

ROZDZIAŁ II.

CZTERY ARYTMETYCZNE DZIAŁANIA NA UŁOMKACH.

§ 21. **Z**Aprzątaliśmy się dotąd samemi tylko liczbami całkowitemi, bośmy zawsze brali całą jedność w mierzeniu iakiey wielkości. Tę zaś często na części podzieloną uważać potrzeba.

Daymy na to, że wymierzysz długość izby łokciem, znalazło się, że ma 6 łokci i calow 18. Podzieliwszy łokieć na 4 równe części, każda z nich ćwiercią łokcia nazywana, zawierałaby 6 calow, zaczym 3 takich ćwierci uczyni 18 calow. Można więc inaczej mówić: długość tej izby zawiera 6 łokci i 3 ćwierci łokcia. Te 3 ćwierci łokcia tak się wyrażać zwykły $\frac{3}{4}$ łokcia. W takim wyrażeniu widzę do razu, że 4 znaczy, że łokieć jest podzielony na 4 równe części, i że takich części wzięło się 3. Takowe wyrażenie części jedności za miarę wziętej, nazywa się *ułomkiem* (*fractio*). Dolna jego część iak tu 4 wyrażająca na wiele równych części jest podzielona jedność, mianująca je nieiako, nazywa się *mianownikiem* (*denominator*): górna iak tu 3 wyrażająca wiele się takich części bierze, i licząca je nieiako, nazywa się *licznikiem* (*numerator*).

§ 22. Jeżeli powiększymy licznika, powiększy się i ułomek: iak tu do 3 ćwierci przydawszy jedną będą 4 ćwierci lub $\frac{4}{4}$ albo jeden łokieć. Przydawszy jeszcze jedną ćwierć, byłoby $\frac{5}{4}$. Naypierwszy ułomek $\frac{3}{4}$ w którym licznik jest mnieyszym od miano-

wnika nazywa się *właściwym*: dwa zaś drugie $\frac{4}{4}$ i $\frac{8}{8}$ *niewłaściwemi* z tych pierwszy jest równy do jedności, a drugi i ćwiercią łokcia od niej większym.

§ 23 Do 5 przydawszy jeszcze 3 byłoby $\frac{8}{4}$, to jest 8 ćwierci łokcia lub 2 łokcie, któreby otrzymać, podzieliwszy licznika 8 przez mianownika 4. Można więc uważać każdy ułomek jak wieloraz wypadający z podzielenia licznika jego przez mianownika i procz znaku dzielenia $8 : 4$ z § 17 użyć i tego $\frac{8}{4}$. *Odpowiada mianowicie licznik podzielony, mianownik dzielnikowi sam zaś ułomek wielorazowi z tego podzielenia wypadającemu.*

Można zatem wszystkie te własności przy stosować do ułomków, które się w § 16 dla dzielenia stały. Mianowicie.

Ułomek staje się 2, 3, 4, i t. d. razy większym, jeżeli weźmiemy licznika jego 2, 3, 4, i t. d. razy większym, lub przy tymże liczniku, mianownika 2, 3, 4, i t. d. razy mniejszym.

I wzajemnie tyleż razy mniejszym, jeżeli licznika jego weźmiemy 2, 3, 4, i t. d. razy mniejszym: lub przy tymże liczniku weźmiemy mianownika 2, 3, 4, i t. d. większym.

§ 24. Z tąd te dalsze wnioski wynikają. *Jeżeli zarówno iak licznika tak mianownika ułomku przez jednąż liczbę rozmnóżemy lub podzielimy, ważność się jego nie odmieni: gdyż przez rozmnózenie licznika tyle razy się powiększy ile się razy znowu zmniejszy, rozmnóżywszy przez tęż liczbę mianownika jego. I wzajemnie dla dziele-*

Wynika daley niezmierna różnaitość, którą ułomkowi dać można bez naruszenia jego ważności; a nawet i liczbie całkowi-

tey, która zawsze pod kształtem ułamku wyrażoną być może. I tak jest iezcze toż samo co $\frac{2}{1}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{16}{8}$, i t. d.

§ 25. Gdyby nam wypadł w rachunku ułamek $\frac{16}{8}$ wielibyśmy zamiast niego 2. Podobnież zamiast ułamku $\frac{6}{3}$ można wziąć $\frac{3}{1}$ podzieliwszy obydwą jego wyrazy przez 2, że więc, gdy mnieyszymi jest liczbami wyrażony łatwiey wystawić sobie można wielkość jego, i rachunek prędzey na nim może być odprawionym, i łatwiey się uchronić można omyłki; szukano znamion, za pomocą których możnaby do razu było poznać, przez jaką liczbę mogą być obydwą bez reszty podzielone. Znamiona są te.

§ 26. Liczba może być podzieloną bez reszty

1. Przez 2. Gdy ostatnia cyfra jest parzystą lub, kończy się na 2, 4, 6, 8, 0

$$\text{n. p. } \frac{2316}{2} = 1178.$$

2. Przez 5. Gdy summa wszystkich jedności w cyfrach bez względu na ich ważność mieyscową, może być przez 3 podzieloną.

$$\text{n. p. } \frac{6157}{3} = 2119.$$

3. Przez 4. Jeżeli na końcu dwie cyfry czynią liczbę mogącą być przez 4 podzieloną.

$$\text{n. p. } \frac{1384}{4} = 346.$$

4. Przez 5. Jeżeli się kończy na 0 lub 5.

$$\text{n. p. } \frac{345}{5} = 69.$$

5. Przez 6. Jeżeli może być razem podzieloną przez czynniki sześciu to jest i przez 2 i przez 3.

$$\text{n. p. } \frac{2346}{6} = 391.$$

6. Przez 8. Gdy trzy na końcu cyfry czynią liczbę mogącą być przez 8 podzieloną.

$$\text{n. p. } \frac{143864}{8} = 67983.$$

7 Przez 9. Jeżeli summa iedności wszystkich cyfer bez względu na ich ważność miejscową, może być przez 9 podzieloną.

$$\text{n. p. } \frac{36432}{9} = 4048.$$

8. Przez 10, 100, 1000 i t. d. Jeżeli iest na końcu 0, 00, 000 i t. d.

Łatwo będzie można zrozumieć przyczynę tego procz 2go i 7go przypadku pomniąc tylko na to, że każdy dziesiątek przez 2, każde 100 przez 4, każde 1000 przez 8 bez reszty, może być podzielonym; zaczym i cała liczba gdy ostatnie cyfry tę mają własność.

Co do dwóch wyłączonych przypadków: te tak sobie objaśnić można. Każda liczba składa się z summy wszystkich cyfer i z 9 pewną liczbę razy wziętych. I tak 3681

$$\text{składa się z } 3000 = 3 \div 333 \times 9$$

$$600 = 6 \div 66 \times 9$$

$$80 = 8 \div 8 \times 9$$

$$1 = 1$$

$$\text{zatem } 3681 = 3 + 6 + 8 + 1 + 9(333 + 66 + 8)$$

9 może być przez siebie, bez reszty podzieloną, zaczym i pewną liczbę razy wzięte, iak $(333 + 66 + 8)$ jeżeli więc i summa $3 + 6 + 8 + 1$ przez 9 da się podzielić, da się przez to samo i liczba 3681 do tych dwóch części równa. Dany ułomek $\frac{864000}{129600}$ zamieni się więc takim sposobem na $\frac{2}{3}$

wzór postępowania.

$$\begin{array}{r|l|l|l|l} \overset{1000}{864000} & \overset{9}{864} & \overset{8}{96} & \overset{5}{12} & \overset{5}{2} \\ \hline 1296000 & 1296 & 144 & 18 & 3 \end{array}$$

Za pomocą poprzedzających wiadomości o ułomkach, możemy przytąpić do tychże czterech działań, któreśmy już mieli dla liczb całkowitych, których te są gatunkiem.

DODAWANIE UŁOMKOW.

§ 27. Jeżeli ułamki mają iednę mianowiki, mogą być uważane iak liczby mające iedną część iedności za miarę; dodają się więc tylko ich liczniki, mianownik zaś będzie wszystkim wspólny.

$$\text{n. p. } \frac{4}{7} + \frac{7}{7} + \frac{8}{7} = \frac{19}{7} = 1\frac{5}{7}$$

Jeżeli ułamki nie mają równych mianowników, ale mnieysze mianowniki dzielą bez reszty największy, rozmnażam tylko każdego z osobna wyrazy przez wieloraz z tego podzielenia wypadający.

$$\text{n. p. } \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{7}{24} = \frac{12}{24} + \frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{7}{24} = \frac{26}{24} = 1\frac{13}{12}$$

Jeżeli zaś i ten przypadek niema mieysca: to produkt ze wszystkich mianowników będzie taką liczbą, który będzie miał tę własność, że będzie mógł być podzielonym bez reszty, przez każdego z mianowników. Może więc ten produkt zastępować mieysce największego mianownika w poprzedzającym przypadku.

$$\text{n. p. } \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{9} = \frac{3 \times 6 \times 9}{4 \times 6 \times 9} + \frac{5 \times 4 \times 9}{6 \times 4 \times 9} + \frac{7 \times 4 \times 6}{9 \times 4 \times 6} =$$

$$\frac{510}{36} = 2\frac{13}{6}$$

Wyraża się i tak ta reguła.

Rozmnażam każdego ułamku dwa wyrazy przez produkt mianowników z pozostałych ułomkow.

Jeżeli tedy dwa tylko są ułamki: rozmnażam ich wyrazy na krzyż dla otrzymania nowych liczników: Spólnym zaś ich mianownikiem będzie produkt z ich mianowników.

ODCIĄGANIE UŁOMKOW.

§ 28. Przywodzę ie do iednakowych mianowników, sposobem w poprzedzającym §cie

podanym, a potem odciągam tylko ich liczniki.

$$\text{n. p. } \frac{5}{8} - \frac{3}{7} = \frac{35-24}{56} = \frac{11}{56}.$$

MNOŻENIE UŁOMKOW.

§ 29. Już z § 23 wiemy, że dla rozmnożenia ułamku przez liczbę całkowitą, rozmnożyć trzeba przez nią licznika jego. Zostało nam jeszcze ten przypadek, w którym trzeba rozmnożyć ułamek przez ułamek.

Jeżeli ułamek, przez który rozmnażamy ma za licznika 1, lub jest n. p. $\frac{1}{2}$ wyraża, podług znaczenia mnożenia, że trzeba mnożną wziąć pół razy co na jedno wychodzi co i podzielić przez 2.

I ogółem gdy przypada rozmnożyć przez $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ i t. d. jest toż samo co i podzielić przez 2, 3, 4 i t. d. lub przez przewrotny względem pierwszego ułamku $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{1}$ i t. d.

$$\text{n. p. } \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8} (\S 23.)$$

Gdyby przypadało rozmnożyć $\frac{3}{4}$ przez $\frac{2}{3}$ trzeba by tę piątą część od $\frac{3}{4}$ to jest $\frac{1}{4}$ wziąć jeszcze 2 razy, byłby więc ztąd ułamek.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{4 \times 3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Tak się ogółem wyraża reguła dla rozmnożenia ułamków przez siebie.

Rozmnażam liczniki przez siebie, i toż samo czynię z mianownikami, otrzymam z tąd nowy ułamek, który będzie produktem z dwóch danych, lub z nich złożonym.

Toż prawidło ściąga się i do więcej iak dwóch ułamków.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4}{4 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9} = \frac{120}{918} = \frac{40}{306} = \frac{20}{153}.$$

(Zamiast znaku mnożenia (x) wziąć można dla skrócenia punkt.)

Ułomek z tąd wypadający, można jeszcze zmniejszać. Aby się bez tego obejść, trzeba tylko rozłożyć, każdy wyraz ułamku na swe czynniki, a wspólne iak w liczniku tak w mianowniku wymazać

$$\text{i tak } \frac{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{9}{40}$$

DZIELENIE UŁOMKÓW.

§ 30. Ponieważ w dzieleniu ułamków nie ma się względu na mianowniki, gdy te są równe, i dzieią się tylko ich liczniki i tak $\frac{3}{4}$ ćwierci łokcia znajdują się 2 razy w 6 ćwierciach łokcia; trzeba ie więc przywieść tylko przed dzieleniem do równych mianowników.

$$\text{i tak } \frac{3}{4} : \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 2} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10}$$

W krotkości tak się ogułem ta reguła wyraża.

Dany ułomek do podzielenia rozmnażam przez przewrocony względem tego który miał być dzielnikiem.

Wzor postępowania.

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{8} = 2 \frac{5}{8}$$

Przystosowanie poprzedzającej teorii do praktyki.

§ 31. Zatrzymałem się umyślnie w § 20 z podaniem tam kilku przykładów: ponieważ bez znajomości ułamków, byłyby te częścią bardzo długie, dla przywodzenia wyższych gatunków rzeczy na najniższe i wzajemnie: częścią też wcale nie do wykonania dla reszty z podzielenia liczb wykaiącey.

Teraz już wiemy, że gdy takową resztę podzielić ieszcze trzeba przez dzielnika od

niey większego, będzie więc licznikiem, dzielnik zaś mianownikiem ułamku, który przypisać należy do wielorazu już w całkowitych liczbach wynalezionego.

§ 32. *Zadanie.* Wyrazić pod kształtem ułamku wielkość rozmaitemi gatunkami wyrażoną, i wzajemnie.

Rozwiązanie 1°. Dzielę każdy niższy gatunek przez iedności następującego wyższego, i dodaję ten do tamtego, i tak poty postępuję sobie poki nie dojdę do najwyższego.

2° I wzajemnie zamiast dzielenia mnożę każdy wyższy gatunek przez iedności następującego mniejszego:

Przykład. Wyrazić cenę 6 duk: 15 zł: 24 g: pod kształtem ułamku.

Wzor postępowania.

$$\begin{aligned} 6 \text{ d: } 15 \text{ zł: } 24 \text{ g:} &= 6 \text{ d: } 15 \frac{24}{30} \text{ zł:} = 6 \text{ d: } \frac{15 \times 10}{30} + \frac{24}{30} \text{ zł:} \\ &= 6 \text{ d: } \frac{450 + 24}{30} \text{ zł:} = 6 \text{ d: } \frac{474}{30} \text{ zł:} \\ &= \frac{6474}{3018} \text{ d:} = \frac{6474}{540} \frac{79}{90} \end{aligned}$$

W pierwszym rzędzie nie mogłbym dodać 15 do $\frac{24}{30}$ dla tego wyrażam je pod kształtem ułamku $\frac{15}{1}$ lub $\frac{15 \times 30}{30}$ rozmnożywszy obydwu jego wyrazy przez 30.

$$\begin{aligned} \text{I wzajemnie } \frac{679}{90} \text{ d:} &= 6 \text{ d: } \frac{79 \times 18}{90} \text{ zł:} = 6 \text{ d: } \frac{79}{5} \text{ zł:} \\ &= 6 \text{ d: } 15 \text{ zł:} + \frac{4}{5} \text{ zł:} = 6 \text{ d: } 15 \text{ zł: } \frac{4 \times 30}{5} \text{ g:} \\ &= 6 \text{ d: } 15 \text{ zł: } 24 \text{ gr:} \end{aligned}$$

§ 33 Zyiąc z ludźmi w społeczności, zdarza się często używać miar, wag i pieniędzy. Ze zaś te rozmaitego gatunku być muszą, wynika ztąd, że znaczne odległości wygodniey i doskonałey mierzą się większą miarą, niżeli mnieysze i wzajemnie: wielkie ciężary większą wagą niżeli mnieysze, gdzie to małe uchybienie wielkoby

przynieść mogło szkodę kupującemu, albo
przedającemu: wygodniej się wyplaca zna-
czna summa sztukami pieniędzy; więcej w
sobie wartości mającemi, niżeli przeciwnie.
Podaję tu przeto gatunki tych miar u nas
używanych. Ciężary mierzą się *cetnarami*,
kamieniami, *funtami* i t. d. średnia miara
jest *funt*.

Szuffunt waży 13 Kamieni, albo 416 funt:

Cetnar - - - 5 Kamieni - 160.

Kamień - - - - - 32.

Funt - - - - - 32 łotów

Pół funcie inaczey *grzywna* 16

Cwierć funcie - - - 8

Pół ćwierci funta - - - 4

Średnia miara służąca równie do mierzenia
1 łot 4 ćwierci łota, rzeczy ciekłych iak
i sypnych jest *garniec*.

Beczka zawiera w sobie 72 garcy Warzsa:

Pół - Beczki - - - 36

Cwierć beczek czyli antał 18

Garniec - - - - - 2 Pół garce

lub - - - 4 Kwarty

- - - 16 Kwaterek.

Korzec jest miara do mierzenia zboża.

Łaszt zawiera 27 Korcy Warszawskich.

Korzec - - - 32 garcy

Cwierć korca 8

Średnia miara długości jest *łokieć*

Sznur ma pręcikow 10 to jest 75 łokci.

Pręt albo *łaska* - - - 7½ łokci.

Sążen - - - - - 3 łokcie.

Łokieć - - - - - 2 ft: lub 24 ca:

Stopa lub pół - łokcia - - - 12 ca:

Cwierć - łokcia - - - - - 6 ca:

Cal - - - - - 12 lin:

* w Litwie, dzielią sznur na 10 prętów, a ka-
żdy z tych na 10 pręcikow.

Do samego pola rozmiaru służącą miarą jest *Morg*, którym w początkach nazywano to pole, które para wołów przez ieden dzień zaorać mogła. Nayzwyczajniejszy zaś teraz morg jest to prostokąt z 3 sznurów kwadratowych, to jest pole mające długości 3 sznury, a szerokości ieden sznur.

- 1 Łan czyni 3. Włoki.
- 1 Włoka - 30 Morgow.
- 1 Morg - 3 Sznury kwadratowe.

Zrozumiałwszy zadanie § 32. można z łatwością przykładać go do miar dopiero co wyrażonych. Tudzież podanym tam wzorem, i tu dla ćwiczenia się zadawać sobie przykłady.

§ 34. Za pomocą tego co się dotąd mówiło, możnaby już wiele rozwiązać zadań zdarzających się w pożyciu. Takowe albo samemu zadawać sobie można, lub też brać z książek, gdzie obfzernie jest wyłożona Arytmetyka. Ze zaś z tych mało jest takich, któreby nie mogły się dać podciągnąć pod dwa Zadania w §§ 82 i 85 Rozdziału VI. podane: a zatym bardzo krótko mogą być rozwiązane; zachowuję sobie do tego miejsca sposobność o nich mówienia. Tu zaś na kilku tylko przeftanę.

§ 35. Przykład 1. Dano tkaczowi $65\frac{7}{8}$ funtów nici. Obowiązuje się ten dawać $3\frac{2}{3}$ łokci płotna, za każdy funt nici, i chce od każdego łokcia zapłaty $13\frac{1}{3}$ groszy. Wieleż będzie łokci płotna? wieleż się będzie należało tkaczowi? a gdy te $65\frac{7}{8}$ funtów nici kosztowały 29 Czer: zł: 7 zł: 18 gr: poczemuz przypada łokieć płotna?

Rozmnożywszy $65\frac{7}{8}$ fun: nici przez $3\frac{2}{3}$
otrzymam $241\frac{1}{24}$ łokci płótna
które rozmnożywszy znowu przez $13\frac{1}{3}$ gro:
znaydę, że płótno kosztuie 5 d: 17 zł: $10\frac{5}{9}$ gr:
zaś nici kosztowały 29 7 18
więc wszystkie łok:kosztu: 35 d: 6 zł: $28\frac{5}{9}$ gr:
zatem 1 łokieć 2 zł: $19\frac{1}{3}\frac{7}{9}$

Zaraz przy początku tego rachunku przypadało rozmnożyć $65\frac{7}{8}$ f. przez $3\frac{2}{3}$ zamieniając się na ten koniec obydwaj wyrazy na niewłaściwe ułamki, takim sposobem iak się już w przykładzie § 32 pokazało.

otrzymam więc $\frac{527}{8}$ zamiast $65\frac{7}{8}$

$$\begin{array}{r} \text{produkt} = \frac{527}{8} \cdot 3\frac{2}{3} \\ \quad \quad \quad \frac{1}{3} \quad - \quad - \quad - \quad 3\frac{2}{3} \\ \hline \quad \quad \quad 3597 \quad \quad \quad 43 \frac{1}{24} \quad \quad \quad 7 \\ \quad \quad \quad 24 \quad \quad \quad 195\frac{1}{3} \mid 24 \frac{8}{3} \quad \quad \quad 3\frac{2}{3} \\ \hline \quad \quad \quad = 241 \frac{1}{24} \quad \quad \quad 2\frac{5}{8} \mid 1\frac{1}{24} \quad \quad \quad 1 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 241 \frac{1}{24} \end{array}$$

W drugim wzorze mnożenia rozmnażam każdy z wyrazów mnożny, przez każdy z wyrazów mnożący.

Aby wynaleść wiele ma kosztować, jeden łokieć trzeba podzielić 35 d: 6 zł: $28\frac{5}{9}$ gr: przez $241\frac{1}{24}$: które znowu wystawiam sobie pod kształtem nie właściwego ułamku $\frac{1597}{24}$ i zamiast dzielenia przez niego rozmnażam podług § 30 przez przewrocony $\frac{24}{1597}$ cenę z 35 d: 6 zł: $28\frac{5}{9}$ gr: którą podobnież pod kształtem ułamku podług § 32 wyrazić mogę.

§ 36 Przykład 2. Pewien Kupiec sprowadza z Lipska trzy skrzynie towaru, z których

1a waży pełna 96 funt: a prożna 18 funt:

2a - - - 85 - - - 15

3a - - - 78 - - - 13

placi

Płaci tam funt towaru po 4 zł: 25 gr:
 a 2 dukaty 1 zł: 2 gr: za skrzynie; upako-
 wanie i na inne wydatki: transport kosztuie
 go 3 dukaty 10 zł: na każdym cetnarze. I-
 leż kosztuie funt tego towaru w Warszawie,
 i po czemuż przedawać powinien funt iego
 dla zyskania na wszystkich 10 dukatow.

Wszystkie skrzynie pełne ważą 259 funtow
 prozne - - 46 - -

zatem sam towar 213 funtow
 za 1 funt płaci - 4 zł: 15 gr:

zatem za cały towar 1029 zł: 15 gr:
 za upakowanie i t. d. 37 - 2 -
 za transport 103 - 18

wszystko kosztuie go 1170 zł: 5 gr:
 nia zyskać 180 - -

ma się mu wrocic za 213 funt: 1350 zł: 5 gr
 musi więc przedawać 1 funt po 6 zł: 10 $\frac{1}{2}$

§ 37. Przykład 3. *Kazano zemleć 3 Ła-
 szty przynicy, którey korzec waży 64 funtow.
 Odciągnąwszy po 1 miarce od korca za ze-
 mlenie; po 1 funcie od korca straty we mły-
 nie i 1 $\frac{1}{2}$ ciężaru pozostałego na otręby;
 wieleż z tego będzie funtow maki, wiele
 chleba, rachuiąc 1 funt i 12 łotow na 1
 funt maki? (Łaszt po 60 korcy, a korzec
 po 16 miarek.)*

3 Łaszt przynicy czynią 180 kor:
 1 korzec waży 64 fun:

zatem 180 korcy ważą 11520 fun:
 180 miarek czyni 11 $\frac{1}{2}$ kor:
 każdy waży 64 fun:

ustępnie się więc młynarzo: 720 fun:
 strata we młynie jest 180

oboie to uczyni 900 fun:
 jest więc pozostały ciężar 10620 fun:

Otręby uczynią tego $1\frac{1}{2}$ lub $\frac{10620}{9558}$
 waży zatym sama mąka 1062 fun:
 1 funt mąki czyni 1 f. 12 lot: chl:

zatym 10 62 fun: mąki 1460 f. 8 l: chl:

§ 38. Spomnieć tu jeszcze muszę nieco o
 skrośeniach, których w rachunku z ułom-
 kami z korzyścią użyć można.

W przywodzeniu ułomków do jednako-
 wych mianowników, aby je potem można
 dodawać lub odciągać, innego jeszcze spo-
 sobu użyć można prócz namienionego w
 § 27; a ten zawill na wyrażeniu w iak nay-
 mnieyszey liczbie, spólnego ich mianowni-
 ka. To zawsze ma miejsce ieżeli miano-
 wniki rozłożone na czynniki mają iaki spól-
 ny, który się ich *miarą* nazywa.

Jeżeli dwie tylko są liczby, wynayduie
 się naywiększa ich spólna miara, dzieląc
 większą przez mnieyszą, daley mnieyszą
 przez resztę poki się żadney reszty nie zo-
 stanie. Jeżeli zaś zostanie się na końcu i
 będzie to dowodem, że liczby są *pięrowze-
 mi między sobą* (numeri inter se primi)
 lub że niemają spólney miary.

Wzor działania.

$$\begin{array}{r}
 385 \overline{) 616} \quad 1 \\
 \underline{385} \\
 231 \overline{) 335} \quad 1 \\
 \underline{231} \\
 154 \overline{) 231} \quad 1 \\
 \underline{154} \\
 77 \overline{) 154} \quad 2 \\
 \underline{154} \\
 \hline
 \end{array}$$

Jeżeli więc dany jest ułomek $\frac{385}{616}$ którego
 już zmniejszać niemogę podług znamion w

§ 26 wyrażonych, znalazłbym takim sposobem obydwóch wyrazów jego spólną miarę 77, przez którą podzieliwszy je zamiem się ułomek $\frac{33}{77}$ na inny temu równy $\frac{3}{7}$.

Przyczynę tego łatwo zrozumieć można.

Jeżeli 77 podzieli 154 bez reszty, podzieli także tęż liczbę, do którejby sama była przydaną iak tu 231. i tak daley do góry idąc.

§ 39. Jeżeli jest więcej ułomków mających mianowniki, mogące się rozłożyć na czynniki n. p. 4, 6, 9.

Idzie tu o wynalezienie takiej najmniejszej liczby, którejby można wziąć 4tą 6tą i 9tą część.

Gdyby ta liczba nie miała być najmniejszą, produkt z danych liczb byłby żadaną liczbą. Dla wynalezienia więc tej, iak najmniejszej, rozkładam je na czynniki.

$$4.6.9 = 2.2.2.3.3.3 = 216.$$

Wymazawszy między temi czynnikami te, bez których każda para przez siebie rozmnożona daie 4, 6, 9 otrzymam zamiast 216, liczbę 36 mającą żadaną własność.

Skrociwszy i tę ieszcze robotę, tak sobie ogółem postępuie.

Wypisuię wszystkie mianowniki w iednym rzędzie, nad temi kreską oddzielonemi te cyfry, przez które można mianowniki bez reszty podzielić; i przekreślam ostatnie. Jeżeli zaś zostaie się z nich który, dopisuię go do dzielników u góry zapisanych. Te wszystkie u góry będące liczby będą czynnikami najmniejszego spólnego mianownika zamienionych ułomków. Pokazuje to widać wszystko wyrażaie następujący

Wzor działania.

$\begin{array}{r} 304 \\ 2 \overline{) 126} 378 \\ 4 \overline{) 84} 210 \\ 7 \overline{) 56} 108 \\ 12 \overline{) 42} \\ 14 \overline{) 36} \end{array}$	$\begin{array}{l} 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 504 \\ 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \\ 2 \cdot 3 \cdot 7 \end{array}$
--	--

Wypisać mianowicie w pierwszej kolumnie wszystkie ułamki dane do dodania: nad nimi 504 najmniejszego wspólnego mianownika, zamienionych. W drugiej kolumnie 4^{te} 6^{te} 7^{te} i t. d. części tego wspólnego mianownika: a w trzeciej kolumnie liczniki zamienionych ułamków, wypadające z wzięcia 3, 5, 7 i t. d. razy wynalezionych części mianownika.

Te więc tylko liczniki dodawszy, wynajdując, że summa danych ułamków czyni $\frac{1408}{304}$ lub $4\frac{128}{38}$.

§ 40. W mnożeniu i dzieleniu ułamków, można także użyć skrótów, które się zaszadzaia częścią na rozłożeniu ich wyrazów na czynniki, z których wspólne w obydwóch wyrazach wymazują się, częścią też na znaczeniu działań na nich, wyżej podanych.

$$\begin{array}{l} \text{n. p. } \frac{7}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{8} \text{ według § 46} \\ \text{lub } \frac{7}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 8} = \frac{7}{8} \end{array}$$

to jest ogólnie, jeżeli dwa ułamki dane do rozmnożenia, mają jeden też samą liczbę za mianownika, którą drugi za licznika, produkt będzie ułamkiem mającym za licznika, licznika pierwszego, a za mianownika, mianownika drugiego.

$$\text{także } \frac{8}{15} \times \frac{3}{20} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6}{25}$$

Pamiętając na to co się wprzód mówiło, między innemi w § 30 z łatwością te, i tym podobne w dzieleniu można robić skrocenia.

§ 41. Jest jeszcze rodzaj ułomków; które w zwyczajnych w pożyciu zapytaniach zdarzyć się mogą.

n. p. Rok Juliuszowy zawiera w sobie $365\frac{1}{4}$ dni, pytam się jaką jego częścią są $2\frac{1}{2}$ tygodnie. Powstaie z tąd ułomek $2\frac{1}{2}$

Gdyby się wzięło za iedność $365\frac{1}{4}$ łokci; na pytanie jaką iey częścią są $\frac{1}{4}$ łokcia? była by odpowiedź $\frac{1}{7\frac{1}{4}}$

Takie ułomki nazywają się ułomkami z ułomkow. Rachunek ich z łatwością odprawić się może, pomniąc na to, co się w §§ 23, 32, i 30 mówiło.

Ostatni ułomek jest to samo co $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$

Przywiedzione więc mogą być do zwyczajney postaci, a zatym może być rachunek odprawionym na nich zwyczajnym sposobem.

Lecz daleko użyteczniejszy są

Ułomki dziesiętne. (Fractiones decimales.)

§ 42. Takimi nazywają się te ułomki, które mają za mianownika 10, 100, 1000 i t. d. lub ogółem ieden z zerami.

n. p. $\frac{2}{10}$ $\frac{2}{100}$ $\frac{2}{1000}$ i t. d.

Każdy następujący jest dziesięć razy mniejszym, bo ma mianownika 10 razy większego (§ 23). Ze więc ważność ich tak się zmniejsza, iak liczb całkowitych (§ 3); mianownika zaś łatwo wystawić sobie można.

zgodzono się, aby je tak wyrażać iak liczby całkowite, oddzieliwszy je tylko od ostatnich znaczkim (,). Powyższe trzy takby się wyraziły.

O; 222

Na miejscu całkowitych, ponieważ ich tu niema kładzie się zero.

§ 43. Tak je więc wyrażając będzie można z łatwością wykonać na nich cztery arytmetyczne działania. O to tylko będzie chodziło, żeby znak (,) na przyzwoitym miejscu był umieszczonym.

Te są dla nich reguły.

Dla dodawania i odciągania. *Podpisując one iedne pod drugimi, tak żeby iedności iednegoż gatunku, iedne pod drugimi przypadały; poczyni dodać lub odciągać je iak liczby całkowite.*

Dla mnożenia. *Rozmnażam je przez siebie iak liczby całkowite: w produkcie zaś od dzielam dla dziesiętnych tyle cyfer, zacząwszy je liczyć od prawey strony, ile było znakow dziesiętnych w obydwóch czynnikach.*

Dla dzielenia. *Dzielę je także, iak liczby całkowite. W wielorazie zaś zacząwszy od prawey strony od dzielam dla dziesiętnych tyle cyfer, ile iest w podzielney więcej dziesiętnych niżeli w dzielniku. Przeciwnie zaś przydać do podzielney tyle zerow ile iest w dzielniku więcej znakow dziesiętnych, niżeli w podzielney, i uważam je iak liczby całkowite.*

Wzór działania.

<i>Dodawanie</i>	<i>Odciąganie</i>	<i>Mnożenie</i>
303,45623	730,034	306,0726
23,00789	72,105	5,12
<hr/> 326,46412	<hr/> 657,929	<hr/> 6121452
		3060726
		<hr/> 15303630
		<hr/> 1567,091712

Dzielenie.

$$\begin{array}{r}
 306,0726 \overline{) 1567,091712} \quad | 5,12 \\
 \underline{1530 \quad 3630} \\
 36 \quad 72871 \\
 \underline{30 \quad 60726} \\
 6 \quad 121452 \\
 \underline{6 \quad 121452} \\
 0
 \end{array}$$

Przyczyna takiego postępowania w dwóch ostatnich działaniach, załadza się na własności mnożenia i dzielenia w § 18 wyrażoney.

Gdyby bowiem dwa czynniki były tu liczbami całkowitemi, byłby i produkt liczbą całkowitą.

Jeżeli ieden z czynników jest iak tu 5,12 lub $5\frac{1}{50}$ sto razy mnieyszym od 512, musiałby i produkt stać się sto razy mnieyszym, jeżeli do tego i drugi czynnik iak tu jest 10000 razy mnieyszym, musi także i produkt stać się 100 razy 10000, to jest million razy mnieyszym: co się otrzymuje oddzielwszy sześć jego znaków liczebnych po prawey stronie.

Też i dla dzielenia przytłosować można.

Jeżeli dzielnik ma więcej dziesiątnych n.p.

$$\begin{array}{r}
 23,006 \overline{) 58,200} \quad 2 \\
 \underline{46 \quad 012} \\
 12 \quad 188 \\
 \underline{23 \quad 006} \\
 2
 \end{array}$$

Wieloraz jest $2 \frac{12188}{23006} \mid 11 \frac{6924}{703}$; i tego postępowania przyczyna załadza się na tym co się w § 18 mówiło. Jakoż zamiast brania w podzielnym jednego znaku dziesiętnego, iak tu 2, można do niego przypisać dwa zera, a ważność się jego nie odmieni. W przód znaćczył $\frac{2}{10}$ lub $\frac{1}{5}$ teraz zaś $\frac{200}{1000}$ lub także $\frac{1}{5}$; obydwą zaś dzielenia wyrazy staia się po takiej odmianie zarówno, po tyśiąc razy mniejszemi, zaczym wieloraz tenże sam być musi, czymby był, gdyby były tyśiąc razy większemi, lub liczbami całkowitemi.

§ 44. Ze tedy tak łatwo odprawionym być może rachunek z dziesiętnymi; wprowadzono używanie ich nietylko w wyższych, ale nawet i w zwyczajnych rachunkach; ile że, zwyczajne nawet ułamki pod wygodną ich postaćią wyrażonemi być mogą.

Dopisuje się na ten koniec do ich licznika tyle zerow, ile się podobą, lub potrzeba i dzieli się przez mianownika, i tak

$$\frac{1}{2} = 1,000,5 \text{ (§ 43)}$$

$$\frac{1}{2} = 1,000,5$$

$$\frac{1}{4} = 1,000,25$$

$$\frac{1}{4} = 1,000,25$$

$$\frac{1}{8} = 0,3333 \dots$$

$$\frac{3}{7} = 0,4285 \dots$$

§ poprzedzającego § wieloraz $2 \frac{6924}{703} = 2,529$.

Mogłoby się w prawdzie zdawać, że ułamki takie nie są zawsze dokładnemi, i tak $\frac{1}{3} = 0,333333 \dots$ i t. d. bez końca. ściśle biorąc,

jest w samej rzeczy pierwszy ułomek doskonałym od drugiego, bo całym, a drugi niekończonym. Z tym wszystkim tak mało i drugi różnić się od pierwszego może, iak tylko chcemy lub potrzeba; i to czego mu niedostaie ieszcze, tak małym czynionym być może, że zniknie niejako i za nic w porównaniu iego będzie mogło być wziętym. Niechby pierwszy ułomek był $\frac{1}{3}$ cala, drugi wyrażać będzie trzecią część cala w millionowych częściach iego i uchybienie, będzie tylko tu niepełna o iedną taką millionową część cala. Postępując ieszcze daley, może być to uchybienie czynionym mnieyszym od billionowej i t. d. części cala. Ze więc dziesiątnych tyle wziąć można, ile się podoba; może też i różnica uczynioną być tak małą, iak się podoba.

§ 45. Jeżeli się znajduie wiele dziesiątnych, lub iednakowa ich liczba w obu czynnikach, lub w obu wyrazach dzielenia, ponieważ wtedy znaki dziesiątne w produkcie przewyższaiące co do ich wielości połowę summy tych, które są w czynnikach, są niedokładnemi; iako takiego będąc gatunku, którego niemaż w czynnikach, może w tedy prędzey być mnożenie odprawionym, opuszczaiąc za każdym rzędem iedną cyfrę. Takie na ówczas postępowanie nazywa się *mnożeniem skroconym*. Tegoż skrócenia można użyć i w dzieleniu, a tedy nazywa się *Dzieleniem skroconym*.

Mnożenie skrócone *Mnożenie zwyczajne.*

$$\frac{5}{7} = 0,85714$$

$$\frac{7}{8} = 1,66666$$

$$\begin{array}{r} 0,85714 \\ 85714 \\ 51428 \\ 514 \\ 51 \\ \hline 0,99992 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ 51428 \\ 514 \\ 51 \\ \hline 0,99992 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 514284 \\ 514284 \\ 514284 \\ 85714 \\ 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 514284 \\ 514284 \\ 85714 \\ 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85714 \\ \hline 0,9999909524 \end{array}$$

Dzielenie skrócone.

$$3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \\ 97358 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \\ 97358 \\ 94245 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \\ 97358 \\ 94245 \\ 3113 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \\ 97358 \\ 94245 \\ 3113 \\ 2826 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \\ 97358 \\ 94245 \\ 3113 \\ 2826 \\ 287 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \\ 97358 \\ 94245 \\ 3113 \\ 2826 \\ 287 \\ 279 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1415926 \mid 1,00000000 \mid 0,31830992 \\ 94247778 \\ 5752222 \\ 3141592 \\ 2610630 \\ 2513272 \\ 97358 \\ 94245 \\ 3113 \\ 2826 \\ 287 \\ 279 \\ 8 \end{array}$$

Właściwie wypaść by powinno i w produkcie, w mnożeniu skróconym niedostać iey tylko $\frac{1}{10000}$ a. w zwyczajnym $\frac{1}{100000}$ części tej iedności.

W wielorazie dokładniej wynalezionym byłyby dwie ostatnie cyfry 88, początkowe zaś sześć też same co i tu.

§ 46. Zanim przyftąpiemy do uważania stofunków, których przyftosowania będą nam tak pożyteczne, aby ie tym ogulniey wykładać można i przyftosowania ich, tym

króciej iśńiey i ogólniey odprawić; trze-
ba nam uważać innych liczb gatunki, i u-
żywane wielkości. Takimi są *Przeciwnie*
śobie wielkości, *Pierwiaśki*, *Mnogości*, o
których równie iako o *Rachunku literalnym*
porządkiem mówić będziemy.

