

trzeciej linii PQ, są względem siebie równoległe (twier. 17).

23. Zagadnienie.

Na danej linii prostej DE, i przy punkcie na niej danym D, wykreślić kąt równy kątowi danemu A. Fig. 20.

Na ramionach kąta danego, obieram dwa jakiegokolwiek punkta B, C, i prowadzę linią BC. Na linii DE odcinam linią $DF = AC$, i z punktu F, długością BC kręślę łuk, a z punktu D długością AB, kręślę łuk drugi; od punktu G przecięcia się tych łuków, do punktów D, F, prowadzę linię GD, GF: będzie trójkąt DFG równy trójkątowi ABC, gdyż mają trzy boki odpowiednio równe; zatem $\angle D = \angle A$ (twier. 9).

24. Zagadnienie.

Przez punkt dany C, wzięty za linią daną AB, poprowadzić równoległą do tejże linii. Fig. 30.

Od punktu C, prowadzę linią CD, przecinającą pod jakimkolwiek kątem linią AB; przy linii CD i przy punkcie C, kręślę kąt $\angle ECD = \angle CDB$: będzie linia EF równoległa względem AB, gdyż kąty $\angle ECD$, $\angle CDB$ naprzemianległe są równe.

R O Z D Z I A Ł IV.

O WIEŁOKĄTACH I WĄŻNOSCI ICH KĄTÓW.

Opisania.

I. Powierzchnia płaska zamknięta ilokolwiek liniami prostymi, zowie się *wielokątem* czyli *wielobokiem*. Najprostszy ze wszystkich wielokątów jest trójkąt, o którym mówiliśmy.

II. Wielokąt o czterech bokach zowie się *czworokątem*, o pięciu bokach *pieciokątem*, o sześciu bokach *sześciokątem* i t. d.

Fig.31. III. Czworokąt, w którym boki przeciwne są względem siebie równoległe, zowie się *równoległobokiem*. W równoległoboku, boki przeciwne, i kąty przeciwległe, są równe względem siebie (tw. 20, wn. 2).

Fig.32. IV. Czworokąt, mający tylko dwa boki przeciwne względem siebie równoległe, lecz nierówne, zowie się *równoległobokiem niezupełnym*, albo *trapezem*.

Fig.33. V. Równoległobok mający cztery kąty proste nazywa się *prostokątem*.

Fig.34. VI. Prostokąt bierze nazwisko *kwadratu*, kiedy ma cztery boki między sobą równe.

Fig.35. VII. Równoległobok mający wszystkie boki równe, a kąty tylko przeciwne równe, zowie się *kwadratem ukośnym*.

VIII. Wielokąt mający wszystkie boki, i wszystkie kąty, równe, zowie się wielokątem *foremnym*.

IX. Summa boków wielokąta nazywa się jego *obwodem*.

X. Każda linia prosta, łącząca wierzchołki dwóch kątów nieprzyległych w wielokącie, zowie się *przekątną*.

25. Twierdzenie.

Fig.36. W każdym trójkącie *ABC*, summa trzech kątów *A*, *B*, *C*, czyni dwa kąty proste.

Bo przedłużywszy bok *AC* do punktu *D*, i przez punkt *C*, poprowadziwszy równoległą *CE* względem *AB*; będą kąty *ABC*, *BCE* naprzemianległe równe; i kąty *BAC*,

ECD iednostronne także równe (twier. 19); zatem kąt $ABC + BAC = BCD$: dodawszy wspólnie kąt BCA, będzie kąt $ABC + BAC + BCA = BCD + BCA$ (pew. 2); aże summa kątów przyległych BCD, BCA, jest równa dwóm kątom prostym (twier. 1); więc i summa kątów ABC, BAC, BCA, czyni także dwa kąty proste.

Wniosek I. Stąd wypada, że w każdym trójkącie ABC, przedłużwszy bok AC do punktu D; kąt zewnętrzny BCD, jest równy summie dwóch kątów B, A, wewnętrznych iemu przeciwległych, a przeto od każdego z nich jest większy.

II. W trójkącie, gdy kąt jeden jest prosty, dwa kąty pozostałe są ostre, a ich summa jest równa kątowi prostemu.

III. W dwóch trójkątach, gdy dwa kąty jednego, są równe dwóm kątom drugiego trójkąta, będzie i kąt trzeci pierwszego, równy kątowi trzeciemu, drugiego trójkąta; i te dwa trójkąty są równokątne.

IV. W trójkącie mając dwa kąty wiadome, gdy ich sumnę odeymiemy od dwóch kątów prostych, otrzymamy wartość kąta trzeciego.

V. W trójkącie równobocznym, każdy kąt jest trzecią częścią dwóch kątów prostych, albo zamyka dwie trzecie części kąta prostego. Jeżeli więc kąt prosty wyrazimy przez 1, tedy kąt trójkąta równobocznego wyrazi się przez $\frac{2}{3}$.

26. Twierdzenie.

W każdym wielokącie ABCDEF, sum-Fig. 37. ma kątów wewnętrznych równa jest dwóm kątom prostym, tyle razy wziętym, ile wielokąt ma boków, mniej dwa.

Bo, od wierzchołka kąta A, poprowadzimy przekątne AC, AD i t. d. do wierzchołków wszystkich innych kątów; wielokąt ten podzieli się na tyle trójkątów ABC, ACD i t. d. ile w wielokącie jest boków mniej dwa: i będzie summa wszystkich kątów wewnętrznych wielokąta, równa summie wszystkich kątów w trójkątach. Aże w każdym trójkącie, summa trzech kątów równa jest dwóm kątom prostym (twier. 25); więc summa wszystkich kątów wewnętrznych wielokąta, równa jest dwóm kątom prostym, tyle razy wziętym, ile wielokąt ma boków, mniej dwa.

Wniosek. Więć np. w pięciokącie, summa kątów wewnętrznych, jest równa dwóm kątom prostym wziętym razy 5—2, to jest, równa 6 kątom prostym. Gdyby pięciokąt był foremny, wtedy, każdy jego kąt byłby piątą częścią sześciu kątów prostych, albo $\frac{2}{3}$ kąta prostego.

Podobnie w sześciokącie, summa kątów wewnętrznych równa $2 \times (6-2) = 8$ kątom prostym; a zatem w sześciokącie foremnym, każdy kąt waży $\frac{2}{3}$, czyli $\frac{4}{3}$ kąta prostego.

Uwaga. W wielokącie ABCDEF, przedłużwszy boki AB, BC i t. d. w tę samą stronę; będzie summa kątów zewnętrznych wielokąta, równa 4 kątom prostym. Bo kąt zewnętrzny GBC, z kątem wielokąta wewnętrznym przyległym CBA, czyni summę równą dwóm kątom prostym (twier. 1); kąt zewnętrzny HCD z kątem wewnętrznym DCB, czyni także summę równą dwóm kątom prostym, i tak następnie. Summa zatem kątów zewnętrznych z wewnętrznymi, będzie ró-

wna summie dwóch kątów prostych, tyle razy wziętey, ile wielokąt ma boków. Aże summa samych kątów wewnętrznych wielokąta, jest równa summie dwóch kątów prostych wziętey tyle razy, ile wielokąt ma boków, mniej dwa; więc, od dwóch pierwszych summ równych, odiawszy dwie drugie summy równe, pozostanie summa kątów zewnętrznych wielokąta, równa 4 kątom prostym (pew. 3).

KONIEC XIEGI PIERWSZEY.