2re. z tróykątów podobnych CBG, CJF, mamy CG: CB=CF: CJ, czyli wst ACB: P=P: dosie ACB; więc dosieA CB= $\frac{P^2}{\text{wst ACB}}$.

23. Gdy liniie trygonometryczne w częściach promienia zostały wyrachowane; dla skrócenia działań z liczbami wyrażaiącemi te liniie, wzięto liczb tych logarytmy, i ułożono ie w tablice albo razem z liniiami trygonometrycznemi, pisząc naprzód łuki, potem liniie trygonometryczne, następnie logarytmy tych liniy; albo iak bywa nayczęściey, liniie trygonometryczne opuszczaią się, i kładą się tylko łuki, a obok nich logarytmy liniy trygonometrycznych, tychże łuków. Rzadko które tablice obeymuią logarytmy wszystkich liniy trygonometrycznych, nayczęściey zawieraią logarytmy tylko wstaw i stycznych, a tem samem dostaw i dostycznych. Układ i użycie tych logarytmów, zwyczaynie przy ich tablicach opisany bywa.

ROZDZIAŁ XVI.

TWIERDZENIA OKAZUIĄCE STOSUNKI MIĘDZY LINIIAMI TRYGONOMETRYCZNEMI A BOKAMI TROYKĄTA.

Twierdzenie 1.

Fig. 5. 24. *W każdym tróykącie ABC, boki tak się maią do siebie, iak wstawy kątów przeciwległych tym bokom; toiest będzie BC: AC: AB=wst A: wst B: wst C.*

Jakoż opisawszy kołem tróykąt ABC, będzie kąta A, miarą połowa łuku BC (II, 7. w. 1); kąta B, połowa łuku AC; kąta C, połowa łuku AB: więc każdy bok tróykąta ABC iest cięciwą podpieraiącą łuk dwa razy większy od łuku, który iest miarą kąta przeciwległego temu bokowi; a zatem połowa każdego boku tróykąta, iest wstawą kąta przeciwległego temu bokowi (10); toiest, będzie bok $\frac{BC}{2}$ = wst A; bok $\frac{AC}{2}$ = wst B; bok $\frac{AB}{2}$ = wst C. A zatem ma się $\frac{BC}{2} : \frac{AC}{2} : \frac{AB}{2}$ = wst A : wst B : wst C; czyli BC : AC : AB = wst A : wst B : wst C; więc *w każdym tróykącie. i t. d.*

25. *Wniosek* I. *W każdym tróykącie prostokątnym BAC, promień tak się ma do przeciwprostokątney, iak wstawa iednego z kątów ostrych do boku przeciwległego temu kątowi.* Fig. 6.

Jest bowiem BA : AC = wst C : wst B. Aże w tróykącie prostokątnym BAC, wstawa kąta prostego C iest równa promieniowi, a bok BA iest przeciwprostokątną; więc BA : AC = P : wst B, czyli P : BA = wst B : AC; więc *w każdym tróykącie prostokątnym i t. d.*

26. *Wniosek* II. *W tróykącie prostokątnym BAC, promień ma się do styczney iednego z kątów ostrych B, iak bok BC przyległy temu kątowi, do boku AC temuż kątowi przeciwległego.*

Gdyż iest wst A : wst B = BC : AC; iest zaś wst A = dost B; więc dost B : wst B = BC : AC. Aże dost B : wst B = P : sty B (21); więc P : sty B = BC : AC; więc *w tróykącie prostokątnym i t. d.*

Twierdzenie 2.

Fig. 7. 7. bis. 27. *W każdym tróykącie prostokreślnym ACB, spuściwszy z wierzchołka któregokolwiek kąta C, prostopadłą CD, na podstawę AB, przedłużoną ieżeli potrzeba; tak się mieć będzie podstawa AB, do summy dwóch boków AC, BC, iak różnica tych boków, do różnicy lub summy odcinków AD, BD; toiest będzie AB: AC + BC=AC—BC: AD — BD, albo AD + BD.*

Jakoż z wierzchołka kąta C, długością boku CB, zakreśliwszy okrąg koła przecinaiący boki AC, AB, w punktach G, F, i przedłużywszy bok AC, do przecięcia się z okręgiem koła, w punkcie E; będzie AB: AE = AG: AF (111,12). Aże iest CG= CE=CB, a FD = BD (11,5); więc AE = AC+BC; AG = AC—BC; AF=AD — BD (fig. 7), albo AF=AD+BD (fig.7bis); więc proporcya powyższa AB: AE=AG: AF zamieni się na AB: AC + BC = AC — BC: AD — BD, lub AD + BD; więc *w każdym tróykącie i t. d.*

Twierdzenie 3.

Fig. 8. 28. *W każdym tróykącie prostokreślnym CBF, summa dwóch którychkolwiek boków CB, CF, tak się ma do różnicy tychże boków, iak styczna połowy summy kątów F, B, przeciwległych tym bokom, do styczney połowy różnicy tychże kątów; toiet, będzie*

$$CB + CF : CB - CF = \text{sty}\,\frac{(CFB + CBF)}{2} : \text{sty}\,\frac{(CFB - CBF)}{2}.$$

Jakoż z wierzchołka kąta C, długością boku mnieyszego CF, zakreśliwszy okrąg koła przecinaiący bok CB, w punkcie D, i poprowadziwszy liniią FD, a względem niey równoległą BA, przecinaiącą w punkcie A liniią JFA, poprowadzoną z punktu J, w którym, przedłużony bok CB przecina okrąg koła: będzie kąt JFD w półkolu prosty (II, 7.w.3); iest zaś kąt JFD = FAB; więc liniia JFA, iest prostopadła do linii FD, i do linii AB. Aże tróykąty podobne AJB, FJD, daią proporcyą JB : DB = JA : FA; w którey, dla równości liniy CF CJ i CD, iest liniia JB, summą dwóch boków CB, CF; i liniia DB, iest różnicą tychże boków CB, CF; więc pozostaie tylko okazać naprzód, że JA iest styczną połowy summy kątów CFB, CBF; powtóre, że FA iest styczną połowy różnicy tychże kątów.

1óď $JA = \text{sty}\,\frac{CFB + CBF}{2}$. Jakoż, w tróykącie JBA, wziąwszy BA za promień, będzie JA styczną kąta JBA, azatem i kąta mu równego JDF (1,19). Aże kąt wpisany JDF, iest połową kąta JCF maiącego wierzchołek w środku koła, i równego summie kątów CFB, CBF (I, 25.w.1); więc kąt JDF czyli kąt $JBA = \frac{CFB + CBF}{2}$; a zatem $JA = \text{sty}\,\frac{CFB + CBF}{2}$.

2re $FA = \text{sty}\,\frac{CFB - CBF}{2}$. Bo w tróykącie FBA, wziąwszy BA za promień, będzie FA styczną kąta FBA. Aże kąt FBA iest równy połowie różnicy dwóch kątów CFB, CBF; gdyż kąt FBA = CBA — CBF = CDF — CBF (1,19); iest zaś kąt CDF, czyli równy mu kąt CFD = CFB — DFB; więc kąt FBA = CFB — CBF — DFB; a dodawszy spólnie kąt FBA = DFB, będzie 2FBA = CFB — CBF, czyli kąt FBA = $\frac{CFB - CBF}{2}$; zatem FA = sty $\frac{(CFB - CBF)}{2}$. Więc powyższa proporcya JB : DB = JA : FA zamieni się na CB + CF : CB — CF = sty $\frac{(CFB + CBF)}{2}$: sty $\frac{(CFB - CBF)}{2}$. Więc *w każdym tróykącie prostokreślnym i t. d.*

Fig 9. 29. Maiąc zaś wiadomą summę dwóch iakichkolwiek kątów ACB, BCD, i ich różnicę, łatwo iest wynaleść którykolwiek z tych kątów.

Bo z dwóch ilości nierównych, ilość większa równa iest połowie ich summy, i połowie ich różnicy; a ilość mnieysza iest równa połowie ich summy, mniey połową ich różnicy.

Jakoż, z dwóch kątów nierównych ACB, BCD, niech kąt ACB, będzie większy od kąta BCD: podzieliwszy kąt cały ACD linią CH, na dwa kąty ACH, HCD, równe; będzie każdy z tych kątów połową summy dwóch kątów danych ACB, BCD; a przy linii AC, i przy punkcie C, wykréśliwszy kąt ACG = BCD; będzie kąt GCB różnicą tychże kątów ACB, BCD. Aże od dwóch kątów równych ACH, HCD, odiąwszy kąty ACG, BCD równe, pozostanie kąt HCG = HCB; przeto każdy z tych kątów iest połową różnicy dwóch kątów ACB, BCD. Jest zaś kąt większy ACB = ACH + HCB, a kąt mnieyszy BCD = HCD — HCB; więc *z dwóch kątów nierównych i t. d.*