prąd są wielkościami sinusoidalnie zmiennymi o 50 okresach na sekundę?

Wiemy, że siła elektromotoryczna indukcji e_1 , w przewodniku o promieniu r_1 przekroju poprzecznego, układu drutów miedzianych równoległych, długości l , rozciągniętych w ośrodku o przenikliwości magnetycznej równej jedności, otrzymuje się przez dodanie do siły elektromotorycznej

$$-\left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{A_1}{r_1}\right) l \frac{di_1}{dt},$$

(odpowiadającej potokowi magnetycznemu, wywołanemu przez prąd i_1 , płynący w tym przewodniku, pole magnetyczne którego rozpościera się na odległość A_1) sumy sił elektromotorycznych odpowiadających potokom, wywołanym przez prądy innych drutów, wyrażającej się

$$- 2l \sum \log_e \frac{A_n}{a_{n1}} \cdot \frac{di_n}{dt},$$

gdzie i_n jest prądem uważanym za dodatni, gdy jest skierowany

w tę samą stronę jak prąd i_1 , przechodzący jednym z tych przewodników, o osi odległej o a_{n1} od osi pierwszego rozważanego przewodnika, którego pole magnetyczne rozciąga się na odległość A_n .

W poszczególnym wypadku linii trójfazowej otrzymamy

$$e_1 = - \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{A_1}{r_1} \right) l \frac{di_1}{dt} - 2l \left(\log_e \frac{A_2}{a_{21}} \cdot \frac{di_2}{dt} + \log_e \frac{A_3}{a_{31}} \cdot \frac{di_3}{dt} \right).$$

Jeżeli odległości a_{21} i a_{31} są równe a , i jeżeli założymy $A_1 = A_2 = A_3 = A$,

$$e_1 = - \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{A}{r_1} \right) l \frac{di_1}{dt} - 2l \log_e \frac{A}{a} \cdot \left(\frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt} \right),$$

a ponieważ w każdej chwili

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0,$$

$$\begin{aligned} e_1 &= - \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{A}{r_1} \right) l \frac{di_1}{dt} + 2l \log_e \frac{A}{a} \cdot \frac{di_1}{dt} = \\ &= - \left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{a}{r_1} \right) l \frac{di_1}{dt}. \end{aligned}$$

Oznaczając przez v_1 zmienną różnicę potencjałów na końcach przewodnika, który jest siedliskiem tej siły elektromotorycznej, a którego opór wynosi R_1 , mamy według prawa Ohma, oznaczając dwumian $\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{a}{r_1}$ przez \mathfrak{L}_1 ,

$$i_1 = \frac{v_1 - \mathfrak{L}_1 l \frac{di_1}{dt}}{R_1 l},$$

tak, iż mając do czynienia z wielkościami sinusoidalnie zmiennymi o f okresach na sekundę, opóźnienie fazy φ_1 natężenia prądu i_1 względem różnicy potencjałów v_1 określi się z równania

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{2 \pi f \mathfrak{L}_1}{R_1}.$$

Opóźnienie to jest więc niezależne od długości linii. To samo dotyczy wszystkich trzech przewodników układu, jako jednakowych i jednakowo od siebie odległych.

Kładąc $a = 50 \text{ cm}$, $r_1 = 0,4 \text{ cm}$, $f = 50$ okresom na sekundę, znajdziemy, przyjmując $1,74 \cdot 10^{-6} \text{ oma}$ na 1 cm długości i 1 cm^2 przekroju, jako opór właściwy miedzi

$$\mathcal{R}_1 = \frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{50}{0,4} = 10,16 \text{ cm na cm lub } 10,16 \cdot 10^{-9} \text{ henry na cm,}$$

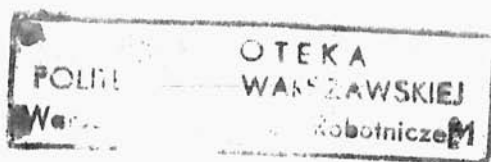
$$2 \pi f \mathcal{R}_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 10,16 \cdot 10^{-9} = 3,19 \cdot 10^{-6} \text{ oma na cm,}$$

$$R_1 = 1,74 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{3,14 \cdot 0,4^2} = 3,46 \cdot 10^{-6} \text{ oma na cm,}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{3,19}{3,46} = 0,922,$$

zaś

$$\varphi_1 = 42^{\circ},7.$$



nr 281