



ROZDZIAŁ VIII.

PIERWSZE ZASADY ROZBIORU MATEMATYCZNEGO (ANALYSIS)

§101 **W**Idzieliśmy w §19 iak z dwóch rozmaitych wyrażeń iedneyże liczby, wynaleść można nieznaną liczbę za pomocą przeciwnych działań. Było tam

$$3 \times 4 \times a = 6 \times 8$$

$$\text{zaczynam } a = \frac{6 \times 8}{3 \times 4} = 4$$

W ogólności dwa rozmaite wyrażenia iedneyże wielkości czyli ich *tożsamość* (identitas), nazywa się *rownaniem* (æquatio). *Przerabianiem* zaś *rownania* (reductio) nazywa się oddzielenie wielkości nieznaney od znaiomych tak, żeby pierwsza była równa do drugich, wykonawszy na nich działanie iak wyciągaia znaki, któremi są wielkości z sobą połączone. Dwa wyrażenia po obu stronach znaku = nazwać można *stronami* *rownania* (membrum æquationis). Każdy zaś z znakow, z których iest iaka strona złożona nazywa się *wyrazem* (terminus).

§102. Nauka *rownai* nazywa się *Algiebrą*. Nazwawszy ią, iak niektórzy sposobem odprawiania rachunkow przez litery *Abecadła*, iednożby znaczyła co i *rachunek literalny*, o którym wyżej była mowa. Znaczenie zaś iey według innych, że iest sposobem rozwiązywania zadań *Matematycznych* przywodząc ie do *rownai* służy bardziej *Rozbirowi Matematycznemu* (Analysis). Dla tego też dwa te słowa *Algiebra*, *Rozbiór* mają niektórzy za synonimy.

Zachowując więc najpierwsze znaczenie Algiebrzy; widzimy podług znaczenia Rozbioru matematycznego, że ten używa Algiebrzy do rozwiązywania Problematów. Istota rozbioru na tym zawisła. Uważają się w nim wielkości nieznaione iak gdyby znaionemi były, i wynaydują się z znaionymych podług następuiącey reguły, którą zachować trzeba chcąc rozwiązać zadanie rozbiorowym sposobem.

§ 103. *Wyraża się wielkość nieznaiona ogólnym iakim znakiem n p. iaką z ostatnich liter Alfabetu, i łączy się potym z danemi wielkościami stosując się do przepisów zadania; tak, żeby się otrzymało fundamentalne rownanie: te więc tylko ieszcze przerobiwszy rozwiązuje się zadanie.*

Przykład 1. *Kuryer wyjechał z iednego mieysca iuż temu 9 godzin, i przejeżdża po 5 mil na 2 godziny. Wysyłaia za nim drugiego kuryera, którego prędkość iest taka, że odprawia 11 mil co 3 godziny; chodzi tu o to żeby wiedzieć gdzie iagi kuryer iego dogoni?*

Dogoni iego 0 mil = X

1y uieżdża na 1 god = $\frac{5}{2}$ mili

2gi - - - - - = $\frac{11}{3}$ - - -

1y uiechał w 9 god = $4\frac{5}{2}$ mil

potrzebuie = $\frac{2}{3}$ X godzin

2gi potrzebuie = $\frac{3}{11}$ X godzin

Droga 130 = $\frac{3}{11}$ X $\frac{5}{2}$ + $4\frac{5}{2}$

Rownanie fundamentalne.

$$X = \frac{3X}{11} \times \frac{5}{2} + \frac{45}{2}$$

Przerabianie równania

$$22.2X = \frac{2.15X}{22} + \frac{45.22}{2}$$

$$44X = 30X + 990$$

$$44X - 30X = 990$$

$$14X = 990$$

$$14$$

$$X = 70\frac{5}{7} \text{ mil}$$

Zrozumie każdy z łatwością ten przykład, zastanowiwszy się z uwagą nad znaczeniem każdego z osobna rzędu. Dla niektórych przyłączam tu jednak iego

§ 104. *Explikacya.* W 5tym rzędzie stoi, że pierwszy kurier potrzebuje godzin $\frac{2}{3}X$. Jakoż potrzebuje mil X ; na 1 zaś godzinę miedza $\frac{1}{2}$ mil, potrzebuje więc tyle godzin ile wypada z podzielenia X przez $\frac{1}{2}$ czyli rozmnożenia X przez $\frac{2}{1}$ (§ 30).

W przerabianiu. Dla zniesienia mianowników 11; 2; 2; z stron równania; *rozmnażam wszystkie ich wyraży przez ich produkt.* Jest to reguła, którą zawsze w tym razie zachować należy.

Dla odłączenia zaś nieznanego wyrazu od znanych, *używam przeciwnych działań i znaków, względem tych, któremi się wyraży połączone;* iakośmy to już w § 19 widzieli, tu n. p. przenoszę $30X$ na drugą stronę z znakiem $-30X$, a tak zostanie się jeszcze $14X = 990$. Dla zniesienia czynnika 14 przenoszę go iak dzielnika na drugą stronę, i otrzymuję $X = 70\frac{5}{7}$ mil.

§ 105. W tym przykładzie i ogółem w rozwiązaniu każdego zadania rozbiorowym sposobem pięć rozmaitych części postrzegamy.

W pierwszy daie się nazwisko wielkości nieznaioney, iaką z ostatnich liter Abecadła, iak tu X. Gdyby zadanie iefzcze ogulnieyszym było iak niżej obaczemy, wyrażią się ziaione ilości początkowemi literami Abecadła. Tę część nazwać możemy *Mianowaniem* (*Denominatio*). Jest ona nayistotnieyszą częścią rozwiązania, i należy właściwie do rozbioru, pozostałe zaś części należą do Algiebrv.

W drugiej części pokazała się Tośamość dwóch wyrażeń iedneyże wielkości: ta nazywa się *Rownaniem*, iakośmy wyżej (1) widzieli; mianowicie *Rownaniem fundamentalnym*, bo immediate z zadania wynika: dla różnienia go od innych, na które się odmiienia. Można też nazwać ią *Warunkiem* (*conditio*).

W trzeciej części odłączyliśmy znak niewiadomy od wiadomych, takowe działanie nazywa się *Przerabianiem* (*Reductio*).

Czwarta część zamykająca w sobie odpowiedź na zadanie nazywa się *Rozwiązaniem* (*solutio*).

Piątą część, na koniec do tych przydać iefzcze można: w niey dochodziemy czy znalezione wyrażenie szukaney wielkości, w danych wielkościach zgadza się z warunkami zadania, to jest czy zadanie dobrze jest rozwiązany. To działanie nazywa się *Sprawdzeniem* (*verificatio*).

Wzor działania takim porządkiem obaczemy na poprzedzającym przykładzie nieco odmiennym.

§ 106. Zadanie 2. Niechby pierwszy kurjer procz korzyści, że wyjechał prędzey, miał iefzcze i tę, że wyjechał z miejsca bliższego. Niechby n. p. pierwszy kurjer zaczął do Włoch, wyjechał z Krakowa w poniedziałek o 8 godzinie w wieczor przejeżdżając 7 mil

co 5 godzin; a drugi jadący za pierwszym wyjechał we wtorek rano o 10 godzinie z Warszawy o 34 mil oddaloney od Krakowa, ujeżdżając po 13 mil na 4 godziny; gdzież się ziada;

Mianowanie. Ziada się o mil = X

1y ujeżdża na 1 god: = $\frac{7}{3}$ mil

2gi - - - - - = $\frac{13}{4}$.

1y potrzebuje god: = $\frac{3}{7} X$

2gi - - - - - = $\frac{4}{13} X + 14$

Warunek $X = \frac{3}{7}(\frac{4}{13}X + 14) + 34$

Przerabianie $X = \frac{33}{39}X + \frac{28}{3} + 34$

$3 \cdot 39 X = 3 \cdot 28 X + 39 \cdot 98 + 34 \cdot 3 \cdot 39$

$117 X = 84 X + 3822 + 3978$

$117 X - 84 X = 3822 + 3978$

$33 X = 7800$

Rozwiązanie $X = 236\frac{4}{11}$

Sprawdzenie $236\frac{4}{11} = \frac{3}{7}(\frac{4}{13}X + 14) + 34$.

§ 107. Dla rozwiązania zadania tego iak nayogólniey; służy następujący

Wzor Działania.

Mianowanie. Odległ: szukana = X

Odległ: wiadoma = a (iak tu 34)

Godziny wprzod = b - (14)

Prędkość 1go = $\frac{c}{d}$ - ($\frac{7}{3}$)

Prędkość 2go = $\frac{e}{f}$ - ($\frac{13}{4}$)

1y potrzebuje godzin = $\frac{d}{c} X$

2gi - - - - - = $\frac{f}{e} X + b$

$$\text{Warunek: } X = \frac{c}{\partial} \left(\frac{fX}{e} + b \right) + a$$

$$\text{Przerabianie } X = \frac{c}{\partial} \left(\frac{fX + cb}{e} \right) + a$$

$$X = \frac{cfX + ceb}{\partial e} + a$$

$$\partial e X = cfX + ceb + \partial ea$$

$$\partial e X - cfX = \partial ea + ceb$$

$$X(\partial e - cf) = \partial ea + bce$$

$$\text{Rozwiązanie } X = \frac{\partial ea + bce}{\partial e - cf}$$

§ 108. Otrzymaliśmy ztąd ogólną formułę za pomocą której można rozwiązać wszystkie zadania podobne do poprzedzającego niechby w reszcie iakiemikolwiek bądź były liczby.

Ostatniego przykładu na liczbach takie byłoby Rozwiązanie

$$\begin{aligned} X &= \frac{ade + bce}{\partial e - cf} \\ &= \frac{34 \cdot 3 \cdot 13 + 14 \cdot 7 \cdot 13}{3 \cdot 13 - 7 \cdot 4} \\ &= \frac{1326 + 1274}{11} = \frac{2600}{11} \\ &= 236\frac{4}{11} \text{ iak wprzod.} \end{aligned}$$

Dotego: z wynalezioney formuły można by zrobić iedenaste nowe zadań, uważając iaką z iedenastu liter, które się składają, iako niewiadomą, a pozostałe iako wiadome.

Uwagi nad rozbiorem Matematycznym.

§ 109. Trudno się tu wstrzymać od nieuczynienia kilku uwag nad Rozbiorem Matematycznym, nad tym kluczem, czyli po-

wszecznym sposobem, którym od dwóch blisko wieków tak cudne odkrycia poczyniono w Matematyce. Podaie on naydoskonalsze przykłady sposobu iak używać sztuki rozumowania; daie umysłowi cudowną łatwość odkrywania nieznanomych rzeczy za pomocą nie wielu danych rzeczy; i używając znakow krotkich, i łatwo wyrażających wyobrażenia; wystawia rozumowi rzeczy, które inaczej zdawałyby się przechodzić sferę pojęcia iego. Tym to sposobem bardzo skroconemi być mogą geometryczne dowodzenia: długie pąsmo dowodow, w których umysł niemógłby dociec związku wyobrażeń bez ostatniego wysilenia attencyi, zamienione zostaje na znaki zmysłowe, a rozmaite działania, których wyciąga, uskuteczniają się, tych znakow kombinacją. Lecz co ieszcze dziwnieysza, jest to, że za pomocą tej sztuki, wielka liczba prawd w iednym częstokroć wierszu jest wyrażona; zamiast co trzymając się zwyczajnego sposobu tłumaczenia się i dowodzenia, trzebaby całych foliantow do obięcia tych prawd: zaczym nauczeniem się iednego wierszu rachunkowego, można wkrótkim czasie nauczyć się całych umiejętności, których inaczej zaledwo przez wiele lat nauczyćby się można. (Są to uwagi P. *d'Alemberta*).

Do wydoskonalenia się w rozbiórze służą.

§ 110. J. P. *Sniadeckiego*. Teorya Rachunku Algebrycznego, przytósowana do Geometrii i linii krzywych. 2 Tomy 4^o w Krakowie 1783.

Dzieło dopiero od nauczycielow ze smakiem czytane.

2) J. X. *Ustrzyckiego*. Algebra porządkiem do każdego zrozumienia przytósowanym ułożona. 2 T. 8^o w Warszawie 1778.

„ Procz młodzieży zakątnie edukującej się znajdzie tu Podskarbi, Ekonom, Pra-wnik, Kupiec, Rolnik, Woytkowy, Miernik, Budowniczy swych korzyści źródło. „

3.) J. P. *Lhuiler*. *Algiebra dla szkół Naro-dowych*. 4° 1782.

4.) J. P. *Clairaut*. *Elemens d'Algebre* 8° 4 Edit. Paris 1768.

Wyborne dzieło : ułożone porządkiem ia-kiego wynalazcy trzymać się mogli. W nie-wielkiej książce zamknięte jest co tylko Al-giebra ma w sobie ważniejszego.

5.) J. P. *Euler*. *Elemens d'Algebre* 2. Vol. 8° 1774.

Bardzo jasno i gruntownie iak wszystkie tego wielkiego Genjusza dzieła napisana, równie też

6.) P. *Maclaurin* *Traité d'Algebre & de la maniere de l'appliquer* przełożona z Angiel-skiego. 4° 1753. Nakomiec

7.) *Introduction a l'Analyse des Infinimens petits* przez P. *Eulera*, sławne dzieło prze-łożone z łacińskiego przez P. *Pezzi*. 8° w Strazburgu 1786.

Przy końcu umieszczoney na czele dzieła tego *Elegii* P. *Eulera* mianey w Akademii nauk 6^{to} Lutego 1785, przez P. de *Con-dorcet* iey Sekretarza, po P. d'Alembecie, to stoi na dowod doskonalenia się społeczeń-stwa ludzkiego.

„ Sa mort a été regardée comme une per-te publique même dans le pays qu'il habi-toit. L'Academie de Petersbourg a porté so-lennellement son deuil & lui a décerné à ses frais un buste de marbe, qui doit être placé dans ses salles d'assemblées. Elle lui avoit déjà rendu pendant sa vie un honneur plus singulier peut-être. Dans un tableau

allégorique, la figure de la Géometrie s'appuie sur une planche chargée de calculs; & ce sont les formules de sa nouvelle Théorie de la lune, que l'Académie a ordonné d'y inscrire. Ainsi un Pays qu'au commencement de ce siècle, nous regardions encore comme barbare, apprend aux nations les plus éclairées de l'Europe à honorer la vie des grands hommes & leur mémoire récente. Il donne à ces nations un exemple que plusieurs d'entre elles auroient à rougir peut-être, de n'avoir su, ni prévenir, ni même imiter. „

Koniec Arytmetyki.

