

II. Ogólne pojęcie wielkości¹⁾.

§ 5. Bardzo rozpowszechnioną i dawną definicją wielkości jest definicja następująca: „wielkością nazywamy każdą rzecz, która uleść może zmniejszeniu lub zwiększeniu“. Definicja ta niezawodnie jest w wysokim stopniu mętna. Przekonamy się jednak, podając tę definicję ściślejszej krytyce, że ona zawiera zaczątek całkiem precyzyjnej i jasnej definicji.

§ 6. Jakikolwiek znaczenie przywiązalibyśmy do wyrażen zmniejszenie lub zwiększenie pewnej rzeczy, to bez wątpienia każde z nich wyraża jakąś zmianę rozważanej rzeczy. Z drugiej znów strony, wynikiem zmiany jakiejkolwiek dowolnie przyjętej rzeczy A jest oczywiście pewna druga rzecz B , a tytuł, jaki ma rzecz B , ażeby uważana była za wynik pewnej zmiany rzeczy A , na tem tylko polegać może, że obie rzeczy A i B mają pewne wspólne cechy. Z tych uwag wynika, że uważanie pewnej rzeczy A i pewnych odmian tej rzeczy równoważnem jest rozważaniu pewnego zbioru przedmiotów, które mają pewne wspólne cechy, a pomiędzy którymi znajduje się i rzecz A . Widzimy obecnie, że definicja wielkości mniej mętna od tej, którą przytoczyliśmy wyżej, ale co do istoty jej równoważna, byłaby następująca:

Wielkością nazywamy każdą rzecz, która uważana być może jako należąca do pewnej klasy rzeczy takich, z których każda jest mniejsza lub większa od każdej innej.

Natychmiast spostrzegamy jednak, że definicja poprzedzająca musi uleść pewnej zmianie. Istotnie od dzieciństwa przywykliśmy

¹⁾ Porównaj: Stolz und Gmeiner. Theoretische Arithmetik. Abschn. I, Leipzig, 1900.

Borel. Leçons sur la théorie des fonctions. Paris, 1898, p. 102.

uważać odcinki prostolinijne za wielkości i to za wielkości typowe, a jednak z dwóch odcinków niekoniecznie jeden będzie mniejszy lub większy od drugiego, albowiem dwa odcinki mogą być sobie równe. Gdybyśmy zatem przyjęli powyższą definicję, to musieliśmy przestać uważać odcinki prostolinijne za wielkości, co oczywiście byłoby całkiem nieodpowiednie.

Żeby podać definicję, któraby tej wady nie miała, wprowadzamy najpierw w interesie uproszczenia wysławiania się umowę następującą: żeby wyrazić, iż każde dwie rzeczy A i B dowolnie wybrane pomiędzy temi, które razem stanowią pewną klasę rzeczy (K), znajdują się w jednym ze związków

$$A < B, A = B \text{ lub } A > B^1),$$

oświadczać będziemy w przyszłości, że rzeczy, do klasy (K) należące, są ilościowo porównywalne; jednocześnie aktowi zdecydowania, w którym z trzech związków poprzedzających znajdują się dwie rzeczy A i B , nadajemy nazwę porównania ilościowego rzeczy A i B .

Możemy obecnie przedstawić tę definicję wielkości, którą mamy na myśli w postaci następującej:

Wielkością nazywamy każdą rzecz, która uważana być może jako należąca do oznaczonej klasy rzeczy, z których każde dwie są ze sobą ilościowo porównalne.

§ 7. Definicja poprzedzająca byłaby precyzyjna, gdybyśmy mieli ogólne kryterium do zadecydowania, czy dwie rzeczy A i B są ze sobą ilościowo porównywalne i gdyby, co za tem idzie, w razie porównywalności, treść żadnego z trzech zdań następujących:

$$A < B, A = B \text{ lub } A > B$$

nie mogłaby być dla nas wątpliwa.

W pierwszej chwili oświadczylibyśmy może, że warunki poprzedzające są spełnione, a to ze względów następujących: Przede wszystkim przywykliśmy oddawna do pewnych przypadków, w których każde z orzeczeń: A mniejsze jest od B ; A równa się B i A większe jest od B ma dla nas znaczenie całkiem jasne. Tak

¹⁾ Układy symbolów $A < B$, $A = B$ i $A > B$ stanowią, na podstawie powszechnie przyjętej umowy, odpowiednio symboliczne postaci zdań następujących: A mniejsze od B , A równe B ; A większe od B .

właśnie jest, kiedy chodzi np. o odcinki prostoliniowe albo o liczby całkowite. Następnie są także przypadki, w których bez wahania się oświadczymy, że mowy być nie może o tem, żeby pewna rzecz A była ilościowo porównywalna do pewnej innej rzeczy B . Taki właśnie przypadek zaszedłby np. gdybyśmy rozumieli pod A odcinek prostoliniowy, a pod B piękność pewnego obrazu. O ile więc głębiej nad rzeczą nie zastanowimy się, będziemy zapewne zdania, że stan rzeczy, który zachodzi w przypadkach najbardziej nam swojskich, zachodzi także i we wszystkich innych. Na stanowisku takim będziemy czuli się tem pewniejszymi, że dotychczas jeszcze powszechnie prawie uczą nas w nauce elementarnej, że do prawd podstawowych, całkiem pewnych i oczywistych, ale nie mogących być dowiedzionymi i dlatego wchodzących do kompleksu pewników czyli aksyomatów¹⁾, należą orzeczenia następujące:

1°. *Każda rzecz jest sama sobie równa; innemi słowy mamy zawsze*

$$A = A.$$

2°. *Związki*

$$A = B \text{ i } B = A$$

jednocześnie tylko zachodzić mogą.

3°. *Związki*

$$A = B \text{ i } B = C$$

zawsze pociągają za sobą związek

$$A = C.$$

¹⁾ W literaturze naukowej współczesnej wyraz aksyomat używany bywa często w znaczeniu odmiennem od znaczenia, w którym użyliśmy wyrazu tego w tem miejscu i w którym, celem zapobieżeniu jakimkolwiek nieporozumiom, stale go używać będziemy. Wyraz aksyomat oznacza często orzeczenie, które znaczenie swoje zawdzięcza wyłącznie tej okoliczności, iż na podstawie umowy, nie narzuconej nam żadną bezwarunkową koniecznością logiczną, układamy pewne definicje w taki właśnie sposób, żeby wspomniane orzeczenie wyrażało prawdziwy stan rzeczy. W takim właśnie znaczeniu napotykamy wyraz aksyomat w dziełach filozoficznych Poincarego (*Le science et l'hypothèse*; *La valeur de la Science* i t. d.), w dziele Hilberta, *Die Grundlagen der Geometrie* i we wielu innych. Wyraz aksyomat oznacza oczywiście w takim razie twierdzenie pewnej szczególnej kategorii, ale twierdzenie, które, na równi z każdym twierdzeniem, powinno być uzasadnione, o ile nie byłoby natychmiastowem następstwem przyjętych definicji. Winniśmy dodać, że wyraz aksyomat używany bywa i w innym jeszcze znaczeniu, a mianowicie w znaczeniu wyrażenia hipoteza zasadnicza; w dziełach zacytowanych przed chwilą, napotykamy i takie znaczenie wyrazu aksyomat.

4°. Każde dwie wielkości A i B tego samego rodzaju, znajdują się w jednym, ale tylko jednym ze związków następujących:

$$A < B, A = B \text{ i } A > B$$

5°. Związki

$$A < B \text{ i } B > A$$

jednocześnie tylko zachodzić mogą.

6°. Związki

$$A < B \text{ i } B < C$$

pociągają za sobą związek

$$A < C.$$

7°. Związki

$$A = B \text{ i } B < C$$

pociągają za sobą związek

$$A < C.$$

8°. Związki

$$A < B \text{ i } B = C$$

pociągają za sobą związek

$$A < C.$$

Otóż, gdyby warunki wymienione na początku tego ustępu spełnione nie były, to sama treść orzeczeń poprzedzających byłaby niekiedy wątpliwa, a więc orzeczenia te w żadnym razie nie mogłyby być aksjomatami czyli pewnikami oczywistymi, a to przywiodłoby nas do smutnego wyniku, że nas źle uczono.

Żeby wyjaśnić sobie prawdziwy stan rzeczy, zwróćmy się najpierw do przykładu następującego: oznaczamy przez A zbiór wszystkich takich punktów położonych na pewnej prostej (Δ) po pewnej stronie oznaczonego punktu 0 tej prostej, których odległości od punktu 0 są wielokrotnościami metra, a przez B zbiór wszystkich tych punktów, które położone są na prostej (Δ) po drugiej stronie punktu 0 i których odległości od tego punktu stanowią parzyste wielokrotności metra; następnie zastanówmy się nad kwestyami następującymi: czy zbiory A i B są pomiędzy sobą ilościowo porównalne, a w razie porównalności, który z trzech związków

$$A < B, A = B \text{ i } A > B$$

zachodzi w rzeczywistości?

Czytelnik odpowie może, że zbiór B , jako równy części zbioru A , jest od zbioru A mniejszy. Nato możemy jednak odeprzeć, że z równem prawem zbiory A i B uważane być mogą jako równe sobie. Istotnie, jeżeli jabłka napelniające pewien worek (W) i takie same jabłka znajdujące się w pewnym koszu (K) możemy skojarzyć parami tak, żeby każde jabłko z worka (W) skojarzone było z jednym jabłkiem z kosza (K), a każde jabłko z kosza (K) z jednym jabłkiem z worka (W), to przecież wątpliwości nie ulega, że wypadnie oświadczyć, iż rozważane dwa zbiory jabłek są sobie równe czyli równie liczne. Otóż, jeżeli za odpowiadające sobie punkty w zbiorach A i B uważać będziemy każde takie dwa punkty P i Q , żeby odległość do zbioru B należącego punktu Q od punktu O równała się podwójnej odległości, do zbioru A należącego punktu P od punktu O , to tem samem skojarzymy punkty obu zbiorów parami w ten sposób, że każdy punkt każdego z rozważanych zbiorów skojarzony będzie dokładnie z jednym punktem drugiego. Zatem na takiej samej podstawie, jak w przykładzie z jabłkami, możemy rzeczywiście oświadczyć, że zbiory A i B są sobie równe.

Z rozważań poprzedzających wynika, że na pytania postawione wyżej co do zbiorów A i B nie znajdujemy bezpośrednio zadawalającej odpowiedzi i możemy nawet powątpiewać o tem, czy wogóle zbiory A i B są ze sobą ilościowo porównywalne.

Bliższa dyskusya tych wątpliwości zawiodłaby nas bardzo daleko, ale z tego jednego, że te wątpliwości mamy, wynika, że możemy z całą pewnością oświadczyć, iż nie posiadamy ogólnego kryterjum, na podstawie którego moglibyśmy zawsze pewnie zdecydować czy dwie rzeczy są do siebie ilościowo porównywalne. Przekonywamy się zatem, że ta definicya wielkości, na jakiej zakończyliśmy ustęp poprzedzający, jest jeszcze mętna.

§ 8. Bliższe zastanowienie się nad treścią ustępu poprzedzającego doprowadza do wyniku następującego:

Pomiędzy różnymi zbiorami rzeczy, które pomyśleć możemy, znajdują się zbiory takie, iż dwie rzeczy należące do któregośkolwiek jednego z nich są ilościowo porównywalne pomiędzy sobą, ale porównywalność ilościowa rzeczy, należących do pewnego oznaczonego zbioru, stanowi okoliczność, która nie zachodzi jedynie tylko na podstawie natury rzeczy objętych przez odnośny zbiór. Porównywalność ilościowa rzeczy oznaczony zbiór stanowiących jest okolicznością, którą sami stwarzamy, określając drogą precyzyj-

nych definicji, ustawionych specjalnie dla rozważanego zbioru, co właściwie wyrażać ma każde ze zdań

$$A < B, A = B \text{ i } A > B$$

w razie kiedy oznaczamy przez A i B dwie, w rozważanym zbiorze dowolnie wybrane rzeczy.

Jeżeli na przykład przez A i B oznaczmy dwie liczby całkowite, to treść zdań

$$A = B, A < B \text{ i } A > B$$

określamy przez definicje specjalnie dla liczb całkowitych ustawione ¹⁾. Jeżeli zaś pod A i B rozumiemy dwa odcinki prostoliniowe, to treść zdań poprzedzających określamy pewnymi nowymi definicjami, które znów wyłącznie zastosowane są do odcinków prostoliniowych.

Uczyniwszy te uwagi, nie możemy nie postawić sobie pytania następującego:

Czy definicje, na podstawie których stwarzamy fakt porównywalności ilościowej rzeczy, należących do oznaczonego zbioru czyli stanowiących oznaczoną kategorię przedmiotów, uważane być mają jako mogące nie mieć nic wspólnego z temi definicjami, które fakt porównywalności ilościowej stwarzają dla rzeczy do innych zbiorów należących?

Gdybyśmy przy układaniu definicji stwarzających fakt porównywalności ilościowej rzeczy oznaczonej kategorii nie kierowali się pewnymi ogólnymi zasadami stałymi, niezależnymi od rodzaju chwilowo rozważanych rzeczy, to postępowałibyśmy niezawodnie w sposób nieodpowiedni, ponieważ niczem nie moglibyśmy usprawiedliwić jednostajnego posługiwania się zdaniami postaci

$$A < B, A = B \text{ i } A > B,$$

gdyby, przy przejściu od jednej kategorii rzeczy do innych, w treści tych zdań nie wspólnego nie pozostawało. W rzeczywistości, jakkolwiek rodzaj rzeczy uważalibyśmy, to przy ustawianiu reguł porównywania ilościowego tych rzeczy czyli przy określaniu treści każdego ze zdań następujących:

$$A < B, A = B \text{ i } A > B$$

¹⁾ Zaremba. Zarys pierwszej zasad teorii liczb całkowitych (Kraków, 1907, nakład Ak. Um.), str. 5 i 6.

gdzie A i B oznaczają dwie jakiekolwiek z rozważanych rzeczy, ściśle zastosowujemy się do pewnych stałych zasad. Zasady te polegają na tem, żeby, jakąkolwiekbyśmy klasę przedmiotów rozważali, reguły porównywania ilościowego tych przedmiotów tak były ustalone, iżby domniemane pewniki, wyszczególnione w §-ie poprzedzającym, stanowiły układ następstw logicznych tych reguł. Innemi słowy, jakąkolwiekbyśmy klasę przedmiotów (K) rozważali, zawsze określamy treść każdego ze zdań

$$A < B, A = B \text{ i } A > B$$

w taki sposób, żeby zachodziły twierdzenia, które przedstawić możemy w dwóch grupach następujących:

I. Twierdzenie odnoszące się do równości¹⁾.

1°. Jakikolwiek przedmiot klasy (K) oznaczalibyśmy przez A , mamy zawsze

$$A = A.$$

2°. Związki

$$A = B \text{ i } B = A$$

jednocześnie tylko zachodzić mogą.

3°. Równości

$$A = B \text{ i } B = C$$

pociągają za sobą równość.

$$A = C.$$

II. Twierdzenie odnoszące się do nierówności²⁾.

1°. Każde dwa przedmioty A i B klasy (K) znajdują się w jednym, ale tylko w jednym ze związków następujących:

$$A < B, A = B, A > B.$$

¹⁾ Równością nazywamy wszelkie zdanie postaci następującej: taki a taki przedmiot równy jest takiemu a takiemu przedmiotowi.

²⁾ Nierównością, w znaczeniu ściślejszem, nazywamy każde zdanie, wyrażające, iż dwie rzeczy nie są sobie równe. Nierównością w znaczeniu szerszem nazywamy każde ze zdań postaci następującej: „ A nie jest większe od B ” oraz „ A nie jest mniejsze od B ”. Pierwsze z tych zdań symbolizujemy w sposób następujący:

$$A \leq B,$$

a drugie

$$A \geq B.$$

2°. Nierówności

$$A < B \text{ i } B > A$$

jednocześnie tylko zachodzić mogą.

3°. Nierówności

$$A < B \text{ i } B < C$$

pociągają za sobą nierówność

$$A < C.$$

4°. Związki

$$A = B \text{ i } B < C$$

pociągają za sobą związek

$$A < C.$$

5°. Związki

$$A < B \text{ i } B = C$$

pociągają za sobą związek

$$A < C.$$

Żadna konieczność logiczna nie zniewala nas do bezwarunkowego wyznawania tych zasad. Zasady te mają charakter dobrowolnych, ale bynajmniej nie przypadkowo zawartych umów. Rozważane zasady zostały powszechnie przyjęte, ponieważ podczas wielkiego rozwoju nauki coraz dobitniej poznawano tę okoliczność, że ścisłe zastosowywanie się do nich połączone jest z wielką korzyścią dla nauki. Prawdopodobnie nigdy nie będzie powodu do wprowadzenia jakichkolwiek zmian do powyższych zasad, ale posunęlibyśmy się za daleko, gdybyśmy oświadczyli, że to nigdy nastąpić nie może.

Ze względu na omówione zasady, zachodzi oczywiście okoliczność następująca: po ustawieniu definicyi tego, co wyrażać mają zdania

$$A < B, A = B \text{ i } A > B^1)$$

¹⁾ Jeżeli w zastosowaniu do oznaczonej kategorii przedmiotów skreśliliśmy treść zdania postaci

$$A < B,$$

to nie mamy już obowiązku skreślenia treści związku postaci

$$A > B,$$

ponieważ, ze względu na zasady omówione wyżej, treść związku tego uważana być może za określoną skoro określona jest treść zdania postac

$$A < B.$$

w przypadku, kiedy A i B oznaczają rzeczy rozważanego rodzaju, i w razie gdyby zgodność tych definicyi ze wspomnianemi zasadami nie była bezpośrednio oczywista, będzie naszym obowiązkiem usprawiedliwić je przez podanie dowodu na to, że one są w rzeczywistości zgodne z owemi zasadami. Przewidujemy obecnie, że jakkolwiek domniemane pewniki, przytoczone w § 7, stanowią orzeczenia, które, o ile treści pozbawione nie będą, błędnymi w żadnym razie być nie mogą, to niejednokrotnie orzeczenia te będą musiały być uzasadnione przez podanie stosownego dowodu. Przekonamy się później a posteriori, że przewidywania te są najzupełniej uzasadnione.

Nie wchodząc na razie w bliższy rozbiór logiczny tych stosunków logicznych, które zachodzą pomiędzy warunkami, do których postanowiliśmy się zastosowywać przy ustawieniu reguł porównywania ilościowego przedmiotów oznaczonej kategorii, zwrócimy tu uwagę czytelnika na to, że każde z dwóch ostatnich twierdzeń drugiej grupy uważane być może za następstwo logiczne wszystkich twierdzeń pozostałych. Istotnie, załóżmy, że zachodzą wszystkie twierdzenia prócz może twierdzenia ostatniego II-giej grupy i załóżmy nadto, że mamy

$$A < B \text{ oraz } B = C.$$

Na podstawie pierwszego twierdzenia II-giej grupy zachodzi w każdym razie jeden ze związków

$$A < C, A = C \text{ lub } A > C.$$

Drugi ze związków tych zachodzić nie może ze względu na 3-cie twierdzenie I-szej grupy, a ponieważ trzeci związek nie może zachodzić ze względu na twierdzenie 4-te grupy II-giej, przeto zachodzi niezawodnie pierwszy związek, o co właśnie chodziło.

Równie łatwo przekonalibyśmy się, że 4-te twierdzenie II-giej grupy zachodziłoby niezawodnie, gdyby zachodziły wszystkie inne twierdzenia obu grup.

§ 9. Na podstawie rozważań wyłożonych w ustępach poprzedzających, łatwo dochodzimy do precyzyjnej definicyi pojęcia wielkości:

Wielkością nazywamy każdą rzecz, która uważana być może za jeden z przedmiotów, stanowiących razem oznaczoną, nieskończoność

liczną¹⁾ klasę rzeczy takich, z których każde dwie A i B są na podstawie pewnych, do rozważanej klasy specjalnie przystosowanych, a z zasadami przytoczonymi w ustępie poprzedzającym zgodnych, definicyi pomiędzy sobą ilościowo porównywalne, zakładając przytem, że jakąkolwiek liczbę całkowitą oznaczylibyśmy przez n , będziemy zawsze mogli znaleźć w rozważanej klasie n takich rzeczy, żeby żadne dwie z nich nie były sobie równe.

Definicja, do której doszliśmy stanowi oczywiście należycie sprecyzowaną postać definicyi, którą przytoczyliśmy na samym początku tego rozdziału.

Żeby zapobiedz wszelkiemu nieporozumieniu, winniśmy podnieść, że wyraz wielkość używany bywa a i my go niekiedy używać będziemy w znaczeniu odmiennem od tego, jakie ten wyraz miałby na podstawie definicyi poprzedzającej. Jeżeli bowiem dla oznaczonej kategorii rzeczy poprzestaniemy tylko na określeniu tego, co wyrażać ma oświadczenie, iż dwie z tych rzeczy są sobie równe, to i w takim jeszcze przypadku powiadamy, że rozważanej kategorii rzeczy stanowią pewien rodzaj wielkości, jeżeli tylko, jakąkolwiek liczbę całkowitą oznaczylibyśmy przez n , będziemy mogli znaleźć n takich z tych rzeczy, żeby żadne dwie z nich równymi pomiędzy sobą nie były.

Oczywiście, o ile precyzyjność rozważań tego wymagać będzie, oświadczać będziemy wyraźnie, czy wyraz wielkość rozumiany ma być w znaczeniu ciśniejszem, określonym przez definicyę, podaną na początku tego ustępu, czy też w znaczeniu szerszem, określonym przed chwilą. W pierwszym przypadku oświadczać będziemy, że rzeczy rozważanej kategorii posiadają charakter wielkości w znaczeniu ściślejszem, a w drugim, że one są wielkościami w znaczeniu szerszem tego wyrazu. Ze względu na różne zastosowania, bardzo ważne jest twierdzenie następujące:

Jakikolwiekbyśmy skończony zbiór (Z) n ($n > 1$) takich rzeczy rozważali, które należą do oznaczonej klasy wielkości w ściślejszem znaczeniu wyrazu, zawsze możebnem będzie takie uszeregowanie tych

¹⁾ Celem zapobieżenia wszelkiemu nieporozumieniu, przypominamy, co już z teorii liczb całkowitych jest znane, że oświadczenie, iż pewien zbiór (albo pewna klasa rzeczy) jest nieskończenie liczny (lub liczna), wyraża, że, ile wynosiłaby dowolnie przyjęta liczba całkowita n , możemy zawsze w rozważanym zbiorze znaleźć tyle rzeczy ile wynosi liczba n .

rzeczy, żeby one stanowiły elementy ciągu skończonego, w którym, poczynając od drugiego wyrazu, każdy wyraz byłby większy od wyrazu poprzedzającego go bezpośrednio.

Istotnie, twierdzenie jest oczywiste w przypadku szczególnym, kiedy mamy $n = 2$. Załóżmy chwilowo, że ono zachodzi w razie, kiedy mamy $n = k$ ($k \geq 2$) i przyjmijmy $n = k + 1$. Usuwając ze zbioru (Z) jeden przedmiot A , możemy, na podstawie przyjętego chwilowo założenia, uszeregować k przedmioty pozostałe w sposób zapowiedziany w twierdzeniu. Oznaczmy przez

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$$

ciąg w taki sposób uzyskany. Porównywując kolejno przedmiot A z elementami ciągu poprzedzającego, stwierdzimy, że zachodzić będzie jeden z przypadków następujących:

1°. Mamy

$$A < A_1.$$

2°. Mamy

$$A_i < A < A_{i+1},$$

gdzie i oznacza pewną liczbę mniejszą od k , ale nie mniejszą od jedności.

3°. Mamy

$$A_k < A.$$

W każdym z tych przypadków będziemy mogli uszeregować rozważone $k + 1$ przedmioty w sposób zapowiedziany w twierdzeniu i odnośnie ciągu byłoby:

$$A, A_1 \dots A_k$$

w pierwszym przypadku,

$$A_1 \dots A_i, A, A_{i+1}, \dots, A_k,$$

w drugim, a

$$A_1 \dots A_k, A$$

w trzecim.

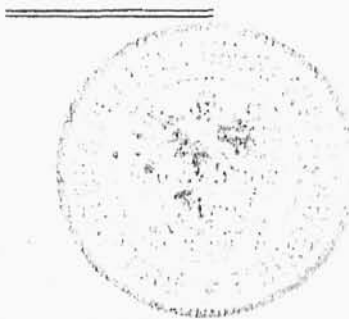
Na podstawie zasady indukcji matematycznej wnosimy, że twierdzenie, które mieliśmy udowodnić, zachodzi w podanem brzmieniu.

§ 10. Z rozważań, które doprowadziły nas do sprecyzowania pojęcia wielkości, wynika, że zgodnie z ogólnymi poglądami na

pojęcia matematyczne, wyłożonemi w krótkości w rozdziale poprzedzającym, pojęcie wielkości nie jest jednorazowym, samowolnym tworem naszego umysłu, lecz należy do owoców wiekowego rozwoju matematyki, a przyjęta przez nas definicya wielkości stanowi tylko precyzyjne uwydatnienie natury tego pojęcia.

Bezpośredni następstwem natury pojęcia wielkości jest ta okoliczność, że charakter wielkości, który pewna rzecz może mieć lub nie mieć, zależy nie tylko od istoty tej rzeczy, ale także od chwilowego stanowiska, z którego ją rozważamy oraz od współczesnego stanu nauki. Tłumaczymy sobie jednocześnie dlatego, w miarę rozwoju nauki, powstają coraz to nowe rodzaje wielkości.

Pojęcie wielkości w postaci precyzyjnej, w której podaliśmy je, ustaliło się w nauce dopiero w ciągu ostatnich lat kilkudziesięciu i dlatego w elementarnem nauczaniu matematyki zwykle nie jest należycie przedstawiane. Na tem właśnie polega, obok pierwszorzędnego znaczenia pojęcia wielkości, przyczyna, która spowodowała, żeśmy nie poprzestali na prostem podaniu odnośnej definicyi, lecz wprowadziliśmy ją drogą szeregu rozważań, które stanowią obraz procesu rozwoju omawianego pojęcia.



nr. 100