



ROZDZIAŁ III.

TRYGONOMETRYA PŁASKA.

§ 24. Jużśmy widzieli w Rozdziale I. § 60, 69... że trzy rzeczy dostateczne wiadome w trójkącie, wyznaczają w nim pozostałe. Zaś z § 7. Uwa: poprzedzającego Rozdziału poznaliśmy przypadki, w których także wykreślić można trójkąt podobny do danego, a to z wiadomości trzech rzeczy dostatecznych. Jużby więc dosyć było na tej własności, aby móc wymierzać odległości niedostępne, a nawet i okolicę, połączyny z sobą przedmioty liniami, tak, żeby te formowały boki trójkątów. Mianowicie w jednym tylko z tych trójkątów wymierzysz bok i kąty, a w innych przynajmniej po dwa kąty. Lecz do błędów, które się już mierząc na ziemi popełniały, przyłączają się jeszcze większe w konstrukcyi na papierze, w której małe na oko uchybienie znacznym jest w rzeczywistej mierze. Te błędy pochodzą z niedoskonałości narzędzi naszych i zmyłków. A na koniec wnosimy z małego do wielkiego; mogą więc mimo doskonałości przepisów teorii, takie nareszcie nagromadzić się błędy w przytłosowaniu, że położenia obiektów wcale fałszywieby wypadły. Widzieliśmy w prawdzie, że za pomocą mierniczego stołka ułożenia P. Hogrewe, przeniesć można na papier dosyć dokładnie, okolicę z 3 do 4 mil kwadratowych, lecz dla tego samego nie jest dostatecznym do wymierzenia całej Prowincyi.

Ponieważ tedy idzie tu tylko o troykąt, szukano sposobow i wynaleziono ie, iak z wiadomości trzech rzeczy dośćtecznych w troykacie wyznaczyć pozostałe przez rachunek. Nauka podająca do tego sposoby, nazywa się *Trygonometrią*:

§ 25. Gdyby boki w troykacie tak się zawierały, iak kąty; wzięłaby się taka proporcya za fundament rachunku: lecz fałszywy pokazuje nam dorazu troyką prostokątny u wierzchołka, i razem równoramienny. Jest w nim bowiem kąt u wierzchołka 2 razy większym od każdego z kątów przy podstawie, ale bok iemu przeciwległy, nie jest takim względem innych, bo inaczej dwa boki troykąta byłyby razem równe do trzeciego.

Zamiast kątów wzięto stosunek linii nazywanych *wstawami*; ważność ich własności pociąga za sobą konieczność zażenowania się nad niemi.

§ 26. *Wstawą łuku* (sinus) nazywa się *pro-* Figu:
22.
stopadła spuszczone od iednego końca łuku na promień poprowadzony do drugiego końca tegoż łuku. I tak wstawą łuku *AB* jest *BD*.

Ta linia *BD* jest połową cienciwy *BN* łuku *BAN* dwa razy większego od *AB*. Ztąd druga iey definicya powstaje. Zdaie się, że od tego też wzięto początek nazwisko łacinsko sinus: bo cienciwa nazywa się *inscripta circulo*, a iey połowa czyli wstawa *semiscripta* *inscriptae*, a skracając *s. ins.* Wstawy rosną aż do wstawy łuku 90° ; staie się wtedy wstawa równą od promienia, dla tego też nazywa się *wstawą całą* lub *promieniem*. Jeżeli łuk ieszcze się powiększa, zmniejsza się iego wstawa. I tak wstawą łuku *AFb* mniejszego od 180° łukiem *bm*, iest ieszcze taż sama co i łuku *bm*, który iest tym spe-

nieniem. Wstawę łuku *Am* jest *nd* podług danej pierwszej definicyi wstawy. Wstawę łuku *AFN* jest *ND* Ponieważ więc zmniejszając się coraz, przechodzą wstawy z 180 do 360 kwadranta koła przez zero, są więc w I. i II. kwadransie przydaynemi, a III. i IV. ujemnemi (Rozd: II. § 1.)

§ 27. Wstawę łuku *BF* dopełnienia łuku *AB* do 90° jest *BH*, nazywa się *dostawą* (cosinus od complementi sinus) łuku *AB*: jest zaś równą do *DC* która się coraz bardziej zmniejsza przy powiększaniu się wstawy, tak że dostawę łuku od 90° jest zero, łuku od 180° jest promień od 270° jest zero od 360° jest znowu promień. Są więc dostawy w I. i III. kwadransie przydayne, w II. i IV. ujemne.

$CD^2 + BD^2 = CB^2$, to jest *kwadrat z promienia jest zawsze równy do summy kwadratow z wstawy i dostawy*:

§ 28. Po wstawach i dostawach mają między innemi trygonometrycznemi liniami, stycznne i dostyczne. *Styczną* łuku (tangens) jest prostopadła wystawiona do promienia przy jego zeyściu się z końcem łuku, i zakończona z drugiej strony przedłużeniem promienia przez drugi koniec łuku przechodzącego. *Styczną* łuku *AB* jest *AE*. *Styczną* łuku *BF* dopełnienia jest *GF*, czyli *dostyczną* łuku *AB*.

Styczne rosną aż do łuku 90°, gdzie stają się nieskończenie wielkimi (infinitæ). *Styczną* łuku *AFb* jest *Ae* (podług definicyi) pada zaś z przeciwnej strony względem *AE*: może więc z dwóch miar nazwać się ujemną względem pierwszej (§1.) *Styczną* łuku *AFn* jest *mM = AE*, zaś *AFN* jest *Ae*, są więc styczne w I. i w III. przydaynemi, a w II. i IV. ujemnemi.

Sieczną łuku AB (secans) jest CE , zaś jego dosieczną (cosecans) CG

Dosłyczne, sieczne i dosieczne powiększają się tak i zmniejszają jak słyczne, dostawy i wstawy.

§ 29. Ponieważ trójkąty CAE i CFG , są podobne mając procz kątów prostych przy A i F , także równe kąty $G=ACE$ iako kąty na przemian linii równoodległych GF , AC przeciętych przez EC : wynika z tąd proporcya

$$CA : AE = GF : FC$$

nazwawszy ogółem promień literą R , łuk zaś AB literą a wynika z tąd

$$\text{slyczna } a \times \text{dosły } a = R^2$$

podobnież slyczna $b \times \text{dosły } b = R^2$

Zaczym slyczna $a \times \text{dosły } a = \text{slyczn. } b \times \text{doslyczn. } b$. To jest slyczne są w słojunku odwrotnym względem doslycznych.

§ 30. Zachowawszy litery R do wyrażenia promienia (radius) zaś a dla łuku AB ; z podobieństwa trójkątów, które się tu po formuią, wynikną takie expressey dla linii trygonometrycznych.

$$CD : CA = DB : \text{slyczn. } a = \frac{\text{wsta. } a \times R}{\text{dosły. } a}$$

$$CH : BH = CF : \text{dosły. } a = \frac{\text{dosły. } a \times R}{\text{wsta. } a}$$

$$CD : CB = CA : \text{sieczn. } a = \frac{R^2}{\text{dosły. } a}$$

$$CH : CB = CF : \text{dosieczn. } a = \frac{R^2}{\text{wsta. } a}$$

§ 31. Ogólna expresseya R promienia dostateczną jest do przeświadczenia nas, że równania trygonometryczne są prawdziwemi, iakąkolwiek bądź jest wielkość koła, w którym je uważamy. Jest więc ważność pro-

mienia arbitralną, byleby raz wyznaczoną zawsze zachować; inaczej wszystkie linie trygonometryczne odmieniłyby się z promieniem. Jeżeli zamiast Cb weźmiemy Cki nakerślemy łuk kl , chociaż ten tyle ma w sobie stopniów co i łuk bm będąc każdy z nich miarą kąta $bCin$ nie jest jednak wstawą jego $b\delta$ lecz km : Z podobieństwa zaś trójkątów $Cb\delta$, Ckm wynika $\frac{ck}{bc} = \frac{bd}{bc}$. Toż samo ma

miejsce i dla każdej linii trygonometrycznej. Jest więc stałym stosunek między jakąkolwiek bądź linią trygonometryczną i promieniem. Niech będzie w ogólności L linią trygonometryczną dla promienia R , takąż linią L' dla promienia R' będzie zawsze $R:L=R':L'$ zaczym $L'=LR'=LR'$ jeżeli weźmiemy $B=1$. R

To jest wziąwszy promień za jedność (co rachunki wielce skraca, expresse zaś prostszemi czyni), aby mieć linią trygonometryczną dla niego wynalezioną, podług innego promienia; rozmnożyć tylko ją trzeba przez ten dany promień; i wzajemnie podzielić ją przez ten dany promień, aby mieć linią trygonometryczną podług promienia $=1$.

§ 32. Ponieważ tedy stosunek wstawy do promienia jest stałym, gdyby więc podzieliwszy promień na jaką liczbę równych części, wynalezione były w takich częściach długości wszystkich wstaw od najmniejszej do największej, to jest od wstawy łuku 0° do wstawy łuku 90° : Już przez to samo moglibyśmy wyrachować niektóre części w trójkącie prostokątnym. Dajmy nato, że w trójkącie Cmk jest wiadomą przeciwprostokątną Ck n. p. w łokciach i kąt C dla

wynalezienia boku km takąby uformował proporcją.

$$Cb : b\partial = Ck : km$$

to jest Promień wst: : $C = Ck : km$

Ponieważ iak niżey obaczemy, służą wynalezione wstawy w częściach promienia, do wynalezienia pozostałych części i w każdym innym jakimkolwiek troykącie, trzeba więc nam pokazać tu sposób iak się wynayduia.

§ 33. Wiadomą jest wstawa $30^\circ = \frac{1}{2} R = 1$;
(Roz. I. § 91) wziąwszy $R = 1$

Z tąd iego dottawa czyli wstawa $60^\circ =$
 $\sqrt{R^2 - wsta^2 30^\circ} (\S 27) = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Podobnież; ponieważ $R^2 = wsta^2 45^\circ + wsta^2 45^\circ = 1$;
zaczyn $wsta^2 45^\circ = \frac{1}{2}$
i $wsta. 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Z tąd wynayduiemy coraz nowe wstawy za pomocą następującego.

§ 34. ZADANIA. Mając dane dwóch łukow *Figu:*
wstawy i dostawy wynaleść, wstawy i do- 24.
stawy tych łukow summy i różnicy

Wstawą łuku ab jest bh , a dostawą ch
- - - - $b\partial$ - ∂f - - - cf

Poprowadziwszy linie punktowane na figurze i nazwawszy większy łuk a mniejszy b , promień $= 1$

będzie wstawa $a + b = \partial k$; dostawa $= ck$
wstawa $a - b = el$ $= mk$ - - $= cl$

$$\triangle cbh \quad \triangle cfi$$

z tąd $cb : bh = cf : gk = wsta. a \times dost. b$

$$\triangle cbh \quad \triangle \partial fg$$

z tąd $cb : ch = \partial f : \partial g = dost. a \times wsta. b$

zaczyn $wsta. a \pm b = wsta. a \times dost. b \pm dost. a \times wsta. b$

Dla dostaw

$$\triangle cbh \triangle cfi$$

z tąd $cb : ch = cf : ci = \text{dost. } a \times \text{dost. } b$

$$\triangle cbh \triangle dfg$$

z tąd $cb : bh = df : fg$ czyli $ki = \text{wft. } a \times \text{wft. } b$
lub li zaczynam dost. $a \cdot b = \text{dost } a \times \text{dost } b = \text{wft. } a \times \text{wft. } b$

Słownie takby się to rozwiązanie wyraziło.

Wstawia sum: dwóch łuków jest równa do summy, a różnica ich do różnicy dwóch produktów, z których pierwszy jest produktem z wstawy większego przez dostawę mniejszego, a drugi z dostawy większego przez wstawę mniejszego.

Dostawa różnicy dwóch łuków jest równa do summy, a ich summy do różnicy dwóch produktów, z których pierwszy jest produktem z ich dostaw, a drugi z ich wstaw. *

§ 35. Za pomocą tego ogólnego wyrażenia, możemy dojść wstawy, dostawy łuku 2 razy większego, 2 razy mniejszego, wzięwszy tylko $b = a$ będzie mianowicie.

$$\text{wft. } 2a = \text{wft. } a \times \text{dost. } a + \text{wft. } a \times \text{dost. } a = 2 \text{ wft. } a \times \text{dost. } a$$

$$\text{zaś dost. } 2a = \text{dost. }^2 a - 2 \text{ wft. }^2 a$$

Uważając kwadrat z wstawy jako różnicę między kwadratem z promienia i kwadratem z dostawy, toż dla kwadratu z dostawy; zamieni się ostatnia expressya na następujące dost. $2a = 1 - \text{wft. }^2 a - \text{wft. }^2 a = 1 - 2 \text{ wft. }^2 a$.

$$= \text{dost. }^2 a - (1 - \text{dost. }^2 a) = 2 \text{ dost. }^2 a - 1 \text{ (ary § 69)}$$

Z tych ostatnich wyrażen dost. $2a$; łatwo wywieść można wstawę i dostawę łuku 2 razy mniejszego.

* W Trygonometrii P. Cagnoli (oktorey mżey) znajduje nowym sposobem dowiedzione to ważne twierdzenie: na tym się zasadzając, że Summa dwóch kątów w troykacie jest spełnieniem trzeciego do 2. R. Niepotrzebuje uważać troykątów podobnych.

będzie mianowicie $\text{dof} 2a = 1 - 2 \text{wft}^2 a$

albo $2 \text{wft}^2 a = 1 - \text{dof} 2a$

z tąd $\text{wft}^2 a = \frac{1 - \text{dof} 2a}{2}$

$$\text{i wft } a = \sqrt{\frac{1 - \text{dof } 2a}{2}}$$

także dla dostawy jego.

$\text{dof} 2a = 2 \text{dof}^2 a - 1$

$1 + \text{dof} 2a = 2 \text{dof}^2 a$

z tąd $\text{dof}^2 a = \frac{1 + \text{dof} 2a}{2}$

$$\text{i dof. } a = \sqrt{\frac{1 + \text{dof } 2a}{2}}$$

§ 36. A tak z wiadomości wstaw łuków od 30° ; 60° ; 45° ; możemy dojść coraz wstawy łuków 75° ; 15° ; $7^\circ 30'$; $3^\circ 45'$ i t. d. wsfykich ogółem łuków od 0° do 90° od minuty do minuty.

Jakoż widzimy wyrachowane te wstawy i ich logarytmy w zwyczajnych tablicach logarytmowych. W nich wzięty jest promień $= 10000000000$; dla tego też \lg wstawy $90^\circ = 10$ innych zaś łuków wyrażone są logarytmy wstaw mnieyszą całkowitą od 10 i 7 dziesiątnymi znakami, zaczynając z przybliżeniem tylko do prawdziwych. Można z tej okazyi następującą uczynić fobie

§ 40. UWAGĘ. Jedyna wstawa z 30° i ie-
dyna styczna z 45° (rowna do promienia)
są spółmiernymi liczbami. W zwyczajnych
tablicach stoi 90.60 wstaw, stycznych i lo-
garytmów dla obojga, także i dla zwy-
czaynych 10000 liczb. Między temi dają ta-
bllice zupełnie dokładnie wstawę całą i jej

logarytm, stycznią z 45° i iey logarytm, wstawę z 30° i logarytmy z 1, 10, 100, 1000, 10000 te są 10 zupełnie prawdziwych podań między 21600 reszta 21590 są wżytkie prawie tylko prawdziwemi: na nich zaś zasada się nieba i światow, i prawie cała przyrządowana Matematyka. Tak to w naypewniejszy i naywyborniejszych wiadomościach naszych, zbliżamy się tylko do prawdy, bez dostąpienia iey zupełnego.

§ 41. Trzeba nam tu pokazać ieszcze używanie tych tablic na wstawy. Reguły też same zachowują się, któreśmy już stanowili dla liczb całkowitych w § 98 Arytm. wyjąwszy, że zamiast mnożenia lub dzielenia przez 10, 100, i t. d. rozmnaża się tu lub dzieli przez 60. Pokazuje to jasno następujący Przykład. *Wynaleść logarytm wstawy z $30^{\circ} 24' 33''$*

$$Lg\ 30^{\circ}\ 25' \quad 9.7043947$$

$$Lg\ 30^{\circ}\ 24' = 9.7041795$$

2152

33.4

8608

6456

6456

60 | 7187(6.8 | 1198

9.7041795

$$Lg\ 30^{\circ}24'33.4'' = 9.7042993$$

I wzajemnie, aby wynaleść stopnie, minuty i sekundy odpowiadające danemu logarytmowi 9,7042993.

$$\begin{array}{r} Lg \quad 30^{\circ}25' = 9,7045947 \\ Lg \quad 30^{\circ}24' = 9,7041795 \\ \hline \qquad\qquad\qquad 2152 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,7042993 \\ 9,7041795 \\ \hline \qquad\qquad\qquad 1198 \\ \qquad\qquad\qquad 60 \\ \hline 2152 \overline{) 71880} | 33,4'' \\ \underline{6456} \\ 7320 \\ \underline{6456} \\ 8640 \end{array}$$

Skrocenia i przyczyny takiego postępowania są też same, które już w § 98 Aryt. były wyrażone. Widziemy, że wstawy tak są ułożone w tablicach, że w jednym wierszu są na jednej stronie wstawy kątów, a na drugiej dostawy tychże kątów, co sprawia, że gdzie jest tablica początek, tam jest ich oraz i koniec.

Posłuż nam jeszcze na potym następujące.

§ 42. PODANIE. Summa wstaw dwóch tu-
ków tak się ma do ich różnicy, iak styczna
ich połowy summy do styczney połowy ich
różnicy.

Niech będzie jeden łuk ab drugi $a\beta$.

Poprowadźmy af równoodległą od a przedłużmy bm do e ściągamy ef bf na koniec promieniem fc nakreślwszy łuk go poprowadźmy styczną nk będzie lb sumą wstaw dwóch łuków danych lc ich różnica

hk stycznią łuku ho równego do $\frac{1}{2}$ bad (§2.)
 hn stycznią łuku hg połowy od de zaczym
 połowy różnicy łuków danych.

Z podobieństwa zaś trójkątów flb i fhk ; fle i fhn wynika żądana proporcya

$$bl : le \equiv hk : hr$$

Figur
25.

Ponieważ iak $bl : hk$ tak też $le : hn$ są każdy równy stosunkowi $fl : fh$.

WNIOSEK. Ponieważ wstawy dwóch łuków tak się zawierają iak ich dostawy, zaś różnice w dopełnieniach są też same co i w lukach, (iako sobie to na liczbach wyrażających stopnie dwóch łuków i ich dopełnień objaśnić można) wyniknie z tąd następująca proporcya.

Summa z doślaw dwóch łuków ma się do ich różnicy iak doślyczna połowy summy tych łuków do ślyczney połowy różnicy tychże łuków.

Fundamentem rachunkow trygonometrycznych jest następujące

§ 43. TWIERDZENIE. *Boki troykąta zawierają się iak wstawy kątów im przeciwległych.*

Figur: Opiszmy troykąt kołem; Na ten koniec 26. podzieliwszy dwa iego boki ab , bd na dwie równe części (Roz. I § 64.) wystawmy ze środkow f i e dwie prostopadłe (Roz. I § 65) zeyście się ich w c będzie środkiem koła a promieniem iedna z linii ca , cb , cd do wierzchołkow troykąta poprowadzonych. Kąty przy środku zatym i łuki, na których się spierają, zostaną namienionemi prostopadłemi podzielone na dwie równe części. Wstawami połow tych łuków, albo kątów przy środku niemi mierzonych lub na koniec kątów przy wierzchołkach troykąta § 2. są ae , bf , dg § 26. są zaś oraz połowami bokow troykąta, zawierają się więc w troykacie boki iak wstawy kątów im przeciwległych.

UWAGA. Za pomocą tego twierdzenia wynaleść można pozostałe boki w troykacie mjawszy daną iego podstawę i dwa przy niej kąty.

Niechy były dane w troykacie abd , podstawa ab i kąty przy niej a i b wynayduie

się trzeci kąt ∂ odciągnąwszy sumę kątów a i b od 180° , a z tad i pozostałe boki przez proporcye

$$\text{wft. } \partial : \text{wft. } a = ab : b\partial$$

$$\text{wft. } \partial : \text{wft. } b = ab : a\partial$$

Do rozwiązania pozostałych przypadków służą dwa następujące Twierdzenia.

§ 44. TWIERDZENIE. *Summa dwóch boków ma się do ich różnicy iak styczną połowy summy kątów, im przeciwległych do styczney połowy różnicy tychże kątów.*

I tak w troykacie abc iest

$$ab + ac : ab - ac = \text{stycz. } \frac{c+b}{2} : \text{stycz. } \frac{c-b}{2}$$

Figur.
27.

Trzeba nam wprzod wiedzieć do czego są równe, każda z dwóch nierównych wielkości względem ich summy i różnicy. Niechby temi dwoma wielkościami były linii ab i bc : złączywszy je przenieśmy na większą $ad = bc$, różnicą więc ich będzie db ; tę podzielmy w e na dwie równe części iest

$$ab = ae + eb = \text{połowy sum.} + \text{połową różnicy}$$

$$bc = ec - eb = \text{połowy summy} - \text{połową różni.}$$

Przedłużmy ab weźmy $ad = ac$ ściagniemy dc i spuśmy do niey prostopadłe af i be . Kąt ∂ac iako zewnętrzny troykąta iest rowny do summy kątów c i b zaczym połowa iego to iest kąt ∂af czyli iemu rowny ∂be iest rowny do połowy summy namienionych kątów, więc kąt cbe iest połową różnicy tychże kątów, iako to widać, z objaśnienia na linii. Styczną kąta ∂be iest ed (§28) zaś kąta $aebc$ iest ec . Ze zaś linia af iest równo-odległą od be wynika z tad proporcya $ab : ad = fe : \partial f$ (§7)

zaczym żądana $ab + ad : ab - ad = de : ce$ (Ar §79)

WNIOSEK. Wynalazłszy tak połowę różnicy kątów, dodaje się ta do ich połowy summy otrzyma się tak większy kąt mianowicie większemu bokowi przeciwległy, a odciągawszy tę od tamtej mniejszy kąt. Zatem i trzeci bok przez proporcye

$$\text{wft. } a : \text{wft. } a=ab : bc$$

$$\text{wft. } b : \text{wft. } a=ac : bc$$

Wynalazłszy tak dwa wyrażenia, bierze się ich środek (Ar. § 80 na końcu).

Figura 28. § 45. TWIERDZENIE. *W każdym trójkącie ma się podstawa do summy dwóch innych boków jak różnica tychże boków do różnicy odcinków podstawy, zrobionych wysokością trójkąta*

Promieniem cb nakreśliśmy koło i przedłużmy w nim ac do g

$$\text{różnica boków} = ac - cb = af$$

$$\text{różnica odcink.} = ad - db = ae$$

$$\text{zaś } ab : ag = af : ae \quad (\S 10 \text{ Wn. I})$$

$$\text{więc } ab : ac + cb = ac - cb : ad - db.$$

UWAGA. Tey proporcyi użyć można do wynalezienia kątów w trójkącie z wiadomych trzech boków jego: Mianowicie wynaydują się z niey odcinki podstawy, tymże sposobem co i kąty w poprzedzającym twierdzeniu z wiadomości ich połowy summy, i połowy różnicy.

Miawszy n. p. odcinek ad wynayduie się kąt a przez proporcją

$$ac : ad = \text{Promień} : \text{dof. } a.$$

PRZYSTOSOWANIE TRYGONOMETRYI.

§ 46. ZADANIE 1. Mając dane w trójką-TAB
cie prostokątnym dwa boki obiegające kąt Figu:
prosty, znaleźć kąty pozostałe i trzeci bok. 29.

Niech będzie $AC=4232$ Łokei

$$AB=2839.$$

Wzor działania.

$$AC:AB=\text{Pr:stycz.}C(\text{bo } \triangle ABC \text{ w } \triangle abc)$$

$$\text{Lg Pr.} + \text{Lg } AB = 13,4531654$$

$$\text{Lg } AC = 3,6265457$$

$$\text{Lg stycz.}C = 9,8266197$$

$$89 \quad 60$$

$$C = 33^\circ 51'$$

$$B = 56^\circ 9'$$

$$\text{Wft. } C: \text{Pr} = AB: BC$$

$$\text{Lg Pr.} + \text{Lg } ab = 13,4531654$$

$$\text{Lg wfty. } C = 9,7458712$$

$$\text{Lg } BC = 3,7072942$$

$$BC = 5096, 76 \text{ Łok. (Ar. §98)}$$

Gdyby był danym bok BC i kąt c , wy-
nalazłbym pozostałe boki przez proporcje

$$\text{Pr: wft. } E = BC: AB$$

$$\text{Pr: wft. } E = BC: AC$$

§ 47. ZADANIE 2. Mając dane w trójką-
cie bok i dwa przy nim kąty znaleźć pozo-
stałe boki.

Niech będzie $cd=100$ sążni

$$\text{kąt } c = 79^\circ 0'$$

$$d = 44^\circ 0'$$

$$123$$

$$180$$

$$b = 57^\circ$$

Figu:
30.

Wzor działania.

$$\text{Wft. } cb\partial : \frac{\text{wft. } b\partial c}{\text{wft. } bc\partial} = c\partial : \frac{bc}{b\partial} (\S 43)$$

$$\begin{aligned} \text{Lg } c\partial &= 2.0000000 \\ \text{Lg wft. } b\partial c &= 9.8417713 \\ \text{Lg wft. } bc\partial &= 9.9919466 \\ \hline &11.8417713 \\ &11.9919466 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lg wft. } cb\partial &= 9.9235914 \\ \text{Lg } bc &= 1.9181799 \\ \text{Lg } \partial b &= 2.0683552 \\ bc &= 82,829 \text{ łaźni} \\ b\partial &= 117,045 \text{ - - -} \end{aligned}$$

§ 48. ZADANIE 3. *Mając dane w troyką-
cie dwa boki i kąt między niemi zawarty,
wynaść trzeci bok.*

Figura 31. Niech będzie $bc = 634$ stop kąt $c = 83^{\circ} 40'$
 $ac = 389$ $2) \overline{179 \ 60}$
 summa $b = 1023$ 96 20
 różni. $b = 245$; $\frac{1}{2}$ sum. k. $48^{\circ} 10'$

Wzor działania.

$$\text{fum. } b : \text{roz.} = \text{fitycz. } \frac{1}{2} s.k : \text{fitycz. } \frac{1}{2} \text{ roz. } k (\S 44)$$

$$\begin{aligned} \text{Lg fity. } \frac{1}{2} \text{ fum. } k &= 10,0481039 \\ \text{Lg roz. } b &= 2.3891661 \\ &12.4372700 \\ \text{Lg fum. } b &= 3.0098756 \\ \hline \text{Lg fity. } \frac{1}{2} r.k &= 9.4273944 \\ \frac{1}{2} r.k &= 14^{\circ} 58' 42'' (\S 41) \\ \frac{1}{2} s.k &= 48 \ 10 \\ a &= 63^{\circ} 8' 42'' \\ b &= 33 \ 11 \ 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Wft. } a : \text{wft. } c &= cb : ab (\S 43) \\ \text{wft. } b &ac \end{aligned}$$

Lg cb

$$Lg\ cb = 2,8020893$$

$$Lg\ ac = 2,5899496$$

$$Lg\ wft.\ c = 9,9773414$$

$$12,7994307$$

$$12,5872910$$

$$Lg\ wft.\ a = 9,9504301$$

$$Lg\ wft.\ b = 9,7382491$$

$$Lg\ ab = 2,8489917 = 2,8489918$$

$$2,8489919$$

$$ab = 706,304\ \text{stop}$$

§ 49. ZADANIE 4. Z podstawy cd i z ką- Figu:
 tow, pod któremi wiadać w c i d miejsca nie- 32.
 doślepne a i b wynaleść ich odległość ab ?

W tym i w następujących Zadaniach poda-
 nych do przeciwiczenia się początkowym w
 rachunku z logarytmami, wypisuję tylko wy-
 padki rachunku. Łatwo je sami wynaleść
 będą w stanie, zrozumiałwszy poprzedzające
 trzy wzory działania, które i tu też same
 wchodzą.

Niech będzie $cd = 75$ sążni

$$\text{a kąt}y\ acd = 110^{\circ}\ \alpha'\ bc = 37^{\circ}\ 40'$$

$$adc = 38\ 20\ bdc = 117\ 30$$

$$\triangle cad$$

$$wft.\ a : wft.\ c = cd : ad$$

$$ad = 134,248$$

$$\triangle cbd$$

$$wft.\ b : wft.\ c = cd : bd$$

$$bd = 109,124$$

$$\triangle adb$$

$$s.b : r.b = sty.\ \frac{1}{2} s.k : sty.\ \frac{1}{2} r.k$$

$$\frac{1}{2} r.k = 7^{\circ} 7' 1,8''$$

$$wft.\ a : wft.\ d = db : ab$$

$$wft.\ b \quad \quad \quad ad$$

$$ab = 156,281\ \text{sążni.}$$