



ROZDZIAŁ VI.

O STOSUNKACH I PROPORCYACH.

§ 76. **N**ayważniejszą Arytmetyki częścią jest nauka o stosunkach. Skoro tylko bowiem chcemy porównać dwie rzeczy, co do ich wielkości, trzeba się ich stosunkiem zaprzątać. Nie trzeba zaś sobie wystawiać iakoby trudnemi były do pojęcia: fałszywe tylko lub mniej proste ich definicye, taki im pozor dać mogą. Takowe to podobne definicye dały pochop do przywodzenia wszystkich tak łatwych rachunków, gdy się te na nich zasadzają, pod tyśiączne reguły i nudny mechanizm, bez czego wszystkiego obeysć się może gruntownie rzecz rozumiejący.

Dawmy na to że chcemy porównywać z sobą dwie długości n. p. dwóch izb. Dwoiakię tu zachodzić może pytanie; bo albo chcemy wiedzieć *iakim kawalkiem* pierwsza długość jest od drugiej większą lub mniejszą, albo też *wiele razy* tamta jest od tey większą lub mniejszą. W obu razach dziele obydwie długości na równe części; niechby pierwsza miała 15 takich części, iakich druga ma 5 i niechby te równe części były łokciami. Odpowiedź na pierwsze pytanie byłaby

Pierwsza izba jest 10 łokciami dłuższą od drugiej

Na drugie zaś

Pierwsza izba jest 3 razy dłuższą od drugiej.

Widziemy z tego przykładu, że wyrazy stosunku są zawsze liczbami iakiemikolwiek

bądź są wielkości, które z sobą porównujemy. W pierwszym razie mamy wzgląd na ich różnicę iak tu 10, i nazywa się taki stosunek *arytmetycznym* (*ratio arithmetica*). W drugim zaś na ich wieloraz iak tu 3 wypadający z podzielenia pierwszej przez drugą; i dla roznienia go od pierwszego, nazywa się *stosunkiem geometrycznym* (*ratio geometrica*). Kiedy się niedodaje iakim jest, ma się rozumieć, że geometrycznym.

Z tego objaśnienia stosunkow wynika, że pierwsze uważać można iak zwyczajne odciąganie, a drugie iak dzielenie. Zaczynamy tymże sposobem wyrażać się mianowicie

stosunek arytmetyczny 15—5

geometryczny 15 : 3 lub $\frac{15}{3}$

Pierwsze ich wyrazy iak tu 15 nazywają się *poprzednikami* (*antecedentes*), drugie (5) *następnikami* (*consequentes*). *Wykładnikiem* stosunku (*exponens*) nazywa się w arytmetycznym różnica dwóch wyrazów, iak tu 10, w geometrycznym zaś wieloraz wypadający z podzielenia następnika przez poprzednika iak tu byłby nim ułomek $\frac{1}{3}$ czyli $\frac{1}{3}$. Biorą też za wykładnika ułomek przeciwny względem dopiero co wyrażonego, ale ten znaczy właściwie *stosunek*. Wrzeczcie na iedno to wychodzi byleby go brać iednakowo w więcej iak w iednym stosunku.

Dalsze wnioski z tego objaśnienia stosunkow i podobieństwa ich do zwyczajnego odciągania i dzielenia są te, że w arytmetycznym można dodać lub odciągnąć iaką liczbę od obydwóch wyrazow, wielkość iednak stosunku tym się nieodmieni.

Do geometrycznych zaś wszystkie te własności przy stosować można, które się stan-

wiły dla dzielenia lub ułomkow. Mianowicie

Stosunek geometryczny staie się 2, 3, 4 i ogulem n razy większym, jeżeli weźniemy poprzednika 2, 3, 4 i ogulem n razy większym.

Przeciwnie zaś tak powiększwszy następnika, tyleż razy mniejszym się staie Przeciwnie dla dzielenia. Nakoniec

Stosunek geometryczny nie odmienia się gdy rozmnóżemy lub podzielimy obydwie jego wyrazy przez iednąż liczbę.

Wyrazy zaś takiego stosunku są zawsze liczbami całkowitemi, lub do takich przywieść się mającemi, albo też tak mało się od nich różnić mogącemi iak się tylko podobą lub potrzeba. Bo jeżeli są ułomkami przywodzą się te, do jednakowych mianowników, a wtedy liczniki tylko z sobą porównywać trzeba. Jeżeli zaś są niespołmiernemi, za użyciem dziesiątnych, tak mogą być do całkowitych przybliżonemi iak się tylko podobą.

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = \frac{10}{15} : \frac{12}{17} = 10 : 12$$

$$3\sqrt{3} : 7\sqrt{3} = 3 : 7$$

$$15 : \sqrt{3} = 15 : 1$$

$$\text{ściśle} = 150 : 17$$

$$\text{jeszcze-dokładnie} = 1500 : 173 \text{ i t. d.}$$

§ 77. Jeżeli uważamy dwa równe stosunki, mówi się, że się zaprzątamy *proporcją* tych wyrazów, które do nich wchodzą, do tego *arytmetyczną* jeżeli są stosunki *arytmetycznemi*, *geometryczną*, jeżeli są *geometrycznemi*.

Stosunki zaś tedy są sobie *rownemi*, gdy ich *wykładniki* są równe.

Te zaś mogą być liczbą całkowitą nie-
spodnierną, tak się do spólnierney przybli-
żającą iak się tylko podoba, lub potrzeba

w stosunkach są wykładniki

$$20 : 5 \quad - \quad - \quad - \quad \frac{1}{4}$$

$$27 : 57 \quad - \quad - \quad - \quad - \quad 2 \frac{1}{9}$$

$$20 : 5 \sqrt{3} \quad - \quad - \quad - \quad 0.4$$

lub 0,43

jeszcze dokładniej 0,433 i t. d.

Z znaczenia samego proporcji wynika
pospółb wyrażenia onych

arytmetyczną ma taką postać $5-15=2-12$

geometryczną - - $3:15=4:20$

i ogólniey pierwszą - $a-b=c-d$

druga - - - $a:b=c:d$

Wykładnikami dwóch stosunków pierwszej
proporcji są tu 10, drugiej 5. Ponieważ
w proporcji arytmetycznej jest następnik
równy do summy z poprzednika i wykła-
dnika, a w geometrycznej, następnik równy
do produktu z poprzednika przez wykła-
dnika, nazwawszy więc w pierwszej pro-
porcji wykładnika ogółem literą d , a w
drugiej literą n , taką można im jeszcze
dać ogólną postać

proporcja arytmetyczna $a-a+d=b-b+d$

geometryczna $a:an=b:bn$

Jeżeli następniki są mniejszemi od poprze-
dników, będzie znaczyć d liczbę ujemną
a n ułomek właściwy.

Mogą zaś w proporcji być dwa średnie
wyrazy równemi: nazywa się w tedy *propor-
cją ciągłą* (continua). Ogólne ich wyra-
żenia są

proporcja ciągła arytmety: $a-a+d-a+2d$

- - - geometryczna $a:na:n^2a$

§ 78. Rzuciwszy okiem na poprzedzające proporcye, wyrażone szczególnie na liczbach, z ogółem literami, odkrywamy wielkiej wagi własność dla użytecznych zastosowań, zwłaszcza drugiey proporcyi: mianowicie,

W arytmetyczney iest summa skrajnych wyrazow, iak tu $5+12$ rownie iak i średnich $15+2$ rowna do 17 zatym sobie rowne.

W geometryczney zaś iest produkt z skrajnych (3×20) równy produktowi z średnich (15×4) obydwu bowiem są równe do 60 .

Ogólne tego dowodzenie wywodzi się z ogólnego literami wyrażenia namienionych dwóch proporcyi: mianowicie iak summy skrajnych i średnich wyrazow w pierwszej tak też i produktu z takich wyrazow w drugiej, wyrażają się literami iednakowemi.

W proporcjach zaś ciągłych iest, w arytmetyczney summa dwóch skrajnych równa do podwoynego średniego; w takiej zaś geometryczney produkt z dwóch skrajnych równy iest do kwadratu z średniego wyrazu.

Z tąd i na wzajem, jeżeli dwa wielkości są równe $ad=bc$ będzie można z ich czynników uformować proporcją $a : b = c : d$

bo ponieważ $ad=bc$

iest też $\frac{ad}{b} = \frac{bc}{b}$

czyli $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

lub nakonieca $a:b=c:d$

Jeżeli zaś liczba kwadratowa iest równa do produktu z dwóch czynników złożonego; pierwiastek iey iest średnią geometrycznie proporcjonalną między obydwoiema czynnikami.

79. Na tych własnościach proporcji geometryczney, zasadzają się odmiany, które z iey wyrazami czynić można, nie psując proporcji: bo wykładniki zawsze równemi zostaną. Te są następujące odprawione na proporcji.

$$a : b = c : d$$

$$1) na : nb = c : d \quad \text{toż i dzieląc zamiast}$$

$$2) na : nc = b : d \quad \text{mnożenia przez } n$$

$$3) d : c = b : a$$

$$4) a : c = b : d \quad (\text{permutando s vicissim})$$

$$5) a+b : b = c+d : d \quad (\text{componendo vel dividendo})$$

$$6) a+b : a = c+d : c \quad \text{quentes}$$

$$7) a+d : b+d = a : b \quad (\text{antecedentes vel conse-}$$

$$8) a+b : a-b = c+d : c-d \quad (\text{summando vel differen- tando})$$

$$9) a : a+b = c : c+d \quad (\text{convertendo})$$

$$10) b : a+b = d : c+d$$

Można sobie te odmiany i na liczbach ieszcze objaśnić i słownie one wyrażać, tak n. p. 4^a znaczy; stosunek poprzedników iest równy stosunkowi następników, co w tedy tylko ma miejsce, gdy wszystkie cztery wyrazy iednakowy gatunek rzeczy znaczą. 5^a i 6^a takby się wyraziła: summa lub różnica dwóch pierwszych wyrazów ma się do następnika lub poprzednika, iak summa, albo różnica dwóch drugich wyrazów, do swego następnika lub poprzednika.

W pierwszej z tych odmianie powiększa się lub zmniejsza wykładnik iednością, podług tego iak bierzemy summę lub różnicę dwóch wyrazów; że zaś wykładniki były sobie w przód równe, więc i po tey odmianie zostaną sobie równemi, zaczym i proporcjonalność wyrazów zachowaną zostanie. Takim wzo-

rem i inne odmiany przez rozumowanie o-
biaśniać sobie można.

§. 80. Drugim wielkiej wagi wnioskiem ta-
kże z własności proporcji wynikającym jest
*Zadanie. Mając dane trzy wyrazy pro-
porcji arytmetycznej lub geometrycznej
wynaleść czwarty*

Rozwiązanie 1° $a - b = c - x$

ponieważ $a + x = b + c$ (§78)

jest także $x + a = a$

czyli $x = b + c - a$ (§19)

2° W geometrii: proporcji jest $ad = bc$

zaczynam $\frac{ad}{a}$

czyli $\frac{d = bc}{a}$ (§19)

To jest w proporcji arytmetycznej, jest
czwarty wyraz równy do dwóch średnich
mniejszy pierwszym, zaś w geometrycznej jest
czwarty wyraz równy do produktu z dwóch
średnich podzielonego przez pierwszy wy-
raz. I wzajemnie

Dla wynalezienia średnie ciągle arytmetycznego wyrazu między dwoma skrajnymi
trzeba tylko wziąć tych połowę summy.

Zaś dla wynalezienia średniej ciągle geometrycznej proporcjonalnego, między dwoma skrajnymi wyrazami, trzeba z ich produktu wyciągnąć pierwiastek kwadratowy.

$$7 - 9 = 4 - x = 9 + 4 - 7 = 13 - 7 = 6$$

$$4 : 15 = 6 : x = \frac{15 \times 6}{15 \times 3} = 22\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{c} 4 \quad 2 \\ 7 - 9 - x = 2.9 - 7 = 18 - 7 = 11 \end{array}$$

$$7 : 14 : x = \frac{14^2}{7} = \frac{196}{7} = 28$$

$$\begin{array}{c} 7 \quad 7 \\ \text{i w zaimnie } 9 = \frac{7+x}{2} = \frac{7+11}{2} \end{array}$$

$$14 = \sqrt{7 \cdot x} = \sqrt{7 \cdot 28} = \sqrt{196}$$

Wynaydowanie średniej ciągle arytmetycznie proporcjonalnej, tedy naybardziej ma miejsce gdy wypadają dwie rozmaite ważności dla iedneyże wielkości, z których niema przyczyny przekładania iedney nad drugą, tedy bowiem szuka się tym sposobem takiej, któraby się naybardziej do prawdy zbliżała.

§ 81. Na rozwiązaniu drugiey części poprzedzającego zadania. którym wynayduie się czwarty geometrycznie proporcjonalny wyraz do trzech danych, załada się wielkiey wagi przytłóśowanie w pożyciu, nazwane *Regulą ze trzech* (*Regula trium*) czyli *złotą* (*regula aurea*) dla wielkiego iey użytku. Zachodzi bowiem zawsze takowa proporcya między towarami i ich ceną, toż między robotą i płacą i t. d.

Takiby sobie tu można przytoczyć

Przykład. 18 Funtow kosztuje 33 Złotych, wieleż kosztować będą 30 funtow.

$$18 \text{ fi } 30\text{f} : = 33\text{zł} : x = \frac{33 \times 30}{18} = 55\text{zł}.$$

Pomniac na to co się w § 79 mówiło, można skrócić tę robotę, biorąc zamiast dwóch pierwszych wyrazow lub poprzedników wielorazy, wypadające z podzielenia ich przez iednąż liczbę; co zawsze ma miejsce, gdy takie wyrazy rozłożone być mogą na czynniki, z których niektóre w dwóch z tych wyrazow, są sobie równe. Dopiero co wyrażoną proporcya takby się odmieniać mogła

$$18 : 30 = 33 : x$$

$$3 : 5 = 33 : x$$

$$1 : 5 = 11 : x = 55$$

Skroceń takowych nie trzeba zaniedbywać.

Kupcy tak regułę tę wyrażać zwykli

18 f—33 zł—30f:

W czym porównywiają się funty ze złotem. Mechanicznie rzeczy biorąc uchodzi im to. Czwarty zaś wyraz tenże sam wypaść powinien, ponieważ nie trzeba tu uważać liczb iak gdyby iaki gatunek rzeczy znaczyły.

Zamiast przytaczania wielu przykładów zafadziających na takich proporcjach, i których wiele znajdzie każdy w zwyczajnych książkach arytmetycznych, tudzież podawania reguł mechanicznych, iak wyrazy do proporcji wśchodzące układać; idąc za wzorem Pana Kęstnera, wyłożę tu z dzieła tego parę ogólnych zadań pod które wszystkie prawie rodzaje Reguł ze trzech podciągniętemi być mogą.

§ 82 Zadanie. *Podzielić liczbę na części w danym stosunku.*

Rozwiązanie i dowodzenie. *Dzielić daną liczbę przez sumę wyrazów danego stosunku, i rozmnażam wieloraz przez każdy z tych wyrazów.*

Przykład liczebnny. Niech będzie dana liczba 72 do podzielenia w stosunku 5 : 4

$$\begin{array}{r} 72 = 8 \quad 8 \\ 5+4 \quad 5 \quad 4 \\ 40 : 32 = 5 : 4 \\ 40 + 32 = 72. \end{array}$$

Rozwiązanie i dowodzenie ogólne. Niech będzie dana liczba c do podzielenia w stosunku $f : g$

$$\begin{aligned} \frac{cx}{f+g} : \frac{cx}{f+g} &= f : g \quad (\S 76.) \\ \frac{cx}{f+g} + \frac{cx}{f+g} &= c \frac{(f+g)}{f+g} = c \quad (\S 19) \end{aligned}$$

Iiefzcze

I jeszcze ogólniey. Niech będzie liczba e do podzielenia w stosunku $f : g : h$ i t. d. części te są ef , eg , eh

$$\frac{ef}{f+g+h} : \frac{eg}{f+g+h} : \frac{eh}{f+g+h} = f : g : h$$

$$\text{Ich zaś summa} = \frac{e(f+g+h)}{f+g+h} = e$$

§ 83. Pod to zadanie podciągniętą zaraz być może *regula spotki* (*regula focietatis*). Trzeba tu bowiem podzielić n. p. zysk cały na części w stosunku składki każdego.

Przykład. Dajmy na to, że trzech kopców złożyło się razem.

$$A \text{ dał } 1000 \text{ Złotych} = f$$

$$B \quad - \quad 700 \quad - \quad - \quad = g$$

$$C \quad - \quad 900 \quad - \quad - \quad = h$$

$$\text{razem} \quad 2600 \text{ Zł.} = f+g+h$$

$$\text{tym zyskali } 1500 \text{ Zł.} = e$$

będzie z tego zysku przypadać

$$\text{dla } 1^{\text{go}} \text{ część} = \frac{e \cdot f}{f+g+h} = \frac{1500 \times 1000}{1600} = \frac{15 \times 500}{13} = 576 \frac{12}{13}$$

$$2^{\text{go}} \quad - \quad \frac{e \cdot g}{f+g+h} = \frac{15 \cdot 700}{26} = \frac{15 \times 350}{13} = 403 \frac{11}{13}$$

$$3^{\text{go}} \quad - \quad \frac{e \cdot h}{f+g+h} = \frac{15 \cdot 900}{26} = \frac{15 \times 450}{13} = 519 \frac{3}{13}$$

$$\text{Summa wzytych 3 części} = e = 1500 \text{ Zł.}$$

Reguła ta mogłaby też być wyrażoną i pod kształtem zwyczajnych proporcji, którychby tyle było, ile wyrazów w stosunkach. n p.

$$2600 : 1500 = 1000 : x$$

$$\text{lub } 26 : 15 = 1000 : x = \frac{15 \cdot 500}{13} = 576 \frac{12}{13}$$

$$= 700 : y = \frac{15 \cdot 350}{13} = 403 \frac{11}{13}$$

$$= 900 : z = \frac{15 \cdot 450}{13} = 519 \frac{3}{13}$$

Da

Przyśtofowaniem tego zadania jest także reguła mieszaniny (regula alligationis).

Przykład. Trzeba zrobić ^e 1000 funtów prochu. Przypuszczając, że na funt ^f dobrego prochu, potrzeba ^g 16 funtów saletry, ^h 6 łotów węgla i 4 łoty siarki.

$$1^a \text{ część} = \frac{1000}{32+6+4} = \frac{1000 \cdot 16}{16+3+2} = \frac{1600}{21} = 76 \frac{1}{21} f$$

$$2^a \quad - \quad - \quad - \quad = \frac{1000 \cdot 3}{16+3+2} = \frac{3000}{21} = 14 \frac{1}{21} f$$

$$3^a \quad - \quad - \quad - \quad = \frac{1000 \cdot 2}{16+3+2} = \frac{2000}{21} = 95 \frac{1}{21} f$$

$$\text{Ich summa} = 1000$$

Zamiast wyrazów czyniących stosunki 1 f: 6 łot: 4 łot: przywiedliśmy je do łotów i przez 2 podzieliwszy otrzymałem 16:3:2.

§ 84. Twierdzenie. Jeżeli $a:b=c:d$

$$\text{to } e:f=g:h$$

$$\text{to } ae:bf=cg:dh$$

Dowódzenie. dla wziętych dwóch tych proporcji

$$\text{jest } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{także } \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$$

$$\text{z tąd } \frac{ae}{bf} = \frac{cg}{dh}$$

$$\text{czyli } ae:bf=cg:dh$$

Przykład $3:6=7:14$

$$5:30=4:24$$

$$15:180=28:336$$

$$\text{ponieważ } \frac{15}{180} = \frac{1}{12} = \frac{28}{336}$$

Wniosek 1. Jeżeli $e=b$ i $g=d$

czyli $a:b=c:d$

$b:f=d:h$

to także $a:f=c:h$ (*ordinatim & ex aequo*).

podobnież niech $b=e$ i $c=h$

lub $a:b=c:d$

$b:f=g:d$

także $a:f=g:d$ (*perturbate & ex aequo*).

Wniosek 2. Stosunek z $a:f$ nazywa się złożonym (*ratio composita*) z stosunków $a:b$ i $b:f$ czy te są równe lub nie czyli

$$a:f=(a:b) \div (b:f)$$

w którym to wyrażeniu trzeba różnić stosunki od wielorazów, bo nie jest $\frac{a}{f} = \frac{a}{b} \div \frac{b}{f}$

Tak sobie to objaśnić można.

Chcąc porównywać 3 z 60 mogą najprzód porównywać 3 z 12 lub dochodzić wiele razy znajdując się 3 w 12, toż dopiero dochodzić wiele razy 12 znajdując się w 60, a tak wynayduję, że stosunek 3:60 składa się z stosunków 3:12 i 12:60 to znaczy

$$3:60=(3:12) \div (12:60)$$

Wniosek 3. W twierdzeniu tego § wywieśliśmy stosunek produktów $ae:bf$ z stosunków $a:b$ i $e:f$ może tedy stosunek tych produktów nazywać się złożonym z stosunków czynników: że nim jest w samej rzeczy tak się to dowodzi.

$$\begin{aligned}
 a:b &= a:b \\
 c:f &= b:x \\
 \hline
 ac:bf &= a:x \\
 &= (a:b) \cdot (b:x) \\
 &= (a:b) \cdot (c:f)
 \end{aligned}$$

Ponieważ za pomocą niniejszego twierdzenia, można z dwóch proporcji zrobić jedną, a do tej znowu inną przyłączywszy, zrobić coraz z dwóch, trzech, czterech i t. d. jedną tylko; można więc i więcej iak dwa stosunki złożyć do kupy.

$$\begin{aligned}
 \text{Niech będzie } a:b &= a:b \\
 c:d &= b:q \\
 e:f &= q:r \\
 g:h &= r:s
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{To } aceg : bdfh &= a:s \\
 &= a:b \cdot b:q \cdot q:r \cdot r:s \\
 &= a:b \cdot c:d \cdot e:f \cdot g:h
 \end{aligned}$$

Mianowicie: *stosunek składany jest ten, który ma za poprzednika produkt z poprzedników, a za następnika produkt z następników.*

$$\text{Wniosek 4. } fg:gh = f:h \cdot g:g = f:h.$$

Wkładaniu więc stosunków, można uważać stosunek równości $g:g$ lub $1:1$ iak o .

$$\begin{aligned}
 \text{Wniosek 5. } f:h \cdot g:k \cdot k:g &= fgk:hkg \\
 &= f:h
 \end{aligned}$$

Muszą więc stosunki $g:k$ i $k:g$ w składaniu stosunków wzajemnie się niśczyć, zachyć być sobie przeciwnemi (negativæ). Zatem jest $k:g = -(g:k)$ czyli odwrotny stosunek jest wiernym, względem zwyczajnego (ratio reciproca est directæ negativæ).

Na tym twierdzeniu zakłada się ieszcze następujące wielkiey wagi.

§ 25 *Zadanie. Jeżeli iaka skutkująca przyczyna C w czasie ψ sprawia skutek E zaś c,*

t, e podobne tantym rzeczy znaczą, wynaleść stosunek skutków

Rozwiązanie i Dowodzenie. Jeżeli przyczyny są równe, to skutki tak się między sobą zawierają jak czasy; jeżeli zaś są czasy jednakowe, jak przybyzyny.

Wziąwszy tu n. p. za przyczyny skutkujące dwie równe partye robotników, z równą usilnością pracujących, im dłużej jedna partya robić będzie, tym więcej zrobi, jeżeli zaś w równych czasach pracują dwie nierówne partye robotników, tym większa będzie robota, im więcej ich będzie.

Nazwawszy więc literą s skutek przyczyny C w czasie t , wynika podług tych dwóch zasad,

$$P: t = E: s$$

$$C: c = s: e$$

zaczynam podług § 84 $CT: ct = E: e$

Czyli ogółem skutki zawierają się jak produkt z przyczyn przez czasy.

Jak dalece zadanie to jest ogólnym i użytecznym poznać to można z następujących wniosków i przytóżowań.

§ 86. *Wniosek 1.* Ponieważ w proporcji geometryczney jest produkt z skrajnych wyrazów równy produktowi z średnich (§ 78) więc

$$\text{z proporcji } CT: ct = E: e$$

$$\text{wynika } CTe = ctE.$$

Ze zaś podzieliwszy dwa te równe wyrażenia przez każdą parę z tych liter, które są po iedney stronie, nie odmieni się ich wielkość, wynayduie się więc tak expreffya każdej z tych sześciu liter, którą za nieznaną wziąć można, a inne iako wiadome. I tak

$$\begin{array}{l}
 CTe = ct E \\
 1) \quad c = \frac{ct E}{CT} \\
 2) \quad T = \frac{ct E}{C c} \\
 3) \quad C = \frac{ct E}{T e} \\
 4) \quad E = \frac{CTe}{ct} \\
 5) \quad t = \frac{CTe}{cE} \\
 6) \quad c = \frac{CTe}{tE}
 \end{array}$$

Przykład. $\overset{C}{7000}$ Zł: $\overset{T}{daią}$ w $\overset{E}{12}$ latach $\overset{c}{4000}$
prowiky; iakż prowikyg dadżq $\overset{c}{13000}$ Zł:
 $\overset{t}{w}$ $\overset{9}{9}$ latach?

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{ctE}{CT} = \frac{13000 \times 9 \times 4000}{7000 \times 12} \\
 &= \frac{13 \times 9 \times 4000}{7 \times 12} = \frac{39000}{7} \\
 &= 5571\frac{3}{7}
 \end{aligned}$$

Nazywa się reguła ta *regułą z pięciu* (reguła de quinque) dla tego, że za pomocą pięciu wyrazów znaiomych wynayduie się szósty. Zaniast niey służyc może podwoyną reguła prosta, szukacby trzeba na ten koniec nayprzod *s* przez iedną proporcya, potym *e* przez drugą. Ze zaś *s* iak tu częsta ułomkiem bywa, staie się przeto reguła z pięciu wygodnieyszą. W refzcie możnaby podobne przypadki i tak wyrachować.

7000 Zł: daią na 1 rok $\frac{4000}{12} = \frac{1000}{3}$ prowizyi

zaczynam 1000 zł: 1 - $\frac{1000}{3}$ - - - -

z tą 13000 - 1 - $\frac{3 \times 7}{1000 \times 13}$

a - - - na 9 lat $\frac{3 \times 7}{1000 \times 13 \times 9} = \frac{7}{13000 \times 3}$

Przykład ten daie pochop do następującego

Uwagi. Arcy pożytecznym byłoby dla Narodu uskutecznienie projektu, iednego z najsłwiatlejszych mężów naszych ustanowienia *Banku publicznego*. Potrzeba iego tym bardziey czuć się wżysłtkim daie, gdy się często zdarzaia u nas bankrutowania, zapewne nieszczęśliwe czyli tak nazwane u Francuzow *la Faillite*, bo przynaymniej dotąd bezkarne.

Jakie pożytki wyniknąć mogą z takowego Banku dla całego Kraiu w ogólności, a dla szczególnych osób w szczególności, wyczytać to można w opisanii Banku Londyńskiego umieszczonym w Pamiętniku hist: polit: dziele peryodycznym J. X. *Switkowskiego*, od lat 8 iuż stałe trwającym. (Tom III. r. 1784 pag: 861.)

Wartość pieniędzy w biegu zwyczajnym iest mnieysza od pieniędzy w banku, gdzie się pieniądze w naylepszym złocie i frebze składaia, tak że 104 zł: w kursie czyni 100 zł: w banku; różnica ta 4 m. l. w. nazywa się *Agio di banco*. Za pomocą zwyczajney reguły ze trzech z łatwością zamieniaia się iedne takie pieniądze na drugie.

Wniosek 2. Z formuły $CtE = ctE$ wynika także więcey wnioskow, ieżeli uważemy dwie rzeczy iednakowemi literami wyrażone mnieyszą i większą, iako równe n. p.

Jeżeli $c = E$
 jest także $Ct = ct$
 a z tad $C:c = t:T$ (§ 78)

To iest ieżeli skutki są równe, są przyczy-
 ny — — — — — niku odwrotnym względem czasow

c t

Przykład. 100 osób trawia w 3 tygodniach
 c C T
 40 cebnarow mięsa, wieleż osób strawi w 5
 E
 tygodniach tęż samą żywność?

Tu iest $c = E$
 zaczym $C = ct = \frac{100 \times 3}{5} = 60$

Takowa reguła nazywa się regułą ze trzech
 odwrotną (reguła trium inverfa). Widzie-
 my, że się bez niej obeysć można, skoro
 ułożemy wyrazy proporcji iak się należy.

Wniosek 3. Inne przystofowanie twierdze-
 nia § 84 pokazuje się w porownywaniu ro-
 zmaitych liczb imiennych, iako to monet,
 miar i t. d.

Przykład 1. Niewie kto wiele łokcie Pol-
 skie, czynią w łokciach Tureckich; ale wie
 tylko, że 41 łokci Polskich, czyni 34 łokci
 Moskiewskich, i że 16 łokci Moskiewskich
 czyni 17 łokci Tureckich: chce z tego doysć
 stosunku łokcia Polskiego do Tureckiego.

1 ł. Pol. : 1 ł. Mosk. = 41:34
 1 ł. Mos. : 1 ł. Turec. = 16:17
 zaczym 1 ł. Pol. ; 1 ł. Turec. = $\frac{41 \cdot 16}{34 \cdot 17}$
 $= 41.8 : 17.17$
 $= 328 : 289$

uchybiecie na 800 łokciach prawie = 17 : 15
 ledwie doydzie 1 łokcia