Ponieważ z wykresu $OA : OC = 0{,}866$

więc

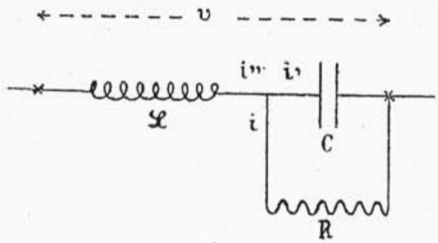
$$\frac{200\,I'}{1300} = 0{,}866,$$

skąd

$$I' = \frac{0{,}866 \,.\, 1300}{200} = 5{,}63 \text{ amperom.}$$

---

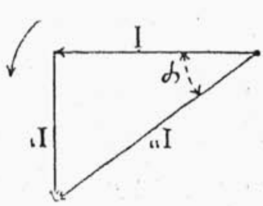
88. — Jaką ilość okresów na sekundę powinna posiadać sinusoidalnie zmienna różnica potencyałów o stałej wartości czynnej, przyłączona do końcówek układu, w skład którego wchodzi samoindukcya $\mathfrak{L} = 1$ henry i w szereg z nią pojemność $C = 2{,}5$ mikrofarada (rys. 68), aby czynne natężenie prądu przechodzącego przewodnikiem bezindukcyjnym, włączonym równolegle z kondensatorem, było niezależne od wielkości oporu R tego przewodnika, i jaką powinna być różnica potencyałów, aby otrzymać w ten sposób prąd o natężeniu czynnem równem jednemu amperowi?



Rys. 68.

Oznaczmy, jak to wskazuje schemat układu, przez i, i', i'' oraz v wartości chwilowe prądów i różnicy potencyałów w poszczególnych częściach układu, zaś przez I, I', I'' i V odpowiadające im wartości czynne.

Ponieważ prąd i jest w fazie z napięciem iR na końcówkach kondensatora, a prąd i' wyprzedza to napięcie o $\frac{\pi}{2}$, przeto prąd $i'' = i + i'$ da się wyrazić przy pomocy wektora (rys. 69), stanowiącego przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego, którego przyprostokątne są proporcyonalne do I oraz $I' = 2\pi f C \,.\, IR$, tak iż

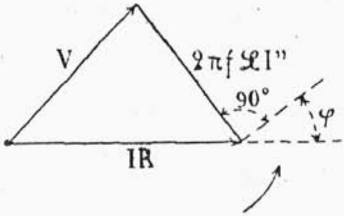


Rys. 69.

$$I'' = \sqrt{I^2 + I'^2} = I\sqrt{1 + 4\pi^2 f^2 C^2 R^2}$$

oraz
$$\sin\varphi = \frac{I'}{I''} = \frac{2\pi f C R}{\sqrt{1+4\pi^2 f^2 C^2 R^2}}.$$

Ponieważ $v = iR - \left(-\mathfrak{L}\frac{di''}{dt}\right)$, więc o ile z końca wektora o długości proporcyonalnej do IR, wystawimy prostopadle w kierunku dodatnim do prostej tworzącej kąt φ z pierwszym (rys. 70) wektor o długości proporcyonalnej do $2\pi f \mathfrak{L} I''$, otrzymamy jako zamknięcie trójkąta wektor V.



Rys. 70.

Możemy więc napisać

$$V^2 = (IR)^2 + (2\pi f \mathfrak{L} I'')^2 - 2(IR)(2\pi f \mathfrak{L} I'')\sin\varphi =$$
$$= I^2R^2 + 4\pi^2 f^2 \mathfrak{L}^2 I^2 (1+4\pi^2 f^2 C^2 R^2) - 2IR.2\pi f \mathfrak{L} I.2\pi f C R =$$
$$= I^2 \{4\pi^2 f^2 \mathfrak{L}^2 + R^2(1-4\pi^2 f^2 \mathfrak{L} C)^2\}$$

skąd
$$I = \frac{V}{\sqrt{4\pi^2 f^2 \mathfrak{L}^2 + R^2(1-4\pi^2 f^2 \mathfrak{L} C)^2}}.$$

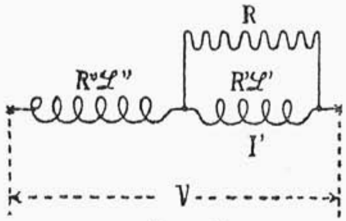
Aby I nie zależało od R, wystarczy warunek
$$1 - 4\pi^2 f^2 \mathfrak{L} C = 0$$
czyli
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mathfrak{L}C}}.$$

Otrzymamy wówczas
$$I = \frac{V}{2\pi f \mathfrak{L}}.$$

Kładąc $\mathfrak{L} = 1$ henry, $C = 2{,}5.10^{-6}$ farada, $I = 1$ amp., otrzymamy
$$f = \frac{1}{2.3{,}14.\sqrt{1.2{,}5.10^{-6}}} = 100{,}7 \text{ okresom na sekundę,}$$
oraz
$$V = 1.2.3{,}14.100{,}7.1 = 633 \text{ woltom.}$$

---

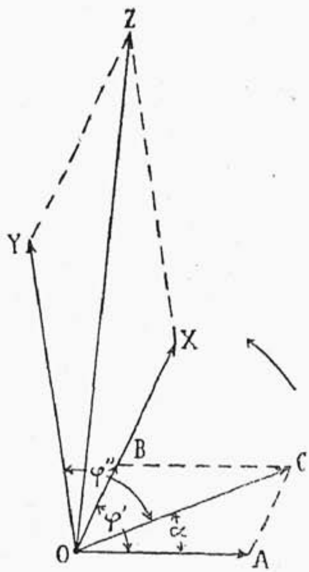
89. — Dwie zwojnice, których opory wynoszą, jeden $R' = 10$ omom, drugi $R'' = 100$ omom a współczynniki samoindukcyi odpowiednio $\mathfrak{L}' = 0{,}01$ henry oraz $\mathfrak{L}'' = 5$ henry, są połączone w szereg (rys. 71). Na całość działa sinusoidalnie zmienna różnica potencyałów o $f = 50$ okresom na sekundę. Jaki opór należy włączyć równolegle z pierwszą zwojnicą, aby prąd przez nią płynący był w stosunku kąta prostego do różnicy potencyałów działającej na cały rozpatrywany obwód?



Rys. 71.

Oznaczmy przez x' oraz x'' opory indukcyjne, a przez z' i z'' opory pozorne obydwuch zwojnic.

Przedstawmy (rys. 72) prąd w pierwszej zwojnicy przy pomocy wektora OA, długości proporcyonalnej do natężenia czynnego I', a różnicę potencyałów na końcówkach tej zwojnicy przez wektor OX, długości proporcyonalnej do $I'z'$, wyprzedzający poprzedni wektor o kąt φ' taki, którego $\cos \varphi' = \frac{R'}{z'}$ oraz $\sin \varphi' = \frac{x'}{z'}$.



Rys. 72.

Prąd, w szukanym oporze R, jest w fazie z wyżej wspomnianą różnicą potencyałów, wyobraża go wektor OB długości proporcyonalnej do $I' \frac{z'}{R}$.

Przekątna OC równoległoboku zbudowanego na OA i OB jest wektorem prądu w drugiej zwojnicy.

Oznaczając przez I'' natężenie czynne tego prądu, a przez α kąt o jaki wyprzedza prąd pierwszej zwojnicy, możemy napisać

$$\cos \alpha = \frac{(OA + AC \cos \varphi)}{OC} = \frac{I'\left(1 + \frac{R'}{R}\right)}{I''} \quad \text{oraz}$$

$$\sin \alpha = \frac{AC \sin \varphi}{OC} = \frac{I' x'}{I'' R}.$$

Różnicy potencyałów na końcówkach drugiej zwojnicy odpowiada wektor OY, długości proporcyonalnej do $I''z''$, wyprzedzający wektor OC o kąt φ'', czyniący zadość równaniom $\cos\varphi'' = \frac{r''}{z''}$ oraz $\sin\varphi'' = \frac{x''}{z''}$.

Wypadkowa OZ wektorów OX i OY wyznacza całkowitą różnicę potencyałów, działającą na układ.

Gdy OZ jest prostopadłe do OA, suma rzutów OX i XZ na OA jest równą zeru. Warunek aby wektory prądu I' oraz różnicy, potencyałów V tworzyły kąt prosty, wyrazi wzór

$$OX\cos\varphi' + XZ\cos(\alpha + \varphi'') = 0.$$

Zastępując $\cos(\alpha + \varphi'')$ przez $\cos\alpha\cos\varphi'' - \sin\alpha\sin\varphi''$ otrzymamy

$$I'z' \cdot \frac{R'}{z'} + I''z''\left\{\frac{I'}{I''}\left(1 + \frac{R'}{R}\right)\cdot\frac{R''}{z''} - \frac{I'}{I''}\,\frac{x'}{R}\cdot\frac{x''}{z''}\right\} = 0$$

lub

$$R' + \left(1 + \frac{R'}{R}\right)R'' - \frac{x'}{R}\,x'' = 0,$$

skąd jako wartość dla R otrzymamy

$$R = \frac{x'x'' - R'R''}{R' + R''}.$$

Kładąc $R' = 10$ omom, $R'' = 100$ omom,

$x' = 2\pi f \mathfrak{L}' = 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 0{,}01 = 3{,}14$ omom,

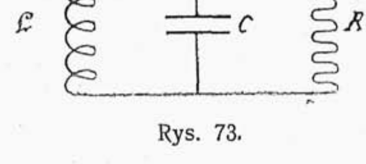
$x'' = 2\pi f \mathfrak{L}'' = 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 5 = 1570$ omom,

znajdziemy

$$R = \frac{3{,}14 \,.\, 1570 - 10 \,.\, 100}{10 + 100} = 35{,}7 \text{ omom.}$$

---

90. — Sieć jednofazowa, zasilająca odbieracze bezindukcyjne, da się sprowadzić do schematu (rys. 73). Pomijamy opór generatora i kabli, współczynnik samoidukcyi pierwszego wynosi $\mathfrak{L}$, (niezmienny). Siła elektromotoryczna generatora przyłączona do oporu R zmiennego wraz z obciążeniem, oraz równolegle do oporu przyłączonej pojemności C, zależnej od rozległości sieci.



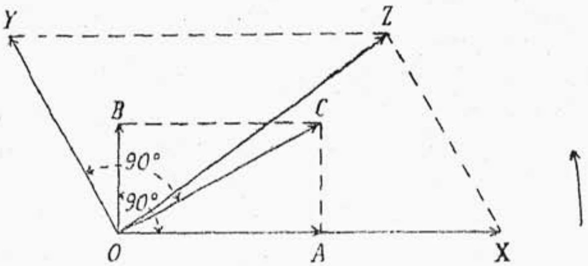
Rys. 73.

Siła elektromotoryczna jest wielkością zmienną złożoną, o $f=25$ okresom na sekundę. Jakiej wartości C, przy $\mathfrak{L}=0{,}15$ henry, odpowiada największa amplituda sinusoidalnej fali głównej, oraz harmonicznej rzędu jedenastego, różnicy potencyałów między przewodnikami sieci. Oraz gdy rezonans ma miejsce, dla jakich wartości oporu R, amplituda napięć składowych przyjmie wartość dwa razy większą od wartości amplitudy siły elektromotorycznej?

Oznaczmy $a=2\pi n f$ zmiennej harmonicznej n-tego rzędu siły elektromotorycznej generatora, oraz przez E_0 jej amplitudę. Działanie tej siły elektromotorycznej można rozpatrywać tak jak gdyby ona była sama.

Amplitudy prądów, które wywołuje siła elektromotoryczna składowej harmonicznej w oporze R i w równoległej z nim pojemności C, są wyrażone w funkcyi amplitudy V_0 (różnicy potencyałów, tej siły elektromotorycznej, utrzymywanej między przewodnikami sieci) przez $\frac{V_0}{R}$ oraz $a\,C\,V_0$.

Tym prądom, które na rys. 74 wyobrażają wektory OA i OB do siebie prostopadłe, odpowiada w części obwodu z samoindu-



Rys. 74.

kcyą $\mathfrak{L}$ prąd całkowity, którego wektor OC jest wypadkową poprzednich, możemy więc napisać

$$I_0=V_0\sqrt{\frac{1}{R^2}+a^2C^2}.$$

Z drugiej strony, wypadkowa OZ wektora OX wyobrażającego różnicę potencyałów między przewodnikami sieci, oraz wektora OY, prostopadłego do OC, wyobrażającego różnicę potencyałów o amplitudzie $a\mathfrak{L}I_0$, potrzebną do przezwyciężenia oporu indukyjnego generatorów, jest wektorem ich siły elektromotorycznej.

Ponieważ kąt OXZ jest dopełnieniem kąta AOC, którego sinus jest równy $aC/\sqrt{1/R^2+a^2C^2}$, otrzymamy z trójkąta OXZ zależność

$$E_0^2 = V_0^2 + a^2 \mathfrak{L}^2 I_0^2 - 2 V_0 a \mathfrak{L} I_0 \frac{aC}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + a^2C^2}},$$

która, rozwiązana względem V_0, po zastąpieniu I_0 przez jego wartość wyżej znalezioną, przyjmie postać

$$V_0 = \frac{R}{\sqrt{a^2 \mathfrak{L}^2 + R^2(a^2 \mathfrak{L} C - 1)^2}} E_0,$$

dla każdej wartości R amplituda V_0 przechodzi przez największość, gdy $a^2 \mathfrak{L} C - 1 = 0$, lub gdy

$$C = \frac{1}{a^2 \mathfrak{L}}.$$

Wartość jej wynosi

$$V_0 = \frac{R}{a\mathfrak{L}} E_0,$$

tak iż opór, dla którego stosunek $\frac{V_0}{E_0}$, w wypadku rezonansu, przybiera wartość m, wynosi

$$R = a \mathfrak{L} m.$$

Podstawiając $\mathfrak{L} = 0,15$ henry, $f = 25$ okresom na sekundę, wartość C sprowadzająca rezonans i odpowiadająca jej wartość R, urzeczywistniające warunek $m = 2$, dla głównej fali (czyli $n = 1$) przy wartości $a = 2\pi f = 2 . 3,14 . 25 = 157$,

$$C = \frac{1}{157^2 . 0,15} = 270 . 10^{-6} \text{ farada},$$

$$R = 157 . 0,15 . 2 = 47,1 \text{ omom},$$

a dla harmonicznej rzędu $n = 11$, i $a = 2\pi n f = 2 . 3,14 . 11 . 25 = 1725$

$$C = \frac{1}{1725^2 . 0,15} = 2,24 . 10^{-6} \text{ farada},$$

$$R = 1725 . 0,15 . 2 = 517,5 \text{ omom}.$$

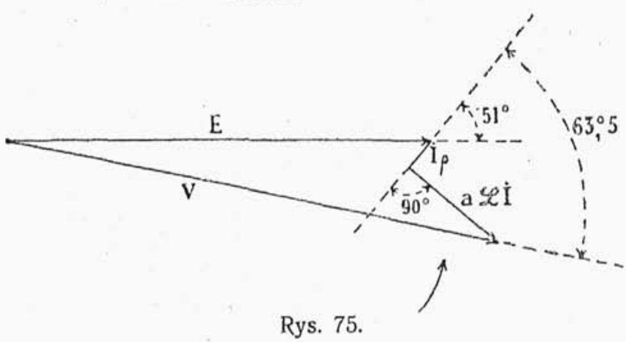
91. — Generator jednofazowy, o oporze $R = 100$ omom i współczynniku samoindukcyi $\mathfrak{L} = 1$ henry (stały), rozwija moc elektryczną (średnią) $P = 375$ watom, dając prąd o $f = 50$ okresom na sekundę, przy natężeniu czynnem $I = 0,7$ ampera, wyprzedzający w fazie siłę elektromotoryczną maszyny. Wielkość czynna tej siły elektromotorycznej wynosi $E = 850$ woltom. Końcówki generatora są przyłączone do obwodu odbiorczego, oraz rownolegle z nim włączonego kondensatora o pojemności $C = 5$ mikrofaradom. Jakim jest opór omiczny i indukcyjny obwodu? Siła elektromotoryczna i natężenie prądu są wielkościami sinusoidalnie zmiennemi.

Oznaczmy przez e, i oraz v wartości chwilowe siły elektromotorycznej generatora, prądu i różnicy potencyałów na końcówkach

$$v = e - iR - \mathfrak{L}\frac{di}{dt}.$$

Prąd i wyprzedza siłę elektromotoryczną e o kąt φ taki, że $\cos\varphi = P/EI = 375/850 . 0,7 = 0,63$, t. j. o 51^0, zaś siła elektromotoryczna samoindukcyi $-\mathfrak{L}\frac{di}{dt}$ opóźnia się o 90^0 względem i.

Mamy więc, jako odpowiadające chwilowym iR oraz $-\mathfrak{L}\frac{di}{dt}$, wartości czynne $IR = 0,7 . 100 = 70$ woltom oraz $2\pi f \mathfrak{L} I = 2 . 3,14 . 50 . 1 . 0,7 = 220$ woltom.



Rys. 75.

Składając wektoryalnie (rys. 75) napięcia e, $-iR$ oraz $-\mathfrak{L}\frac{di}{dt}$, znajdziemy że wielkość czynna różnicy potencyałów v

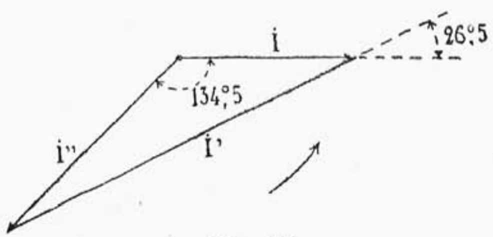
wynosi $V = 1000$ woltom i spóźnia się w fazie o kąt $63^0,5$ względem prądu i.

Pod wpływem różnicy potencyałów v na zbrojach, kondensator przepuszcza prąd $i' = C \frac{dv}{dt}$ o wartości czynnej $I' = 2\pi f C V =$ $2.3{,}14.50.5.10^{-6}.1000 = 1{,}57$ amp., wyprzedzający o 90^0 różnicę potencyałów v, czyli o $90^0 - 63^0,5 = 26^0,5$ prąd i.

Natężenie chwilowe i'' prądu w obwodzie odbiorczym czyni zadość równaniu

$$i'' = i - i'.$$

Prąd ten przedstawionym być może (rys. 76) przy pomocy wektora, łączącego początek wektora prądu i z końcem wektora



Rys. 76.

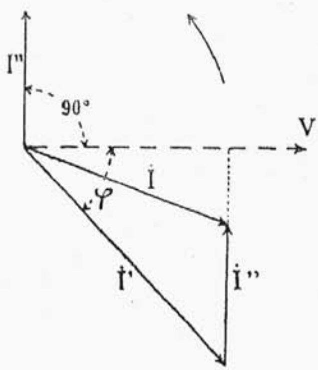
prądu i' o zmienionym kierunku wykreślonego w przedłużeniu z poprzednim. Z wykresu otrzymamy, jako wartość czynną szukanego prądu $I'' = 1$ amperowi, spóźniającego się w fazie o $134^0,5$ względem prądu i, lub o $134^0,5 - 63^0,5 = 71^0$ w stosunku do różnicy potencyałów v.

Z powyższego, opór pozorny V/I'' obwodu odbiorczego wynosi $1000/1 = 1000$ omom, jego opór omiczny $1000 . \cos 71^0 = 326$ omom, opór zaś indukcyjny $1000 . \sin 71^0 = 945$ omom.

92.—Aby zmniejszyć ilość ciepła wytwarzającego się w przewodnikach zasilających indukcyjny odbieracz prądu zmiennego (o pobieranej mocy elektrycznej $P = 5$ *MK* przy wartości czynnej różnicy potencyałów na końcówkach $V = 1000$ woltom, ze współczynnikiem mocy $A = 0{,}8$), przyłączamy kondensator do końcówek tego odbieracza. Wyznaczyć pojemność C jaką należy nadać kondensatorowi, aby jaknajlepiej wyzyskać linię, w założeniu, że mamy do czynienia z wielkościami prądu i napięcia sinusoidalnie zmiennemi, o $f = 50$ okresom na sekundę.

Należy zmniejszyć do minimum prąd w linii, którego natężenie czynne I jest sumą geometryczną czynnych natężeń $I' = \frac{P}{AV}$ oraz $I'' = 2\pi f C V$ prądów pobieranych przez odbieracz indukcyjny i przez kondensator.

Prąd w odbieraczu spóźnia się w fazie o kąt φ taki, że $\cos\varphi = A$, zaś prąd w kondensatorze wyprzedza o $\frac{\pi}{2}$ różnicę potencyałów na wspólnych końcówkach.



Rys. 77.

Prąd wypadkowy otrzymamy z wykresu (rys. 77).

Z wykresu (rys. 77) widać, że najmniejsza wartość czynna prądu wypadkowego ma miejsce wówczas, gdy prąd ten jest w fazie z różnicą potencyałów na końcówkach, t. j. gdy

$$I'' = I' \sin\varphi$$

lub

$$2\pi f C V = \frac{P}{AV} \sin\varphi .$$

Podstawiając dane liczbowe zadania

$$C = \frac{P \sin\varphi}{2\pi f A V^2} = \frac{5 \,.\, 736 \,.\, \sqrt{1 - \overline{0{,}8}^2}}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 0{,}8 \,.\, \overline{1000}^2} = 8{,}8 \,.\, 10^{-6} \text{ farada.}$$

W tych warunkach

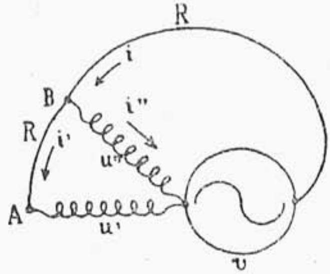
$$I = I' \cos\varphi = \frac{P}{V} = \frac{5 \,.\, 736}{1000} = 3{,}68 \text{ amp.},$$

gdy bez kondensatora

$$I = I' = \frac{P}{AV} = \frac{5 \,.\, 736}{0{,}8 \,.\, 1000} = 4{,}6 \text{ amp.}$$

---

93. — Dwa odbieracze indukcyjne A i B, których współczynniki mocy wynoszą 0,8, są przyłączone (rys. 78) jednemi swemi końcówkami wprost do alternatora jednofazowego. Druga końcówka odbieracza B łączy się z drugą końcówką odbieracza A, oraz alternatora przy pomocy przewodników o oporze omicznym 0,2 oma. Wiedząc, że każdy z odbieraczy bierze średnio 10 $\mathcal{KM}$, oraz że czynna różnica potencyałów na końcówkach odbieracza A wynosi 100 woltów, wyznaczyć takąż różnicę potencyałów na końcówkach alternatora, w założeniu, że mamy do czynienia z wielkościami sinusoidalnie zmiennemi.



Rys. 78.

Średniej mocy $P' = 10 . 736 = = 7360$ watom, pobieranej przez odbieracz A, przy napięciu czynnem $U = 100$ woltom, ze współczynnikiem mocy $\cos\varphi' = 0{,}8$, odpowiada prąd o natężeniu czynnem

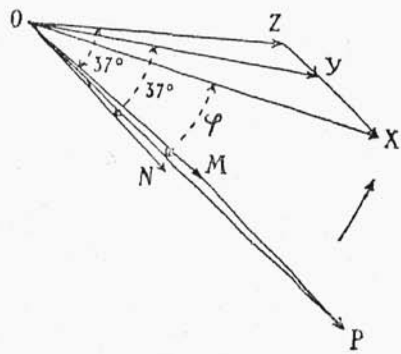
$$I' = \frac{P'}{U' \cos\varphi'} = \frac{7360}{100 . 0{,}8} = 92 \text{ amperom},$$

który spóźnia się w fazie względem napięcia na końcówkach swego odbieracza o kąt $\varphi' = 37^0$.

Oznaczając przez u', u'' oraz i' chwilowe wartości napięć na końcówkach odbieracza A, odbieracza B, oraz chwilowe natężenie prądu przechodzącego przez pierwszy odbieracz, jak również opór omiczny przewodnika R, łączącego miedzy sobą odbieracze, możemy napisać

$$u'' = u' + i' R.$$

Wybrawszy odpowiednią podziałkę dla woltów i amperów wyobrażamy (rys. 79) napięcie u' przez wektor OZ długości proporcyonalnej do U', oraz prąd i' przez wektor OM długości proporcyonalnej do I', spóźniający się w fazie o kąt 37^0 względem pierwszego, napięcie u'' wyobraża wektor OY, wypadkowy wektorów OZ i ZY, długości proporcyonalnej do $I'R = 92 . 0{,}2 = 18{,}4$ woltom, równoległy



Rys. 79.

do OM i tego samego kierunku. Z długości wektora OY, wyznaczamy napięcie czynne $U'' = 115{,}5$ woltom.

Prąd o natężeniu chwilowem i'', przechodząc przez odbieracz B, który otrzymuje średnią moc $P'' = 7360$ watom, przy napięciu czynnem U'' i współczynniku mocy $\varphi'' = 0{,}8$, posiada natężenie czynne

$$I'' = \frac{P''}{U'' \cos\varphi''} = \frac{7360}{115{,}5 \,.\, 0{,}8} = 79{,}6 \text{ amperom},$$

i spóźnia się względem napięcia u'' o kąt $\varphi'' = 37^0$. Jego wektorem jest ON.

Oznaczając przez i natężenie chwilowe prądu wytwarzanego przez alternator

$$i = i' + i''.$$

Wypadkowa OP wektorów OM i ON jest więc wektorem natężenia czynnego $I = 170{,}8$ amperom.

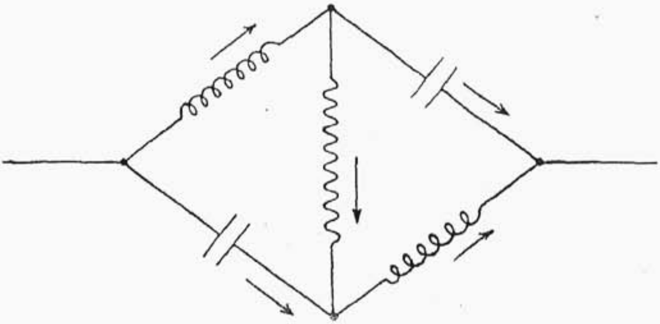
Jeżeli przez v oznaczymy wartość chwilową różnicy potencyałów na końcówkach alternatora, przyłączonego do odbieracza B przy pomocy przewodnika o oporze R, otrzymamy

$$v = u'' + iR.$$

Wykreślmy więc na przedłużeniu wektora OY, wektor YX długości proporcyonalnej do $IR = 170{,}8 \,.\, 0{,}2 = 34{,}2$ woltom, równolegle do wektora OP i tego samego co i on kierunku. Odcinek OX jest wektorem v. Długość jego wskazuje nam, że wielkość czynna różnicy potencyałów na końcówkach alternatora wynosi $V = 145$ woltom, przytem wyprzedza on całkowity prąd i o kąt $\varphi = 26^0.5$.

94. — Dwa przeciwległe boki równoległoboku są utworzone przez jednakowe zwojnice, o bardzo małym oporze omicznym (dającym się pominąć), i o stałym współczynniku samoindukcyi $\mathfrak{L} = 0{,}1$ henry; dwa drugie boki są utworzone przez kondensatory o jednakowej pojemności C. Jak wielką powinna być ta pojemność, aby prąd w przewodniku bezindukcyjnym, łączącym według przekątnej wierzchołki równoległoboku, był niezależny od jego oporu R, gdy sinusoidalnie zmienna różnica potencyałów o $f = 100$ okresom na sekundę działa na dwa drugie wierzchołki? Jakie jest wraz z wartością C natężenie czynne I prądu rozważanego, gdy wartość czynna różnicy potencyałów działającej na układ wynosi $V = 500$ woltom?

Na skutek symetryi, prądy (których kierunki przyjęte za dodatnie oznaczamy strzałkami, rys. 80) posiadają jednakowe natę-



Rys. 80.

żenia w obydwuch zwojnicach, jak również w obydwuch kondensatorach.

Oznaczmy przez i' oraz i'' ich natężenia w chwili t; i wartość chwilową prądu płynącego przez opór R, tworzący przekątną, u napięcia na okładkach kondensatorów, oraz v różnicy potencyałów działającej na cały układ.

Mamy równania

$$v = iR + 2\mathfrak{L}\frac{di'}{dt}; \quad v = -iR + 2u$$

$$i'' = C\frac{du}{dt}; \quad i' = i + i''.$$

Zastępując w trzeciem i'' przez wartość określoną z czwartego, następnie rugując $\frac{du}{dt}$ z nowego równania i drugiego (biorąc pochodną jego względem czasu) otrzymamy

$$\frac{dv}{dt} = -R\frac{di}{dt} + 2\frac{i' - i}{C},$$

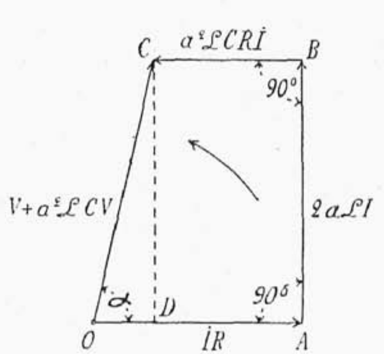
oraz

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -R\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{2}{C}\left(\frac{di'}{dt} - \frac{di}{dt}\right).$$

Wyrażenie $\frac{di'}{dt}$ otrzymane z ostatniego równania, a podstawione w pierwsze, daje

$$v - \mathfrak{L}\, C\, \frac{d^2 v}{d\,t^2} = iR + 2\,\mathfrak{L}\, \frac{d\,i}{d\,t} + \mathfrak{L}\, C\, R\, \frac{d^2 i}{dt^2}.$$

Wartości czynne trzech wyrazów prawej strony równania, zakładając $a = 2\pi f$ są IR, $2a\mathfrak{L}I$, oraz $a^2\mathfrak{L}CRI$. Drugi wyraz wyprzedza o $\frac{\pi}{2}$ wyraz pierwszy, a trzeci posiada to samo zsunięcie fazy względem drugiego.



Rys. 81.

Jeżeli OA, AB i BC (rys. 81) są wektorami wyobrażającymi powyższe wielkości, to ich wypadkowa OC wyraża wielkość odpowiadającą dwum wyrazom lewej strony ostatniego równania.

Ponieważ te są z sobą w fazie, wartość czynna ich sumy jest sumą $V + a^2\mathfrak{L}CV$ ich wartości czynnych.

Z trójkąta prostokątnego ODC, znajdziemy

$$(V + a^2 \mathfrak{L}\, C\, V)^2 = 4\, a^2\, \mathfrak{L}^2 I^2 + (IR - a^2 \mathfrak{L}\, C\, RI)^2$$

lub

$$I = V\, \frac{1 + a^2 \mathfrak{L}\, C}{\sqrt{4\, a^2 \mathfrak{L}^2 + R^2 (1 - a^2 \mathfrak{L}\, C)^2}}$$

oraz

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\, a\, \mathfrak{L}}{R\, (1 - a^2 \mathfrak{L}\, C)}.$$

Z tych równań widać, że natężenie czynne prądu i jego faza względem różnicy potencyałów są niezależne od oporu R w przekątnej równoległoboku, gdy

$$1 - a^2 \mathfrak{L}\, C = 0.$$

Wówczas otrzymamy

$$I = \frac{V}{a\, \mathfrak{L}},$$

zaś $\operatorname{tg} \alpha = \infty$ t. j. $\alpha = 90^0$.

Zakładając $\mathfrak{L} = 0{,}1$ henry, $a = 2\pi f = 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 100 = 628$, należy, w celu zapewnienia szukanej niezależności, aby

$$C = \frac{1}{a^2 \mathfrak{L}} = \frac{1}{628^2 \,.\, 0{,}1} = 25{,}35 \,.\, 10^{-6} \text{ farada,}$$

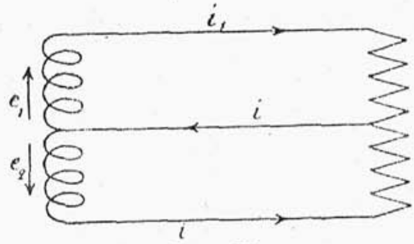
Przy $V = 500$ woltom znajdziemy

$$I = \frac{500}{628 \,.\, 0{,}1} = 7{,}97 \text{ amperom.}$$

---

95. — Alternator i odbieracz dwufazowe, są połączone trzema przewodnikami. Opór omiczny R i indukcyjny x każdego z zewnętrznych przewodników wraz z odpowiadającemi uzwojeniami alternatora i odbieracza równe są odpowiednio 10,25 oma oraz 12,5 oma. Opór omiczny R' i indukcyjny x' przewodnika środkowego wynoszą odpowiednio 0,1 oma i 0,15 oma. Jakie są, stosunek natężeń czynnych i różnica faz obydwuch prądów wytwarzanych przez alternator, którego siły elektromotoryczne czynne są równe i zsunięte w fazie o $\frac{\pi}{2}$, w założeniu, że mamy do czynienia z funkcyami sinusoidalnie zmiennemi.

Oznaczmy przez $\mathfrak{L}$ i $\mathfrak{L}'$ współczynniki samoindukcyi, odpowiadające oporom indukcyjnym x i x'; e_1 oraz e_2 wartości chwilowe sił elektromotorycznych wzbudzanych przez uzwojenie twornika, różniących się w fazach o $\frac{\pi}{2}$, przy równych wartościach czynnych; i_1 oraz i_2 wartości chwilowe powstałych w twornikach prądów, zaś $i = i_1 + i_2$ prądu w przewodniku środkowym (rys. 82).



Rys. 82.

Drugie prawo Kirchhoffa da nam zależności

$$e_1 - \mathfrak{L}\frac{di_1}{dt} - \mathfrak{L}'\frac{di}{dt} = i_1 R + i R' \qquad (1)$$

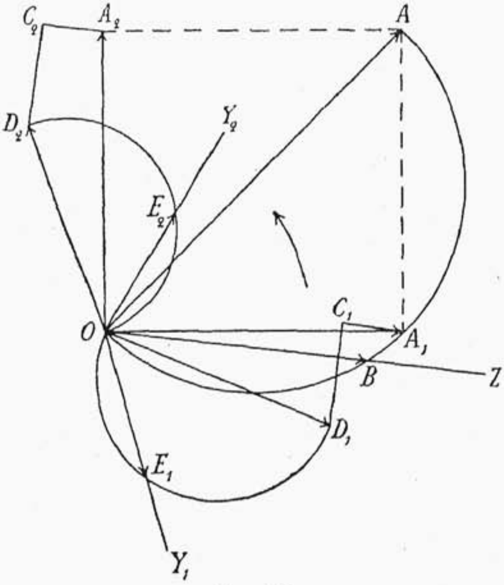
oraz

$$e_2 - \mathfrak{L}\frac{di_2}{dt} - \mathfrak{L}'\frac{di}{dt} = i_2 R + i R' \qquad (2)$$

skąd dodając stronami,

$$i\,(R + 2\,R') + (\mathfrak{L} + 2\,\mathfrak{L}')\,\frac{d\,i}{d\,t} = e_1 + e_2.$$

Według ostatniego równania, jeżeli wektory, tworzące kąt prosty, równe OA_1 i OA_2 (rys. 83) wyobrażają siły elektromoto-



Rys. 83.

ryczne e_1 i e_2, przecięcie B koła o średnicy równej wypadkowej OA z prostą OZ, poprowadzoną pod kątem takim, iż tg $AOZ = \frac{x + 2x'}{R + 2R'}$, wyznacza wektor OB odpowiadający $i\,(R + 2\,R')$.

Napiszmy równania (1) i (2) ze zmienioną koleją składników

$$i_1\,R + \mathfrak{L}\,\frac{d\,i_1}{d\,t} = e_1 - i\,R' - \mathfrak{L}'\,\frac{d\,i}{d\,t}$$

$$i_2\,R + \mathfrak{L}\,\frac{d\,i_2}{d\,t} = e_2 - i\,R' - \mathfrak{L}'\,\frac{d\,i}{d\,t}$$

widać z nich, że wektor $\left(i_1\,R + \mathfrak{L}\,\frac{d\,i_1}{d\,t}\right)$ jest wypadkowym OD_1 wektora OA_1, wektora A_1C_1 równego $OB \,.\, \frac{R'}{(R + 2\,R')}$ i równoległego (lecz ze znakiem przeciwnym) do OB, oraz wektora C_1D_1 równego $OB \cdot \frac{x'}{(R+2R')}$ i prostopadłego do OB w kierunku kątów ujemnych. Zaś wektor $\left(i_2 R + \mathfrak{L} \frac{di_2}{dt}\right)$ jest wypadkowym OD_2 wektora OA_2 i dwuch wektorów A_2C_2 i C_2D_2, których wartości, kierunki i znaki są odpowiednio takie, jak przy A_1C_1 i C_1D_1.

Z wykresu widać, że w ogólności wektory OD_1 i OD_2 nie są równe i tworzą między sobą kąt różny od 90^0, a więc tak samo i wektory OE_1 i OE_2, wyobrażające i_1R oraz i_2R, wyznaczone przez przecięcie się z kołami zatoczonemi na OD_1 i OD_2 jako na średnicach, prostych OY_1 i OY_2 tworzących z temi średnicami kąty ujemne D_1OY_1 i D_2OY_2 mające za tangens $\frac{x}{R}$.

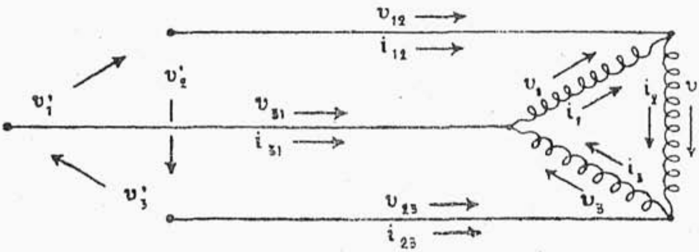
Natężenia czynne obydwuch prądów wytwarzanych przez alternator mają się do siebie jak długości OE_1 i OE_2 lub OD_1, do OD_2, a kąt E_1OE_2 lub D_1OD_2 jest miarą różnicy faz tych prądów.

Wykonywując wykres z danemi liczbowemi zadania, zobaczymy, że różnica między natężeniami czynnemi jest bardzo małą również różnica faz bardzo mało różni się od kąta prostego, pochodzi to stąd, że $\frac{R'}{(R+2R')}$ oraz $\frac{x'}{(R+2R')}$ są małe.

---

96. — Trzy jednakowe obwody odbieracza indukcyjnego prądu trójfazowego posiadają współczynnik mocy $A = 0{,}9$ i są połączone w trójkąt. Odbieracz ten bierze średnio moc elektryczną $P = 100$ *MK*, przy czynnej różnicy potencyałów na końcówkach $V = 1000$ woltom. Jest on zasilany przy pomocy trzech jednakowych przewodników bezindukcyjnych, w których straty na ciepło wynoszą razem $p = 15$ *MK*. Jaką wartość posiada czynna różnica potencyałów V' na końcówkach generatora, w założeniu, że mamy do czynienia z funkcyami sinusoidalnie zmiennemi względem czasu?

Oznaczmy chwilowe wartości prądów w trzech częściach obwodów odbieracza przez i_1, i_2, i_3; takież wartości różnic potencyałów na końcówkach tych obwodów przez v_1, v_2, v_3; zaś prądów płynących w zasilających przewodnikach przez i_{12}, i_{23}, i_{31}; spadków napięć w tych przewodnikach v_{12}, v_{23}, v_{31}; w końcu, chwilowe wartości różnic potencyałów między końcówkami generatora przez v_1', v_2', v_3'. Wskażmy strzałkami na załączonym rysunku 84 przyjęte kierunki dodatnie tych wielkości.



Rys. 84.

Każda z trzech części obwodu odbieracza pobiera średnią moc $\frac{P}{3}$ a prądy i_1, i_2, i_3 posiadają czynne natężenie

$$\frac{1}{3}\frac{P}{AV}=\frac{100\,.\,736}{3\,.\,0{,}9\,.\,1000}=27{,}2 \text{ amperom.}$$

Prądy te mogą być wyrażone (rys. 85) przez trzy wektory OA_1, OA_2, OA_3 jednakowej długości i tworzące między sobą kąty 120°.

Różnice potencyałów v_1, v_2, v_3 są więc wyrażone przez trzy wektory OB_1, OB_2, OB_3 długości proporcyonalnej do V, wyprzedzające wektory natężenia prądu o kąt φ taki, iż $\cos\varphi = A = 0{,}9$ t. j. o 26°.

Ponieważ

$$i_{12} = i_2 - i_1$$
$$i_{23} = i_3 - i_2$$
$$i_{31} = i_1 - i_3$$

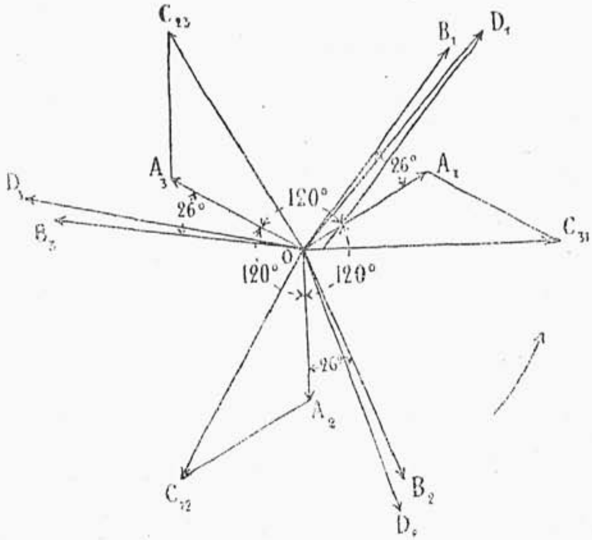
wypadkowe OC_{12}, OC_{23}, OC_{31}, wektorów OA_2 i $-OA_1$, OA_3 i $-OA_2$ oraz OA_1 i $-OA_3$, są wektorami prądów i_{12}, i_{23}, i_{31}.

Ponieważ tworzą one podstawy trójkątów równoramiennych, których boki równe wyobrażają 27,2 amp., a takież kąty mają $\frac{(180^0 - 120^0)}{2} = 30^0$, natężenie czynne tych prądów wyniesie

$$I' = 2\,.\,27{,}2\,.\cos 30^0 = \sqrt{3}\,.\,27{,}2 = 47{,}1 \text{ amperom.}$$

Spadki napięcia v_{12}, v_{23}, v_{31} są w fazie z prądami, które je wywołują i posiadają wartość czynną

$$\frac{1}{3}\frac{p}{I'}=\frac{15\,.\,736}{3\,.\,47{,}1}=78 \text{ woltom.}$$



Rys. 85.

Różnice potencyałów v_1', v_2', v_3' czynią zadość równaniom

$$v_1' = v_{31} + v_1 - v_{12}$$
$$v_2' = v_{12} + v_2 - v_{23}$$
$$v_3' = v_{23} + v_3 - v_{31}$$

Z tego wynika, że znajdziemy wektor OD_1 różnicy potencyałów v_1', wyprowadzając z O wzdłuż OC_{31} odcinek wyobrażający 78 woltów; przeprowadzając następnie, równolegle do OB_1 i w kierunku tego wektora odcinek długości odpowiadającej 1000 woltom; przedłużając go inną linią równoległą, o kierunku przeciwnym do OC_{12}, długości odpowiadającej 78 woltom, i łącząc początek z wolnym końcem ostatniej prostej.

W podobny sposób otrzymamy wektory OD_2, OD_3 różnic potencyałów v_2' oraz v_3'. Jest rzeczą oczywistą, że proste OD_1, OD_2 oraz OD_3 tworzą pomiędzy sobą kąty równe 120°.

Z ich długości znajdziemy, że $V' = 1125$ woltom.