46. Maiąc trzy boki wiadome tróykąta ACB, znaleść iego powierzchnią.

Szuka się naprzód odcinków AD, DB, zrobionych przez prostopadłą CD (27); potem w którymkolwiek z tróykątów prostokątnych ACD, CDB, wynayduie się wysokość CD, a tey połowa pomnożona przez podstawę AB, da powierzchnią tróykąta ACB. (*)

ROZDZIAŁ XVII.

PRZYSTOSOWANIE TRYGONOMETRYI DO PRAKTYKI.

Zagadnienie I.

Fig. 15. 47. *Wymierzyć wysokość DM wieży u spodu dostępney.*

Przypuściwszy że grunt iest poziomy, mierzę na nim od punktu M, odpowiednego wierzchołkowi wieży, odległość iakąkolwiek MP; poczem ustawiwszy ką-

---

(*) Można w tym przypadku otrzymać powierzchnią tróykąta nie szukaiąc iego wysokości; na ten koniec bierze się połowa summy trzech danych boków, i od tey odeymuie się następnie każdy bok tróykąta, a z trzech reszt pozostałych robi się iloczyn, i ten mnoży się przez połowę summy boków; z tego ostatniego iloczynu wyciągnięty pierwiastek kwadratowy, będzie szukaną powierzchnią tróykąta. I tak, tróykąta ABC summę trzech boków oznaczywszy przez S.; będzie powie. tróyk.

$$ABC = \sqrt{\tfrac{1}{2}S\,(\tfrac{1}{2}S - AB)\,(\tfrac{1}{2}S - AC)\,(\tfrac{1}{2}S - BC)}.$$

Obacz. Traité élém. de Trigonometrie par Lacroix. 5 edit. Paris 1810. art. 64.

tomiar na linii MP tak, aby iego środek O odpowiadał punktowi P: na gruncie, i aby prawidło nieruchome GE było równoległe do poziomu, a płaszczyzna narzędzia miała położenie pionowe; celuię prawidłem ruchomem ku D wierzchołkowi wieży, i biorę kąt GOF równy kątowi DOA wierzchołkiem przeciwległemu.

To wykonawszy, ponieważ w tróykącie prostokątnym DOA, prócz kąta prostego A, będzie wiadomy kąt DOA, i bok AO równy linii MP wymierzoney na gruncie; wynaydę więc bok DA, z proporcyi P : sty DOA=AO : DA (26). Do znalezionego boku DA, dodawszy AM odległość śródka kątomiaru od powierzchni gruntu, otrzymam DM całą wysokość wieży.

Zagadnienie 2.

48. *Wymierzyć wysokość DM wieży u spodu niedostępney.* Fig. 16.

Obrawszy na gruncie dwa punkta P, N, znayduiące się na przedłużeniu linii poziomey MP, i w punkcie P ustawiwszy kątomiar podobnie iak w poprzedzaiącym przypadku, biorę kąt DOA; poczem przeniosłszy kątomiar na punkt N, biorę kąt DJO; mierzę nakoniec linią PN=OJ.

Ponieważ w tróykącie OJD będzie wiadomy bok OJ, kąt DJO, i kąt DOJ, który iest spełnieniem kąta DOA wymierzonego na pierwszem stanowisku, a zatem będzie znany i kąt ODJ; wynaydę więc bok DO z proporcyi

wst ODJ : OJ = wst DJO : DO (24).

Znaiąc bok DO w tróykącie prostokątnym DAO, wynaydę bok DA z proporcyi P : DO= wst DOA : DA. Do linii DA dodawszy

OP, odległość śródka kątomiaru od powierzchni gruntu, otrzymam całą wysokość DM.

Zagadnienie 3.

Fig.17. 49. *Znaleść odległość punktu B, od przedmiotu niedostępnego O.*

Mierzę na gruncie liniią prostą BC, i na iednym iey końcu B, ustawiwszy kątomiar, a na drugim C, tykę; biorę kąt CBO. Potem przeniosłszy tykę na punkt B, a kątomiar na punkt C, mierzę kąt OCB. Ponieważ w tróykącie BOC, będzie wiadomy bok BC, dwa kąty B, C, a tem samem i kąt O, który iest ich spełnieniem, otrzymam więc szukany bok BO, z proporcyi wst BOC : BC=wst OCB : BO.

Zagadnienie 4.

Fig.18. 50. *Znaleść odległość między dwoma przedmiotami D, C, widzialnemi, lecz niedostępnemi.*

Wymierzywszy na gruncie liniią prostą AB, z którey końców przedmioty D i C są widzialne, na iednym iey końcu A ustawiam kątomiar, a na drugim B, tykę; i mierzę kąty CAB, DAB. Poczem wykréśliwszy na papierze figurę, zbliżaiącą się w podobieństwie do figury gruntu, zapisuię na niey wymierzone kąty, i długość linii AB. Następnie przenoszę kątomiar na punkt B, a tykę na punkt A, mierzę kąty DBA, CBA, i ich ważności zapisuię.

W tróykącie ABC, maiąc bok AB, i dwa kąty CBA, CAB, wiadome, a zatem i kąt BCA, wynaydę bok AC z proporcyi

wst ACB : AB=wst ABC : AC.

W tróykącie znowu DAB, maiąc bok AB, i kąty ABD, BAD wiadome, a zatem i kąt ADB, wynaydę bok AD, z proporcyi wst ADB : AB=wst ABD : AD.

Odiąwszy kąt BAC od BAD, pozostanie kąt DAC; więc w tróykącie ACD znaiąc dwa boki AC, AD i kąt między niemi zawarty DAC, wynaydę dwa inne kąty (28); odległość zaś szukaną DC, otrzymam z proporcyi

wst ADC : wst CAD=AC : DC.

Zagadnienie 5.

Zdiąć plan okolicy iakieykolwiek.

51. Niech T, M, C, D, O, P, oznaczaią Fig. 19. głównieysze okolicy przedmioty, np. wieże, wiatraki, dzwonice i t. d. których położenie względem siebie, mamy wyrazić na papierze.

Wewnątrz okolicy obrawszy plac równy, z któregoby iak naywięcey w około można było widzieć przedmiotów, mierzę na nim łańcuchem iak naydokładniey podstawę AB; poczem poprowadziwszy na papierze liniią prostą, zapisuię na niey liczbę miar znalezionych w podstawie AB, i w około teyże linii oznaczam przedmioty T, M, C, D, O, P, w takiem położeniu, w iakiem pokazuią się dla oka (*); daley ustawiwszy kątomiar na iednym końcu B podstawy, tak aby iego środek znaydował się na linii pionowey przez tenże punkt B, przechodzącey, i zgodziwszy prawidło nieruchome z liniią BA, celuię następnie prawidłem ruchomem do przedmiotów T, C, D, O, P widzialnych

(*) Aby nabyć dokładnego wyobrażenia o położeniu przedmiotów, zwiedzić potrzeba mieysca na których one znayduią się.

z punktu B (*), i na właściwem mieyscu w brulionie zapisuię ważności kątów TBA, CBA, DBA, OBA, PBA, zawartych między promieniami ocznemi BT, BC, BD, BO, BP, a podstawą BA.

To wykonawszy, przenoszę kątomiar na punkt A, i zgodziwszy iego środek z tymże punktem na ziemi, a prawidło nieruchome z liniią BA, biorę między przedmiotami T, C, D, O, P, a liniią BA, kąty TAB, CAB, DAB, OAB, PAB, i ich ważności podobnie zapisuię w brulionie.

Co się tyczy przedmiotu M, ktorego z punktu B nie można widzieć; obieram dwa punkta T, C, iuż uważane, z których iest widzialny wiatrak M; i ustawiwszy kątomiar naprzód w punkcie T, mierzę kąt MTC, potem w punkcie C, i biorę kąt MCT; i ważności tych kątów także zapisuię.

To maiąc, ponieważ w każdym z tróykątów BTA, BCA, BDA, BOA, BPA, bok BA i dwa kąty przy nim leżące będą wiadome, wynaydę zatem (36) ważności każdych dwóch innych boków, na których przecięciu znayduią się przedmioty T, C, D, O, P.

Dla rozwiązania zaś tróykąta TMC, potrzeba naprzód wynaleść bok TC, za pomocą tróykąta BTC, w którym dwa boki BT, BC, i kąt TBC między niemi

(*) Jeżeli wypada uważać przedmioty znacznie oddalone, używa się wtedy kątomiaru z lunetami; i za każdem działaniem sprawdza się położenie prawideł naprowadzaiąc iedno i drugie na ten sam przedmiot; i gdy prawidło ruchome pokazuie na kątomiarze zero, znakiem iest że się zupełnie zgadza ze stałem.

zawarty będą wiadome (37); gdyż z rozwiązania tróykąta BTA, otrzymam bok BT, z tróykąta BCA, bok BC, a kąt TBC będzie różnicą dwóch kątów wiadomych TBA, CBA.

Po rozwiązaniu tych tróykątów robię podziałkę; i poprowadziwszy na papierze linią ba, odcinam na niey tyle części wziętych z podziałki, ile iest miar w podstawie BA; poczem, dla oznaczenia na papierze punktu odpowiednego któremukolwiek z przedmiotów widzialnych z końców podstawy AB, np. punktu wyrażaiącego przedmiot T; biorę z podziałki tyle części równych, ile z rachunku wypadło miar na bok BT; i z punktu b iako środka, promieniem równym tym częściom zakréślam łuk; biorę znowu z podziałki tyle części, ile z rachunku wypadło miar na bok AT, i z punktu a, kréślę łuk drugi; a punkt t, przecięcia się tych dwóch łuków, oznaczy położenie przedmiotu T. Tym samym sposobem biorąc zawsze punkta b, a, za środki kół, wynaydę położenie punktów c, d, o, p odpowiedne przedmiotom C, D, O, P. Dla oznaczenia zaś punktu m, wyrażaiącego przedmiot M, wezmę za środki kół punkta t, c, iuż oznaczone.

Żeby zrobić mappę z dokładnością, można ieszcze po rozwiązaniu tróykątów BTA, BCA, BDA, BOA, BPA, i tróykąta TMC, wyrachować prostopadłą oznaczaiącą odległość każdego przedmiotu od podstawy BA, tudzież odległości końców tey podstawy od prostopadłey; iak to zobaczymy na przykładzie.

Wystawmy sobie prostopadłą TJ poprowadzoną z punktu T do podstawy BA. Ponieważ w tróykącie prostokątnym BT będzie wiadoma przeciwprostokątna BT z rozwiązania tróykąta BTA, i kąt TBA wiadomy z wymierzenia, więc otrzymam TJ, z proporcyi

P : TB=wst TBJ : TJ (25); a BJ, z proporcyi P : BT=wst BTJ : BJ.

Przez podobny rachunek oznaczywszy odległość każdego z przedmiotów C, D, O, P, uważanych względem podstawy BA, a przedmiotu M, względem podstawy TC; prowadzę na papierze liniią prostą ba, zamykaiącą tyle części wziętych z podziałki mappy, ile iest miar w podstawie BA; potem odcinam na ba, od b do i, tyle części wziętych z podziałki, ile z rachunku wypadło miar na liniią BJ; przez co oznaczę liniią bi; z punktu i, prowadzę it prostopadłą do ba, zawieraiącą tyle części podziałki, ile z rachunku wypadło miar na TJ; a koniec prostopadłey ti, wskaże na mappie dokładne położenie punktu t, wyrażaiącego przedmiot T.

Tym samym sposobem wynalazłszy odległości punktów c, d, o, p, od podstawy ab, a punktu m, od linii tc, oznaczę położenie przedmiotów C, D, O, P, M.

Nie zawsze używać potrzeba sposobów poprzedzaiących dla przeniesienia na papier rzeczonych przedmiotów. Jeżeli robota nie wymaga dokładności wielkiey, wtedy można bez pomocy rachunku, wynaleść położenie punktów T, C, D... sposobem bardzo prędkim i dosyć dokładnym.

Bo poprowadziwszy na papierze liniią ba, zawieraiącą tyle części wziętych z podziałki, ile iest miar w podstawie BA; i przy punkcie b, za pomocą przenośnika, wykréśliwszy kąty tba, cba, dba, oba, pba, odpowiednie równe kątom TBA, CBA, DBA, OBA, PBA, wymierzonym na punkcie B; a przy punkcie a, kąty tab, cab, dab, oab, pab, równe kątom TAB, CAB, DAB, OAB, PAB wymierzonym na punkcie A; następnie przy punktach t, c, wykréśliwszy kąty mtc, mct, równe kątom MTC, MCT, wymierzonym przy końcach linii TC: ponieważ z tego wykréślenia utworzą się tróykąty bta, bca, bda, boa, bpa, tmc, odpowiednie podobne tróykątom BTA, BCA, BDA, BOA, BPA, TMC, więc punkta t, m, c, d, o, p, oznaczą na papierze położenie podobne temu, iakie maią przedmioty T, M, C, D, O, P, dane na gruncie.

Figura wykréślona na papierze, którymkolwiek z tych trzech sposobów, iest podobna figurze gruntu, gdyż obie składaią się z równéy liczby tróykątów podobnych i podobnie położonych.

Chcąc poznać odległość między dwoma przedmiotami danemi na gruncie, *np.* odległość wiatraku M od dzwonicy C; biorę cyrklem na mappie odległość dwóch punktów m, c, oznaczaiących te przedmioty, i postawiwszy nóżkę cyrkla na iednym z punktów podziałów większych podziałki mappy, uważam na który punkt podziałki pada nóżka druga cyrkla, a części podziałki zawarte w otwartości cyrkla, wskażą w miarach wiadomych odległość wiatraku od dzwonicy.

Ponieważ wiele zależy na dokładnem oznaczeniu odległości między głównemi przedmiotami okolicy; starać się więc potrzeba sprawdzić pomiar podstawy iuż oznaczoney, mierząc ią przynaymniey dwa razy; i uważać, czy wypadek roboty drugiey zgadza się zupełnie, z pierwszym.

O przerabianiu Mapp.

52. Chcąc zrobić mappę równą daney, tak się postępuie: na gładkim stole, albo na tablicy rozciąga się papier biały, a na nim mappa, i ta wraz z papierem, za pomocą szpilek, przytwierdza się końcami do tablicy. Poczem cienką igiełką przekalaią się na mappie końce wszystkich liniy, zakręty dróg, rzek, i punkta wszelkich przedmiotów umieszczonych na niey. Nakoniec, zrobione na papierze dziureczki, połączywszy liniiami, częścią prostemi, częścią krzywemi w miarę potrzeby, i oznaczywszy na nim przedmioty każdy właściwym kolorem, utworzy się mappa równa daney.

Naydogodniey iednak iest użyć do tego tafli szklanney, oprawney w ramki, i tey samey wielkości co mappa. Na ten koniec rozciągnąwszy na tafli mappę, a na niey biały i cienki papier, przytwierdza się razem iedno i drugie do ramek; poczem postawiwszy taflę na przeciw światłu, rysuią się na papierze ołówkiem wszystkie szczegóły mappy, i nakoniec oznaczaią się właściwemi kolorami.

53. Gdyby zaś szło o przerobienie mappy daney na inną iey podobną, większą od niey albo mnieyszą, toiest któreyby powierzchnia miała się do powierzchni mappy daney, w stosunku danym N: M; wtedy, ieżeli mappa dana ma swoię po-