Oznaczając przez x długość taką, aby $0 < x < r$, możemy napisać

$$\theta = \int_0^r x^2 . \delta . 2\pi x e dx = 2\pi \delta e \frac{r^4}{4}.$$

otrzymamy więc

$$\log_e \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\mathcal{H}^2}{2\pi \delta e R} t,$$

skąd znajdziemy

$$t = \frac{2\pi \delta e R}{\mathcal{H}^2} \log_e \frac{\omega_0}{\omega}.$$

Kładąc w to równanie

$\delta = 8{,}8\ gr/cm^3$; $e = 0{,}2\ cm$; $\mathcal{H} = 3000$ gausów,

$R = 0{,}3 . 10^9$ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym,

$$\log_e \frac{\omega_0}{\omega} = \log_e 2 = 0{,}693,$$

znajdziemy

$$t = \frac{2 . 3{,}14 . 8{,}8 . 0{,}2 . 0{,}3 . 10^9}{3000^2} . 0{,}693 = 255 \text{ sekundom}$$

czyli 4,25 minutom.

---

70. — Okrągła tarcza metalowa, której ciężar wynosi 500 *gr*, jest ustawiona w jednostajnem polu magnetycznem pionowem (o natężeniu $\mathcal{H} = 5$ gausom), którego kierunek jest prostopadły do płaszczyzny tarczy. W chwili gdy, na skutek energii cynetycznej, którą jej nadaliśmy, tarcza obraca się z prędkością jednego obrotu na sekundę, łączymy jej środek i obwód za pomocą szczotek z przewodnikiem bezindukcyjnym. Jaką byłaby w amper-godzinach, ilość elektryczności, która przeszła łączącym przewodnikiem do chwili zatrzymania się tarczy, gdyby nie istniały opory tarcia?

Oznaczmy przez $\mathcal{H}$ natężenie pola magnetycznego, przez r promień tarczy, przez θ jej moment bezwładności, oraz przez R całkowity opór obwodu elektrycznego.

Niech w chwili t, licząc od zamknięcia obwodu, ω będzie prędkością kątową tarczy, e siłą elektromotoryczną indukcyi w niej powstałą, oraz i natężeniem prądu.

Szukaną ilość elektryczności da nam wyrażenie

$$\int_0^\infty i\,dt = \int_0^\infty \frac{e}{R}\,dt = \frac{1}{R}\int_0^\infty \mathcal{H}.\frac{\omega r^2}{2}.dt = \frac{\mathcal{H} r^2}{2R}\int_0^\infty \omega\,dt.$$

Aby otrzymać zależność między ω i t, wystarcza napisać, że zmiana energii cynetycznej $\theta\omega^2/2$ tarczy, wzięta ze znakiem odwrotnym, jest równą pracy elementarnej prądu elektrycznego

$$-\theta\omega\,d\omega = e i\,dt = \frac{\mathcal{H}\omega r^2}{2}.\frac{\mathcal{H}\omega r^2}{2R}.dt = \frac{\mathcal{H}^2 r^4}{4R}\omega^2\,dt$$

Z tego równania

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{\mathcal{H}^2 r^4}{4R\theta}\,dt$$

oznaczając przez ω_0 prędkość początkową

$$\int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{\mathcal{H}^2 r^4}{4R\theta}\int_0^t dt$$

lub

$$\log_e\frac{\omega}{\omega_0} = -\frac{\mathcal{H}^2 r^4}{4R\theta}\,t$$

oznaczając przez e podstawę logarytmów naturalnych

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{\mathcal{H}^2 r^4}{4R\theta}t}$$

otrzymamy

$$\int_0^\infty i\,dt = \frac{\mathcal{H} r^2\omega_0}{2R}\int_0^\infty e^{-\frac{\mathcal{H}^2 r^4}{4R\theta}t}\,dt =$$

$$= \frac{\mathcal{H} r^2\omega_0}{2R}.\left(-\frac{4R\theta}{\mathcal{H}^2 r^4}\right)\left[e^{-\frac{\mathcal{H}^2 r^4}{4R\theta}t}\right]_0^\infty = \frac{2\omega_0\theta}{\mathcal{H} r^2}.$$

Jeżeli M jest masą tarczy, zaś N ilością obrotów w ciągu jednostki czasu (odpowiadającą ω_0), otrzymamy

$$\omega_0 = 2\pi N$$

oraz

$$\theta = \frac{M r^2}{2},$$

tak iż

$$\int_0^\infty i\,dt = \frac{2\pi N M}{\mathcal{H}}.$$

Kładąc: $N=1$ obrót na sekundę; $M=500\ gr$, $\mathcal{H}=5$ gausom, otrzymamy

$$\int_0^\infty i\,dt = \frac{2\,.\,3{,}14\,.\,1\,.\,500}{5} = 628 \text{ jednostkom c. g. s. elektroma-}$$

gnetycznym, czyli

$$6280 \text{ kulombom, lub } \frac{6280}{3600} = 1{,}745 \text{ amp.-godz.}$$

---

71. — Przypuśćmy, że jest rzeczą możliwą otrzymać pole magnetyczne promieniujące dokoła pionowej osi $\mathfrak{M} = 250$ linii sił na radian i centymetr wysokości. W jakimś punkcie na osi tego pola znajduje się środek, leżącego poziomo pierścienia, ważącego 15 gr i utworzonego z $n = 20$ zwojów przewodnika. Gdyby pierścień ten spadał swobodnie, w jakim stosunku przyśpieszenie byłoby zmniejszone po 7 sekundach spadania, na skutek hamującego działania krótko spiętych zwojów? Zaniedbujemy samoindukcyę spadającej zwojnicy. Jej opór wynosi $R = 0{,}1$ oma.

Oznaczmy przez P i M, odpowiednio ciężar i masę pierścienia.

Jeżeli w chwili t, licząc od początku spadania, pierścień przeszedł drogę x, szybkość jego jest v, zaś siła elektromotoryczna wzbudzona w zwojach E, możemy napisać, stosując zasadę zachowania energii,

$$P\,dx = d\left(\frac{1}{2} M v^2\right) + \frac{E^2}{R}\,dt.$$

Ponieważ $E = n \,.\, 2\pi \mathfrak{M} \,.\, v$ oraz $v = \dfrac{dx}{dt}$,

otrzymamy
$$P v\, dt = M v\, dv + \frac{1}{R}\, 4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2 v^2\, dt,$$

lub
$$dt = \frac{M\, dv}{P - \dfrac{1}{R}\, 4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2 v}.$$

Całkując
$$\int_0^t dt = M \int_0^v \frac{dv}{P - \dfrac{1}{R}\, 4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2 v}$$

$$t = -\frac{MR}{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2} \log_e \frac{P - \dfrac{1}{R}\, 4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2 v}{P}.$$

Wzór ten w postaci
$$v = \frac{R}{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2}\, P \left(1 - e^{-\frac{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2}{MR} t}\right),$$

gdzie e oznacza podstawę logarytmów naturalnych, wyraża prędkość w chwili t.

Możemy teraz wyznaczyć odpowiadające tej chwili przyspieszenie φ
$$\varphi = \frac{dv}{dt} = \frac{RP}{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2} \left(-e^{-\frac{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2}{MR} t}\right) \left(-\frac{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2}{MR}\right) =$$
$$= \frac{P}{M}\, e^{-\frac{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2}{MR} t}.$$

Lecz stosunek $\dfrac{P}{M}$ jest właśnie przyśpieszeniem ziemskiem g, któreby posiadał pierścień, gdyby obwód jego nie był zamknięty.

Wpływ więc prądów indukcyjnych w zamkniętym pierścieniu zmniejsza przyśpieszenie jego w stosunku 1 do
$$e^{-\frac{4\pi^2 n^2 \mathfrak{M}^2}{MR} t}.$$

Podstawiając

$n=20$ zwojom, $\mathfrak{N}=250$ makswelom na radyan i cm, $M=15\ gr$,

$R=0{,}1\,.\,10^9$ jednostkom c. g. s. elektromagnetycznym,

znajdziemy dla $t=7$ sekundom, zmniejszenie przyśpieszenia w stosunku 1 do

$$e^{-\frac{4\,.\,\overline{3{,}14}^2\,.\,\overline{20}^2\,.\,\overline{250}^2}{15\,.\,0{,}1\,.\,10^9}\,7} = e^{\frac{1}{4{,}6}} = 0{,}01.$$

---

72. — Zwojnica w kształcie kuli jest utworzona z $n=200$ zwojów przewodnika, ułożonych w jedną warstwę według równoległych odpowiadających płaszczyznom jednakowo od siebie oddalonym, przecinającym powierzchnię kuli o promieniu $r=10\ cm$. Obliczyć w dżaulach ciepło wydzielone przez prąd samoindukcyi tej zwojnicy, gdy przerwiemy w niej prąd o natężeniu $I=1$ amp.

Oznaczmy przez e siłę elektromotoryczną, przez i natężenie prądu w zwojnicy w chwili t zmiennego okresu przerywania prądu.

Uwolnioną przez prąd samoindukcyi energię wyrazi całka

$$W=\int e\,i\,dt$$

w granicach trwania tego prądu.

Oznaczając przez $\mathfrak{L}$ współczynnik samoindukcyi uzwojenia, mamy

$$e=-\mathfrak{L}\frac{di}{dt}$$

czyli

$$W=-\mathfrak{L}\int_I^0 i\,di=\frac{1}{2}\mathfrak{L}I^2.$$

Znajdźmy $\mathfrak{L}$.

Zwojnica, przez którą płynie prąd o natężeniu dowolnem i, może być rozważaną jak magnes kulisty złożony z n blaszek magnetycznych każda grubości $\frac{2r}{n}$, i o natężeniu namagnesowania

$\mathfrak{J}=i:\frac{2r}{n}=\frac{ni}{2r}$.

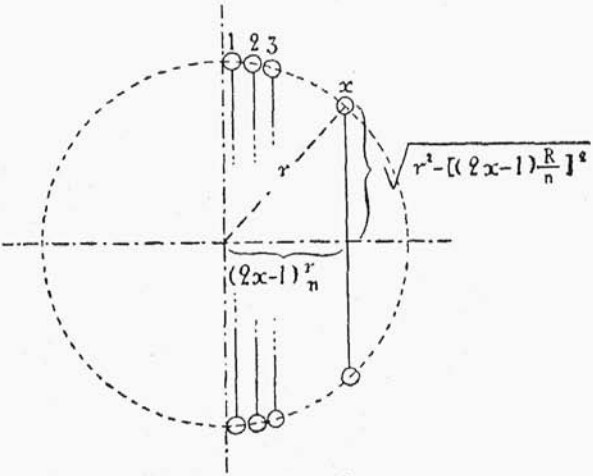
Wewnątrz nieskończenie wązkiej szczeliny, prostopadłej do osi magnesu, siła działająca na jednostkę masy magnetycznej przez ścianki szpary i bieguny jest równoległą do osi i równą

$$4\pi\mathfrak{J} - \frac{4}{3}\pi\mathfrak{J} = \frac{8}{3}\pi\mathfrak{J}.$$

Pole magnetyczne wewnątrz zwojnicy jest więc jednostajne, o natężeniu

$$\mathcal{H} = \frac{8}{3}\pi\frac{ni}{2r} = \frac{4}{3}\pi\frac{ni}{r}.$$

Z obydwuch stron płaszczyzny równikowej kuli, pola zwojów następujących po sobie (rys. 50) wynoszą



Rys. 50.

$$\pi\left(r^2 - \frac{r^2}{n^2}\right),\quad \pi\left(r^2 - 3^2.\frac{r^2}{n^2}\right),\ \ldots,\quad \pi\left[r^2 - (n-1)^2.\frac{r^2}{n^2}\right].$$

Całkowity więc potok przechodzący przez zwojnicę.

$$\mathfrak{N} = 2.\mathcal{H}\pi r^2\left\{\left(1-\frac{1}{n^2}\right)+\left(1-\frac{3^2}{n^2}\right)+\ldots\ldots+\left(1-\frac{(n-1)^2}{n_2}\right)\right\} =$$

$$= 2\mathcal{H}\pi r^2\left\{\frac{n}{2} - \frac{1}{n^2}\left(1+3^2+5^2+\ldots+(n-1)^2\right)\right\}.$$

Ponieważ suma kwadratów m pierwszych liczb nieparzystych wynosi $\frac{m(2m-1)(2m+1)}{3}$ i szeregowi w nawiasach w naszym równaniu odpowiada $m = \frac{n}{2}$, otrzymamy więc

$$\mathfrak{M} = 2\,\mathcal{H}\,\pi\,r^2 \left\{ \frac{n}{2} - \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\frac{n}{2}(n-1)(n+1)}{3} \right\} = 2\,\mathcal{H}\,\pi\,r^2 \frac{2n^2+1}{6n} =$$

$$= 2 \cdot \frac{4}{3}\pi\frac{ni}{r} \cdot \pi r^2 \frac{2n^2+1}{6n} = \frac{4}{9}\pi^2(2n^2+1)\,r\,i.$$

Otrzymamy z tego

$$\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{M}}{i} = \frac{4}{9}\pi^2(2n^2+1)\,r.$$

Gdy $2n^2$ jest dostatecznie duże, jednostkę można pominąć, wówczas

$$\mathfrak{L} = \frac{8}{9}\pi^2 n^2 r$$

i w naszym wypadku

$$W = \frac{1}{2}\mathfrak{L} I^2 = \frac{4}{9}\pi^2 n^2 r I^2.$$

Podstawiając

$n = 200$ zwojom, $r = 10 \,.\, 10^{-9} = 10^{-8}$ kwadranta,

$I = 1$ amperowi,

znajdziemy

$$W = \frac{4}{9} \cdot \overline{3{,}14}^2 \,.\, \overline{200}^2 \,.\, 10^{-8} \,.\, 1^2 = 0{,}00175 \text{ dżaula.}$$

73. — Łączymy ogniwo, o stałej sile elektromotorycznej, przewodnikiem o niezmiennym współczynniku samoindukcyi. Jakie są, w stosunku do natężenia ustalonego, wartości największa, średnia i czynna prądu w ciągu czasu równego stałej $\frac{\mathfrak{L}}{R}$, następującego zaraz po zamknięciu obwodu, i jakie są w ciągu tego czasu odsetki energii rozwiniętej przez ogniwo i rozproszonej w postaci ciepła, oraz zachowanej w stanie potencyalnym w polu magnetycznem obwodu?

Oznaczmy przez E siłę elektromotoryczną ogniwa, R opór, $\mathfrak{L}$ współczynnik samoindukcyi oraz $\tau = \frac{\mathfrak{L}}{R}$ stała czasu obwodu, I natężenie prądu.

Mamy

$$I = \frac{E}{R}.$$

W chwili t zmiennego okresu zamknięcia obwodu, natężenie prądu i czyni zadość równaniu

$$i = \frac{E - \mathfrak{L}\frac{di}{dt}}{R},$$

skąd znajdziemy

$$\int_0^t dt = \mathfrak{L}\int_0^i \frac{di}{E - iR}$$

lub

$$t = -\frac{\mathfrak{L}}{R}\log_e \frac{E - iR}{E}$$

zaś

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}}\right) = I\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

Widzimy, że prąd rośnie w sposób ciągły od zera do swej ustalonej wielkości. Największe natężenie i_{max} podczas okresu czasu τ, bezpośrednio następującym po zamknięciu obwodu, ma miejsce w końcu tego okresu, tak iż

$$i_{max} = I\left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right) = I\left(1 - \frac{1}{e}\right),$$

skąd

$$\frac{i_{max}}{I} = \frac{e-1}{e} = \frac{2{,}718 - 1}{2{,}718} = 0{,}633.$$

Średnie natężenie prądu w ciągu okresu τ

$$i_{sr} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau i\,dt = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau I\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)dt =$$

$$= \frac{1}{\tau}\left\{\left[t\right]_0^\tau + \tau\left[e^{-\frac{t}{\tau}}\right]_0^\tau\right\} = \frac{1}{e}.$$

$$\frac{i_{sr}}{I} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2{,}718} = 0{,}368.$$

Kwadrat wielkości czynnej natężenia prądu, czyli przeciętna z kwadratów z okresu τ, przyjmie postać

$$(i_{cz})^2 = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau i^2\,dt = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau I^2\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 dt =$$

$$= \frac{I^2}{\tau}\left\{\int_0^\tau dt - 2\int_0^\tau e^{-\frac{t}{\tau}}\,dt + \int_0^\tau e^{-\frac{2t}{\tau}}\,dt\right\} = I^2\,\frac{4\,e - e^2 - 1}{2\,e^2}$$

z tego

$$\frac{i_{cz}}{I} = \sqrt{\frac{4\,.\,2{,}718 - \overline{2{,}718}^2 - 1}{2\,.\,\overline{2{,}718}^2}} = \sqrt{0{,}168} = 0{,}41.$$

Energia jaką wyda ogniwo w ciągu czasu τ wyniesie

$$E\,i_{sr}\,\tau = 0{,}368\;E\,I\,\tau.$$

Energia rozproszona w postaci ciepła w ciągu tegoż czasu

$$(i_{cz})^2\,R\,\tau = 0{,}168\,I^2\,R\,\tau = 0{,}168\;E\,I\,\tau.$$

Energia zamieniona w potencyalną pola magnetycznego

$$\frac{1}{2}\,\mathfrak{L}\,(i_{max})^2 = \frac{\overline{0{,}633}^2}{2}\,\mathfrak{L}\,I^2 = 0{,}2\,I^2\,R\,\tau = 0{,}2\;E\,I\,\tau.$$

Jako odpowiedzi mamy więc

$$\frac{(i_{cz})^2\,R\,\tau}{E\,i_{sr}\,\tau} = \frac{0{,}168}{0{,}368},\quad \text{czyli}\quad 45{,}7\%$$

oraz

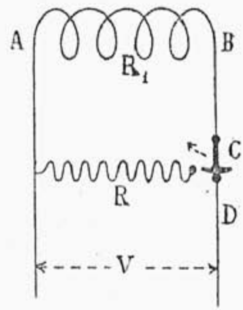
$$\frac{\frac{1}{2}\,\mathfrak{L}\,(i_{max})^2}{E\,i_{sr}\,\tau} = \frac{0{,}2}{0{,}368},\quad \text{czyli}\quad 54{,}3\%.$$

---

74. — Aby przerwać prąd w uzwojeniu AB, na którego końcówkach różnica potencyałów wynosi $V = 500$ woltom, i którego współczynnik samoindukcyi $\mathfrak{L}$ jest stały, działamy przełącznikiem C, przyłączającym uzwojenie do opornika bezindukcyjnego R w chwili gdy ono jest odłączane od sieci zasilającej D (rys. 51). Jaką wartość może przyjąć teoretycznie napięcie na końcówkach uzwojenia, gdy opornik przedstawia opór: 1) równy oporowi R' uzwojenia, 2) jego połowie, 3) dziesięciokrotnemu R'?

W chwili t okresu zmiennego, natężenie i prądu samoindukcyi przy przerywaniu, zamykającego się oporem $(R' + R)$ wyniesie

$$i = \frac{-\mathfrak{L}\frac{di}{dt}}{R' + R},$$



Rys. 51.

skąd, w założeniu przełączenia bez iskry

$$\int_0^t dt = -\frac{\mathfrak{L}}{R' + R}\int_{\frac{V}{R'}}^{i}\frac{di}{i}$$

czyli

$$t = -\frac{\mathfrak{L}}{R' + R}\log_e\frac{R' i}{V}$$

lub

$$i = \frac{V}{R'}e^{-\frac{R' + R}{\mathfrak{L}}t}.$$

Chwilowa różnica potencyałów na końcówkach uzwojenia

$$v = iR = \frac{R}{R'}Ve^{-\frac{R' + R}{\mathfrak{L}}t}$$

osiągnie dla $t = 0$, dla którego $e^{-(R' + R)\frac{t}{\mathfrak{L}}} = 1$, wartość największą

$$V_0 = \frac{R}{R'}V.$$

Podstawiając $V = 500$ woltom, otrzymamy

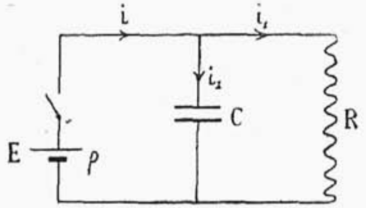
$$V_0 = 500,\ 250 \text{ lub } 5000 \text{ woltom},$$

zależnie od tego czy

$$R = R',\ \frac{R'}{2} \text{ lub } 10R'.$$

75.—Jaki kondensator należałoby włączyć równolegle z opornikiem bezindukcyjnym $R = 1000$ omom, aby przyłączając całość do ogniwa galwanicznego o oporze 100 omów, prąd ustalał się w oporniku w ten sam sposób, jak gdyby on posiadał współczynnik samoindukcyi $\mathfrak{L} = 1$ henry?

Oznaczmy przez E siłę elektromotoryczną ogniwa. W wypadku opornika bez samoindukcyi, z równolegle włączonym kondensatorem C, mamy dla jakiejkolwiek chwili t po włączeniu ogniwa zależność



Rys. 52.

$$i = i_1 + i_2 \quad \text{oraz} \quad E = i\rho + i_1 R$$

(znaczenie liter widać na rys. 52) oraz

$$i_2 = C R \frac{d i_1}{d t},$$

skąd, podstawiając do równania pierwszego wartości i_1 oraz i_2 wzięte z dwuch drugich

$$\frac{E - i_1 R}{\rho} = i_1 + C R \frac{d i_1}{d t}$$

lub

$$d t = C R \rho \frac{d i_1}{E - i_1 (R + \rho)} \qquad (1)$$

W nieobecności kondensatora prąd i_1 ustalający się w oporniku, tym razem indukcyjnym, wyrazi się równaniem

$$i_1 = \frac{E - \mathfrak{L} \frac{d i_1}{d t}}{R + \rho}$$

lub

$$d t = \mathfrak{L} \frac{d i_1}{E - i_1 (R + \rho)} \qquad (2)$$

Widzimy, że równania różniczkowe (1) i (2) oznaczają jednakowe okresy zmienne w wypadku, gdy

$$C R \rho = \mathfrak{L}.$$

Wartość więc szukanej pojemności wynosi

$$C = \frac{\mathfrak{L}}{R \rho}.$$

Podstawiając

$$\mathfrak{L} = 1 \text{ henry}, \quad R = 1000 \text{ omom}, \quad \rho = 100 \text{ omom},$$

znajdziemy

$$C = \frac{1}{1000 \,.\, 100} = 10^{-5} \text{ farada}.$$

---

76. — Jak się zmieniają prąd ładowania i różnica potencyałów zbroi kondensatora, o pojemności $C = 1 \,.\, 10^{-6}$ farada, przyłączonego do źródła stałej siły elektromotorycznej $E = 100$ woltom, za pośrednictwem zwojnicy o współczynniku samoindukcyi $\mathfrak{L} = 1$ henry, w założeniu, że opory omiczne wszystkich przewodników równe są zeru?

Oznaczmy przez i natężenie prądu ładowania, przez v różnicę potencyałów zbroi w chwili t, liczonej od przyłączenia źródła. Mamy wówczas

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

z powodu nieobecności oporów,

$$E - v - \mathfrak{L} \frac{di}{dt} = 0.$$

Jeżeli w pochodnej względem czasu ostatniego równania, $\frac{dv}{dt}$ zamienimy przez wartość znalezioną z pierwszego, otrzymamy

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{\mathfrak{L} C} = 0.$$

Aby otrzymać całkę ogólną tego równania różniczkowego ze współczynnikiem przy środkowym wyrazie równym zeru, należy zastąpić i przez e^{mt}, co doprowadzi nas do wzoru

$$e^{mt}\left(m^2 + \frac{1}{\mathfrak{L} C}\right) = 0,$$

znaleźć wartości m_1 oraz m_2, które sprowadzają do zera dwumian w nawiasach, i wstawić otrzymane wielkości do wyrażenia

$$i = A\, e^{m_1 t} + B\, e^{m_2 t},$$

gdzie A i B są stałemi całkowania, dającemi się określić z warunków granic całkowania.

Ponieważ

$$m_1 = + \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} \sqrt{-1}$$

oraz

$$m_2 = - \frac{1}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} \sqrt{-1}$$

są wielkościami urojonemi i sprzężonemi, można napisać, posiłkując się wzorami Eulera

$$i = (A + B) \cos \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} + (A - B) \sqrt{-1} \sin \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} =$$

$$= M \cos \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} + N \sin \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} .$$

Dalej

$$v = E - \mathfrak{L} \frac{di}{dt} = E + M \sqrt{\frac{\mathfrak{L}}{C}} \sin \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} - N \sqrt{\frac{\mathfrak{L}}{C}} \cos \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} .$$

Dla czasu $t = 0$, $i = 0$ oraz $v = 0$, skąd

$$0 = M \quad \text{oraz} \quad 0 = E - N \sqrt{\frac{\mathfrak{L}}{C}},$$

co określa nam M i N.

Wartości chwilowe natężenia prądu i różnicy potencyałów sprowadzają się do

$$i = E \sqrt{\frac{C}{\mathfrak{L}}} \sin \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}} .$$

oraz

$$v = E \left(1 - \cos \frac{t}{\sqrt{\mathfrak{L}C}}\right).$$

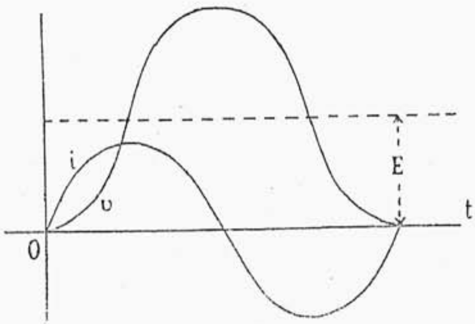
Prąd więc ładowania jest sinusoidalnie zmienny, o ilości okresów na sekundę

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mathfrak{L}C}}$$

osiągając w obydwie strony amplitudę

$$I_0 = E \sqrt{\frac{C}{\mathfrak{L}}}$$

podczas gdy różnica potencyałów zbroi zachowuje stały kierunek, zmieniając swą wielkość sinusoidalnie (z tą samą ilością okresów na sekundę) około średniej wartości E, pomiędzy najmniejszością równą zeru i największością $E_0 = 2E$ (rys. 53).



Rys. 53.

Kładąc dane liczbowe z warunków zadania, znajdziemy

$$f = \frac{1}{2 \,.\, 3{,}14\sqrt{1 \,.\, 1 \,.\, 10^{-6}}} = 159 \text{ okresom na sekundę,}$$

$$I_0 = 100\sqrt{\frac{1 \,.\, 10^{-6}}{1}} = 0{,}1 \text{ ampera}$$

oraz

$$E_0 = 2 \,.\, 100 = 200 \text{ woltom.}$$