XIĘGA III.

ROZDZIAŁ VII.

O PODOBIEŃSTWIE FIGUR.

Opisania.

I. Dwie figury są *podobne*, gdy maią kąty odpowiednie równe, a boki *odpowiedne* proporcyonalne. Przez boki odpowiedne rozumieią się te, które maią iednakowe położenie w obu figurach, czyli które są przyległe kątom równym.

II. Dwie figury równe są zawsze podobne, lecz dwie figury podobne mogą być wcale nierówne.

Tabl.3. 1. *Twierdzenie:*

Fig. 1. *W tróykącie ABC, liniia DE poprowadzona równolegle do podstawy BC, przecina boki AB, AC, proporcyonalnie; toiest, będzie AD: DB = AE: EC.*

Jakoż dwa tróykąty BDE, CED, stoiące na iedney podstawie DE, i maiące spólną wysokość, gdyż ich wierzchołki B, C, znayduią się na iedney linii BC równoległey do podstawy DE, są równoważne (II,21.wn.2). Dwa znowu tróykąty ADE, BED, maiące wierzchołek spólny w punkcie E, a podstawy na linii AB, maią iedną wysokość, są zatem do siebie iak ich podstawy AD, DB (II, 22. wn. 5): toiest, ma się tróykąt $ADE : BED = AD : DB$. Dla podobney przyczyny tróykąt $ADE : CDE = AE : EC$; ażе tróykąt $BDE = CDE$, więc dwa pierwsze stosunki tych dwóch proporcyy są równe, zatem są równe i dwa drugie, toiest ma się $AD : DB = AE : EC$.

Wniosek I. Ponieważ iest $AD : DB = AE : EC$, więc, składaiąc wyrazy tey proporcyi, będzie $AD + DB : AD = AE + EC : AE$, czyli $AB : AD = AC : AE$; tudzież $AB : BD = AC : CE$.

Wniosek II. *Dwie liniie proste AB, CD, prze-* Fig. 2.
cięte równoległemi AC, EF, GH, i t. d., są podzielone na części proporcyonalne; toiest, ma się $AE : CF = EG : FH = GB : HD$. Bo przedłużywszy liniie AB, CD do ich zeyścia się w punkcie O: w tróykącie OEF, ponieważ bok AC iest równoległy do EF, więc, podług wniosku poprzedzaiącego, będzie $OE : OF = AE : CF$; podobnie w tróykącie OGH, ponieważ bok EF iest równoległy do GH, będzie $OE : OF = EG : FH$; z tych dwóch proporcyy, z przyczyny spólnego stosunku $OE : OF$, wypada $AE : CF = EG : FH$. Podobnie okazać można, że iest $EG : FH = GB : HD$, i tak następnie.

2. *Twierdzenie odwrotne.*

Jeżeli boki AB, AC tróykąta ABC, prze- Fig. 1.
cięte są proporcyonalnie przez liniią DE, toiest, że tak się ma AD: DB = AE: EC; będzie liniia DE równoległa do podstawy BC.

Bo ieżeli liniia DE nie iest równoległa do BC, niech taką będzie inna iakakolwiek liniia DO; w tem przypuszczeniu, na mocy twierdzenia poprzedzaiącego będzie $AD : DB = AO : OC$. Ażе z założenia iest AD: DB=AE: EC, więc z przyczyny, spólnego tym dwóm proporcyom stosunku AD: BD, wypada AO: OC=AE: EC; aże ta proporcya iest fałszywa; iest bowiem AE>AO, kiedy EC<OC; więc i to przypuszczenie, że liniia DO iest równoległa względem BC, mieysca mieć nie może; zatem liniia DE iest równoległa do BC.

3. *Twierdzenie.*

Fig. 3. *W tróykącie ABC, liniia AD, dzieląca kąt A na dwie równe części, dzieli i podstawę CB na dwa odcinki BD, CD, proporcyonalne do boków AB, AC; toiest, będzie BD: DC=AB: AC.*

Jakoż przez punkt C, poprowadziwszy CE równoległą do AD, tak aby spotykała przedłużony bok BA w punkcie E: w tróykącie BCE, ponieważ AD iest równoległa do CE, będzie BD: DC= BA: AE (1). Aże tróykąt ACE iest równoramienny; bo z przyczyny liniy równoległych AD, CE, przeciętych liniiami AC, BE, iest kąt ECA=CAD, i kąt AEC=BAD (I, 19); iest zaś kąt CAD=BAD z założenia, zatem kąt ECA=AEC (pew. 1); więc bok AE=AC (I, 15); wziąwszy więc AC za AE w proporcyi powyższey, będzie BD: DC=BA: AC.

4. *Twierdzenie.*

Fig. 4. *Jeżeli dwa tróykąty ABC, AFG, są równokątne, maią i boki odpowiedne proporcyonalne, a tem samem są podobne; toiest, ieżeli kąt A=A, B=F, C=G, będzie bok AB: AF=AC: AG=BC: FG.*

Bo wystawiwszy sobie, że tróykąt AFG iest położony na tróykącie ABC tak, aby punkt A padł na A, a bok AF poszedł po boku AB; dla równości kątów A, A, puydzie i bok AG po AC; aże kąt F=B z założenia, więc liniia FG iest równoległa do BC (I, 18); przecina zatem boki AB, AC proporcyonalnie(1.wn), toiest będzie AB: AF=AC: AG. Lecz poprowadziwszy GH równoległą do AB, będzie AC: AG= BC: BH (1.wn.); więc, z przyczyny spólnego tym dwom proporcyom stosunku AC: AG, będzie AB: AF=BC:BH czyli FG (1,20); więc dwa tróykąty ABC, AFG równokątne, maią boki odpowiedne proporcyonalne; zatem są podobne (I. opis. 1).

Wniosek. Aby dwa tróykąty były podobne, dosyć iest aby miały po dwa kąty odpowiednie równe; bo w tym razie i kąt trzeci iednego, będzie równy kątowi trzeciemu drugiego tróykąta (I, 25. wn. 3), zatem takie dwa tróykąty są podobne.

Uwaga. Widzimy tu, że w tróykątach podobnych boki odpowiedne AB, AF, są przeciwległe kątom równym C, G; tóż samo iest z innemi bokami.

5. *Twierdzenie.*

Dwa tróykąty ABC, DEF, maiące boki odpowiedne proporcyonalne, są podobne: toiest, ieżeli ma się BC: EF=AB: DE= AC: DF; będzie tróykąt ABC równokątny i podobny tróykątowi DEF. Fig. 5.

Przy punkcie E wykréślmy kąt FEG=B, a przy punkcie F kąt EFG=C, będzie pozostały kąt G=A (1. 25. wnio. 3), i tróykąt EFG będzie równokątny z tróykątem ABC; więc podług twierdzenia poprzedzaiącego będzie BC: EF=AB: EG: aże z założenia iest BC: EF=AB: ED; więc

AB: EG=AB: DE; zatem EG=DE. Nadto, iest ieszcze, podług tegoż twierdzenia, BC: EF=AC: FG; a założenia mamy BC: EF=AC: DF: więc AC: FG=AC: DF; stąd FG=DF: zatem dwa tróykąty EGF, DEF, są równe sobie (1, 9). Lecz z wykréślenia tróykąt EGF iest równokątny z tróykątem ABC, więc i tróykąt DEF iest równokątny i podobny tróykątowi ABC.

Uwaga. Z tych dwóch twierdzeń widzimy, że w tróykątach, z równości kątów wypływa proporcyonalność ich boków; i naodwrót, za proporcyonalnością boków idzie równość ich kątów; tak że ieden z tych dwóch warunków iest dostateczny dla podobieństwa tróykątów. Lecz nie iest toż samo w figurach ograniczonych więcey niż trzema bokami, iak to nayłatwiey widzieć można na kwadracie porównywanym z prostokątem, w których, lubo kąty wszystkie iako proste są równe, boki iednak około tych kątów leżące nie są proporcyonalne: więc aby figury więcey niż trzy boki maiące były podobne, potrzeba aby miały kąty równe, i boki około tych kątów leżące proporcyonalne.

6. *Twierdzenie*.

Dwa tróykąty maiące po iednym kącie równym, zawartym między bokami proporcyonalnemi, są podobne.

Fig. 4. Jakoż niech będą dwa tróykąty ABC, AFG, maiące kąt A spólny, i boki około tego kąta proporcyonalne, toiest AB: AF= AC: AG. Ponieważ z tey proporcyi wypada, że bok FG iest równoległy do BC (2), więc kąt AFG=B, kąt AGF=C (1, 19); zatem dwa tróykąty ABC, AFG są podobne (4. wnio.).

7. *Twierdzenie.*

Dwa tróykąty maiące boki odpowiednie równoległe, albo do siebie prostopadłe, są podobne.

Gdyż 1ód. w dwóch tróykątach ABC, DEF, ieżeli bok AC iest równoległy do EF, a bok BC do DF, będzie kąt C=F; (1,21); nadto, ieżeli bok AB iest równoległy do ED, będzie kąt A=E; więc dwa tróykąty ABC, DEF, są podobne (4. wnio.). Fig. 6.

2re. w dwóch tróykątach ABC, DEF, niech bok DE będzie prostopadły do AC, bok DF do AB, a bok EF do BC. Przedłużmy boki tróykąta DEF, do spotkania się z bokami tróykąta ABC, w punktach K, H, G. W czworokącie AKDH, ponieważ cztery kąty wewnętrzne razem wzięte ważą 4 kąty proste (1, 26); są zaś dwa kąty K, H, proste, więc dwa pozostałe kąty KAH, KDH, będą równe summie dwóch kątów prostych. Lecz dwa kąty przyległe KDF, KDH, są także równe summie dwóch kątów prostych, więc kąt KDF = KAH (I, 2. wn.). Podobnie okazać można, że kąt DFE=B, i kąt DEF=C; więc dwa tróykąty ABC, DEF są równokątne, a przeto podobne. Fig. 7.

Uwaga. W pierwszym przypadku boki równoległe AB, DE... a w drugim boki do siebie prostopadłe AB, DF... są odpowiednemi.

8. *Twierdzenie.*

W tróykącie ABC, liniie AF, AG.. iakkolwiek poprowadzone od wierzchołka A do podstawy BC, dzielą tę podstawę, i linią do niey równoległą DF, na części proporcyonalne; toiest, będzie DJ: BF=JK: FG=KL: GH... Fig. 8.

Jakoż, ponieważ liniia DJ iest równoległa względem BF, więc dwa tróykąty ABF,ADJ maią kąt B=ADJ, kąt BFA=AJD (1, 19), zatem są podobne (4. wn.), i daią AF: AJ=BF: DJ. Dla podobney przyczyny, będzie AF: AJ=FG: JK; zatem z przyczyny spólnego stosunku AF: AJ, będzie BF: DJ=FG: JK. Podobnym sposobem znaydziemy, że iest FG: JK=GH: KL, i t.d. zatem liniia DE w punktach J, K, L, a podstawa BC, w punktach F, G, H, podzielone są proporcyonalnie.

9. *Twierdzenie.*

Fig. 9. *W tróykącie prostokątnym ABC, ieżeli z wierzchołka kąta prostego A, spuścimy prostopadłą AD, na przeciwprostokątną BC:*

1ód. *dwa tróykąty ABD, ADC, będą podobne sobie i całemu tróykątowi ABC.*

2re. *ramiona AB, AC, kąta prostego, będą średnioproporcyonalne między przeciwprostokątną BC, a odcinkami im przyległemi BD, DC;*

3cie. *Prostopadła AD, będzie średnioproporcyonalna między dwoma odcinkami BD, DC.*

Bo 1ód. dwa tróykąty BAC,BAD, maiąc kąt B spólny, kąt prosty BDA=BAC, a zatem i kąt trzeci BAD=BCA, są równokątne i podobne. Dowiedlibyśmy podobnie, że tróykąt DAC iest podobny tróykątowi BAC; a zatem i tróykąt DAC będzie podobny tróykątowi BAD; wszystkie więc trzy tróykąty są podobne sobie.

2re. ponieważ tróykąty BAC, BAD są podobne, więc maią boki odpowiedne proporcyonalne, toiest, będzie BC: BA=BA: BD (III.opis.1). Dla podobieństwa znowu tróykątów BAC, DAC, iest, BC, AC= AC: DC; więc każdy z boków BA, AC, iest średnio proporcyonalny między przeciwprostokątną, a odcinkiem iemu przyległym.

3cie. z podobieństwa tróykątów ABD, ACD, iest BD: AD=AD: DC; więc prostopadła AD iest średnią proporcyonalną między odcinkami BD, DC.

Wniosek I. W proporcyi BC: BA=BA: BD. porównawszy z sobą iloczyny z wyrazów skraynych i średnich, będzie $\overline{BA}^2=BC\times BD$; podobnie z proporcyi BC: AC = AC: DC, wypada $\overline{AC}^2=BC\times DC$; więc $\overline{BA}^2+\overline{AC}^2=BC\times BD+BC\times DC$; czyli $\overline{BA}^2+\overline{AC}^2=BC\times(BD+DC)$; aże $BD+DC=BC$; zatem $\overline{BA}^2+\overline{AC}^2=BC\times BC=\overline{BC}^2$; toiest, *kwadrat wystawiony na przeciwprostokątney BC, iest równy summie kwadratów, wystawionych na ramionach AB, AC, kąta prostego.* Dowiedziemy niżey tey samey prawdy, niezależnie od podobieństwa tróykątów.

Wniosek II. Jeżeli z punktu A wziętego na półokręgu koła, poprowadzimy dwie cięciwy AB, AC, do końców średnicy BC, będzie kąt BAC w półkolu prosty (II, 7. wn. 3); *zatem prostopadła AD, iest średnią proporcyonalną między dwoma odcinkami BD, DC, średnicy BC.* Fig. 10.

Wniosek III. Ponieważ proporcya BC: BA=BA: BD, daie $\overline{BA}^2=BC\times BD$, a z proporcyi BC:CA=CA:DC, iest $\overline{CA}^2=BC\times DC$; więc $\overline{BA}^2:\overline{CA}^2=BC\times BD:BC\times DC$, czyli $\overline{BA}^2:\overline{CA}^2=BD:DC$: toiest, *kwadraty z dwóch ramion kąta prostego maią się do siebie, iak odcinki przeciwprostokątney przyległe tym bokom.*

10. *Zagadnienie.*

Fig. 11. *Dwa wielokąty foremne o równey liczbie boków, są figurami podobnemi.*

Niech będą np. dwa sześciokąty foremne ABCDEF, abcdef; ponieważ summa kątów w obu figurach iest taż sama, i równa się 8 kątom prostym (I, 26. wnio.); więc każdy z kątów A, a, iest szóstą częścią tey summy; zatem kąty te są równe sobie; dla tey samey przyczyny kąt B=b, kąt C=c, i t. d. Nadto ponieważ z natury wielokątów foremnych iest bok AB=BC=CD i t. d., tudzież bok ab=bc=cd i t. d; będzie więc AB: ab=BC: bc=CD: cd i t. d; zatem dwa te sześciokąty maią kąty równe, i boki proporcyonalne, więc są podobne. (III. opis. 1).

11. *Twierdzenie.*

Fig. 12. *Części dwóch cięciw AB, CD, przecinaiących się w kole, są odwrotnie proporcyonalne; toiest, ma się AO: DO=CO: OB.*

Poprowadziwszy bowiem liniie AC, BD; dwa tróykąty ACO, BOD, maiąc kąty przy O równe (I, 2), kąt A=D, iako wpisane w ten sam odcinek (II, 7. wnio. 2), są podobne (4. wnio.); więc boki odpowiednie tych tróykątów są proporcyonalne, toiest ma się AO: DO=CO: OB (III. opis. 1.)

Wniosek. Z tey proporcyi wypada AO×OB=DO×CO; toiest, prostokąt z dwóch części iedney cięciwy, iest równy prostokątowi z dwóch części cięciwy drugiey.

12. *Twierdzenie.*

Fig. 13. *Jeżeli z punktu O obranego za kołem, poprowadzimy dwie liniie proste OB, OC, przecinaiące okrąg koła w punktach A, B, D, C; będą te liniie odwrotnie proporcy-*

onalne względem swoich części OA, OD, wziętych za kołem: toiest, będzie OB: OC= OD: OA.

Jakoż poprowadziwszy liniie AC, BD; dwa tróykąty OAC, OBD maiące kąt O spólny, kąt B=C (II, 7. wnio. 2), są podobne (4. wnio.); więc daią OB: OC=OD: OA.

Wniosek. Z tey proporcyi wypada OB×AO = OC×OD; toiest, prostokąt z dwóch liniy OB i AO, iest równy prostokątowi z dwóch liniy OC i OD.

13. *Twierdzenie.*

Jeżeli z punktu O wziętego za kołem, poprowadzimy styczną AO, i liniią OC przecinaiącą koło w dwóch punktach D, C; będzie styczna OA średnią proporcyonalną między całą liniią OC, i iey częścią OD uważaną za kołem; toiest, będzie OC: OA=OA: OD. Fig. 14.

Poprowadziwszy bowiem liniie AD, AC; dwa tróykąty OAC OAD, będą podobne (4.w), gdyż maią kąt O spólny, i kąty OCA, OAD równe, iako maiące za miarę połowę łuku AD (II, 7); będzie zatem OC: OA=OA: OD.

14. *Twierdzenie.*

Dwa wielokąty podobne, składaią się z równey liczby tróykątów odpowiednie podobnych, i podobnie położonych. Fig. 15.

Jakoż, w dwóch wielokątach ABCDE, abcde, od wierzchołków kątów A, a, poprowadziwszy przekątne AD, AC, ad, ac; ponieważ dla podobieństwa tych wielokątów iest kąt B=b, i ma się AB: BC= ab: bc (III. opis. 1); zatem dwa tróykąty ABC, abc, są podobne (6). Dla tey samey przyczyny i tróykąt AED iest podobny tróykątowi aed. Nadto ponieważ kąt BCD=bcd dla podobieństwa wielokątów, a w tróykątach podobnych CAB, cab, iest kąt BCA=bca, więc dwa te kąty równe odiąwszy od dwóch pierwszych równych, pozostanie kąt ACD=acd. Podobnie okazać można że kąt ADC=adc; więc dwa tróykąty DAC, dac, są równokątne, a przeto podobne (4. wnio.). Stosuiąc podobne rozumowanie do większey liczby tróykątów składaiących wielokąty podobne; okażemy tym samym sposobem, że dwa wielokąty podobne o iakieykolwiek liczbie boków, podzielaią się na równą liczbę tróykątów podobnych, i podobnie położonych.

Uwaga. Łatwo iest dowieść naodwrót, że dwa wielokąty są podobne; gdy się składaią z równey liczby tróykątów podobnych, i podobnie położonych.

Bo w tróykątach podobnych AED, aed, iest kąt E=e, i kąt EDA=eda: w tróykątach znowu podobnych ADC, adc, iest kąt ADC=adc, zatem będzie cały kąt D=d; dla podobney przyczyny kąt C=c i t. d. Jest także w tróykątach AED, aed, AE: ED=ae: ed, ED: DA=ed: da, a tróykąty ADC, adc, daią AD: DC=ad: dc; więc, z pomnożenia dwóch ostatnich proporcyy, będzie ED: DC=ed: dc, i tak następnie; zatem dwa wielokąty maią kąty równe i boki odpowiedne proporcyonalne, przeto są podobne.

15. *Twierdzenie.*

Fig. 16. *Tróykąty podobne ACB, acb, maią się do siebie iak kwadraty z boków odpo-*

wiednych AC, ac; toiest, będzie tróykąt ABC: tróykąta abc $= \overline{AC}^2 : \overline{ac}^2$.

Poprowadziwszy bowiem z wierzchołków kątów C, c, prostopadłe CD, cd, do podstaw AB, ab; będą prostopadłe te wysokościami tróykątów ACB, acb. Aże też tróykąty podobne daią AB: ab=AC: ac; a tróykąty ACD, acd, maiąc kąt A=a, kąt prosty D=d, są także podobne (4. wn.), i daią CD: cd=AC: ac; więc, pomnożywszy te dwie proporcye przez siebie, będzie $AB \times CD : ab \times cd = \overline{AC}^2 : \overline{ac}^2$; podzieliwszy nakoniec pierwszy stosunek przez 2, wypadnie $\frac{1}{2} AB \times CD : \frac{1}{2} ab \times cd = \overline{AC}^2 : \overline{ac}^2$: a ponieważ iloczyny $\frac{1}{2} AB \times CD$, $\frac{1}{2} ab \times cd$, wyrażaią powierzchnie tróykątów ACB, acb, (II, 22. wn. 3); więc iest tróykąt ACB: tróykąta $acb = \overline{AC}^2 : \overline{ac}^2$.

16. *Twierdzenie.*

Obwody wielokątów podobnych AD, ad, Fig. 17. *maią się do siebie iak odpowiedne boki AB, ab, albo iak odpowiedne przekątne EB, eb; a powierzchnie wielokątów podobnych, maią się iak kwadraty z tych boków, lub iak kwadraty z tychże przekątnych.*

Gdyż 1od. z podobieństwa wielokątów AD, ad, iest AB: ab=BC: bc=CD: cd= DE: de=EA: ea; więc z ciągu tych stosunków równych, wypada, że summa poprzedników AB+BC+CD+DE+EA, czyli obwód wielokąta AD, tak się ma do summy następników ab+bc+cd+de+ea, czyli do obwodu wielokąta ad, iak ieden poprzednik do swego następnika, czyli iak bok AB do boku odpowiednego ab. Aże dla podobieństwa tróykątów AEB, aeb, iest bok AB: ab$=$EB: eb; więc obwód ABCDE: obwodu abcde$=$bok AB: ab, iak przekątna EB: eb.

2re. ponieważ tróykąty ABE, abe, są podobne; więc, na mocy poprzedzaiącego twierdzenia, będzie tróykąt ABE: abe$=\overline{EB}^2: \overline{eb}^2$. Tróykąty także podobne ECB, ecb, daią ECB: ecb$=\overline{EB}^2: \overline{eb}^2$; więc, z przyczyny spólnego tym dwóm proporcyom stosunku $\overline{EB}^2: \overline{eb}^2$, wypada, tróykąt ABE: abe$=$tróykąt ECB: ecb. Podobnie okazać można, że iest tróykąt ECB: ecb$=$ECD: ecd; będzie zatem summa poprzedników ABE$+$BCE$+$CDE, czyli wielokąt AD, do summy następników abe$+$bce$+$cde, czyli do wielokąta ad, iak poprzednik ABE do swego następnika abe: aże tróykąt ABE: abe$=\overline{AB}^2: \overline{ab}^2$, albo iak $\overline{EB}^2: \overline{eb}^2$; więc wielokąt AD: wielokąta ad$=\overline{AB}^2: \overline{ab}^2 = \overline{EB}^2: \overline{eb}^2$.

Fig. 18. *Wniosek* I. Ponieważ wielokąty foremne AD, ad, o równey liczbie boków są figurami podobnemi (10); więc uważaiąc punkt O za spólny środek opisanych na nich kół; będzie promień OC$=$OB i promień Oc$=$Ob; zatem ma się OC: OB$=$Oc:Ob; przeto dwa tróykąty OCB, Ocb, maiące kąt spólny COB, i boki około tego kąta proporcyonalne, są podobne; daią zatem CB:cb$=$CO:cO; więc obwód ABCDEF: obw. abcdef$=$CB: cb$=$CO: cO; a wielokąt AD: wielo. ad$=\overline{CB}^2: \overline{cb}^2=\overline{CO}^2: \overline{cO}^2$.

Wniosek II. Aże koła uważać można za wielokąty foremne o nieskończoney liczbie małych boków (II, 11. uwaga), których kół promienie, średnice, i łuki o równey liczbie stopni, są liniiami odpowiednemi; więc *okregi kół maią się do siebie iak promienie, lub iak średnice, albo iak łuki o równey liczbie stopni; a same koła maią się do siebie iak kwadraty z promieni, lub iak kwadraty z średnic, albo iak kwadraty z łuków o równey liczbie stpni.*

Wniosek III. W tróykącie prostokątnym Fig.19.
ABC, figura D wystawiona na przeciwprostokątney AC, iest równoważna dwom podobnym figurom E, F, wystawionym na ramionach kąta prostego. Jest bowiem figura E : $\overline{AB}^2 = F : \overline{BC}^2 = D : \overline{AC}^2$; zatem $E + F : \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = D : \overline{AC}^2$, czyli $E + F : D = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 : \overline{AC}^2$; aże $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ (9. wn. 1); więc figura $D = E + F$.

Uwaga. Ponieważ koła są figurami po- Fig.20.
dobnemi, więc powierzchnia półkoła ABC maiącego przeciwprostokątną AC za średnicę, iest równoważna powierzchni półkoła ADB, i półkola BGC, maiących boki AB, BC, za średnice; od dwóch ostatnich powierzchni, i od półkoła ABC, odiąwszy odcinki AEB, BFC, spólne trzem powierzchniom, pozostanie tróykąt ABC równoważny dwóm figurom X, Y, zawartym liniiami krzywemi. Jeżeli więc tróykąt ABC iest równoramienny, z wierzchołka kąta prostego B spuszczona prostopadła BO na podstawę AC, utworzy dwa tróykąty, z których ieden będzie równoważny figurze X, drugi figurze Y.

17. *Zagadnienie.*

Na daney linii ab, wykreślić wielokąt po- Fig.17.
dobny wielokątowi danemu ABCDE.

Prowadzę w wielokącie ABCDE danym, przekątne EB, EC. Na linii ab, i przy punkcie a, kréślę kąt a=A, a przy punkcie b, kąt eba=EBA; dwie linije ae, eb, przetną się w punkcie e; będzie więc tróykąt abe podobny tróykątowi ABE (4. wnio.). Podobnie na boku eb odpowiednym bokowi EB, kréślę tróykąt ecb podobny tróykątowi ECB, a na boku ec odpowiednym bokowi EC, kréślę tróykąt edc podobny tróykątowi EDC; będzie wielokąt ac podobny wielokątowi danemu AC, gdyż dwa te wielokąty złożone są z równey liczby tróykątów podobnych, i podobnie położonych.

ROZDZIAŁ VIII.

O POROWNANIU FIGUR WYSTAWIONYCH NA BOKACH TROYKĄTA.

17. *Twierdzenie.*

Fig. 21. *W tróykącie prostokątnym ACB, kwadrat CG wystawiony na przeciwprostokątney CB, iest równy summie dwóch kwadratów CK, BM, wystawionych na ramionach kąta prostego CAB*; toiest będzie $\overline{CB}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{BA}^2$.

Z punktu A, spuśćmy prostopadłą AE na liniią FG, i poprowadźmy liniie AF, LB. Ponieważ kąty przyległe CAB, CAK, są proste, będą dwie liniie AB, AK, składać iedną liniią prostą BK (I, 1. wnio.). Aże kąt prosty LCA=FCB, dodawszy więc spólnie kąt ACB, będzie kąt LCB=ACF (pew. 2), nadto iest bok LC=CA iako w kwadracie, i dla podobney przyczyny