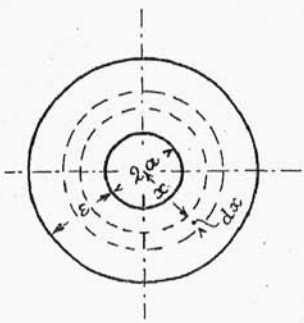
ROZDZIAŁ III

PRAWA PRĄDU ELEKTRYCZNEGO

32. — Jak grubą powinna być powłoka dyelektryka (o oporze właściwym $\rho = 350 \,.\, 10^6$ megomom centymentrowym [1]) kabla telegrafu podmorskiego, którego przewodnik jest średnicy $2a = 2\,mm$, aby opór izolacyi osiągnął $R = 300$ megomom na milę morską (1852 metry)?

Elementarny opór stawiany prądowi przez izolacyę tworzącą walec współśrodkowy z przewodnikiem, o długości l (liczonej wzdłuż osi kabla), o promieniu x i grubości dx (rys. 19), wyniesie



Rys. 19.

$$dR = \rho \frac{dx}{2\pi x l}.$$

Zaś na długości rozważanej, opór izolacyi o grubości ε wyrazi się

$$R = \frac{\rho}{2\pi l}\int_a^{a+\varepsilon}\frac{dx}{x} = \frac{\rho}{2\pi l}\log_e\frac{a+\varepsilon}{a}.$$

Gdy, dla $l = 185\,200\ cm$, R powinno być równe 300 megomom przy $\rho = 350 \,.\, 10^6$ megomom centymetrowym

$$\log_e\frac{a+\varepsilon}{a} = \frac{2\pi l R}{\rho} = \frac{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 185200 \,.\, 300}{350 \,.\, 10^6} = 0{,}997,$$

[1]) Czyli megomom na 1 cm długości przy 1 cm^2 przekroju.

znajdziemy

$$\frac{a+\varepsilon}{a}=2{,}7,$$

ponieważ $a=1$ *mm*, więc

$$\varepsilon=1\,(2{,}7-1)=1{,}7\ mm.$$

33. — Wyznaczyć natężenie prądu elektrycznego, któryby podniósł w ciągu sekundy o 1^0 C temperaturę przewodnika miedzianego, o przekroju równym 1 mm^2. Przy oporze właściwym miedzi, wynoszącym 1,7 mikroomów centymetrowych, gęstości 8,9 gr/cm^3, cieple właściwym 0,095 małych kaloryi na gram i stopień, w założeniu, iż strat ciepła nie mamy.

Niech T będzie czasem trwania prądu w sekundach, t^0 C podniesieniem się temperatury, i natężeniem prądu w amperach, ρ oporem właściwym metalu w omach centymetrowych, δ jego gęstością, c ciepłem właściwem, l długością przewodnika w *cm*, s jego przekrojem w cm^2, a równoważnikiem mechanicznym ciepła w dżaulach na małą kaloryę.

Energia zamieniona w ciepło w czasie rozważanym wynosi $i^2 . \rho \frac{l}{s} . T$ dżaulów lub $i^2 . \rho \frac{l}{s} T . \frac{1}{a}$ małych kaloryi.

Ponieważ nie uwzględniamy ochładzania się, ta ilość ciepła da się wyrazić iloczynem $c\,l\,s\,\delta\,t$, czyli

$$i^2 \rho \frac{l}{s} T \frac{1}{a}=c\,l\,s\,\delta\,t,$$

z tego wzoru znajdziemy

$$i=s\sqrt{a\,\frac{c\,\delta\,t}{\rho\,T}}.$$

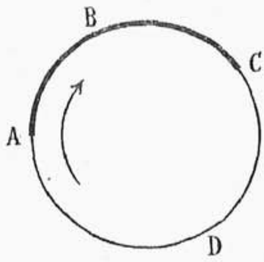
Kładąc

$s=0{,}01\ cm^2$; $c=0{,}095$ *ca* na gram i stopień,
$\delta=8{,}9\ gr/cm^3$; $\rho=1{,}7 . 10^{-6}$ omom centymetrowym;
$t=1$ stopniowi; $T=1$ sekundzie;
$a=0{,}425 . 10^3 . 10^2 . 981 . 10^{-7}=4{,}17$ dżaulom na *ca*,

otrzymamy

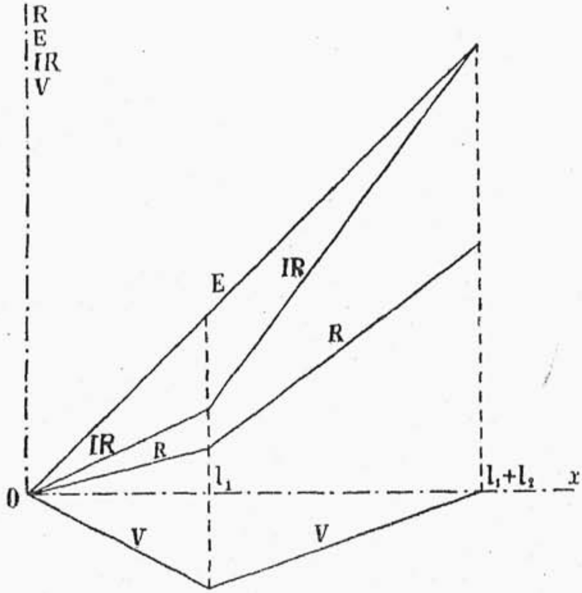
$$i=0{,}01\sqrt{4{,}17 . \frac{0{,}095 . 8{,}9}{1{,}7 . 10^{-6}} . \frac{1}{1}}=14{,}4\ \text{amp.}$$

34. — Jaką jest największa różnica potencyałów w dwuch punktach obwodu elektrycznego, utworzonego przez dwa przewodniki *ABC* i *CDA* (rys. 20), o oporach $R_1 = 0{,}0001$ i $R_2 = 0{,}0003$ oma na centymetr bieżący, i długościach $l_1 = 40\ cm$ i $l_2 = 60\ cm$, gdy w obwodzie tym działa w kierunku strzałki siła elektromotoryczna stała, wywołana przez indukcyę elektromagnetyczną. Siła ta jest równomiernie rozłożoną w stosunku $\varepsilon = 0{,}001$ wolta na centymetr bieżący obwodu.



Rys. 20.

Przedstawmy (rys. 21) w osiach współrzędnych prostokątnych zmiany, zachodzące wraz z długością z oporem *R*, wzbu-



Rys. 21.

dzoną siłą elektromotoryczną *E*, spadkiem napięcia *IR*, i różnicą potencyałów *V*, liczonych np. z punktu *A*, w kierunku siły elektromotorycznej.

Nanieśmy na osi odciętych odległości od punktu *A*; do punktu *C*, $x = l_1$, oraz do punktu *A*, $x = o$ lub $l_1 + l_2$.

Opór R jest równy $R_1 x$ dla $o < x < l_1$ oraz $R_1 l_1 + R_2 (x - l_1)$ dla $l_1 < x < (l_1 + l_2)$, wykres jego jest prostą złamaną w punkcie styku C obydwuch przewodników, i określoną przez rzędną równą zeru w początku układu, $R_1 l_1$ w odległości l_1 oraz $(R_1 l_1 + R_2 l_2)$ w odległości $(l_1 + l_2)$.

Siła elektromotoryczna zmienia się według wyrażenia $E = \varepsilon x$, wzdłuż całego obwodu i da się wyrazić prostą, o odciętych krańcowych równych o i $\varepsilon (l_1 + l_2)$.

Natężenie prądu jest stałe wzdłuż całego obwodu, i da się wyznaczyć na zasadzie prawa Ohma

$$I = \frac{\varepsilon (l_1 + l_2)}{R_1 l_1 + R_2 l_2}.$$

Spadek napięcia między punktem A i innym punktem obwodu w odległości x od pierwszego wynosi

$$IR = I R_1 x$$

lub

$$IR = I \{ R_1 l_1 + R_2 (x - l_1) \},$$

zależnie od tego, czy drugi punkt rozważany znajduje się na przewodniku ABC czy też CDA. Wykres więc IR składa się z dwuch prostych przecinających się przy odciętej l_1, gdzie ich wspólną rzędną jest

$$I R_1 l_1 = \frac{\varepsilon (l_1 + l_2)}{R_1 l_1 + R_2 l_2} R_1 l_1,$$

przytem jedna przechodzi przez początek współrzędnych, druga dotyka do rzędnej końcowej wykresu siły elektromotorycznej E, gdyż dla $x = l_1 + l_2$, $IR = \varepsilon (l_1 + l_2)$.

W końcu, wykres różnicy potencyałów $V = -(E - IR)$, da się wykonać przez odejmowanie odpowiednich rzędnych wykresów E oraz IR. Jest to prosta złamana o końcowych rzędnych równych zeru. Największa bezwzględna wartość rzędnej wypada dla odciętej l_1. Największa więc różnica potencyałów istniejąca w obwodzie jest równa

$$\varepsilon l_1 - \frac{\varepsilon (l_1 + l_2)}{R_1 l_1 + R_2 l_2} R_1 l_1 = \frac{\varepsilon l_1 l_2 (R_2 - R_1)}{R_1 l_1 + R_2 l_2}.$$

Kładąc $\varepsilon = 0{,}001$ wolta/cm,

$$R_1 = 0{,}0001\ om/cm; \quad R_2 = 0{,}0003\ om/cm;$$
$$l_1 = 40\ cm; \quad l_2 = 60\ cm;$$

znajdziemy

$$\frac{\varepsilon l_1 l_2 (R_2 - R_1)}{R_1 l_1 + R_2 l_2} = \frac{0{,}001 \,.\, 40 \,.\, 60 \,.\, (0{,}0003 - 0{,}0001)}{0{,}0001 \,.\, 40 + 0{,}0003 \,.\, 60} = 0{,}0218 \text{ wolta}$$

Zauważamy, że gdyby opór linijny obwodu był niezmienny ($R_1 = R_2$), spadek napięcia IR byłby wszędzie równy sile elektromotorycznej E, czyli nie istniałaby żadna różnica potencyałów.

---

35. — Dwa równoległe, jednakowe nie połączone przewodniki, tworzą kondensator o pojemności $C = 0{,}001$ mikrofarada. Z jednej strony nadajemy im stałą różnicę potencyałów $V = 6$ woltom, po uprzedniem połączeniu końców ze strony drugiej. Jaki ładunek i jaką energię potencyalną elektrostatyczną nadaliśmy przewodnikom?

Niech $I = V/R$ będzie natężeniem prądu, który został wywołany przez różnicę potencyałów V w obwodzie o oporze R utworzonym przez dane dwa przewodniki.

Oznaczmy przez l długość każdego z tych drutów, przez $c = C/l$ pojemność jednostki długości ich zespołu, przez $r = R/2l$ opór jednostki długości obwodu.

W odległości x od wspólnego początku, istnieje między obu przewodnikami różnica potencyałów

$$v = 2\,r\,x\,I,$$

tak, iż elementarnemu kondensatorowi o pojemności $c\,dx$ odpowiada ładunek

$$dq = c\,dx \,.\, v = 2\,c\,r\,I\,x\,dx$$

i energia potencyalna elektrostatyczna

$$dw = \frac{1}{2}\, v\, dq = 2\,c\,r^2 I^2 x^2\, dx.$$

Ładunek zaś całego obwodu

$$q = 2\,c\,r\,I \int_0^l x\,dx = \frac{1}{2}\, c\,l \,.\, 2\,r\,l \,.\, I = \frac{1}{2}\, C\,R\,I = \frac{1}{2}\, C\,V$$

szukana energia potencyalna

$$w = 2cr^2I^2\int_0^l x^2\,dx = \frac{1}{6}\,cl.(2rl)^2.I^2 = \frac{1}{6}\,CR^2I^2 = \frac{1}{6}\,CV^2.$$

W wypadku gdzie $C = 0{,}001\,.\,10^{-6}$ farada i $V = 6$ woltom,

$$q = \frac{1}{2}\,0{,}001\,.\,10^{-6}\,.\,6 = 0{,}003\,.\,10^{-6} \text{ kulomba}$$

oraz

$$w = \frac{1}{6}\,0{,}001\,.\,10^{-6}\,.\,6^2 = 0{,}006\,.\,10^{-6} \text{ dżaula.}$$

---

36. — Mamy kondensator o pojemności $C = 3$ mikrofaradom, którego dyelektryk posiada opór izolacyi nieskończenie wielki. Ładunek Q wynosi 0,0003 kulomba. Łączymy zbroje na przeciąg czasu $T = 20$ sekundom przez opór $R = 9{,}63$ megomom. Jakim się stanie ładunek kondensatora, i przy jakiej średniej różnicy potencyałów zachodzi wyładowanie?

Niechaj q i v będą ładunkiem i różnicą potencyałów zbroi kondensatora po upływie t sekund od chwili rozpoczęcia się wyładowania

$$q = Cv.$$

Porównywając dwa wyrażenia $\frac{v}{R} = \frac{q}{CR}$ oraz $-\frac{dq}{dt}$,

chwilowego natężenia prądu wyładowującego, otrzymamy równanie

$$dt = -\,CR\frac{dq}{q},$$

z którego

$$\int_0^t dt = -\,CR\int_Q^q \frac{dq}{q}$$

lub

$$t = CR\log_e\frac{Q}{q}.$$

Kładąc w ostatnie równanie

$$t = T = 20\ sek,\quad C = 3.10^{-6}\ \text{farada},\quad R = 9{,}63.10^{6}\ \text{omom},$$

znajdziemy

$$\log_e \frac{Q}{q} = \frac{T}{CR} = \frac{20}{3.10^{-6}.9{,}63.10^{6}} = 0{,}693,$$

ponieważ 0,693 jest logarytmem naturalnym dwuch, więc

$$q = \frac{Q}{2} = \frac{0{,}0003}{2} = 0{,}00015\ \text{kulomba}.$$

Z drugiej strony równanie

$$t = CR \log_e \frac{Q}{Cv}$$

da się przedstawić w postaci

$$v = \frac{Q}{C} e^{-\frac{t}{CR}}$$

otrzymamy więc jako wartość średnią różnicy potencyałów zbroi podczas wyładowania

$$\frac{1}{T}\int_0^T v\,dt = \frac{Q}{CT}\int_0^T e^{-\frac{t}{CR}}\,dt = \frac{QR}{T}\left(1 - e^{-\frac{T}{CR}}\right) =$$

$$= \frac{0{,}0003.9{,}63.10^{6}}{20}\left(1 - e^{-\frac{20}{3.10^{-6}.9{,}63.10^{6}}}\right) = 72{,}2\ \text{wolt},$$

gdyż, zakładając

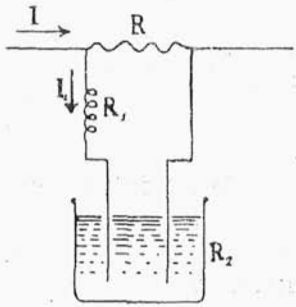
$$x = e^{-\frac{20}{3.10^{-6}.9{,}63.10^{6}}} = e^{-0{,}693}$$

widzimy, że

$$\log_e \frac{1}{x} = 0{,}693 \quad \text{czyli} \quad \frac{1}{x} = 2.$$

---

37. — Woltametr, składający się z elektrod cynkowych zanurzonych w roztworze wodnym siarczanu cynku, jest przyłączony do końcówek bocznika, którego opór nie zmienia się wraz ze wzrostem temperatury. Bocznik ten włączono w obwód, przez który przechodzi prąd stały $I = 100$ amperom (rys. 22). W szereg z woltametrem włączono zwojnicę z drutu miedzianego w celu uniezależnienia natężenia prądu I_1 od temperatury otoczenia. Jakie powinny być przy 15^0 C., opory R bocznika, R_1 zwojnicy oraz R_2 woltametru, aby otrzymać w ciągu godziny $p = 1,7$ gr cynku na katodzie, wiedząc: że równoważnik elektrochemiczny ε cynku jest 0,337 mgr na kulomb; że opór właściwy roztworu siarczanu cynku zmniejsza się o $a = 1,5\%$ swej wartości przy 0^0 C gdy temperatura podniesie się o 1 stopień, w tych samych warunkach opór właściwy miedzi wzrasta o $b = 0,4\%$; i że strata mocy W zamienionej w ciepło w boczniku i równoległym odgałęzieniu wynosi 200 watów.



Rys. 22.

Natężenie prądu I_1, przechodzącego przez woltametr, określimy na podstawie ilości wydzielonego cynku

$$I_1 = \frac{p}{3600\,\varepsilon}.$$

Na zasadzie drugiego prawa Kirchhoffa, wobec nieobecności siły przeciwelektromotorycznej w woltametrze, możemy napisać

$$(I - I_1) R - I_1 (R_1 + R_2) = 0,$$

z drugiej strony

$$W = (I - I_1)^2 R + I_1^2 (R_1 + R_2).$$

Z tych dwuch wzorów określamy

$$R = \frac{W}{(I - I_1) I} \quad \text{oraz} \quad R_1 + R_2 = \frac{W}{I\,I_1}.$$

Ponieważ R nie zależy od temperatury środowiska, więc aby prąd

$$I_1 = I \frac{R}{R + (R_1 + R_2)},$$

również się nie zmieniał, należy, aby suma oporów $R_1 + R_2$ nie zmieniała się. W tym celu, oznaczając przez R_{02} i R_{01} opory woltametru i zwojnicy przy 0° C., należy spełnić warunek

$$R_1 + R_2 = R_{02}(1 - at) + R_{01}(1 + bt) = \text{const.},$$

co wymaga aby $$a R_{02} = b R_{01}$$
lub

$$a \frac{R_2}{1 - at} = b \frac{R_1}{1 + bt}.$$

Uwzględniając to w równaniu

$$R_1 + R_2 = \frac{W}{I I_1}$$

znajdziemy

$$R_1 = \frac{W}{I I_1} \cdot \frac{a(1 + bt)}{a(1 + bt) + b(1 - at)}$$

oraz

$$R_2 = \frac{W}{I I_1} \cdot \frac{b(1 - at)}{a(1 + bt) + b(1 - at)}.$$

Kładąc $p = 1{,}7\ gr$, $\varepsilon = 0{,}000337\ gr$/kulomb
$W = 200$ watom, $I = 100$ amp., $a = 0{,}015$, $b = 0{,}004$,
$t = 15^0$, otrzymamy

$$I_1 = \frac{1{,}7}{3600 . 0{,}000337} = 1{,}4 \text{ ampera},$$

$$R = \frac{200}{(100 - 1{,}4)\,100} = 0{,}0203 \text{ oma},$$

$$R_1 = \frac{200}{100 . 1{,}4} \cdot \frac{0{,}015(1 + 0{,}004 . 15)}{0{,}015(1 + 0{,}004 . 15) + 0{,}004(1 - 0{,}015 . 15)} = $$
$$= 1{,}195 \text{ oma}.$$

$$R_2 = \frac{200}{100 . 1{,}4} \cdot \frac{0{,}004(1 - 0{,}015 . 15)}{0{,}015(1 + 0{,}004 . 15) + 0{,}004(1 - 0{,}015 . 15)} = $$
$$= 0{,}233 \text{ oma},$$

38. — Z ilu ogniw powinna się składać baterya, gdy siła elektromotoryczna każdego $E = 1{,}1$ wolta i opór wewnętrzny $\rho = 0{,}5$ oma, aby rozłożyć w ciągu 10 godzin 50 *gr* wody, w woltametrze, którego opór $r = 0{,}0003$ oma i który posiada siłę przeciwelektromotoryczną $E_1 = 1{,}5$ wolta? Chcemy przytem, aby wydajność η (równa stosunkowi mocy użytej do elektrolizy do mocy rozwiniętej przez baterę) nie była mniejszą niż 0,60? Przewodniki połączeń przedstawiają sobą opór $R = 0{,}0145$ oma. Równoważnik elektrochemiczny wodoru jest 0,01038 *mgr*/kulomb. Ciężar atomowy tlenu 16.

Oznaczmy przez n szukaną liczbę ogniw. Jeżeli te ogniwa byłyby ustawione po s w szereg i po n/s równolegle, to natężenie prądu

$$I = \frac{sE - E_1}{\frac{s^2\rho}{n} + R + r},$$

wydajność zaś

$$\eta = \frac{E_1 I}{sEI} = \frac{E_1}{sE}.$$

Na zasadzie drugiego wzoru, wziętego w postaci $s = E_1/\eta E$, należy aby

$$s < \frac{1{,}5}{0{,}6 \,.\, 1{,}1} < 2{,}27.$$

Przyjąwszy całkowitą liczbę $s = 2$, wydajność będzie

$$\eta = \frac{1{,}5}{2 \,.\, 1{,}1} = 0{,}682.$$

Z równania pierwszego

$$n = \frac{I s^2 \rho}{sE - E_1 - I(R + r)}.$$

Aby wyznaczyć I zauważmy, że równoważnik chemiczny wody ($HO^{1/2}$) jest

$$1 + \frac{16}{2} = 9,$$

jeden kulomb rozkłada $0{,}00001038 \,.\, 9 = 0{,}0000934$ *gr* wody, aby więc rozłożyć 50 *gr* wody w ciągu 10 godzin potrzebny jest prąd o natężeniu

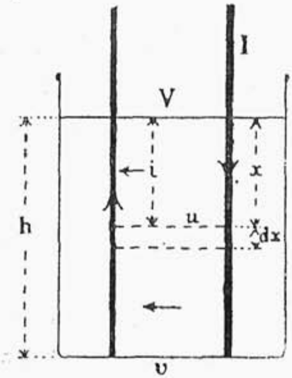
$$\frac{50}{0{,}0000934 \,.\, 10 \,.\, 3600} = 14{,}85 \text{ amp.}$$

otrzymamy więc

$$n = \frac{14{,}85 \,.\, 2^2 \,.\, 0{,}5}{2 \,.\, 1{,}1 - 1{,}5 - 14{,}85\,(0{,}0145 + 0{,}0003)} = 62 \text{ ogniwom.}$$

---

39. — Dwa pręty, o oporze wynoszącym $r = 5000$ mikroomów na centymetr bieżący, są ustawione pionowo (rys. 23) na dnie naczynia nie przewodzącego prąd. W naczyniu tem do wysokości $h = 50$ *cm* znajduje się elektrolit, wywołujący siłę przeciwelektromotoryczną $E = 1$ woltowi. Gdy źródło prądu stałego, przyłączone do górnych końców prętów daje prąd $I = 10{,}5$ amp., różnice potencyałów między prętami w punktach zanurzania się i oparcia o dno wynoszą $V = 3$ woltom i $v = 1{,}375$ wolta. Jaką wartość posiada opór elektrolitu?



Rys. 23.

Szukany opór oznaczmy przez R. Oznaczmy przez i część prądu I, która przechodzi z jednego pręta na drugi przez górną warstwę cieczy do głębokości x od powierzchni, oraz przez u różnicę potencyałów między prętami na głębokości x. Natężenie prądu przechodzącego warstwą cieczy o grubości dx wyniesie

$$di = \frac{u - E}{R \frac{h}{dx}} = \frac{u - E}{Rh}\, dx,$$

a spadek napięcia spowodowany przejściem prądu $(I - i)$ przez opór $2r\,dx$ odcinka dx prętów, będzie

$$-du = 2r\,(I - i)\,dx.$$

Rugując dx z poprzednich dwuch równań, otrzymamy

$$2r\,Rh\,(I - i)\,di = -(u - E)\,du$$

lub

$$2rRh \int_0^I (I - i)\,di = -\int_V^v (u - E)\,du$$

czyli

$$2rRh \left[Ii - \frac{i^2}{2}\right]_0^I = -\left[\frac{u^2}{2} - E u\right]_V^v.$$

Ostatecznie

$$R = \frac{1}{rhI^2}(V - v)\left(\frac{V + v}{2} - E\right).$$

Kładąc $V = 3$ woltom, $v = 1{,}375$ wolta, $E = 1$ woltowi,
$r = 5000 \,.\, 10^{-6} = 0{,}005$ oma/cm; $h = 50$ cm,
$I = 10{,}5$ ampera,

znajdziemy

$$R = \frac{1}{0{,}005 \,.\, 50 \,.\, 10{,}5^2} (3 - 1{,}375) \left(\frac{3 + 1{,}375}{2} - 1 \right) = 0{,}07 \text{ oma.}$$

Należy zaznaczyć, że znajomość różnicy potencyałów v nie jest konieczną do rozwiązania zadania, ułatwia go tylko.

Z pięciu wielkości V, E, I, rh i R cztery określa piątą.

Z równań

$$di = \frac{u - E}{Rh} dx \quad \text{i} \quad - du = 2r(I - i)\, dx$$

znajdziemy

$$d(u - E) = du = -2r(I - i) \frac{Rh}{u - E} di$$

skąd

$$\int_V^u (u - E)\, d(u - E) = -2rRh \int_o^i (I - i)\, di$$

czyli

$$\left[\frac{(u - E)^2}{2} \right]_V^u = -2rRh \left[Ii - \frac{i^2}{2} \right]_o^i$$

lub

$$(u - E)^2 - (V - E)^2 = -2rRh(2Ii - i^2).$$

Zastępując $(u - E)$ przez $Rh\,di/dx$, otrzymamy

$$Rh \frac{di}{dx} = \sqrt{(V - E)^2 - 2rRh(2Ii - i^2)}$$

oznaczając $(V - E)^2 = a$, $\quad -4rRhI = 2b$, $\quad 2rRh = c$

$$\int_o^I \frac{di}{\sqrt{a + 2bi + ci^2}} = \frac{1}{Rh} \int_o^h dx.$$

Ponieważ $c = 2rRh > o$, całka ta jest równą

$$\frac{1}{\sqrt{c}} \left[\log_e (b + ci + \sqrt{c}\sqrt{a + 2bi + ci^2}) \right]_o^I = \frac{1}{R}$$

lub

$$\frac{b+cI+\sqrt{c}\sqrt{a+2bI+cI^2}}{b+\sqrt{ca}}=e^{\frac{\sqrt{c}}{R}}.$$

Zauważywszy, że $b=-cI$, możemy napisać

$$\frac{\sqrt{a-cI^2}}{-\sqrt{c}\,I+\sqrt{a}}=e^{\frac{\sqrt{c}}{R}}$$

dalej

$$\frac{a-cI^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{c}I)^2}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}I}{\sqrt{a}-\sqrt{c}I}=e^{\frac{2\sqrt{c}}{R}}$$

ostatecznie

$$I=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}}\cdot\frac{e^{\frac{2\sqrt{c}}{R}}-1}{e^{\frac{2\sqrt{c}}{R}}+1}=\frac{V-E}{\sqrt{2rRh}}\cdot\frac{e^{2\sqrt{\frac{2rh}{R}}}-1}{e^{2\sqrt{\frac{2rh}{R}}}+1}.$$

---

40. — Prądnica, o oporze wewnętrznym $\rho=0{,}05$ omom, rozwija siłę elektromotoryczną $E=110$ woltom. Do jej końcówek przyłączono dwa przewodniki miedziane (opór właściwy $=1{,}8$ mikrooma centymetrowego) o długości 30 *m* i średnicy 5 *mm*, które prowadzą do grupy lamp żarowych, przedstawiających razem opór 2 omów. Silnik elektryczny o oporze wewnętrznym $r=0{,}5$ oma, i sile przeciwelektromotorycznej $E_1=100$ woltom, jest przyłączony do linii w jej środku, przy pomocy drutów o oporze, dającym się pominąć. Obliczyć: 1) natężenie I prądu wytwarzanego przez prądnicę, jak również natężenia I_1 oraz I_2 prądów pobieranych przez silnik i lampy; 2) różnice potencyałów V, V_1 i V_2 odpowiednio na końcówkach prądnicy, silnika i końca linii; 3) całkowitą moc wytwarzaną przez prądnicę, moc oddaną silnikowi, lampom, i straconą w linii.

Sieć naszą przedstawia schemat (rys. 24), gdzie R oznacza opór prądnicy i części obwodu silnika, zaś R_2 opór lamp wraz z częścią przewodników oddzielających je od silnika.

Zastosowanie praw Kirchhoffa daje nam równania

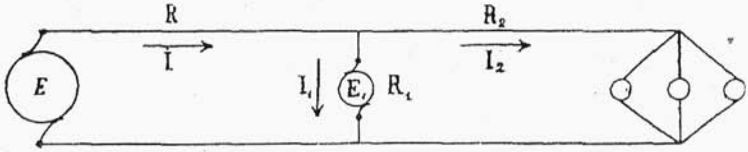
$$I = I_1 + I_2$$

$$E = IR + I_2 R_2 \quad \text{oraz} \quad E - E_1 = IR + I_1 R_1.$$

Znajdziemy z nich

$$I = \frac{E - E_1 - IR}{R_1} + \frac{E - IR}{R_2} \quad \text{lub} \quad I = \frac{E(R_1 + R_2) - E_1 R_2}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2}$$

$$I_2 = \frac{E - IR}{R_2}; \quad I_1 = I - I_2.$$



Rys. 24.

Ponieważ opór całkowity przewodników linii wynosi

$$1,8 \,.\, 10^{-6} \frac{2 \,.\, 3\,000}{3,14 \frac{0,5^2}{4}} = 0,055 \text{ oma}$$

otrzymamy

$$R = 0,05 + \frac{1}{2} \,.\, 0,055 = 0,0775 \text{ oma}$$

$$R_2 = 2 + \frac{1}{2} \,.\, 0,055 = 2,0275 \text{ oma}$$

$$I = \frac{110\,(0,5 + 2,0275) - 100 \,.\, 2,0275}{0,5 \,.\, 2,0275 + 0,0775 \,.\, 0,5 + 0,0775 \,.\, 2,0275} = 61,9 \text{ amp.}$$

$$I_2 = \frac{110 - 61,9 \,.\, 0,0775}{2,0275} = 51,8 \text{ amp.}$$

$$I_1 = 61,9 - 51,8 = 10,1 \text{ amp.}$$

Z drugiej strony

$$V = E - I\rho = 110 - 61,9 \,.\, 0,05 = 106,9 \text{ woltom}$$

$$V_1 = V - I \frac{0,055}{2} = 105,2 \text{ woltom}$$

$$V_2 = V_1 - I_2 \frac{0,055}{2} = 103,8 \text{ woltom}$$

Co się zaś tyczy mocy, znajdziemy

dla prądnicy

$$E\,I \text{ watów czyli } \frac{110 \,.\, 61{,}9}{736} = 9{,}26 \text{ }MK,$$

dla silnika

$$V_1\,I_1 \text{ watów czyli } \frac{105{,}2 \,.\, 10{,}1}{736} = 1{,}445 \text{ }MK,$$

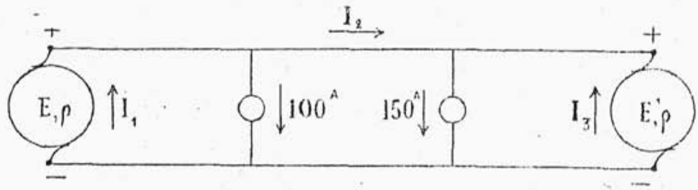
dla lamp

$$V_2\,I_2 \text{ watów czyli } \frac{103{,}8 \,.\, 51{,}8}{736} = 7{,}31 \text{ }MK,$$

dla strat w linii

$$\frac{0{,}055}{2}\,(I^2 + I_2^2) \text{ watów czyli } \frac{0{,}055}{2 \,.\, 736}\,(61{,}9^2 + 51{,}8^2) = 0{,}243 \text{ }MK.$$

41. — Dwie prądnice, o oporach wewnętrznych $\rho = 0{,}05$ oma i siłach elektromotorycznych $E = 115$ oraz $E' = 112$ woltom, zasilają przeciwnymi biegunami dwa przewodniki miedziane (o oporze właściwym 1,8 mikroomów centymetrowych) długości 300 *m*, średnicy 8 *mm*. Między te przewodniki włączone są co 100 *m*



Rys. 25.

urządzenia odbierające prąd, jedno 100 amp., drugie 150 amp. (rys. 25). Wyznaczyć natężenie prądu jakie daje każda z prądnic, i moc pobieraną przez każde przyłączenie.

Przypuśćmy, że w poszczególnych częściach sieci, prąd elektryczny ma kierunek strzałek.

Na zasadzie pierwszego prawa Kirchhoffa,

$$I_1 = I_2 + 100 \qquad (1)$$
$$I_2 + I_3 = 150. \qquad (2)$$

Oznaczając przez $\rho + R_1$, R_2 i $\rho + R_3$ opory części linii odpowiednio przeprowadzające prądy I_1, I_2 oraz I_3, na zasadzie drugiego prawa Kirchhoffa możemy napisać