Biorąc nakoniec w walcu za promień podstawy $\frac{y}{2}$, a za wysokość $2a$, to iest za promień podstawy połowę ustawionéy linii logarytmicznéy, a za wysokość iéy podwoioną podstyczną, i nazywaiąc obiętość iego np. B, będziemy mieli takie równanie:

$$B = \pi . \frac{1}{4} . y^2 . 2a,$$

$$= \frac{\pi}{2} . a y^2.$$

To iest bryłowatość linii logarytmicznéy, czyli obiętość bryły zakreślonéy liniią logarytmiczną, zaczynaiącéy się gdzie $y = o$, iest równa obiętości walca pod wymienionymi warunkami.

ROZDZIAŁ VIII.

Zastósowanie rachunku różniczkowego i całkowego do ilości trygonometrycznych.

§. 176. Twierdzenie. Różniczka wstawy kąta a tém samém wstawy łuku, iest równa iloczynowi z różniczki tegoż łuku, przez iego dostawę. —

Dowodzenie. Mieymy czwartą część iakiegokolwiek koła (Fig. 15.) ACB; promień $AB = BE = BC = 1$; iakikolwiek łuk $AE = q$; iego nieoznaczony przyrostek $Eg = \Delta q$. Z punktu E, spuśćmy dwie prostopadłe, iednę na AB, drugą na BC, nazywaiąc pierwszą ED, a druga EK. A tak $DE = BK$ iest wstawą łuku q; a $EK = DB$ iest dostawą tegoż łuku, czyli:

$$DE = BK = Ws.q, \text{ a}$$
$$EK = DB = Dos.q.$$

Daléy z punktu g, spuśćmy prostopadłą na AB, nazywaiąc ią gF, a iéy przecięcie z EK, H; też prostopadłą Fg przedłużmy aż do przecięcia się z drugą prostopadłą z punktu E na promieniu EB wystawioną, nazywaiąc ich przecięcie m. A tak Fg iest wstawą do $q+\Delta q$, i że $Fg = FH + Hg = DE + + Hg = Wsq + Hg$, będzie $Hg = \Delta Ws.q$, to iest, Hg iest przyrostkiem nieoznaczonym do $Ws.q$. Uważaiąc tedy tróykąty podobne: BEK i EmH, następuiąca proporcya ma mieysce:

$$Hm : Em = EK : EB, \text{ czyli:}$$
$$Hm : Em = Dos.q : 1; \text{ a zatém:}$$
$$Hm = Em.Dos.q.$$

Zmnieyszaiąc zaś ciągle przyrostek Δq, oczywiście linia Em, ciągle się do łuku Eg, a liniia Hm do linii Hg przybliża. Biorąc w reszcie przyrostek Δq za nieskończenie mały, wtedy się liniia Em na łuk Eg, to iest na Δq, czyli na dq; linia zaś Hm na Hg, to iest na $\Delta Ws.q$ czyli na $d.Ws.q$ zamienia (§. 34); a zatém powyższe równanie daie takie:

$$d.Ws.q = dq.Dos.q.$$

To iest różniczka wstawy łuku, iest iloczynem z różnicki tegoż łuku, przez iego dostawę, czyli co było założoném.

§. 177. **Wniosek.** Z przeszłego §fu' wypada, że różniczka każdego łuku wynayduie się, dzieląc różniczkę wstawy tegoż łuku, przez dostawę także tego samego łuku. Mieymy łuk iakikolwiek q, którego wstawa niech się nazywa s, dlaczego $s = Ws.q$

a tém samém: $d.s = d.Wsq$. A tak, podług §fu 176:

$$d.Ws.q = d.q.Dos.q, \text{ czyli:}$$

$$d.s = d.q.Dos.q; \text{ a zatem:}$$

$$d.q = \frac{d.s}{Dosq} = \frac{d.s}{\sqrt{(1-Wsq^2)}} = \frac{d.s}{\sqrt{(1-s^2)}}.$$

To iest co się wyżéy powiedziało.

§. 178. **Twierdzenie.** Różniczka dostawy łuku, iest równa uiemnemu iloczynowi z różniczki tegoż łuku, przez iego wstawę.

Dowodzenie. Mieymy figurę 15tą w tém samém znaczeniu iak w §. 176. A tak do łuku $AE = q$, liniia $DB = EK$, iest dostawą; do łuku zaś $AEg = q + \Delta q$ liniia $FB = HK$, iest dostawą. A że:

$$FB = HK = DB - DF = EK - EH = Dosq - EH:$$

przeto:

$$EH = -\Delta Dos.q.$$

To iest powiększaiąc łuk q, o przyrostek nieoznaczony Δq, wtędy $Dos.q$, zmnieysza się o ilość EH, dlaczego EH, iako zmieniaiące $Dos.q$, odpadaiąc od niéy, iest iéy nieoznaczonym ubytkiem a tém samém przyrostkiem uiemnym, czyli wtém znaczeniu: $EH = -\Delta Dos.q$. Uważaiąc zaś tróykąty podobne: EKB, i EmH, podaie nam się taka proporcya:

$$EH : Em = BK : BE, \text{ czyli:}$$

$$-\Delta.Dos.q : Em = Ws.q : 1.$$

Biorąc zaś łuk $Eg = \Delta q$ za coraz mnieyszy; liniia prosta Em coraz bardziéy się do łuku Δq przybliża. Uważaiąc wreszcie łuk Δq, za nieskończenie mały, wtedy liniia *Em* zamienia się na Δq, a tém samém na $d.q$; wyraz zaś: $-\Delta\, Dos\, q$, na $-d.Dos.q$ (§. 34) a zatém proporcya ostatnia daie taką:

$$-d.Dos.q : d.q = Ws.q : 1 : \text{ a więc: }$$

$$-d.Dos.q = d.q.Ws.q, \text{ czyli: }$$

$$d.Dos.q = -d.q.Ws.q.$$

To iest różniczka dostawy łuku, iest uiemnym ilo. czynym z różnicki tegoż łuku przez iego wstawę.

§. 179. Wniosek. Niech będzie iakikolwiek łuk q, iego dostawa dana x; dlaczego: $x = Dos.q$. iako też $dx = d.Dos.q$. A tak podług przeszłego §fu będzie takie równanie:

$$d\,Dos.q = -d.q.Ws.q; \text{ a tém samém: }$$

$$d.x = -dq\,Ws.q; \text{ stąd: }$$

$$-dq = \frac{dx}{Wsq}; \text{ albo: }$$

$$dq = -\frac{dx}{Ws.q} = -\frac{dx}{\sqrt{(1-Dos\,q^2)}} = -\frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}}.$$

To iest różniczka łuku wynayduie się, maiąc dostawę daną, dzieląc różniczkę dostawy tegoż łuku przez wstawę tego samego łuku, i biorąc iloraz uiemnie.

§. 180. Twierdzenie. Różnicka styczney łuku iest równa ilorazowi z różniczki tegoż łuku, popodzieloney przez kwadrat dostawy tego samego łuku.

Dowodzenie. Nażywaiąc iakikolwiek łuk q, a iego styczną, *Stycz. q.*, wiadomém iest z zasad trygonometryi iż:

$$\text{Stycz.}\, q = \frac{\text{Ws.}\, q}{\text{Dos.}\, q},$$

biorąc 1 za promień. A tak, różniczkuiąc ostatnie równanie, wypada:

$$\text{d. Stycz.}\, q = \frac{\text{d. Ws.}\, q.\, \text{Dos.}\, q - \text{d. Dos.}\, q.\, \text{Ws}q.}{\text{Dos.}\, q^2}$$

(§. 52.).

A że:

$\text{d. Ws.}\, q = \text{d.}\, q.\, \text{Dos.}\, q$, (§. 176) iako też:

$\text{d. Dos.}\, q = -\text{d.}\, q.\, \text{Ws.}\, q$: (§. 178)

przeto kładąc w wartość różniczki styczney, w mieysce niektórych tam będących wyrażów, ich wynalezione wartości, będzie:

$$\text{d. Stycz.}\, q = \frac{\text{d.}\, q\, \text{Dos.}\, q^2 + \text{d.}\, q.\, \text{Ws.}\, q^2}{\text{Dos.}\, q^2},\ \text{czyli:}$$

$$\text{d. Stycz.}\, q = \frac{\text{d.}\, q\, (\text{Dos.}\, q^2 + \text{Ws.}\, q^2).}{\text{Dos.}\, q^2}$$

A że na ostatek $Dos\, q.^2 + Ws.\, q^2 = 1$, biorąc iak się iuż wspominało 1 za promień, zatém:

$$\text{d. Stycz.}\, q = \frac{\text{d.}\, q}{\text{Dos.}\, q^2}.$$

To iest różniczka styczney łuku, iest ilorazem z różniczki tegoż łuku podzieloney przez kwadrat dostawy tego samego łuku.

§. 181. Wniosek. Nazywaiąc iakikolwiek łuk q, a iego daną styczną x, w którym razie: $x = Stycz.\, q$, a tém samém: $dx = d.\, Stycz.\, q$, natenczas podług przeszłego §fu będzie:

$$\text{d. Stycz.}\, q = \frac{\text{d.}\, q}{\text{Dos.}\, q^2};\ \text{a tém samém:}$$

$$d.x = \frac{d.q}{Dos.\ q^2}; \text{ a więc:}$$

$$d.q = d.x.Dos.\ q^2 = d.x.(1 - Ws.\ q^2).$$

To iest różniczka łuku wynayduie się, maiąc daną styczną tegoż łuku, kiedy się pomnoży różniczka styczney, przez kwadrat dostawy tego samego łuku. Nazywaiąc zaś Sieczną łuku q, *Siecz.q*, wiadomą iest z zasad trygonometryi, taka proporcya:

$$Dos.\ q : 1 = 1 : Siecz.\ q; \text{ przeto:}$$

$$Siecz.\ q = \frac{1}{Dos.\ q}.$$

Nadto z tróykąta prostokątnego, maiącego za boki Styczną, Sieczną i promień, wypada:

$$Stycz.\ q = \sqrt{(Siecz.\ q^2 - 1)},$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{Dos.\ q^2} - 1\right)}; \text{ stąd:}$$

$$Stycz.\ q^2 = \frac{1}{Dos.\ q^2} - 1, \text{ a tém samém:}$$

$$Stycz.\ q^2 + 1 = \frac{1}{Dos.\ q^2}; \text{ a przeto:}$$

$$Dos.\ q^2 = \frac{1}{Stycz.\ q^2 + 1}$$

Biorąc tedy równanie wyżey stoiące, to iest: $d.q = d.x\ Dos.\ q^2$, i kładąc w nie zamiast wyrazu: $Dos.q^2$, wartość wynalezioną, wypada:

$$d.q = \frac{d.x}{Stycz.\ q^2 + 1} = \frac{d.x}{x^2 + 1}.$$

To iest różniczka łuku wynayduie się stósowniey, maiąc daną styczną tegoż łuku, kiedy sie różniczka stycznéy podzieli, przez summę, kwadratu stycznéy i iedności, albo co iedno, kiedy się różniczka stycznéy podzieli przez kwadrat siecznéy; albowiem biorąc:

$$x = \text{Stycz. } q, \text{ wtedy } x^2 + 1 = \text{Stycz. } q^2 + 1 =$$
$$= \text{Siecz. } q^2.$$

§. 182. Twierdzenie. Różniczka siecznéy łuku wynayduie się, mnożąc różniczkę tegoż łuku przez wstawę tego samego łuku, a dzieląc iloczyn przez kwadrat dostawy także tegoż łuku.

Dowodzenie. Mieymy łuk iakikolwiek q. A tak:

$$\text{Siecz. } q = \frac{1}{\text{Dos. } q}; \text{ stąd:}$$

$$d.\text{Siecz. } q = -\frac{d.\text{Dos. } q}{\text{Dos. } q^2}, \text{ (§. 52). A że:}$$

$$d.\text{Dos. } q = -d.q.\text{Ws. } q \text{ (§. 178): przeto:}$$

$$d.\text{ Siecz. } q = \frac{d.q.\text{ Ws. } q}{\text{Dos. } q^2}. \text{ To iest iak się założyło.}$$

§. 183. Wniosek. Mieymy łuk iakikolwiek q, iego daną siczną x, w którym razie: $x = \textit{Siecz. } q$, a tém samém: $d.x = d.\textit{Siecz. } q$. A tak podług przeszłego §fu, będzie:

$$d.\text{ Siecz. } q = \frac{d.q.\text{Ws. } q}{\text{Dos. } q^2}, \text{ czyli:}$$

$$d.x = \frac{d.q.\text{ Ws. } q}{\text{Dos. } q^2}; \text{ stąd:}$$

$$dx.\text{Dos. } q^2 = d.q.\text{Ws. } q; \text{ a przeto:}$$

$$d.q = \frac{d.x.Dos.q^2}{Ws.q}.$$ Daléy:

$$Siecz.q = \frac{1}{Dos.q}$$; stąd:

$$Dos.q = \frac{1}{Siecz.q}$$; a przeto:

$$Dos.q^2 = \frac{1}{Siecz.q^2}.$$ Nadto:

$$Siecz.q = \frac{1}{\sqrt{(1 - Ws.q^2)}}$$; a tém samém:

$$Siecz.q^2 = \frac{1}{1 - Ws.q^2}$$; stąd:

$$Siecz.q^2 - Siecz.q^2\, Ws.q^2 = 1,$$ a następnie:

$$Siecz.q^2\, Ws.q^2 = Siecz.q^2 - 1;$$ więc:

$$Ws.q^2 = \frac{Siecz.q^2 - 1}{Siecz.q^2}$$; a zatem:

$$Ws.q = \frac{\sqrt{(Siecz.q^2 - 1)}}{Siecz.q}.$$

Biorąc tedy w równaniu powyższém:

$$d.q = \frac{dx\, Dos.q^2}{Ws.q}$$ zamiast *Dos.* q^2 i *Ws.* q, wynalezione wartości, będzie:

$$d.q = \frac{dx}{Siecz.q^2} : \frac{\sqrt{(Siecz.q^2 - 1)}}{Siecz.q}$$

$$= \frac{dx}{x^2} : \frac{\sqrt{(x^2 - 1)}}{x} = \frac{x.dx.}{x^2\sqrt{(x^2 - 1)}} =$$

$$= \frac{d.x}{x\sqrt{(x^2 - 1)}}.$$

To iest, maiąc sieczną daną, różniczka iéy łuku się wynayduie, dzieląc różniczkę sieczné y iloczynem z siecznéy i stycznéy tegoż łuku; albowiem biorąc $x = Siecz.\,q$, będzie:

$$\sqrt{(x^2 - 1)} = \sqrt{(Siecz.\,q^2 - 1)} = Stycz.\,q.$$

§. 184. Twierdzenie. Różniczka dostycznéy łuku, iest równa różniczce uiemnéy tegoż łuku, podzielonéy przez kwadrat wstawy tego samego łuku.

Dowodzenie. Mieymy łuk q, iego dostyczną znaczę takim wyrazem: *Dsst. q.* A tak z wyobrażenia o liniiach trygonometrycznych podaie się taka proporcya:

$$Ws.\,q : Dos.\,q = 1 : Dsst.\,q; \quad \text{stąd:}$$

$$Dsst.\,q = \frac{Dos.\,q}{Ws.\,q}; \quad \text{a przeto:}$$

$$d.\,Dsst.\,q = \frac{d.\,Dos.\,q.\,Ws.\,q - d.\,Ws.\,q.\,Dos.\,q}{Ws.\,q^2} \ (\S.52).$$

A że:

$$d.\,Dos.\,q = -\,d.\,q.\,Ws.\,q \ (\S.\ 178),$$

iako też:

$$d.\,Ws.\,q = d.\,q.\,Dos.\,q \ (\S.\ 176);$$

przeto włożywszy wynalezione wartości, w wartość na d. Dsst. q, wypada:

$$d.\,Dsst.\,q = \frac{-\,d.\,q.\,Ws.\,q^2 - d.\,q.\,Dos.\,q^2}{Ws.\,q^2},$$

$$= \frac{-\,d.\,q.\,(Ws.\,q^2 + Dos.\,q^2)}{Ws.\,q^2}.$$

A że:

$$Ws\,q^2 + Dos\,q^2 = 1;$$

przeto:

$$d.\,Ds\,st.\,q = \frac{-dq}{Ws.\,q^2}.$$ To iest, co było w założeniu powiedzianém.

§. 185. Wniosek. Nazywaiąc łuk iak zawsze q, a iego dostyczną y, w którym razie: $y = Ds\,st.\,q.$, a tém samem: $dy = d.\,Dsst.\,q$, wtedy podług §. 185 wypada:

$$d.\,Ds\,st.\,q = \frac{-d.\,q}{Ws.\,q^2},$$ czyli:

$$dy = \frac{-d.\,q}{Ws.\,q^2},$$ stąd:

$$dy.\,Ws.\,q^2 = -d.\,q;$$ a zatem:

$$d.\,q = -dy.\,Ws.\,q^2.$$

A że podług proporcyi w przeszłym paragrafie użytey:

$$Ds\,st.\,q = \frac{Dos.\,q}{Ws.\,q} = \frac{\sqrt{(1 - Ws.\,q^2)}}{W\,q};$$ stąd:

$$Ds\,st\,q^2 = \frac{1 - Ws.\,q^2}{Ws.\,q^2},$$ przeto:

$$Ws.\,q^2\,Ds\,st.\,q^2 = 1 - Ws.\,q^2;$$ a następnie:

$$Ws.\,q^2 + Ws.\,q^2\,Ds\,st\,q^2 = 1,$$ czyli:

$$Ws.\,q^2(1 + Ds\,st.\,q^2) = 1;$$ a zatem:

$$Ws.\,q^2 = \frac{1}{1 + Ds\,st.\,q^2} = \frac{1}{1 + y^2}.$$

Biorąc nareszcie równanie wyżey stoiące:

$d.\,q = -dy.\,Ws.\,q^2$, i kładąc w nie zamiast $Ws.\,q^2$ wartość wynalezioną, będzie:

$$d.\,q = \frac{-dy}{1 + y^2}.$$ To iest maiąc daną dostyczną,

wynayduiemy różniczkę łuku, dzieląc różniczkę dostyczney uiemnie wziętą, przez kwadrat dosieczney tegoż łuku; albowiem biorąc $y = Dsst.\,q$ i dosieczną łuku q takim wyrazem: *Dosiecz.* q, znacząc, będzie: $1 + y^2 = 1 + Dsst\,q^2 = Dosiecz.\,q^2$.

§. 186. **Twierdzenie.** Różniczka dosieczney łuku wynayduie się, biorąc uiemnie iloczyn z różniczki tegoż łuku przez dostawę tego samego łuku, i dzieląc tenże iloczyn przez kwadrat ze wstawy także tego samego łuku.

Dowodzenie. Z wyobrażenia o liniiach trygonometrycznych podaie się taka proporcya, używaiąc w niey wyrazów w znaczeniu przyiętém:

$$\text{Ws.}\,q : 1 = 1 : \text{Dosiecz.}\,q, \text{ stąd:}$$

$$\text{Dosiecz.}\,q = \frac{1}{\text{Ws.}\,q}, \text{ a przeto:}$$

$$\text{d. Dosiecz.}\,q = \frac{-\,\text{d. Ws.}\,q}{\text{Ws.}\,q^2}. \text{ Że zaś:}$$

$$\text{d. Ws.}\,q = \text{d.}\,q.\,\text{Dos.}\,q \;(\S.\ 176); \text{ zatem:}$$

$$\text{d. Dosiecz.}\,q = \frac{-\,\text{d.}\,q.\,\text{Dos.}\,q}{\text{Ws.}\,q^2}. \text{ To iest, co się}$$

założyło.

§. 187. **Wniosek.** Mieymy daną dosieczną y, do niey zaś należący łuk q. A tak: $y = Dosiecz.\,q$, iako też: $dy = d.\ Dosiecz.\ q$. Nadto z przeszłego §fu, wypada:

$$\text{d. Dosiecz}\,q. = \frac{-\,\text{d.}\,q.\,\text{Dos}\,q}{\text{Ws.}\,q^2}, \text{ czyli:}$$

$$dy. = \frac{-d.q.\,Dos.\,q}{Ws.\,q^2};\quad \text{stąd:}$$

$$Ws.\,q^2.\,dy = -d,q.\,Dos.\,q,\quad \text{przeto:}$$

$$\frac{Ws\,q^2.\,dy}{Dos.\,q} = -d.q.,\quad \text{czyli:}$$

$$d.\,q = \frac{-d.y.\,Ws.\,q^2}{Dos.\,q}.$$

A że podług §fu przeszłego:

$$Dosiecz.\,q = \frac{1}{Ws\;q},\quad \text{stąd:}$$

$$Dosiecz.\,q.\,Ws.\,q = 1,\quad \text{a tém samém:}$$

$$Ws.\,q = \frac{1}{Dosiecz.\,q};\quad \text{przeto:}$$

$$Ws.\,q^2 = \frac{1}{Dosiecz.\,q^2}.\quad \text{Także:}$$

$$Dosiecz.\,q = \frac{1}{Ws.\,q} = \frac{1}{\sqrt{(1-Dos.\,q^2)}},\quad \text{stąd:}$$

$$Dosiecz.\,q^2 = \frac{1}{1-Dos.\,q^2};\quad \text{więc:}$$

$$Dosiecz\;q^2 - Dosiecz.\,q^2.\,Dos.\,q^2 = 1,\quad \text{czyli:}$$

$$Dosiecz.\,q^2.\,Dos.\,q^2 = Dosiecz.\,q^2 - 1;\quad \text{a przeto:}$$

$$Dos.\,q^2 = \frac{Dosiecz.\,q^2 - 1}{Dosiecz.\,q^2},\quad \text{a tem samem:}$$

$$Dos.\,q = \frac{\sqrt{(Dosiecz.\,q^2 - 1)}}{Dosiecz.\,q}.$$

Biorąc tedy w równaniu wyżéy stoiącém:

$$d.q = \frac{-dy.Ws.q^2}{Dos.q}, \text{ zamiast: } Ws.q^2, \text{ i } Dos.q,$$

ich wynalezione wartości, będzie:

$$d.q = \frac{-dy}{Dosiecz.q^2} \cdot \frac{Dosiecz.q}{\sqrt{(Dosiecz.q^2 - 1)}}$$

$$= \frac{-dy}{Dosiecz.q.\sqrt{(Dosiecz.q^2 - 1)}}$$

$$= \frac{-dy}{y.\sqrt{(y^2 - 1)}}.$$

To iest, maiąc dosieczną daną, różniczka iey łuku się wynayduie, dzieląc różniczkę dosieczney uiemnie wziętą przez iloczyn dosiecznéy i dostycznéy tegoż łuku, albowiem biorąc $y = Dosiecz.\, q$, będzie:

$$\sqrt{(y^2 - 1)} = \sqrt{(Dosiecz.q^2 - 1)} = Dsst.q.$$

§. 188. Twierdzenie. Różniczka Wstawy odwróconey łuku, iest iloczynem z różniczki tegoż łuku, przez iego wstawę.

Dowodzenie. Niech łuk będzie q, którego wstawę odwróconą znaczę tym znakiem: $Ws.\, Odw\; q$. A tak, z wyobrażenia o liniach trygonometrycznych, wypada:

$Ws\, Odw.\, q = 1 - Dos.\, q$, stąd:

$d.Ws\, Odw.\, q = -d.\, Dos.\, q.$ A że:

$d.\, Dos.\, q = -d.\, q.\, Ws.\, q$ (§. 178), przeto będzie:

$$d.WsOdw.q = -(-d.q.Ws.q)$$

$$= d.q.Ws.q.$$ Toż samo co się założyło.

§. 189. Wniosek. Maiąc do łuku q, wstawę odwróconą daną y, w którym razie $y = WsOdw.q$, a tém samém, $d.y = d.Ws\,Odw.q$, wtędy podług §fu 188 wypada:

$$d.WsOdw.q = d.q.Ws.q, \text{ czyli:}$$

$$d.y = d.q.Ws.q, \text{ przeto:}$$

$$d.q = \frac{dy}{Ws.q}.$$

To iest maiąc wstawę odwróconą daną, różniczka iéy łuku znayduie się, dzieląc różniczkę wstawy odwróconéy przez wstawę tegoż łuku. Chcąc zaś mieć tutay różniczkę łuku przez samą wstawę odwróconą, wyrażoną, postępuie się tym sposobem:

$$WsOdw.q = 1 - Dos.q,$$

$$= 1 - \sqrt{(1 - Ws.q^2)}, \text{ stąd:}$$

$$WsOdw.q - 1 = -\sqrt{(1 - Ws.q^2)}, \text{ czyli:}$$

$$1 - WsOdw.q = \sqrt{(1 - Ws.q^2)}, \text{ przeto:}$$

$$1 - 2\,WsOdw\,q + WsOdw.q^2 = 1 - Ws.q^2,$$

a następnie:

$$Ws.q^2 = 2.Ws\,Od.q - Ws\,Odw.q^2, \text{ a zatem:}$$

$$Ws.q = \sqrt{(2\,Ws\,Od.q - Ws\,Odw.q^2)},$$
$$= \sqrt{(2.y - y^2)}.$$

Biorąc tedy w równanie wyżéy stoiące: $d.q = \frac{d.y}{Ws.q}$, zamiast wyrazu: *Ws.q*, wartość wynalezioną, będzie:

$$d.q = \frac{d.y.}{\sqrt{(2y - y^2)}}.$$

To iest różniczka łuku, przez samą iego wstawę odwróconą daną, wyrażona.

§. 190. Twierdzenie. Różniczką dostawy odwróconéy łuku iest równa iloczynowi uiemnemu z różniczki łuku iéy, przez dostawę tegoż łuku.

Dowodzenie. Maiąc tedy łuk q, dostawę odwróconą iego, znaczę tak: *Dos Odw.q.* A tak z wyobrażenia o liniiach trygonometrycznych, podaie się:

$Dos\,Odw.q = 1 - Ws.q$, stąd:

$d.Dos\,Odw.q = -d.Ws.q.$ A że:

$d.Ws.q = d.q.Dos.q$ (§. 176.), przeto będzie:

$d.Dos\,Odw.q = -d.q.Dos.q.$

To iest co się założyło.

§. 191. Wniosek. Maiąc do łuku q, daną dostawę odwróconą y, dla czego: $y = Dos\,Odw.q$, będziemy mieli podług §. 190:

$d.Dos\,Odw.q = -d.q.Dos.q$, czyli:

$dy = -d.q.Dos.q$; stąd: