

O PLANIMETRYI CZYLI RACHUN. TAB:
KU POWIERZCHNI. II.

§. 93.

Przy początku Geometrii, mówiło się w § 10 i 12: że każdą wielkość przez iey podobną miarę wymierzać trzeba, następnie i powierzchnie inaczej nie mogą być mierzone iak powierzchniami. Idzie tedy w wyrachowaniu powierzchni o to tylko aby się zgodzić na pewną powierzchnię, ktoraby mogła być miarą innych. Na ten koniec obrano sobie kwadrat, przekładaiąc go nad inne figury, ponieważ w nim dwie rozciągłości długość i szerokość są sobie równe. Jeżeli tedy chcę wyrazić i wyznaczyć iakiey powierzchni wielkość, mówię, że może tyle a tyle małych kwadratów, obraney pewney wielkości w sobie zamykać; lub też zawiera w sobie tyle mieysca, ileby tyle i tyle kwadratów wszystkie razem wzięwszy, uczyniły. Można wziąć bok takiego małego kwadratu z 1 Sążnia, 1 stopy lub 1 cała, podług mniey lub więkzey dokładności którą dana do wymierzenia powierzchnia wyciąga.

TAB: Dla uczynienia iasnieyszym tego co
 II. się dopiero rzekło wystawiam sobie kwa-
 drat $abcd$ ktoryby miał 6 stop długości
 fig. i szerokości, prowadzę przez każdy
 34 punkt podziału tak w długości iako też
 i w szerokości, linie równoodległe; o-
 trzymuję ztąd 6 razy 6 to jest 36 mniej-
 szych kwadratów, z ktorych każdy jest:
 na 1 stopę długi i szeroki: zatym cały
 kwadrat $abcd$ zawiera w sobie 36 stop
 kwadratowych. A ztąd widzę że chcąc
 wynaleść powierzchnią kwadratu, trze-
 ba tylko rozmnożyć iego bok przez
 siebie.

§. 94.

Ponieważ 1 stopa z 12 calow się skła-
 da, zatym stopa kwadratowa musi się
 składać z 12 razy 12 to jest 144 calow
 kwadratowych; a Sążen kwadratowy
 ktory 6 stop ma długości i szerokości
 zawierać powinien 36 stop kwadrato-
 wych, można zatym cale kwadratowe i
 stopy kwadratowe, zamienić na stopy i
 Sążnie kwadratowe dzieląc ich sumę
 przez 144 lub 36. Podług miary dzie-
 śiątkowej zawiera w sobie Pręt kwadra-

towy 10 razy 10 to jest 100 stop kwa- TAB.
dratowych, stopa kwadratowa 100 ca- II.
low kwadratowych i t. d.

Zadanie 23.

§. 95.

Wynaleść powierzchnią Prostokąta.

Rozwiązanie.

Niech będzie długość $a b$ z 12 stop, *fig.*
szerokość $a d$ 5 stop. Rozmnażam 12. 55
przez 5; pełność żądana jest z 60 stop
kwadratowych.

Zadanie 24.

§. 96.

Wynaleść powierzchnią kwadratu u- *fig.*
kośnego lub Równoległoboku. 56.

Rozwiązanie.

Spuszczam od d i k na podstawy a
 b , $e f$ prostopadle $d m$, $k n$, dla otrzy-
mania wysokości Figur, a z długości
podstaw $a b$, $e f$ rozmnażam każdą przez
do niej należącą prostopadłą $d m$, $k n$
wypadające ztąd produkta będą żądaną
pełnością.

TAB: niech będzie $a b = 30$ stop

II. $d m = 24$

pełność kwadratu uko-
śnego jest $= 720$ stop kwa-
dratowych.

$e f = 44$ stop

$k n = 25 - -$

pełność równoległoboku jest $= 1012$ stop
kwadratowych.

Dowodzenie.

fig: Wystawisz od e i f dwie prostopa-
37 dłe $e o$ i $f p$, któreby dochodziły do li-
nii $l k$ i $i e y$ przedłużenia przy o , otrzy-
muie ztąd $o k = p l$, $e o = f p$ i $e k = f l$;
zatem Troykąt $e o k$ równy do Troyką-
ta $f p l$, ponieważ tedy ieden zamiast
drugiego wziąć można, wynika ztąd,
że równoległobok $e f l k$ jest równy co
do powierzchni prostokątowi $e f p o$,
zatem iego pełność tymże samym wy-
nayduie się sposobem.

Zadanie 25.

§. 97.

Wynaieść powierzchnią troykąta.

Rozwiązanie.

TAB:

Niech będzie trójkąt abc którego II.
podstawa ab zawiera 37 stop. Spuż *fig:*
czam od punktu c prostopadłą cd do 45.
podstawy, mierzę ją i rozmnażam iey
długość np. z 18. stop przez podstawę,
biorę produktu iak tu 666. połowę wy-
rażą mi 333 stop kwadratowych peł-
ność trójkąta abc . Lub co naiedno
wychodzi, rozmnażam podstawę 37.
przez połowę prostopadłej to jest 9;
wypadnie 333.

Dowodzenie.

Poprowadziwszy przez wierzchołek
 c trójkąta, linią ef równoodległą od
 ab a od punktów a i b wystawivszy
dwie prostopadłe ae , bf ; podług dowo-
dzenia §. 96. trójkąty adc , ace , iako
też bdc , bfe są sobie równe, ztąd o-
czywiście trójkąt abc jest połową pro-
stokąta $abfe$; wynayduie się więc po-
wierchnia trójkąta, mnożąc iego pod-
stawę przez połowę wysokośći.

Wniosek.

Jeżeli trójkąt jest roztwartokątnym *fig:*
iak ghi , spuszczam od iego wierz- 46.

TAB: chołka i prostopadłę $i k$ na przedłuże-

II. nie jego podstawy $g h$ i rozmnażam ostatnią przez połowę wysokości $i k$, ponieważ figura pokazuje, że troyką $g h i$, jest połową równoległoboku $g h l i$.

Zadanie 26.

§. 98.

Wyrachować pełność każdego foremnego wielokąta.

Rozwiązanie.

fig: Ze w wielokątach foremnych wżys-
40. sokie troykаты są sobie równe, rachuję tylko pełność iednego troykąta $a g b$ i rozmnażam produkt przez liczbę bokow, ztąd wypadnie pełność wielokąta.

niech będzie $a b = 100$ stop

$$\frac{1}{2} h g = 34$$

3400 stop przez 6 rozmnożone daią 20400 stop kwadratowych.

Zadanie 27.

§. 99.

Wyrachować pełność każdej nie regularney figury.

Rozwiązanie.

TAB:

Dzielię Figurę na troykątę poprowa-
dziwszy od iey wierzchołka a tyle prze-
kątnych ile można, spuszczam do nich
prostopadłe bf , $d g$, $e h$ rachuję każdy
troykąt z osobna $a b c$, $a c d$, $a d e$ sum-
ma produktow będzie wyrażać powierz-
chnią figury np.

$$\begin{array}{r}
 a c = 100 \text{ stop} \quad a c = 100 \text{ stop} \quad a d = 90 \text{ ft.} \\
 \frac{1}{2} b f = 8 \quad - \frac{1}{2} d g = 30 \quad - \frac{1}{2} e h = 16 \\
 \hline
 \quad 800 \quad \quad 3000 \quad \quad 1440 \\
 \quad 3000 \\
 \quad 1440 \\
 \hline
 5240 \text{ stop kwadr.} = \text{pełności. figury} \\
 \quad \quad \quad a b c d e.
 \end{array}$$

Twierdzenie dwunaste.

§. 100.

W każdym prostokątnym troykącie fig.
 $a b c$, kwadrat z boku $a c$ przeciwległe-
go kątow i prostemu równy jest do kwa-
dratow z dwóch innych bokow $a b$ i $b c$,
razem wziętych.

Dowodzenie.

Nakreślam na boku $a c$ przeciwle-
głym kątowi prostemu b , kwadrat $a c d e$;
przedłużam $a b$ do f tak żeby $a f$ była

TAB: równa do bc i ściagam fe . Do tego biorę II. bg , równą do bc , ściagam linią gd i przekładam na niey od g do h linią bc , a do i linią ab uformuje się kwadrat $bchg$ z bc , i $efgi$ kwadrat z ab . Troykątę zaś cztery I. II. III i IV. są sobie we wszystkim równe, ponieważ w I. II i III. $ac = ae = de$, a $ab = ef = ei$ i przy b , f i i są kąty proste; w troykątach zaś I i IV są boki $ac = cd$, $bc = ch$ a przy b i h kąty proste; zatym troyką IV. równy jest troyką I. równie iak innym pozostałym. Kwadrat $acde$ z przeciwprostokątney, jest złożony z czworoboku V i z trzech troyką III, IV, i VI. Wystawwszy sobie w myśli lub jeżeli figura jest z papieru zrobiona, przeniośszy wystrzyżony troyką III. na miejsce II, iako też IV na I pełność kwadratu $acde$ zupełnie wypełni dwa kwadraty $efgi$, $bchg$ z dwóch innych bokow.

Wniosek.

Jeżeli podstawa $bc = 3$, drugi bok $ab = 4$, jest przeciwprostokątna $ac = 5$,

bo

bo kwadrat 3 jest 9, kwadrat 4 jest 16, TAB: II.
których summa jest 25, równie iak kwa-
drat z 5. Tego twierdzenia używa się
w wytykaniu obozów dla Regimentów,
aby linie głębokości namiotów prosto-
padłe do frontu przypadły; biorą się
zazwyczaj na liniach obozowych liczby
30, 40 i 50 stop.

Uwaga. Ponieważ to twierdzenie
nie mogłoby być zrozumianym, nie
dawszy wyraźnego wyobrażenia kwa-
dratów, trzeba się tedy było z nim do-
tąd zatrzymać. Nazywa się od swego
wynalazcy Pytagorefa, twierdzeniem
pytagoreflowym.

