

GEOMETRYA

DLA
SZKÓŁ WYDZIAŁOWYCH

ULOŻONA
PRZEZ ONUFREGO LEWOCKIEGO,
CZŁONKA TOWARZYSTWA DO XIĄG ELEMENTARNYCH.



Publikacja Instytutu Technicznego

WARSZAWA.

W Drukarni Kom. R. War. 1 O. P. X

1 8 2 8

3232

1
i.2.18136.



nr. 43

Za pozwoleniem Cenzury Rządowej.

~~nr. 171~~



Pow.

412/33, 54, 2

PRZEDMOWA.

Przepisany plan nauk dla szkół wydziałowych, oddawna czuć dawał potrzebę elementarney Jeometryi, któraby do teoryi łączyła praktykę, i tak była krótką, iżby w tych szkołach zupełnie ukończyć się mogła.

Tey potrzebie, żadne z dzieł w języku polskim, iak np. Jeometrya Euklidesa, Leżandra i Lacroix zaradzić dotąd nie mogło, naprzód dlatego: że dzieła te obeymują sumą tylko teoryę; powtóre, że każde z nich, pomimo zalet sobie właściwych, zawierając niektóre prawdy trudnym i długim sposobem dowiedzione, inne zaś nie mające prawie żadnego przystosowania, tak iest obszerne, iż w szkołach wydziałowych, choćby nawet od klasy pierwszej zaczynane, wyłożyćby się całkowicie nie dało.

Jeometrya praktyczna X. Zaborowskiego nie odpowiada także zamiarowi tych szkół, iuż ze względu na obszerność dzieła, iuż dlatego, że nie obeymuie wykładu teoryi.

Z tych powodów, wzięwszy w pomoc dzieła wspomnianych autorów, tudzież Bezouta, Lemoine, Ozanama, Belavenna, i Lefevra, ułożyłem niniejsze dzieło, zawierające wszystkie główne prawdy elementarney ieometryi, ściśle, i nayprościej ile być może, dowiedzione, i do praktyki zastosowane. Dzieło to, iak mniemam, zdoła dostatecznie usposobić uczniów szkół wydziałowych do słuchania wyższych części matematyki, i przygotować ich do wszelkich powołań technicznych, iakieby sobie po ukończeniu tych szkół, obrać chcieli.

Wypadało mi wykład teoryi przedzielać zastosowaniami dlatego, aby z nich korzystać mogli i tacy uczniowie, którzy zawód szkolny częstokroć w klusie III kończyć zwykli. Staratem się przytem, w całym ciągu dzieła utrzymać związek między prawdami, i dowodzenia ich opierać na poprzedzających: żeby uczący się, przy nabywaniu praktycznych wiadomości, idąc w teoryi za pasmem porządnym i ścisłym rozumowań, mogli przez nie stopniowo rozwiać swoje pojęcie, i kształcić władzę umysłową.

S P I S

Rzeczy zawartych w tem dziele.

karta.

X I Ę G A I.

R O Z D Z I A Ł I. 1.

Opisania i pewniki.

R O Z D Z I A Ł II. 7.

O równości trójkątów.

R O Z D Z I A Ł III. 16.

O liniach równoległych.

R O Z D Z I A Ł IV. 21.

O wielokątach i ważności ich kątów.

X I Ę G A II.

R O Z D Z I A Ł V. 26.

O liniach prostych uważanych w kole, i o mierzeniu kątów.

R O Z D Z I A Ł VI. 40.

O mierzeniu powierzchni.

X I Ę G A III.

R O Z D Z I A Ł VII. 49.

O podobieństwie figur.

R O Z D Z I A Ł VIII. 64.

O porównaniu figur wystawionych na bokach trójkąta.

R O Z D Z I A Ł IX. 78.

O narzędziach używanych do pomiaru gruntów.

R O Z D Z I A Ł X.	87.
O pomiarze gruntów.	

X I Ę G A IV.

R O Z D Z I A Ł XI.	102.
O płaszczyznach przecinających się, i liniach prostych przeciętych płasz- czyznami.	

R O Z D Z I A Ł XII.	113.
O własnościach brył i mierzeniu ich powierzchni.	

R O Z D Z I A Ł XIII.	129.
O mierzeniu brył.	

R O Z D Z I A Ł XIV.	144.
O obrachowaniu brył.	

X I Ę G A V.

R O Z D Z I A Ł XV.	161.
Początki Trygonometrii prostokré- ślney.	

R O Z D Z I A Ł XVI.	
Twierdzenia okazujące stosunki mię- dzy liniami trygonometrycznymi, a bokami trójkąta.	

Przykłady rozwiązywania trójkątów	175.
-----------------------------------	------

R O Z D Z I A Ł XVII.	182.
Przystosowanie Trygonometrii do praktyki.	

O przerabianiu mapp.	190.
----------------------	------

R O Z D Z I A Ł XVIII.	195.
------------------------	------

Początki równoważenia,
(libellatio, nivellement).

POCZĄTKI JEOMETRYI

X I Ę G A I.

R O Z D Z I A Ł I.

O p i s a n i a.

I. Wszystkie rzeczy podpadające pod zmysły są *rozciągłe*; to jest mają trzy wymiary: *długość, szerokość, i wysokość.*

Przedmiotem Jeometryi jest mierzenie *rozciągłości.*

Łubó rozciągłość ma zawsze trzy wspomniane wymiary, można iednak uważać w niey ieden tylko z nich, albo dwa razem.

II. Długość uważana bez szerokości nazywa się *linią*; taka np. jest długość drogi, sznura, i t. d.

Końce linii zowią się *punktami.* Punkt nie ma żadney rozciągłości.

III. *Linia prosta*, jest to naykrótsza odległość iednego punktu od drugiego.

IV. Wszelka linia AEB, która nie jest *Fig. 1.* prosta, iak linia AB, ani złożona z linii prostych czyli łamana, iak linia ACDB, nazywa się *linią krzywą.*

V. Z opisanía linii prostey wypada:
1o że *linia krzywa AEB, albo linia łamana ACDB, jest dłuższa od linii prostey AB;*
2o że *miarą prawdziwą odległości dwóch*

punktów jest linia prosta, która je łączy; 3cie że od iednego punktu do drugiego, iedną tylko linią prostą poprowadzić można; 4te że dwa punkta oznaczają położenie linii prostej, a zatem dwie linie proste, gdy mają dwa końce wspólne, przystają do siebie.

VI. *Powierzchnia* iestto rozciągłość, mająca długość i szerokość, bez wysokości czyli grubości; taką powierzchnią iest np: pole, plac ogrodu, i t. d.

VII. *Płaszczyznę* nazywa się ta powierzchnia, na której położona linia prosta, i w różne strony obracana, zawsze dotyka się tej powierzchni we wszystkich swoich punktach. Do takiej powierzchni zbliża się np. powierzchnia dobrze wygladzonej tablicy, zwierciadła wypolerowanego, i t. d.

VIII. Wszelka powierzchnia która nie-
jest płaska, ani złożona z powierzchni płaskich, zowie się *powierzchnią krzywą*; taka iest np. powierzchnia góry, kuli, i t. d.

IX. *Bryłę* nazywa się to, co ma trzy wymiary rozciągłości; i tak kamień, góra, stół, i t. d., są bryłami. Bryły iedne są ograniczone powierzchniami płaskimi, drugie krzywymi, inne iednymi i drugimi razem. Można zatem uważać powierzchnie za granice brył, linie za granice powierzchni, a punkta za granice linii.

X. *Linia prosta* iest miarą wszelkich linii.

Mierzyć linią, iestto dochodzić ile razy mieści się w niej linia prosta wzięta za iedność czyli za miarę, iaką iest np. łokieć. Miary liniowe używane pospolicie są: sznur, sążeń, łokieć i t. d.

XI. *Okrag koła*, iestto liniia krzywa *Fig. 2.* ADBEA, mająca na tey samey płaszczyźnie, wszystkie punkta równo oddalone od punktu C, wewnątrz tey linii położonego, który zowie się *środkiem*.

Płaszczyzna tą linią krzywą zamkniętą nazywa się *kołem*.

XII. Część iakakolwiek okręgu koła zowie się *łukiem*.

Można uważać okrag koła iako zakreślony końcem linii prostej CB, obracającej się na tey samey płaszczyźnie około punktu C, póki nie powróci na miejsce z którego rozpoczęła swój obrót.

XIII. Każda z linii prostych CA, CD, i t. d. ze środka C do okręgu koła poprowadzonych, zowie się *promieniem*.

Wszelka liniia prosta AB, przechodząca przez środek koła, i wspierająca się dwoma końcami na jego okręgu, nazywa się *średnicą*.

Z opisanja XI wypada, że wszystkie promienie koła są równe sobie; i że wszystkie jego średnice są dwa razy większe od promienia, a przeto są równe między sobą.

XIV. *Kąt*, iestto nachylenie się ku sobie *Fig. 3.* dwóch linii prostych AB, AC, spotykających się w jednym punkcie A; ten punkt zowie się *wierzchołkiem* kąta, a liniie AB, AC są jego *ramionami*.

Kąt czyta się iedną głoską A, przy wierzchołku jego położoną, albo trzema głoskami BAC, lub CAB, bacząc na to, aby głoska położona przy wierzchołku wymowną była we środku.

Fig. 4. XV. Gdy linia prosta AB, spotykając drugą linią prostą CD, czyni z nią kąty przyległe BAC, BAD, równe, każdy z tych kątów zowie się *prostym*, a linia AB *prostopadłą* do linii CD.

Fig. 5. XVI. Każdy kąt BAC mniejszy od kąta prostego, nazywa się *kątem ostrym*; a każdy kąt DEF większy od kąta prostego, zowie się *kątem rozwartym*.

XVII. *Figura płaska*, iestto płaszczyzna ze wszech stron liniami zamknięta.

Pewniki.

I. Dwie ilości równe trzeciej, są równe sobie.

II. Gdy do równych ilości dodane będą ilości równe, wypadną stąd summy równe.

III. Gdy od równych ilości odjęte będą ilości równe, pozostaną różnice równe.

IV. Gdy do nierównych ilości dodane będą ilości równe, wypadną summy nierówne.

V. Gdy od nierównych ilości odjęte będą ilości równe, wypadną różnice nierówne.

VI. Dwie linie, albo dwie powierzchnie, są równe sobie, gdy przeniesione iedną na drugą, przystają we wszystkich punktach do siebie.

VII. Wszystkie kąty proste są równe sobie.

Uwaga. Dla skrócenia, używać tu niekiedy będziemy znaków arytmetycznych, których znaczenie objaśniamy. I tak

$A=B$ znaczy że A iest równe B.

$A < B$ wyraża że A iest mniejsze od B.

$A > B$ znaczy że A większe od B.

Znak + skazuje dodawanie i czyta się *więcey*.

Znak — wyraża odciąganie i czyta się *mniej*; i tak $A + B$ wyraża summę ilości A i B , zaś $A - B$ oznacza różnicę ilości A i B , czyli resztę która zostaje po odciągnięciu B od A .

Znak \times skazuje mnożenie; i tak $A \times B$ wyraża iloczyn z A pomnożonego przez B .

Wyrażenie $A \times (B + C - D)$ oznacza iloczyn z A przez ilość $B + C - D$. Gdyby zaś wypadło mnożyć $A + B$ przez $A - B + C$, oznaczylibyśmy wypadły stąd iloczyn przez $(A + B) \times (A - B + C)$; wszystko, co jest w nawiasie zamknięte uważa się za jedną ilość.

W trzech pierwszych ośgach, zastanawiać się będziemy nad figurami płaskimi, czyli nakszonymi na powierzchni płaskiej.

1. Twierdzenie.

Wszelka linia prosta CD , spotykając Fig. 6 drugą linią prosta AB , czyni z nią dwa kąty przyległe ACD , DCB , których summa jest równa dwom kątom prostym.

Bo z punktu C , wystawiwszy sobie poprowadzoną inną linią prosta CE czyniącą z linią AB , kąty przyległe ACE , ECB równe, każdy z tych kątów będzie prosty (opis. XV); a że kąt $ACD = ACE + ECD$, więc, dodawszy do obu stron kąt DCB , będzie $ACD + DCB = ACE + ECD + DCB$, (pew. II); jest zaś kąt ACE prosty, a dwa kąty ECD , DCB składają drugi kąt prosty, więc summa kątów ACD , DCB równa jest dwom kątom prostym.

Wniosek I. Gdy dwa kąty przyległe ACD , DCB , razem wzięte czynią dwa kąty proste, wtedy ramiona ich zewnętrzne AC , CB , składają jedną i tę samą linią prosta AB .

Fig. 7. **Wniosek II.** Wszystkie kąty po sobie idące, BAC, CAD, DAE, EAF, utworzone z iedney strony linii prostej BF, razem wzięte, czynią dwa kąty proste; gdyż summa ich równa się summie dwóch kątów przyległych BAC, CAF.

2. Twierdzenie.

Fig. 8. **Dwie linie proste AB, DE, przecinające się z sobą w jakimkolwiek punkcie C, czynią kąty w wierzchołku przeciwległe równe sobie; toiest, będzie kąt $ACD=ECB$, i kąt $ACE=DCB$.**

Bo kąt $DCA+ACE=2$ kąt n prostym (twier. 1); kąt $ACE+ECB=2$ kątom prostym: więc $DCA+ACE=ACE+ECB$ (pew. 1); odjawszy spólnie kąt ACE, pozostanie kąt $DCA=ECB$ (pew. III). Podobnie dowieśdź można, że kąt $ACE=DCB$.

Wniosek. Gdy każdy z dwóch kątów DCA, ECB, z kątem trzecim ACE, czyni summę równą dwóm kątom prostym; dwa kąty DCA, ECB są równe sobie.

Uwaga. Dwie linie proste AB, DE, przecinające się w punkcie C, tworzą przy tym punkcie 4 kąty, których summa waży 4 kąty proste: bo dwa kąty ACE, BCE razem wzięte, ważą dwa kąty proste; i dwa drugie ACD, DCB tyleż ważą.

W ogólności, gdy ilekółwiek linii prostych CA, CB, i t. d. (fig. 8 bis), spotyka się z sobą w iednym punkcie C; summa wszystkich po sobie idących kątów ACB, BCD, DCE, ECF, FCA, będzie równa 4 kątom prostym. Bo poprowadziwszy przez punkt C dwie linie do siebie prostopadłe, utworzą się 4 kąty proste, zajmujące też samą przestrzeń co i kąty ACB, BCD, i t. d.