16. *Twierdzenie.*

Fig.21. *Jeżeli z dwóch boków AE, EB tróykąta AEB, bok AE iest większy od boku EB, będzie i kąt B przeciwległy bokowi AE, większy od kąta A przeciwległego bokowi EB; i naodwrót, ieżeli kąt ABE iest większy od kąta A, będzie bok AE większy od boku EB.*

Bo 1ód ze środka C linii AB, wyprowadziwszy do niey prostopadłą DC, i punkt O, przecięcia się tey prostopadłey z liniią AE, złączywszy z punktem B liniią OB; dwa tróykąty AOC, OCB, maiące bok OC spólny, bok AC=CB z wykreślenia, i kąt prosty ACO=OCB, są równe sobie (twier. 3), zatem kąt A=OBC; aże kąt EBA iest większy od kąta OBC, a zatem i od kąta A=OBC; więc w tróykącie AEB, kąt większy przeciwległy iest bokowi większemu.

2re Załóżmy że kąt ABE iest większy od kąta A; gdyby bok AE nie był większy od boku EB, byłby bok AE<EB, albo bok AE=EB; więc w pierwszym razie, na mocy pierwszey części tego twierdzenia byłby kąt B<A; w drugim, kąt A=B (tw.15); co iedno i drugie sprzeciwiało by się założeniu: zatem iest bok AE>EB.

ROZDZIAŁ III.

O LINIIACH ROWNOLEGŁYCH.

Opisanie.

Dwie liniie proste nazywaią się *równoległe*, gdy położone na tey samey płaszczyznie, i w obie strony iak naydaley przedłużone, zeyść się z sobą z żadney strony nie mogą.

17. *Twierdzenie.*

Dwie liniie proste AC, BD, prostopadłe do linii trzeciey AB, są względem siebie równoległe. Fig. 24.

Bo gdyby liniie AC, BD, zeszły się z sobą w iakimkolwiek punkcie O, byłyby dwie prostopadłe OA, OB, spuszczone z iednego punktu O, na liniią AB, co być nie może (twier. 13. wnio. 2); zatem dwie liniie proste AC, BD, i t. d.

Uwaga. Rzecz iest przez się widoczna, że ieżeli pochyła BE z liniią AB, czyni kąt EBA mnieyszy od kąta prostego ABD, ta pochyła BE z prostąpadłą CA przedłużone, zeydą się nad liniią AB. Jeżeli zaś pochyła BF z liniią AB, czynią kąt FBA większy od kąta prostego ABD, pochyła BF z prostopadłą CA przedłużone, zeydą się pod liniią AB.

18. *Twierdzenie.*

Jeżeli dwie liniie proste AB, CD, przecięte od trzeciey EF, czynią z nią kąty CHF, BGE, równe, które się zowią kątami naprzemianległemi; lub ieżeli czynią dwa kąty EHD, EGB, równe, zwane kątami iednostronnemi odpowiadaiącemi; albo nakoniec, ieżeli czynią dwa kąty DHG, HGB, wewnętrzne iednostronne, równe summie dwóch kątów prostych: mówię, że w każdym z tych trzech przypadków, dwie liniie AB, CD, są względem siebie równoległe. Fig. 25.

Bo 1ód. przez środek M linii GH, poprowadziwszy prostopadłą LK do linii CD; dwa tróykąty LMH, GMK, maiące bok MH=GM z wykreślenia, kąty przy M wierzchołkiem przeciwległe równe, i kąt LHM=MGK z założenia, są równe sobie (twier. 4); zatem kąt L=K, aże kąt L iest prosty z wykreślenia, więc takim iest i kąt K, zatem dwie liniie AB, CD, są prostopadłe do linii LK, przeto są względem siebie równoległe (twier. 17).

2. Założywszy, że kąt EHD=EGB; ponieważ kąt EHD=LHM (twier. 2), więc i kąt LHM=EGB (pew. 1), nadto kąty przy M są równe, i bok GM=MH; więc, dla tey samey przyczyny, co i w poprzedzaiącym przypadku, dwa tróykąty LMH, GMK są równe sobie, i dwie liniie AB, CD, są względem siebie równoległe.

3. Założywszy nakoniec, że kąt DHG+HGB=dwom kątom prostym; ponieważ kąt DHG z kątem przyległym LHG, czyni także summę dwóch kątów prostych (twier. 1), więc kąt HGB=LHG (tw. 2 wn.), nadto kąty przy M są równe, i bok MH=GM, więc znowu iak w przypadku pierwszym, tróykąt LMH=GMK, i dwie liniie AB, CD, są względem siebie równoległe.

19. *Twierdzenie odwrótne.*

Fig. 25. *Jeżeli dwie liniie AB, CD, równoległe, przecina liniia trzecia EF, będą 1ód. dwa kąty CHG, HGB naprzemianległe, równe; 2re. będą dwa kąty EHD, EGB iednostronne odpowiadaiące, równe; 3cie. dwa kąty DHG, HGB wewnętrzne iednostronne, będą równe summie dwóch kątów prostych.*

Bo 1ód. przez środek M linii GH, poprowadziwszy liniią LK prostopadłą do linii AB, a tem samem i do linii CD równoległey względem AB; dwa tróykąty LMH, MGK prostokątne, maiące kąty przy M równe (twier. 2), bok GM=MH z wykréślenia, są równe sobie (twier. 14); zatem kąty CHG, HGB naprzemianległe są równe.

2re. Ponieważ z dowodzenia kąt CHG=EGB, a iest kąt CHG=EHD, więc i kąt EHD=EGB (pew. 1); toiest, kąty iednostronne odpowiadaiące są równe sobie.

3cie. Kąt EHD=HGB, dodawszy spólnie kąt DHG, będzie kąt EHD+DHG=HGB+DHG (pew. 2); a że kąty EHD, DHG przyległe, są równe summie dwóch kątów prostych (twier. 1); więc i dwa kąty HGB, DHG wewnętrzne iednostronne, są także równe summie dwóch kątów prostych.

Wniosek. Jeżeli kąt DHG iest prosty, będzie takim i kąt HGB; a zatem każda liniia prostopadła do iedney z dwóch liniy równoległych, iest prostopadła i do drugiey linii.

Uwaga. Widzimy tu, że z kątów zawartych między liniiami AB, CD równoległemi, a liniią ie przecinaiącą EF, wszystkie kąty ostre są równe sobie, i wszystkie kąty rozwarte są między sobą równe.

20. *Twierdzenie.*

Dwie liniie równoległe AB, CD, zawarte między liniiami równoległemi AC, BD, są równe sobie. Fig. 26.

Bo poprowadziwszy liniią BC; dwa tróykąty ABC, DBC, maiące bok BC spólny, i po dwa kąty przy nim leżące odpowiednie równe; toiest, kąt ACB=CBD, i kąt ABC=BCD (twier. 19), są równe sobie (twier. 4), zatem liniia AB=CD.

Wniosek 1. Jeżeli dwie liniie AB, CD, są równoległe i równe sobie; będą dwie liniie AC, BD łączące końce tych liniy, równe i równoległe względem siebie. Bo dwa tróykąty ABC, DCB, maiące bok BC spólny, bok AB=DC z założenia, i kąty ABC, BCD naprzemianległe równe, są sobie równe (tw. 4), zatem bok AC=BD, i kąt ACB=CBD; a ponieważ to są kąty naprzemianległe, między liniiami AC, BD, przeciętemi od linii trzeciey BC; więc liniia AC iest równoległa względem linii BD (twier. 18).

Wniosek II. W figurze ABDC maiącey boki przeciwne równoległe, są też same boki równe, i kąty przeciwległe równe.

21. *Twierdzenie.*

Fig. 27. *Dwa kąty BAC, DEF, maiące ramiona AB i DE, AC i EF, odpowiednie równoległe, i skierowane w iedną stronę, są równe sobie.*

Bo, przedłużywszy DE, do spotkania się z AC w punkcie G, będą kąty DEF, DGC iednostronne równe, iako zawarte między równoległemi EF, AC, przeciętemi od linii DEG; aże kąty iednostronne BAC, DGC, są także między sobą równe; więc kąt BAC=DEF (pew. 1).

22. *Twierdzenie.*

Fig. 28. *Dwie liniie AB, CD, równoległe względem linii trzeciey EF, są równoległe względem siebie.*

Jakoż, poprowadziwszy liniią PQR prostopadłą do EF; ponieważ liniia AB iest równoległa do EF, więc liniia PR iest prostopadła do AB (twier. 19. wnio.). Podobnie, ponieważ CD iest równoległa do EF, będzie PR prostopadła do CD; zatem dwie liniie AB, CD, będąc prostopadłe do trzeciey linii PQ, są względem siebie równoległe (twier. 17).

23. *Zagadnienie.*

Na daney linii prostey DE, i przy punkcie na niey danym D, wykréślić kąt rowny kątowi danemu A. Fig. 29.

Na ramionach kąta danego, obieram dwa iakiekolwiek punkta B, C, i prowadzę liniią BC. Na linii DE odcinam liniią DF=AC, i z punktu F, długością BC kréślę łuk, a z punktu D długością AB, kreślę łuk drugi; od punktu G przecięcia się tych łuków, do punktów D, F, prowadzę liniie GD, GF: będzie tróykąt DFG równy tróykątowi ABC, gdyż maią trzy boki odpowiednie równe; zatem kąt D=A(twier. 9).

24. *Zagadnienie.*

Przez punkt dany C, wzięty za liniią daną AB, poprowadzić równoległą do teyże linii. Fig. 30.

Od punktu C, prowadzę liniią CD, przecinaiącą pod iakimkolwiek kątem liniią AB; przy linii CD i przy punkcie C, kréślę kąt ECD=CDB: będzie liniia EF równoległa względem AB, gdyż kąty ECD, CDB naprzemianległe są równe.

ROZDZIAŁ IV.

O WIELOKĄTACH I WAŻNOSCI ICH KĄTOW.

Opisania.

I. Powierzchnia płaska zamknięta ilokolwiek liniiami prostemi, zowie się *wielokątem* czyli *wielobokiem*. Nayprostszy ze wszystkich wielokątów iest tróykąt, o którym mówiliśmy.