z ostatnich dwuch wzorów

$$\sigma = \frac{V_1 - V_2}{4\pi K x \alpha}.$$

Czyli

$$dc = 2\pi K \frac{(V_1 - V_2)^2}{16\pi^2 K^2 x^2 \alpha^2} a x\, dx = \frac{(V_1 - V_2)^2 a}{8\pi K \alpha^2} \frac{dx}{x}.$$

Całkowity moment szukany

$$c = \frac{(V_1 - V_2)^2 a}{8\pi K \alpha^2} \int_{a_1}^{a_1 + a} \frac{dx}{x} = \frac{(V_1 - V_2)^2 a}{8\pi K \alpha^2} \log_e \frac{a_1 + a}{a_1}.$$

Kładąc

$V_1 - V_2 = 5000 \,.\, 10^8$ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym,

$$\alpha = \frac{22{,}5}{360} \,.\, 2\pi = \frac{\pi}{8} \text{ radyana,}$$

$$a_1 = 10 \, cm, \qquad a = 50 \, cm,$$

dla nafty

$$K = \frac{(3 \times 10^{10})^2}{2},$$

ostatecznie

$$c = \frac{5000^2 \,.\, 10^{16} \,.\, 50}{8 \,.\, 3{,}14 \,.\, \frac{3^2 \,.\, 10^{20}}{2} \,.\, \frac{\pi^2}{64}} \log_e \frac{10 + 50}{10} = 12\,870 \; dyn\text{-}cm,$$

czyli

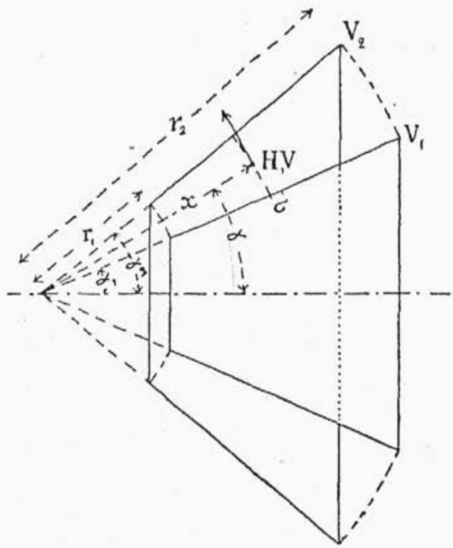
$$\frac{12870}{981} = 13{,}2 \; gr\text{-}cm.$$

24.—Mamy dwa stożki zrobione z blachy metalowej o wspólnym wierzchołku, których osie tworzy jedna prosta (rys. 14). Kąt między tą prostą i tworzącą jednego stożka wynosi $\alpha_1 = 44^0$, zaś drugiego $\alpha_2 = 78^0$; przestrzeń między stożkami wypełniono parafiną. Z całości wycinamy część, zawartą między powierzchniami kulistemi o promieniach $r_1 = 1{,}5$ *dcm* i $r_2 = 6{,}5$ *dcm*, ze środkami, leżącymi w wierzchołkach stożków. Jaką jest wielkość ładunku elektrycznego, w mikrokulombach, w kondensatorze w ten sposób utworzonym, jeżeli jego zbrojom nadamy różnicę potencyałów $V_1 - V_2 = 3$ jednostkom c. g. s. elektrostatycznym? Przyjmujemy, że współczynnik dyelektryczny parafiny ma wartość 2.

Na skutek symetryi kondensatora wkoło wspólnej osi stożków, ładunek całkowity zbroi wewnętrznej wyraża się wzorem

$$Q = \int_{r_1}^{r_2} \sigma . 2\pi x \sin \alpha_1 . dx ,$$

gdzie σ jest gęstością powierzchniową ładunku tej zbroi, stałą dla odległości x od wierzchołka stożka.



Rys. 14.

Dalej, na skutek symetryi, powierzchnie ekwipotencyalne w dyelektryku kondensatora mają kształty stożków ze wspólną osią i wierzchołkiem ze stożkami zbroi. Na końcach odcinków o długości x, tworzących z osią stożków kąt α natężenie pola jest stałe. Linie sił są łukami ze środkami w wierzchołku stożków, leżącymi w płaszczyznach przechodzących przez ich wspólną oś.

Mamy

$$H = -\frac{dV}{x\,d\alpha}$$

a stosując twierdzenie o stałej ilości linii w rurce sił, dla rurki ograniczonej powierzchniami kulistemi o promieniach x i $x+dx$, otrzymamy

$$H . 2\pi x \sin \alpha . dx = 4\pi K \sigma . 2\pi x \sin \alpha_1 . dx ,$$

z ostatniego

$$H = \frac{4\pi K \sigma \sin \alpha_1}{\sin \alpha} .$$

Porównywując obydwa wyrażenia dla H, otrzymamy

$$-dV = 4\pi K \sigma \sin \alpha_1 x \frac{d\alpha}{\sin \alpha}$$

oraz

$$\int_{V_1}^{V_2} -dV = V_1 - V_2 = 4\pi K \sigma \sin \alpha_1 x \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\sin \alpha} =$$

$$= 4\pi K \sigma \sin \alpha_1 x \log_e \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}};$$

skąd

$$\sigma = \frac{V_1 - V_2}{4\pi K \sin \alpha_1 \log_e \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}}} \cdot \frac{1}{x}.$$

Wstawiając otrzymane wartości we wzór na ilość elektryczności, otrzymamy

$$Q = 2\pi \sin \alpha_1 \frac{V_1 - V_2}{4\pi K \sin \alpha_1 \log_e \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}}} \int_{r_1}^{r_2} \frac{x\,dx}{x} =$$

$$= \frac{V_1 - V_2}{2K \log_e \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}}} (r_2 - r_1).$$

Jeżeli

$V_1 - V_2 = 3.3 \times 10^{10} = 9.10^{10}$ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym, $r_2 - r_1 = 65 - 15 = 50\ cm$

i ponieważ

$$\log_e \frac{\operatorname{tg} \frac{78}{2}}{\operatorname{tg} \frac{44}{2}} = \log_e \frac{0{,}810}{0{,}404} = 0{,}693$$

oraz dla parafiny $K = \frac{(3 \times 10^{10})^2}{2} = 4{,}5 . 10^{20}$, znajdziemy w końcu

$$Q = \frac{9 \cdot 10^{10} \cdot 50}{2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{20} \cdot 0{,}693} =$$

$$= 72{,}1 \cdot 10^{-10} \text{ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym}$$

lub

$$72{,}1 \cdot 10^{-10} \cdot 10 \cdot 10^{6} = 0{,}0721 \text{ mikrokulomba.}$$

25. — Wyznaczyć w małych ciepłostkach ilość ciepła wydzieloną przez iskrę, powstającą podczas wyładowania kondensatora o pojemności $C = 900\,000$ jednostkom c. g. s. elektrostatycznym, którego zbroje doprowadzono do różnicy potencyałów równej $V = 1$ kilowoltowi.

Ponieważ

$$C = \frac{900\,000}{(3 \times 10^{10})^2} = 10^{-15} \text{ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym}$$

oraz

$V = 1000 \cdot 10^{8} = 10^{11}$ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym, energia potencyalna kondensatora nabitego wynosi

$$\frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-15} \cdot 10^{22} = \frac{1}{2} \cdot 10^{7}\ erg\,.$$

Przemienia się ona w ciepło iskry podczas wyładowania, czyli

$$\frac{10^{7}}{2} \cdot \frac{10^{-3} \cdot 10^{-2}}{981} \cdot \frac{1}{0{,}425} = 0{,}12\ ca \text{ (gramowych).}$$

26. — Dwie kule, zrobione z przewodnika, o promieniach jedna 3, druga 1 *dcm*, naładowane dodatnio, znajdują się w powietrzu, w takiej odległości, że ich wpływ wzajemny może być pominiętym. Kule te naładowano do wysokości potencyału równej, dla jednej 7 a dla drugiej 2 jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym. Wyznaczyć w mikrodżaulach ciepło wydzielone przy połączeniu tych kul przewodnikiem o bardzo małej pojemności.

Niechaj V_1 i Q_1 będą potencyałem i ładunkiem kuli o promieniu r_1, oraz V_2 i Q_2 dla kuli o promieniu r_2.

Ponieważ wzajemny wpływ kul pomijamy jako bardzo mały, możemy napisać

$$V_1 = K \frac{Q_1}{r_1} \quad \text{oraz} \quad V_2 = K \frac{Q_2}{r_2}\,.$$

Energię potencyalną układu można wyrazić

$$W = \frac{1}{2}(Q_1 V_1 + Q_2 V_2) = \frac{1}{2K}(V_1^2 r_1 + V_2^2 r_2).$$

Gdy połączymy kule przewodnikiem o małej pojemności, ładunki ich przyjmą wartości, których suma

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 = \frac{1}{K}(V_1 r_1 + V_2 r_2),$$

ich potencyały wyrównają się do wartości

$$V' = K\frac{Q_1'}{r_1} = K\frac{Q_2'}{r_2} = K\frac{Q_1' + Q_2'}{r_1 + r_2} = \frac{V_1 r_1 + V_2 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Energia potencyalna układu przybiera wartość

$$W' = \frac{1}{2}(Q_1' + Q_2')V' = \frac{1}{2K}\cdot\frac{(V_1 r_1 + V_2 r_2)^2}{r_1 + r_2},$$

zmniejszyła się więc o

$$W - W' = \frac{1}{2K}\left(V_1^2 r_1 + V_2^2 r_2 - \frac{V_1^2 r_1^2 + V_2^2 r_2^2 + 2V_1 V_2 r_1 r_2}{r_1 + r_2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2K}\cdot\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}(V_1 - V_2)^2.$$

Ta różnica (dodatnia) wyobraża energię zamienioną w ciepło.

Kładąc $r_1 = 30\ cm$, $r_2 = 10\ cm$,
$V_1 = 7.3\times10^{10}$; $V_2 = 2.3\times10^{10}$ jednostkom c. g. s. elektromagn.
dla powietrza $K = (3\times10^{10})^2$
znajdziemy

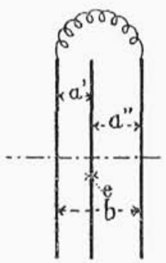
$$W - W' = \frac{1}{2.3^2.10^{20}}\cdot\frac{30.10}{30+10}(7-2)^2.3^2.10^{20} = 93{,}8\ erg$$

czyli $93{,}8.10^{-7}.10^6 = 9{,}38$ mikrodżaulom.

---

27. — Płaski kondensator składa się z trzech tarcz przewodzących, równoległych o promieniu 2,5 *dcm* każda. Wszystkie są zanurzone w wodzie, przytem środkowa, grubości 4 *mm*, daje się przesuwać wzdłuż prostej łączącej środki tarcz; dwie drugie stałe są odległe od siebie o 3 *cm*. Środkowa tarcza ruchoma stanowi jedną zbroję, dwie zewnętrzne połączone drutem, drugą zbroję. Zbroje te nabito ładunkami o znakach przeciwnych a wielkościach równych 10 mikrokulombom. Podczas wyładowania ilość wydzielonego ciepła, w najlepszym wypadku dochodzi do 0,00112 *ca* (małych kaloryi). Wyznaczyć współczynnik dyelektryczny wody.

Różnica potencyałów V między zbrojami kondensatora, naładowanego znaną ilością elektryczności Q, zmienia się wraz z ich położeniem. Energia $W = \frac{1}{2} QV$, zamieniona przez iskrę wyładowania w ciepło, osiągnie największość wraz z największą wartością V.



Rys. 15.

Niech a' i a'' będą odległościami między powierzchniami zbroi ruchomej, i odpowiadającemi powierzchniami nieruchomej (rys. 15), oraz C' i C'' pojemnościami pierwszej zbroi (środkowej) w stosunku do dwuch tarcz drugiej zbroi, w końcu r promieniem tarcz,

$$Q = (C' + C'')V = \frac{\pi r^2}{4\pi K}\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{a''}\right)V.$$

Z tego równania określmy V i wprowadźmy wielkości e — grubość tarczy ruchomej, oraz b — odległość powierzchni wewnętrznych tarcz stałych, wtedy

$$V = \frac{4\pi K Q a' a''}{\pi r^2 (b - e)}.$$

To wyrażenie osiąga największość, gdy iloczyn $a'a''$ lub $a'(b - e - a')$ jest największością, co ma miejsce przy

$$a' = b - e - a'$$

lub

$$a' = \frac{b - e}{2},$$

to jest, gdy tarcza ruchoma jest jednakowo odległą od obu tarcz stałych.

Mamy więc

$$V = \frac{4\pi K Q \left(\frac{b - e}{2}\right)^2}{\pi r^2 (b - e)} = \frac{KQ(b - e)}{r^2},$$

w końcu

$$W = \frac{KQ^2(b - e)}{2r^2}.$$

Ostatni wzór pozwoli nam wyznaczyć współczynnik K z prawa Coulomba dla wody, kładąc odpowiednio

$$W = 0{,}00112 \,.\, 0{,}425 \,.\, 10^3 \,.\, 10^2 \,.\, 981 = 46\,700 \; erg$$

$$Q = 10 \,.\, 10^{-6} \,.\, 10^{-1} \text{ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym}$$

$$r = 25 \; cm, \qquad b - e = 3 - 0{,}4 = 2{,}6 \; cm,$$

znajdziemy więc

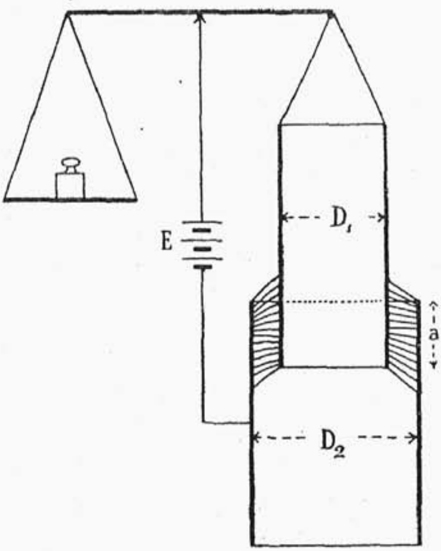
$$K = \frac{2 \,.\, \overline{25}^2 \,.\, 46\,700}{10^{-12} \,.\, 2{,}6} = 2{,}245 \,.\, 10^{19}.$$

Ponieważ dla powietrza współczynnik K wynosi $(3 \times 10^{10})^2$, współczynnik dyelektryczny wody jest równy

$$\frac{3^2 \,.\, 10^{20}}{2{,}245 \,.\, 10^{19}}, \text{ czyli około } 40.$$

---

28. — Rura metalowa, o średnicy zewnętrznej $D_1 = 98 \; mm$, zawieszona pionowo w powietrzu na jednym z ramion wagi zrównoważonej (rys. 16), jest wpuszczoną częściowo do innej rury metalowej stałej, z pierwszą współosiowej, o średnicy wewnętrznej $D_2 = 100 \; mm$. Iloma miligramami należy obciążyć drugie ramię wagi, aby je utrzymać poziomo, gdy obie rury przyłączyć do końcówek bateryi, której siła elektromotoryczna $E = 1000$ woltom?



Rys. 16.

Szukany ciężar oznaczmy przez F.

Energia potencyalna kondensatora o pojemności C, utworzonego przez dwie rury, zanurzone jedna w drugiej na głębokości a, wynosi

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C},$$

$\pm Q$ oznacza ładunek nadany zbrojom przez różnicę potencyałów E.

Usunąwszy połączenie obu rur z bateryą, pozwólmy ruchomej zbroi opuścić się o głębokość da pod wpływem wciągania przez rurę stałą (siła ta na skutek symetryi, jest skierowaną wzdłuż osi). Praca wykonana $F da$, będzie równą zmniejszeniu się energii potencyalnej $-dW$, przytem Q nie zmienia się, możemy więc napisać

$$-dW = -\frac{1}{2} Q^2 . d\frac{1}{C} = \frac{1}{2} Q^2 \frac{dC}{C^2}.$$

Zakładając, że przesunięcie to wydłużyło tylko pole, w którem linie sił mają kierunek prostopadły do osi rur i dla którego pojemność na jednostkę długości wynosi

$$\frac{1}{2K \log_e \frac{D_2}{D_1}},$$

otrzymamy

$$F da = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C^2} \frac{da}{2K \log_e \frac{D_2}{D_1}};$$

zauważywszy, że $\qquad Q = CE,$

otrzymamy

$$F = \frac{E^2}{4K \log_e \frac{D_2}{D_1}}$$

Kładąc

$E = 1000 . 10^8$ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym,

$$K = (3 \times 10^{10})^2; \quad \log_e \frac{100}{98} = 0{,}02,$$

znajdziemy

$$F = \frac{10^{22}}{4 . 3^2 . 10^{20} . 0{,}02} = 139 \; dyn$$

lub

$$\frac{139 . 10^3}{981} = 142 \; mgr.$$

29. — Dwa kondensatory powietrzne o pojemnościach każdy 0,01 mikrofarada, są przyłączone w szereg do bateryi, dającej 3 jednostki c. g. s. elektrostatyczne siły elektromotorycznej. Jaką energię rozwija baterya, gdy między zbroje jednego kondensatora nalejemy parafiny? (Pomijamy ciepło Joul'a, wydzielone przez tę energię).

Niechaj pojemność każdego z kondensatorów przed nalaniem parafiny będzie C. Połączone w szereg z baterya o sile elektromotorycznej E, obydwa kondensatory naładowują się jednakową ilością elektryczności Q_0, która wywoła jednakową różnicę potencyałów $E/2$. Mamy więc

$$Q_0 = \frac{1}{2} CE.$$

Nalewając między zbroje jednego z kondensatorów parafiny, której współczynnik dyelektryczny wynosi γ, podnosimy pojemność tego kondensatora do $C' = \gamma C$. Pojemność łączna obydwuch kondensatorów, o pojemnościach C i C' połączonych w szereg wynosi

$$\frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C'}} = \frac{CC'}{C+C'},$$

ładunki obydwuch kondensatorów zawsze sobie równe, przybierają po nalaniu do jednego parafiny wartości

$$Q = \frac{CC'}{C+C'} E = \frac{\gamma C^2}{C+\gamma C} E = \frac{\gamma}{1+\gamma} CE.$$

Zmiana więc dyelektryka wywołała zapotrzebowanie energii od bateryi w ilości

$$W = E(Q - Q_0) = \frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{1+\gamma} CE^2.$$

Kładąc do tego równania
$C = 0{,}01 . 10^{-6} . 10^{-9} . = 10^{-17}$ jednostkom c. g. s. elektromagnet.,
$E = 3 . 3 \times 10^{10} = 9 . 10^{10}$ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym

$$\gamma = 2{,}32,$$

znajdziemy

$$W = \frac{1}{2} \frac{2{,}32 - 1}{1 + 2{,}32} . 10^{-17} . 9^2 . 10^{20} = 16\,100 \; erg$$

czyli

$$16\,100 . 10^{-7} = 0{,}00161 \text{ dżaula.}$$

Ponieważ założyliśmy, że opór omiczny obwodu jest równy zeru, energia ta posłużyła do zwiększenia energii potencyalnej kondensatorów lub do wykonania pracy zewnętrznej. Przed nalaniem parafiny, energia potencyalna układu dwuch kondensatorów wynosiła

$$2 . \frac{1}{2} Q_0 \frac{E}{2} = \frac{1}{4} CE^2.$$

Po nalaniu (oznaczając przez V i V' odpowiednio różnice potencyałów kondensatora z powietrzem i z parafiną)

$$\frac{1}{2} Q V + \frac{1}{2} Q V' = \frac{1}{2} Q E = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{1+\gamma} C E^2.$$

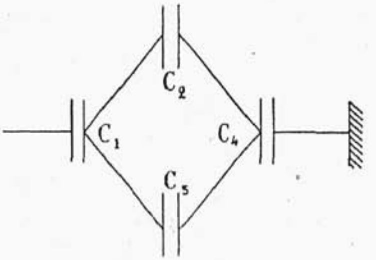
Energia potencyalna kondensatora wzrosła więc o

$$\frac{1}{2} \frac{\gamma}{1+\gamma} C E^2 - \frac{1}{4} C E^2 = \frac{1}{4} \frac{\gamma - 1}{1+\gamma} C E^2 = \frac{1}{2} W.$$

Przyrost ten, jak widzimy, przedstawia sobą tylko połowę energii, wydzielonej przez baterye, druga połowa odpowiada pracy wykonanej podczas lania parafiny, przez przyciąganie, jakie zbroje kondensatora wywierają na to ciało spolaryzowane pod wpływem pola elektrostatycznego (teorya Maxwell'a).

---

30. — Cztery kondensatory C_1, C_2, C_3, C_4, jednakowych wymiarów, lecz mające za dyelektryki powietrze, parafinę, siarkę i szkło, są połączone jak wskazuje rys. 17. Zewnętrzna zbroja kondensatora C_1 posiada potencyał $V = 100$ woltom, zaś C_4 jest połączona z ziemią. Obliczyć w woltach różnicę potencyałów na zbrojach poszczególnych kondensatorów, oraz wyrazić w jednostkach c. g. s. elektrostatycznych ładunek Q_2 kondensatora C_2, w założeniu, że jego pojemność jest równą 0,001 mikrofarada.



Rys. 17.

Kondensatory o pojemnościach C_2 i C_3 zachowują się tak jak gdyby tam był jeden o pojemności $C_0 = C_2 + C_3$, włączony w szereg z kondensatorami C_1 i C_4.

Trzy kondensatory C_1, C_0 i C_4 pobierają jednakowy ładunek Q, gdyż są ustawione w szereg. Różnice potencyałów na ich końcówkach wynoszą

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}; \quad V_0 = \frac{Q}{C_0}; \quad V_4 = \frac{Q}{C_4}.$$

Mamy dalej

$$V = V_1 + V_0 + V_4 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_4}\right);$$

skąd określamy

$$Q = V\left(\frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_4}}\right) = V\,C;$$

gdzie

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_4}}.$$

Teraz możemy już napisać

$$V_1 = V\frac{C}{C_1}, \qquad V_0 = V\frac{C}{C_0}, \qquad V_4 = V\frac{C}{C_4}.$$

Biorąc stałą dyelektryczną, 1 dla powietrza, 2,32 dla parafiny, 3,84 dla siarki i 6 dla szkła, otrzymamy

$$C_2 = 2{,}32\ C_1;\ C_3 = 3{,}84\ C_1;\ C_4 = 6\ C_1;\ C_0 = C_2 + C_3 = 6{,}16\ C_1$$

oraz

$$C = \frac{C_1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{6{,}16} + \frac{1}{6}} = 0{,}753\ C_1,$$

dalej znajdziemy

$$V_1 = 100\,.\,\frac{0{,}753}{1} = 75{,}3 \text{ woltom},$$

$$V_0 = 100\,.\,\frac{0{,}753}{6{,}16} = 12{,}2 \text{ woltom},$$

$$V_4 = 100\,.\,\frac{0{,}753}{6} = 12{,}5 \text{ woltom}.$$

Przytem jeżeli $C_2 = 0{,}001\,.\,10^{-6}$ farada,

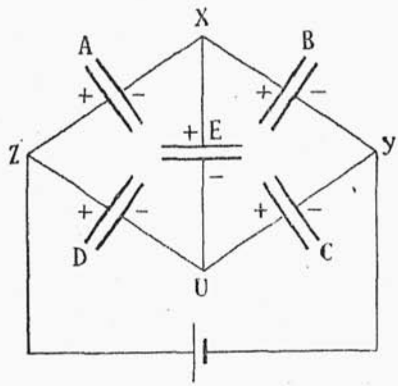
$$Q_2 = C_2 V_0 = 0{,}001\,.\,10^{-6}\,.\,12{,}2 = 1{,}22\,.\,10^{-8} \text{ kulomba},$$

czyli

$1.22\,.\,10^{-8}\,.\,10^{-1}\,.\,3\times10^{10} = 36{,}6$ jednostkom c. g. s. elektrostatycznym.

---

31. — Pięć kondensatorów A, B, C, D, E połączono w sposób wskazany na rys. 18. Jakim warunkom powinny odpowiadać pojemności czterech pierwszych kondensatorów, aby ładunek ostatniego był równy zeru, gdy do punktów Z i Y przyłączymy bieguny prądnicy o stałej sile elektromotorycznej. Wyrazić też w jednostkach c. g. s elektrostatycznych wielkość ładunku, jaki otrzymuje ten kondensator w wypadku, gdy ich pojemności są odpowiednio równe 1, 2, 3, 4, 5 mikrofaradom, i gdy działająca siła elektromotoryczna wynosi 100 wolt.



Rys. 18.

Oznaczmy przez C_a, C_b, C_c, C_d, C_e pojemności oraz przez Q_a, Q_b, Q_c, Q_d, Q_e ładunki kondensatorów A, B, C, D, E; przez V_z, V_y, V_x, V_u, potencyały w punktach Z, Y, X, U. Załóżmy, że $V_z > V_y$ oraz $V_x > V_u$.

Mamy oczywiście zależności

$$Q_a + Q_d = Q_b + Q_c$$

lub podstawiając wartości

$$C_a(V_z - V_x) + C_d(V_z - V_u) = C_b(V_x - V_y) + C_d(V_u - V_y) \quad (1)$$

$$-Q_a + Q_e + Q_b = 0,$$

lub

$$-C_a(V_z - V_x) + Q_e + C_b(V_x - V_y) = 0, \quad (2)$$

w końcu

$$Q_e = C_e(V_x - V_u) \quad (3)$$

Równanie (2) daje

$$V_x = \frac{-Q_e + C_a V_z + C_b V_y}{C_c + C_d},$$

wstawiając tę wartość na V w równanie (1), i określając V_u, otrzymamy

$$V_u = \frac{Q_e + C_d V_z + C_c V_y}{C_c + C_d}.$$

Wstawmy wartości na V_x i V_u w równanie (3)

$$Q_e = C_e\left(\frac{-Q_e + C_a V_z + C_b V_y}{C_a + C_b} - \frac{Q_e + C_d V_z + C_c V_y}{C_c + C_d}\right).$$

Rozwiązując ostatnie równanie względem Q_e, otrzymamy

$$Q_e = \frac{C_e(C_a C_c - C_b C_d)}{(C_a + C_b)(C_c + C_d) + C_e(C_a + C_b + C_c + C_d)}(V_z - V_y).$$

Warunek zadania, aby $Q_e = 0$ wymaga, aby $C_a C_e = C_b C_d$.

Gdy, w mikrofaradach $C_a = 1$, $C_b = 2$, $C_c = 3$, $C_d = 4$, $C_e = 5$, i gdy $(V_x - V_y) = 100$ woltom, znajdziemy

$$Q_e = \frac{5\,(1\,.\,3 - 2\,.\,4)}{(1+2)\,(3+4) + 5\,(1+2+3+4)}\,.\,100 = -\,35{,}2 \text{ mikroku-}$$

lombom, czyli

$-\,35{,}2\,.\,10^{-6}\,.\,10^{-1}\,.\,3 \times 10^{10} =$ 105 600 jednostkom c. g. s. elektrostatycznym.

Znak minus oznacza, że przeciwnie niż założyliśmy $V_x < V_y$.