

ROZDZIAŁ V.

TRYGONOMETRYA KULNA.

§ 90. Część Geometrii, w której do- *Figu:*
chodzi się pozostałych rzeczy w troykacie 66.
kulnym z danych wiadomych nazywa się
Trygonometrią kulną. Troykątem zaś *kul-*
nym nazywa się troykąt iak nbs znaydujący
się na powierzchni krzywey kuli i między
łukami koł wielkich zawarty.

Pierwsze tylko iey zasady dać tu możemy
i te naybardziej, które nam posłużą w przy-
stosowaniu do praktyki i robienia kart geo-
metrycznych.

§ 91. Niech kula z *r* wyraża glob naszej
ziemi. Z dwóch średnic do siebie prosto-
padłych *sn*, *wo*, pierwsza znaczyć będzie
oś ziemi, iey zaś końce *n* i *s* iey bieguny
północny i południowy; druga wyraża śre-
dnicę koła nazwanego *Równikiem* (*Æqua-*
tor). Cztery końce tych średnic *n*, *s*, *o*, *w*
nazywają się oraz *Nord*, *Sud*, *Ost*, *West*; czy-
li Północ, Południe, Wschod i Zachod. Ko-
ła iak *gr* równoodległe od równika nazy-
wa się *Równoleżnikami* (*Paraleli*) Koła zaś
iak *nas*, *nbs* *Południkami* (*Meridiani*).
Ostatnie z równikiem są nayważniejszymi
kołami, które sobie wystawiamy na ziemi.
Za ich bowiem pomocą, można wyznaczyć
każde miejsce na niey.

Dzieli się na ten koniec równik na 360
równych części, czyli stopni. Niech począ-
tek ich zaczynam i koniec będzie w *A*. Po-
łudnik *nas* przechodzący przez ten punkt *A*
nazywa się *pierwszym południkiem*: *Nazie-*

mi przechodzi on przez wyspę *Fer* iedną z *Kanaryjskich*.

Podzielmy *AN* na 90 równych części czyli stopni, ponieważ ten łuk jest kwadrantem. Łuk równika, wyrażony stopniami minutami i t. d. zacząwszy się liczyć od *A* nazywa się *długością geograficzną*. Łuki zaś tak wyrażone na południku *AN* od tegoż punktu *A*, nazywają się *szerokością geograficzną*.

Bierze się więc zawsze długość geogr: od zachodu ku wschodowi, szerokość zaś może być północną, albo południową podług tego iak się biorą łuki na *AN* lub *AS*.

Daymy na to, że są przyłączone do globu dwa mosiężne koła iak *WAO*, *NAS* z ich stopniami: niechby do tego był glob ruchomym w koło swej osi *NS*. Chcąc na nim umieścić n. p. punkt *p* mający 20 stopniów długości a 23 szerokości; trzeba mi tak go tylko obrotić, żeby początkowy punkt równika na nim znajduiącego się, stał na przeciwko *A* takiemuż punktowi koła mosiężnego. Przez 20 prowadzę koło *N 20 S*, które jest południkiem miejsca *p*, a przez 23 prowadzę równoleżnik *R 23 R*, którego przecięcie z południkiem daie mi żądany punkt *p*. Jakoż ten punkt oddalonym jest od równika łukiem *pb* równym do *A 23* zaczynającym 23°: od pierwszego zaś południka łukiem *p 23*, który tyleż w sobie zawiera stopniów co i łuk *AB*, bo obydwie są miarami równych kątów przy środku *T*, i *t* (§68)

Zadanie to wyznaczania punktu na globie podobnym jest do tego, które na fig. 37 było objaśnionym. Wzięte tam długości na południku *AN* odpowiadają szerokości geometryczney, długości zaś prostopadłe do niego. Dla małych odległości na ziemi,

tymże

tymże samym byłoby co i tamte; łuki bowiem mierzące te odległości, można brać wtedy za linie proste. Wyznaczywszy więc na globie położenie głównych punktów na ziemi, jako to miast stołecznych z wiadomości ich długości i szerokości geometryczney, możnaby poprzemnieść na nim wszystkie inne szczególności z osobnych plant wymierzonych. Otrzymałby się tak glob podobny do ziemi, na której mieszkamy, z podobnym na nim położeniem krajów, morz, rzek, miast, gór i t. d. Skala do tego wyznaczyłaby się z łatwością wiedząc, że na jeden stopień koła wielkiego rachuje się 15 mil wielkich Niemieckich. A z tąd poznajemy jak wielkiej wagi jest wynajdowanie szerokości i długości geograficznej.

§ 92. ZADANIE. *Wynaleść szerokość geograficzną jakiego miejsca.* Figu: 67.

Niech c wyraża miejsce, którego chcemy wynaleść szerokość geogr.

Tę jego szerokością jest łuk cw mający liczbę stopniów kąta przy środku o . Wystawimy sobie oś ziemi ns dostatecznie przedłużoną ku p , przedłużenie to przypadłoby na gwiazdę biegunową. Promień zaś cc przedłużony dostatecznie ku z , padałby na punkt nazwany *nadgłównym* (zenith). Dyrekcyą tę miałaby w c nitka zawieszony ciężar w tej spodku: styczna ab w punkcie c wyraża horyzont pozorny tego miejsca. Jeżeli do tego wystawimy sobie poprowadzoną od c linią cp do gwiazdy polarnej, może ta linia być wziętą za równoodległą od CP dla bardzo wielkiego oddalenia tej gwiazdy od ziemi w porównaniu z jej średnicą: z kąd wynika, że kąt $n=n$ (Roz. I. § 42) zaczynam i ich dopełnienia $o=o$. Idzie więc tylko o wynalezienie kąta o zawarte-

go między *cb* i *cp* do tego służy instrument nazwany kwadranssem (fig. 68) od tego, że *ABC* jest czwartą częścią koła. Dla objaśnienia sobie jego używania, wystawmy sobie iakoby był ruchomym w koło osi przy *c*. Od środka tey osi zawieszona jest nitka z ciężarem *cb*: tey dyrekcyą odpowiada linii, czw przelżłey figurze. Do promienia *ca* jest przyprowadzona perspektywa. Z tego ułożenia widać oczywiście, że gdy kwadrans stoi prosto, przypadnie nitka *cb* na *cb*; zaś *ca* na poziomą dyrekcyą *ca*: czym się oddali *A* od *a*, tymże samym oddali się bod *b*, zaczym łuk $aa=bb$. Jeżeli więc pierwszy mierzy n. p. kąt między horyzontem i skierowaniem do gwiazdy polarney, czyli *wysokość* (*elevatio*) tey gwiazdy, mierzyć ją będzie i łuk *bb*; niezoftate więc tylko przeliczyć stopnie od *B* do *b*.

Takiegoż kwadraantu użyćby można i do mierzenia dokładnie wysokości na ziemi między innemi w równoważeniu fig. 42: gdyby niebył wygodniejszy na ten koniec sposob używając barometru. Zamiaść cośmy go uważali ruchomym w koło osi przy *c*, cobi się ruchomym w koło osi przy *d* w samym środku kwadransa. Może też wcale niebyć ruchomym w dyrekcyi *acb* i tylko perspektywa być ruchomą w koło *c*, iakgo używają Anglicy. Procz innych otrzywałby tak instrument ten i tę korzyść, że można by przyłączyć do niego podział Noniusza, ruchomy razem z końcem perspektywy na łuku *AB*.

WNIOSEK I. Wystawiwszy sobie prowadzone koło wielkie z *AB* równoodległe od płaszczyzny horyzontu w miejscu *c*, koło te nazywają się *horyzontem prawdziwym* miejsca *c*. kąt *BCO* jest miarą pochyłości ro-

wnika do horyzontu (§69) bo iest zawarty między dwoma przecięciami dwóch płaszczyzn przeciętych przez trzecią do nich prostopadłą. Więc tak kąty o, o, o iako też n, n, n są sobie równe. Czym iest każdy z nich widac z figury.

WNIOSEK 2. Do wykonania powyżzey *Figur* 69. obserwacyi, trzeba tylko wiedzieć ieszcze iak wynaleść miejsce na niebie, gdzie się znajduje gwiazda polarna. Pan Delalande taki daie na to łatwy sposob w swey *Astronomii*.

Zna każdy konstellacyą wielkiego niedzwiedzia czyli woza. Wystawić sobie trzeba poprowadzoną w iey linią od gwiazdy a do g , inną od a do b : przedłużyć ostatnią i koniec tego przedłużenia równego do ag da położenie polarney gwiazdy.

§ 93. ZADANIE *Wynaleść długość geograficzną iakiego miejsca.*

Jeanyin z nayprostszych sposobow iest używanie iak nayregularniejszyego zegarka, nastawionego dokładnie podług godzin kompasu miejscowego: to iest, żeby zupełnie 12 godzinę skazywał w tey chwili, kiedy na kompasie iest południe.

Do wykonania sameyż roboty następująca służy wiadomość.

Ziemia obraca się w koło swey osi we 24 godzinach: lub biorąc tak iak nam się zdaie; słońce potrzebuie 24 godzin do przebieżenia swey drogi wkoło ziemi od wschodu do zachodu, czyli raczey oświecenia coraz wszytskich iey części, biorąc ie na rowniku, ponieważ tam przechodzi słońce naybliżey punktow nadgłownych. Droga ta względem ziemi uczyniłaby więc długość Ekwatora, to iest 5400 mil Niemieckich. Ponieważ na ieden stopień wielkiego koła ra-

chuie się 15 takich mil. Wynika więc z tąd nayprzód, że mieysca bardziey ku wschodowi leżące, prędzey mają świt, południe i t. d. niżeli te, które bardziey ku zachodowi leżą: powtóre; ponieważ w 24 godzinach przechodzi słońce na ziemi drogę z 5400 mil czyli 360° oświecając ją coraz; przedy więc na iednę godzinę $\frac{5400}{24} = 225$ mil czyli $\frac{360}{2} = 15$ stopniow równika.

Gdyby więc przybywszy z swoim zegarkiem nastawianym podług południa iakiego mieysca, na inne mieysce znalazło się, że na tym mieyscu jest południe godziną prędzey, drogę zaś odprawiało się od zachodu prosto ku wschodowi, wnosićby z tąd trzeba, że to drugie mieysce jest oddalonym od pierwszego na 15 stopniow równika. Gdyby te dwa mieysca znajdowały się na równiku, byłaby ich odległość 225 mil. Gdyby zaś leżały na iednymże równoleżniku, a nawet i na rozmaitych, można i w tedy doysć ich odległości w milach, niżey podanym sposobem. Wiedząc do tego długość geograficzną pierwszego mieysca, przydać tylko do niey trzeba wynalezione stopnie dla otrzymania takiey długości i drugiego mieysca: a tak wynaleziony w przodku w stopniach jest różnicą geograficznej długości dwóch mieysc.

Jakęśmy tu wynaleźli tę różnicę dla dwuch mieysc, których południe różni się o iedną godzinę, tak też za pomocą takiegoż zegarka z sekundami, wynaleść można też różnicę dla mieysc bardziey amiey od siebie oddalonych. Różnica ta czyni

na 1 godzinę $\frac{360}{24} = 15$ stopniow równika

na 1 minutę $\frac{360}{24 \cdot 60} = \frac{1}{4} = 15$ minut ---

na 1 sekundę $\frac{15}{60} = 15$ sekund ---

Dla mieysc leżących na równiku czyniłyby te różnice, pierwsza 225 mil, druga $3\frac{3}{4}$, trzecia $\frac{1}{16}$ mili.

§ 94. UWAGA. Zadanie to naybardziej interesuie narody żegluga się bawiące. Wyznaczyli Anglicy trojakie praemium dla tych, którzyby ie rozwiązali. Pierwsze z 10000, drugie z 15000, trzecie z 20000 liwrow szterlingow Ostatnie wynoszące do 800000 Zł. Pol. przeznaczone było dla tego, któryby tak dokładnie wyznaczył długości, żeby błąd nieprzechodził pół stopnia. Pierwsze otrzymał *Harrison* sporządziwszy zegarek, którego regularności, ani nakręcanie go, ani potrącania w drodze nie szkodzią. Śmierć przeszkodziła otrzymaniu ostatniey P. Tob Mayerowi Professorowi Matematyki w Göttingie, który wyrachowaniem tablic Xieżykowych podług plany podaney od P. *Eulera*, sprawił, że za ich pomocą poznać może okręt, w którey stronie świata znajduje się na morzu. Wdowa ponim doznała hojności Angielskiej.

§ 95 Uważanie koł na powierzchni krzywey kuli dało nam pocho do mowienia o dwóch ważnych zadaniach wynalezienia szerokości i długości geograficzney. Poznamy iefzcze na niey niektóre własności troykątow kulnych.

W troykacie kulnym *NAB* (fig. 66) schodzą się płaszczyzny iego bokow, czyli łukow w *NT*, *AT*, *BT*; które są promieniami kuli, *Ka* tem pochyłości płaszczyzn łukow *AN* i *BN* iest *ATB* (§69).

Poprowadźmy w tychże płaszczyznach od punktu N prostopadłe AN , BN do promienia TN zaczym równoodległe od AT i BT , z tąd wynika kąt $ATB = \angle ANB$. Są zaś też prostopadłe stycznem łuków AN i BN (§12w.) do tego skierowaniem pierwtych nieskończenie małych części tych łuków (§13wn 3.) jest więc kulny kąt ANB kątem pochyłości płaszczyzn łuków służących mu za ramiona.

Miarą zaś jego jest łuk AB koła wielkiego zawarty między ramionami kąta kulnego, gdy te zostaną tak przedłużone, że każdy z nich będzie miał po 90 stopniów.

W trykacie kulnym pnw trzebaby przedłużyć boki np , nw do równika, to jest, żeby były kwadrantami dla otrzymania łuku bc , któryby był miarą jego kąta kulnego n .

Figura 70. § 96. TWIERDZENIE. *W trykacie kulnym prostokątnym jest zawsze Promień do wstawy łuku przyległego kątowi prostemu, jak styczna kąta przy boku, do stycznej boku temu kątowi przeciwległego.*

Niech będzie kąt prosty przy ∂ , zaś c środkiem kuli, do której należy trykąt kulny $ab\partial$. Spuśćmy ac prostopadłą do promienia cb , do którego niech także będzie prostopadłą ef i ściągniemy af . W trykacie acf prostokątnym przy f jest c kątem pochyłości płaszczyzn łuków ab i $b\partial$ (§95) zaczym równym do kąta kulnego b : Wziawszy za promień ef jest jego styczną fa (§28) zaś w trykacie cfe wziawszy za promień ef jest fe wstawą kąta c czyli łuku podobnego do $b\partial$. Podług tegoż promienia jest fa styczną kąta c czyli łuku $a\partial$: z tąd proporcye

$$\begin{aligned}
 cf : fe &= Pr : wsta. b\partial \\
 cf : fa &= Pr : styczn. a\partial \\
 \hline
 \text{z tąd} \quad fe : fa &= wsta. b\partial : styczn. a\partial. \\
 \text{czyli} \quad Pr : styczn. b & \\
 \text{i na koniec} \quad Pr : wsta b\partial &= styczn. b : styczn. a\partial.
 \end{aligned}$$

§ 97. Jeżeli w jakimkolwiek troykacie kulnym $ab\partial$ prostokątnym przy ∂ poprzedłużamy ramiona jego tak, żeby czyniły kwadransy koła a przez ich końce ściagniemy łuki koła wielkich do nich prostopadłych, troykаты iak lka , bhg , które się z tąd uformują, nazywają się dopeśnieniami pierwszego troykąta. Przedłużymy łuki kl , hg aż do zeyścia się w m i i z przedłużeniami ramion kąta ∂ , będą i łuki km , hi , bm , ai kwadransami: równie iak widzieliśmy na fig. 66. że łuki nw , na , nb i t. d. są kwadransami koła wielkiego iako mierzące oddalenie bieguna od równika. Miara więc kąta b w troykacie $ab\partial$ jest łuk lm (§95) kąta k łuk md .

Figura
71.

$$\begin{aligned}
 &\text{w } \triangle kla \\
 &Pr : wsta. kl = styczn. k : styczn. al \quad (§96) \\
 &\text{czyli} \quad Pr : dost. b = dosty. b\partial : dosty. ab \\
 &\text{nakoniec} \quad Pr : dost. b = styczn. ab : styczn. b\partial \quad (§29).
 \end{aligned}$$

Z ostatniej proporcji widać iakby można wyrazić twierdzenie ogółem.

§ 98. TWIERDZENIE. Spuściwszy w jakimkolwiek troykacie kulnym ukośnym, łuk od jego wierzchołka prostopadły do podslawy, podzieli ią ten na dwa odcinki, których wstawy i dosławy w tymże będą stosunku co i wstawy i dosławy dwóch innych boków.

Figura
72.

Niech tym prostopadłym łukiem będzie $a\partial$ do cb .

Ściagniemy $q\partial$: do tey prostopadłej ao , od której spodka prostopadłe on i op do cą i bq . Poprowadźmy na koniec an , ap , które

re też będą prostopadłemi do cq i bq (fig. 49). i $\partial ri \partial s$ równoodległe od on i op . Wi-
dziemy do razu, które troykąty prostokątne są sobie podobne, które linie są wstawiani, dostawami odcinkow podstawy i dwóch innych bokow, a z tąd i złatwością zrozumiemy następujące proporcye.

$$\begin{aligned} an : ap &= qp : qn \text{ (fig. 23)} \\ &= qs : qr \\ &= rd : \partial s \end{aligned}$$

Fig: § 99. ZADANIE. *Maiąc dane w troykacie*
73. *kulnym ukośnym jakimkolwiek dwa boki i*
kąt między niemi zawarty wyznaleść trzeci
bok.

Niech będą dane ab , ac i kąt a .

W troykacie abd wynayduię ad przez proporcya. *Pr* : dost. $a =$ stycz. ab : stycz. ad (§97) odciągnąwszy ad od ac , wypada dc z tąd nakoniec dost. ad : dost. $dc =$ dost. ab : dost. bc .

Przyśłowanie.

§ 100. ZADANIE. *Maiąc daną długość i*
szerokość geograficzną dwóch miejsc wyzna-
leść ich oddalenie.

Oddaleniem dwóch miejsc na ziemi znacznie odległych, nie są linie proste, lecz łuki należące do koł wielkich przez nie poprowadzonych, bo naykrotsze ich oddalenie, czyli linia prosta, łącząca te dwa punkta, byłaby cienciwą tego łuku, zaczym padałaby wewnątrz ziemi.

PRZYKŁAD. dłu. geo. Warszawy $= 38^{\circ} 45'$

szerokość $= 52^{\circ} 14'$

Długość Paryża $= 20^{\circ}$

szerokość $= 40^{\circ} 50' 10''$

Niech p i w (fig. 66) wyrażają położenie Paryża i Warszawy.

Jeſt AB długością Paryża AC długością
Warszawy

BP szeroko. Paryża cw szeroko. Warszawy
zaczynam BC różnica ich długości $= 18^{\circ} 45'$
zaś dopełnienia szerokości

$$NP = 41^{\circ} 9' 50''$$

$$NW = 37^{\circ} 46'$$

mamy więc w trójkącie kulnym NPW boki
 NP , NW i kąt N między niemi zawarty mie-
rzony łukiem BC .

$$Pr: \text{dof. } N = \text{stycz. } NW : \text{stycz. } N\partial.$$

$$Lg \text{ doft. } N = 9,9763179$$

$$Lg \text{ stycz } NW = 9,8891605$$

$$Lg \text{ stycz. } N\partial = 9,8054784$$

$$N\partial = 36^{\circ} 15'$$

$$\text{dof. } N\partial : \text{dof. } \partial p = \text{dof. } NW : \text{dof. } pw$$

$$Lg \text{ doft. } \partial p = 9,9984180$$

$$Lg \text{ doft. } NW = 9,8979082$$

$$19 \ 8963262$$

$$Lg \text{ doft. } N\partial = 9,9065745$$

$$Lg \text{ doft. } pw = 9,9897517$$

$$pw = 12^{\circ} 24' = 186 \text{ mil } w. n.$$

§ 101. Gdyby te dwa miejsca leżały na
jednymże równoleżniku iak pc krocieyby
odległości ich dożyć można. Zawierają się
bowiem łuki podobne BC , pc iak promienie
 TB , tp koł, do których należą, które są o-
raz wstawami łukow BN , pn mierzących od-
dalenie tych łukow podobnych od bieguna;
(§23). Dla wynalezienia więc odległości pc w
milach takaby tylko trzeba uczynić pro-
porcyą.

Pr : wft. $NP = BC$ w milach : pc w milach.

Trzy zaś pierwsze wyrazy tej proporcji
są wiadome, bo NP iest dopełnieniem sze-
rokości tych miejsc, BC w milach otrzy-

muie się rozmnożywszy liczbę jego stopniow
przez 15 iak się wyżej namieniło.

Fig. § 102. **TWIERDZENIE.** *W troykacie kulnym ukośnokątnym iak się ma styczn z połowy podstawy do styczney z połowy summy dwóch innych bokow, iak styczn z połowy różnicy tychże bokow do styczny z połowy różnicy odcinkow podstawy.*

W troykacie abc ma być styczn ac : styczney

$$\frac{ab+bc}{2} = \text{sty. } \frac{ab-bc}{2} : \text{stycz. } \frac{ad-dc}{2}$$

Dowodzenie.

$\text{dofst. } ab : \text{dofst. } bc = \text{dofst. } ad : \text{dofst. } dc$ (§98) ztąd
 $\text{dofst. } ab + \text{dofst. } bc : \text{roz} = \text{dofst. } ad + \text{dofst. } dc : \text{roz}$ (Ar §79)
 zaś $\text{dofst. } ab + \text{dofst. } bc : \text{roz} = \text{dofst. } \frac{ab+bc}{2} : \text{sty. } \frac{ab-bc}{2}$ (§42)

także $\text{dofst. } ad + \text{dofst. } dc : \text{roz} = \text{dofst. } \frac{ad+dc}{2} : \text{sty. } \frac{ad-dc}{2}$
 więc $\text{sty. } \frac{ac}{2} : \text{sty. } \frac{ab+bc}{2} = \text{sty. } \frac{ab-bc}{2} : \text{sty. } \frac{ad-dc}{2}$ (§29).

§ 103. **ZADANIE.** *Mając dane w troykacie kulnym ukośnokątnym wszystkie trzy jego boki wyznaleść, którykolwiek kąt jego.*

Dla znalezienia n. p. kąta a szukam odcinka ad przez proporcya

$$\text{sty. } \frac{ac}{2} : \text{sty. } \frac{ab+bc}{2} = \text{sty. } \frac{ab-bc}{2} : \text{sty. } \frac{ad-dc}{2} \quad (\S 102)$$

Tę połowę różnicy dodawszy do połowy ich summy czyli do połowy ac otrzymam większy odcinek ad ; w troykacie adb prostokątnym przy d wynaydnie kąt a przez prop. styczn ab ; styczn. $ad = Pr : \text{dofst. } a$ (§97).

§ 104. Przystosowanie tego zadania iest następujące.

Mając dany kąt na płaszczyźnie ukośney *Fig.*
do horyzontu, wynaleść jego wielkość na 74.
płaszczyźnie poziomey

Procz kąta ABC leżącego na płaszczyźnie
pochyłej do horyzon: trzeba iśćcześnie wymie-
rzyć kąty zawarte między dyrekcyą pionową
 Bb i ramionami tego kąta, dla wynalezienia
kąta b lub $\alpha\beta\gamma$

Przykład. Niech będzie kąt $ABC=83^{\circ}11'$

$$ABb=78^{\circ}45'$$

$$CBb=75^{\circ}22'$$

$$\text{Sty. } \frac{bc}{2} : \text{sty. } \frac{ab+ac}{2} = \text{sty. } \frac{ab-ac}{2} : \text{sty. } \frac{bd-dc}{2}$$

$$\frac{1}{2} \text{ roz. odcinkow} = 17^{\circ}30'$$

$$\frac{1}{2} \text{ sum.} = 37^{\circ}41'$$

$$bd=20^{\circ}11'$$

$$\text{stycz. } ab : \text{stycz. } bd = \text{Pr.} : \text{dof. } b.$$

$$\text{dof. } b = 4^{\circ}12'$$

$$\text{zaczynam } b \text{ lub } \beta = 85^{\circ}48'$$

ROBIENIE KART GEOGRAFICZNYCH.

§ 105. Okazaliśmy na *fig.* 66 sposób umie-
szczania na globie mieysc znajdujących się
na ziemi, i wystawienia iey nieiako w ma-
łości. Byłaby bowiem taka kula podobna do
ziemi i co do iey kształtu i co do poło-
żenia mieysc na niey znajdujących się.
Mieysc tych wygodnieyszym jest wystawie-
nie na karcie czyli Plancie.

Wystawmy sobie przezroczystą ćwiartkę
papieru leżącą między globem i okiem pa-
trzącego się, i niechy ta była prostopadłą
do linii od kosa do środka ziemi poprowa-
dzoney, i ośią płaszczyzny ćwiartki nazwa-
ney. Jeżeli do tego wystawimy sobie li-
nie poprowadzone od punktu oka do wszy-
stkich mieysc znajdujących się na globie i
iako punkta uważanych; przecięcia tych

linii z płaszczyzną ćwiartki, dadzą na niey punkta, które się nazywają *proiekcją* punktów na globie. Podobnież utworzą się proiekcyi linii prostych i krzywych.

Proiekcya takowa może być troiaka, mianowicie na płaszczyźnie Ekwatora, merydyanu lub horyzontu.

Ze zaś z tych proiekcya na płaszczyźnie merydyanu prawdziwiey wystawia podług danych na to przepisow, wzajemne mieysce położenie, i używaną jest, przeto od wielu Geografow między innemi P. *Guillame de l'Isle*, nad tą się tu zastanowiemy.

Karta na płaszczyźnie merydyanu.

§ 106. Weźmy za płaszczyznę tey karty n. p. merydian wyspy Fer czyli pierwszy merydian: i dajmy na to, że trzeba zrobić proiekcją hemisfery wschodniey, zawieraiącey w sobie dawny świat czyli ląd, to jest Europę, Azyą i Afrykę. Trzeba, żeby oko znajdowało się na osi danego południka z strony iego zachodniego bieguna; przypuścmy do tego, że się znajduie na samym tym biegunie. Idzie tu tylko o wyznaczenie proiekcyi, czyli linii krzywych, podług których oko widzi połowy południków i równoleżników, znajdujących się na namienionej hemisferze.

Dowieść można dokładnie, że te krzywe linie są kołowemi. Ponieważ explikacya tego długoby nas zabawiła, przystępnie do łatwey konstrukcyi na iey zasadzaiącey się fundamentach: ile że w iey iuż samey znajdziemy sprawdzenie.

Figur: Z punktu *r* iako od środka nakreślam
75. pierwszy merydian nosw promieniem podług woli wziętym. Prowadzę dwie średnie wo, *ns* do siebie prostopadłe. Przez ieden z końcow średnicy *ns* n. p. *s* prowadzę li-

nie s₂₀, s₃₈, s₁₅₀ i t. d. do punktów, w których podzieliłem merydian na 360 stopniów: tę linie przetną średnicę wo w punktach s₂₀, s₃₈, s₁₅₀. Niezostaie mi więc tylko poprowadzić jeszcze łuki koł przechodzących przez 3 punkta N₂₀ S, N₃₈ S i t. d. dla otrzymania projekcyi merydianów mieysc mających długość geograficzną temi liczbami wyrażoną: Na ten koniec podzielić tylko n. p. s₃₈ na dwie równe części w r wystawić do niej prostopadłą rs i nakreślić promieniem s₃₈ łuk s₃₈ N.

Dla otrzymania położenia równoleżników; takżeż same co i pierwey czynię wykreślenie z tą tylko różnicą, że biorę tu końce średnicy wo, i od tych prowadzę linie do punktów podziału Merydianu na stopnie n. p. 048; 052, tę przetną średnicę ns w punktach 48; 52; Nie zостаie nic więcej, tylko prowadzić jeszcze łuki przez 48; 48; 52, 52, na ten koniec dla ostatniego n. p. dzielę linią 52, 52 na dwie równe części prostopadłą schodzącą się w p z przedłużeniem osi i kreślę promieniem p, 52 żądany równoleżnik 52, 52, t: to jest mający 52 stopniów szerokości geograficznej.

Widać i tu, że równoleżnik mający 90° szerokości geograficznej zamieniłby się na punkt: nie mający zaś nic szerokości, byłby średnicą wo, która jest projekcją równika, co gdy tak w samey rzeczy być powinno, potwierdza nas to o dobroci przepisanego sposobu: gdy do tego i inne punkta padają iak się należy n. p. punkt mający 150° długości geogr. a 30 szerokości południowej padałby w q; gdyby miał 180° długości padałby gdziekolwiek na nos, gdyby więcej iak 180° należałby do drugiey hemisfery.

Punkt mający 30° długości i tyleż szerokości południowej padłby na p.; podobnież po 60° mający, na r. Ze więc takie punkta iakimi są ostatnie, to jest równą liczbę stopniów długości i szerokości mające, najsłatwiej wynaleść się daią; dobrze więc gdy początkowi od takich zaczynać będą, a potem ćwiczyć się wyznaczając położenie stołecznych miast Europy, Azyi i Afryki, iak tu Paryża i Warszawy.

Dla hemisferu zachodniego, czyli lądu Ameryki toż samoby się uczyniło, wyjąwszy, że dla oka wyznaczyłby się biegun wschodni Merydianu wyłpy Fer.

§ 107. Podobnegoż postępowania użyć można do robienia osobney karty Europy, Azyi Afryki, ta tylko w tym zachodziłaby różnica, że większeby im dać można wymiary, zaczym wyraźniej i więcej mieysc poumieszczać.

Gdyby iészczc mniejfze mieysce miała zajmować karta n. p. Królestwo, lub znaczną Prowincyą, można brać linie proste zamiast łukow, a to dla bardzo małej różnicy. Takie zaczym byłoby postępowanie.

Dzieliwszy wiele mają stopniow cztery skrajne mieysca najbardziej ku północy, południowi, wschodowi i zachodowi leżące, zaczym i różnicy szerokości i długości tych mieysc; prowadzę środkiem papieru, na którym mam zrobić kartę Królestwa, linią prostopadłą do linii poprowadzoney równoodlegle od dolnego brzegu papieru. Dzielę tę prostopadłą wyrażającą merydian, na tyle równych części ile powyższa różnica szerokości geograficzney ma w sobie stopniow n. p. 8. Jeżeli różnica długości geogr. dwóch wyżey wyrażonych punktow najbardziej ku wschodowi i zachodowi le-

żących, iest 10° , przenieść mi trzeba z każdej strony środkowey linii po 5 równych części na liniach dolney i górney do merydianu prostopadłych i wyrażających równoleżniki mieć skrajnych najbardziej ku południowi i północy leżących. Części te niemogą być równe do części czyli stopniow merydianu lub równika, ale muszą być od nich mnieysze, wynaydnie się zaś ich wielkość ogółem przez proporcją: promień ma się do doślawy szerokości równoleżnika jak dane części merydianu do części równoleżnika. (§101)

Wynaydę tak długość linii dolney, którą podzielę na 10 równych części, toż czynię i z górną, która będzie mnieyszą od dolney: nie zostaje więc, dla otrzymania pośrednich między temi merydianow i równoleżników, tylko pościagać liniami te punkta podziału, przez punkta zaś środkowe merydianu, poprowadzić linie równoodległe od dolney linii.

§ 108. Do dalszego doskonalenia się w Geometrii i iey przytosoowaniach służy wyborna dla początkowych.

1. X. Zaborowskiego. Geometrya praktyczna 8° w Warszawie 1786. Dająca pochoy do życzenia sobie widzieć w krotce w oyczytym ięzyku następuiącą.

2. Tobias Mayer. Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur practischen Geometrie.

3. Theile 8° 1777, 79, 83. Göttingen

3. Cagnoli. Traité de Trigonometrie rectiligne & sphérique traduit de l'italien p. Mr. Chompré Paris 4° 1786. Dzieło wydrukowane z approbacją i za przywileiem Akademii umiejętności.

P. *de la Lande* i *Mechain* wyznaczeni do iego wyexaminowania tak swoy rapport kończą.

„Nous croyons, que les commençans trouveront dans ce livre toute la clarté qu'ils peuvent désirer, & des secours multipliés pour l'étude des Mathématiques; que les astronomes, les calculateurs, les géographes, les ingénieurs, tireront de ce traité des avantages réels, & qu'enfin tout mathématicien dans le cas de faire usage de quelques parties de la trigonométrie trouvera difficilement un manuel plus commode & plus complet. „

4. *Bosut*. Cours de Mathématiques à l'usage des écoles royales militaires.

3. Edition 1788 2 Vol. 8° fig.

5. *Bezout*. Cours de Mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon & de la marine.

5. Vol. 8° 1781 Dzieło przetłomaczone na oyczyty język przez X. *Jakubowskiego* szosty tom traktuje o żegludze.

6. *Karstens*. Anfangsgründe der Mathematischen Wissenschaften.

3. Bände 8° fig. 1780, na wzor starożytnych dzieł matematycznych pisane.

7. *Lamberts* Beytrage zum Gebrauche der Mathematik 4. B. 8° fig. 1765. - - 72- wiele się znajduje w nich rzeczy oryginalnych.

8. *Picard*. Traite du Nivellement. 8° 1780.

9. *J. C. Schulze* Neue und erweiterte Sammlung Logarithmischer Trigonometrischer und anderer zum Gebrauch der Mathematik unendbahrlicher Tafeln.

2. Bænde. Berlin 1786. Tenże tytuł i po Francuzku.

Wiele w prawdzie powychodziło małych tablic logarytmowych, w których logarytmy idą dla liczb, aż do 10000, większe zaś niż z Anglii zapisywać sobie trzeba było.

Temu niedostatkowi zaradził nakoniec P. Schultze członek pruskiej Akademii nauk wydaniem niniejszych Tablic. Tablice Briggsyjskie Logarytmów dla zwyczajnych liczb, są przedrukowane podług tablic *Scherwina* idą więc i tu liczby, aż do 101000. Jak ich szukać z należącemi do nich logarytmami, naucza wstęp.

KONIEC GEOMETRYI.



