Inż. elektr. ROMAN TRECHCIŃSKI
PROF. POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ.

OBLICZENIE ILOŚCI ORGANÓW POŁĄCZENIOWYCH

WEDŁUG WYKŁADÓW DLA SEKCJI PRĄDÓW SŁABYCH
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

KW BSP

WARSZAWA 1931

SKŁAD GŁÓWNY W KOMISJI WYDAWNICZEJ TOW. BRATNIEJ POMOCY
STUDENTÓW POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ, WARSZAWA UL. POLNA 3

OBLICZENIE ILOŚCI ORGANÓW POŁĄCZENIOWYCH

Inż. elektr. ROMAN TRECHCIŃSKI
PROF. POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ.

OBLICZENIE ILOŚCI ORGANÓW POŁĄCZENIOWYCH

WEDŁUG WYKŁADÓW DLA SEKCJI PRĄDÓW SŁABYCH
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

KW
BSP.

WARSZAWA 1931

SKŁAD GŁÓWNY W KOMISJI WYDAWNICZEJ TOW. BRATNIEJ POMOCY STUDENTÓW POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ, WARSZAWA UL. POLNA 3

Zakł. Druk. F. Wyszyński i S-ka, Warszawa, Warecka 15.

1. Zależność pomiędzy trafikiem i ilością połączeń.

Do pewnej centrali telefonicznej przyłączono s aparatów, które traktowane są jako urządzenia, umożliwiające prowadzenie rozmowy.

Podczas pewnego określonego czasu, nazywanego czasem obserwacji i traktowanego jako jeden nieprzerwany odcinek, pełna ilość połączeń, jaka została uskutecznioną ze wszystkich, aparatów, niech będzie c.

Każde z tych połączeń trwało pewien określony czas.

Pomiar czasu trwania poszczególnych połączeń uskutecznia się albo w jednostkach absolutnych albo też w jednostkach względnych, traktując czas obserwacji, jako jednostkę.

Wielkość czasu obserwacji może być różną; dla obliczeń technicznych wartość powyższa często bywa wybieraną, jako jedna godzina.

P r z y k ł a d. Centrala telefoniczna z 10 aparatami w ciągu jednej godziny uskuteczniła 25 połączeń; czas trwania poszczególnych połączeń, mierzony z dokładnością do 1 sek., niech będzie:

1	106 sek. $\frac{106}{3600}h$	11	63 sek. $\frac{63}{3600}h$	21	57 sek. $\frac{57}{3600}h$
2	110 „	12	55 „	22	82 „
3	20 „	13	120 „	23	183 „
4	219 „	14	117 „	24	104 „
5	101 „	15	303 „	25	115 „
6	15 „	16	17 „		
7	80 „	17	40 „		
8	93 „	18	83 „		
9	70 „	19	130 „		
10	140 „	20	144 „		

Wszystkie 25 połączeń trwały razem 2567 sek. = 0,713 h. Średni czas trwania połączenia, mierzony z dokładnością do 1 sek., będzie 103 sek. = 1,72 min. = 0,0287 h.

W omawianym przykładzie czas obserwacji został określony na jedną godzinę; średni czas trwania połączenia w jednostce względnej określi się jako 0,0287 czasu obserwacji.

Gdyby te same 25 połączeń były zaobserwowane nie w jedną godzinę, ale, naprzykład, w 2 godziny, to średni czas trwania połączenia w jednostce względnej określiłby się jako 0,01435 czasu obserwacji.

Średni czas trwania połączenia mierzony w jednostkach względnych oznacza się literą t. Iloczyn ct oznacza się literą y, nazywa się obciążeniem centrali telefonicznej i wyraża w jednostkach, nazywanych połączenio-godzinami.

Dla danego przykładu:

$$y = ct = 0{,}713 \text{ połączenio-godzin} = 0{,}713\ Ch$$

Gdyby te same 25 połączeń były zaobserwowane podczas 2 godzin, to y byłoby równe 0,3565 połączenio-godzin.

Gdyby podczas jednej godziny obserwacji miało miejsce tylko jedno połączenie i trwało $0{,}713\,h = 42{,}8$ min., to obciążenie określiłoby się jako 0,713 połączenio-godziny.

Obciążenie centrali, przypadające na jeden aparat, nazywa się tendencją do połączeń i oznacza literą z.

W myśl powyższego napisane są wzory:

$$y = ct \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$z = \frac{y}{s} = \frac{ct}{s} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Dla omawianego przykładu $z = 0{,}0713\ Ch\,Ab^{-1}$.

Połączenia 3, 6 i 16 trwały bardzo krótko; można przypuszczać, że dany alarm był skierowany do aparatu już zajętego lub też alarmujący zaniechał połączenia.

Krótkie połączenia 11, 12, 17 i 21 mogły być wywołane tem, że z wywoływanego aparatu nikt nie odpowiedział, względnie, że pożądana osoba nie mogła rozmawiać.

Jeżeli przyjąć dla przykładu, że czas, potrzebny dla zrealizowania połączenia, wynosi średnio na jedno połączenie 12 sek., że od pierwszego dzwonienia do chwili odpowiedzi upływa średnio 8 sek., że oswobodzenie aparatury wymaga średnio 2 sek. i że połączenia 3, 6, 11, 12, 16, 17 i 21 nie miały w swej konsekwencji rozmowy, to otrzymamy czas trwania wszystkich rozmów 1904 sek. i średni czas trwania rozmowy, mierzony z dokładnością do jednej sek., będzie 1904 : 18 = 106 sek. = 1,77 min.

Rozpowszechniony obecnie jest system opłat telefonicznych za rozmowo-min, licząc od chwili odpowiedzi wywoływanego aparatu aż do chwili dania sygnału skończenia rozmowy.

Trafik telefoniczny dla omawianego przykładu byłby:

a) ilość alarmowych sygnałów na jednego abonenta podczas jednej godziny:

$$25 : 10 = 2{,}5$$

b) średnia długość trwania połączenia:

$$103 \text{ sek.} = 1{,}72 \text{ min.} = 0{,}0287\ h$$

c) ilość rozmów na jednego abonenta podczas jednej godziny:

$$18 : 10 = 1{,}8$$

d) średnia długość trwania rozmowy:

$$106 \text{ sek.} = 1{,}77 \text{ min.} = 0{,}0294\ h$$

e) obciążenie na abonenta podczas jednej godziny:

$$2{,}5 \times 0{,}0287 = 0{,}0713\ Ch$$

f) obciążenie na abonenta podczas jednej godziny: $1{,}8 \times 0{,}0294 = 0{,}0529$ rozmowo-godziny $= 3{,}15$ rozmowo-minuty $= 3{,}17$ *RM*

Przy obliczaniu połączenio-godzin dla central, poszczególna aparatura jest zajmowaną lub zwalnianą kolejno; należy liczyć czas pracy od chwili zajęcia dla danego połączenia aż do chwili możliwości ponownego zajęcia dla innego połączenia.

Dla omawianego przykładu największa możliwa ilość jednoczesnych połączeń z 10 po 2 aparaty będzie 5.

Prawdopodobieństwo określonej ilości połączeń x między zerem, kiedy niema ani jednego połączenia i możliwie największą ilością połączeń dla $x = 5$ będzie według wzoru Bernoulli'ego:

$$p_x = \binom{\frac{s}{2}}{x} (2z)^x (1-2z)^{\frac{s}{2}-x} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

$p_0 = 0{,}464\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}386$	0,386
$p_2 = 0{,}127$	0,254
$p_3 = 0{,}021$	0,063
$p_4 = 0{,}002$	0,008
$p_5 = 0{,}000$	0,000
$1{,}000\,h$	0,711 Ch

To samo według wzoru Poisson'a:

$$p_x = e^{-y}\frac{y^x}{x!} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

gdzie $e = 2{,}71828\ldots$ jest podstawą logarytmów naturalnych.

$p_0 = 0{,}490\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}350$	0,350
$p_2 = 0{,}125$	0,250
$p_3 = 0{,}030$	0,090
$p_4 = 0{,}005$	0,020
$p_5 = 0{,}001$	0,005
$1{,}001\,h$	0,715 Ch

Gdyby dana centrala telefoniczna nie stanowiła oddzielnej stacji, a była pewną grupą oddzielnych aparatów, mogących każdy mieć połączenie z zewnętrznemi aparatami, to jest uwzględniając tylko obciążenie wyjściowe, to według wzoru Bernouilli'ego byłoby:

$$p_x = \binom{s}{x} z^x (1 - z)^{s-x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$p_0 = 0{,}477\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}366$	0,366
$p_2 = 0{,}126$	0,252
$p_3 = 0{,}026$	0,078
$p_4 = 0{,}003$	0,012
$p_5 = 0{,}000$	0,000
$p_6 = 0{,}000$	0,000
$p_7 = 0{,}000$	0.000
$p_8 = 0{,}000$	0,000
$p_9 = 0{,}000$	0,000
$p_{10} = 0{,}000$	0,000
$0{,}998\,h$	0,708 Ch

Wzór Poisson'a, w który wchodzi tylko obciążenie centrali, dałby w tym wypadku te same wartości liczbowe, co i w wypadku pojedyńczej centrali.

Gdyby dana centrala telefoniczna składała się tylko z 2 aparatów, to przy tym samym obciążeniu według wzoru Bernoulli'ego

$p_0 = 0{,}287\,h$	$0{,}000$ połączenio-godzin.
$p_1 = 0{,}713$	$0{,}713$
$1.000\,h$	$0{,}713\ Ch$

Wzór Poisson'a przy danych warunkach nie może być stosowany, ponieważ zarówno suma poszczególnych prawdopodobieństw zbyt odbiegałaby od jedności, jak i suma połączenio-godzin nie równałaby się założonej. Jednakże dla obliczeń technicznych wzór Poisson'a jest często stosowany. Przyczyną tego jest okoliczność szybkiego obliczenia według wspomnianego wzoru, jak również i to, że dla większej ilości aparatów i niezbyt wysokiego trafiku wzór ten daje rezultaty zgodne ze wzorem Bernoulli'ego i statystyką central telefonicznych.

Przy obliczaniu według wzoru Poisson'a manipulacyjnie można postępować tak:

$$p_0 = e^{-y}$$

$$\frac{p_{x+1}}{p_x} = \frac{y^{x+1} \cdot x!}{y^x (x+1)!} = \frac{y}{x+1}$$

$$p_{x+1} = p_x \frac{y}{x+1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

$$p_1 = p_0 \frac{y}{1}$$

$$p_2 = p_1 \frac{y}{2}$$

$$p_3 = p_2 \frac{y}{3} \qquad \text{i tak dalej.}$$

Rozpatrywany przykład otrzyma obecnie inną interpretację: każde połączenie będzie trwało dokładnie jedną sek., a powstawanie i zakończenie połączeń może mieć miejsce tylko w momencie granicznym między dwiema sąsiedniemi sekundami. Stosownie do powyższego połączenie Nr. 1 zamienione jest 106 jednosekundowemi połączeniami, następującemi jedno za drugiem.

Obciążenie pozostanie bez zmiany 2567 połączeń po $\frac{1}{3600}$ godziny daje obciążenie $y = 0{,}713$ połączenio-godzin.

Dane s aparatów traktowane są jako oddzielna grupa z uwzględnieniem tylko obciążenia wychodzącego. W każdej określónej sekundzie będzie egzystować pewna ilość połączeń: od zera kiedy niema żadnego połączenia i do s, kiedy ze wszystkich aparatów realizowane są połączenia. Prawdopodobieństwo p_x trafienia na ilość x połączeń można skreślić tak:

1. Podczas określonej sek. egzystuje x połączeń, realizowanych przez x aparatów z ogólnej ilości s aparatów. Ilość różnych kombinacyj z s po x będzie:

$$\binom{s}{x} = \frac{s(s-1)\ldots(s-x+1)}{x!}$$

2. Podczas reszty $3600 - 1 = 3599$ sek. będą miały miejsce $c - x$ połączeń. Ilość kombinacyj ze wszystkich aparatów podczas wszystkich sekund, prócz jednej, określonej dla $c - x$ połączeń, będzie:

$$\binom{\frac{s}{t} - s}{c - x}$$

3. Każda kombinacja określonej sekundy może mieć miejsce z każdą kombinacją reszty sekund, a zatem pełna ilość kombinacyj możliwych dla zrealizowania x połączeń będzie:

$$\binom{s}{x}\binom{\frac{s}{t} - s}{c - x}$$

4. Pełna ilość możliwych kombinacyj dla zrealizowania c połączeń ze wszystkich s aparatów podczas całego czasu obserwacji, to jest wszystkich sekund będzie:

$$\binom{\frac{s}{t}}{c}$$

5. Prawdopodobieństwo p_x trafienia podczas określonej sekundy na x połączeń będzie:

$$p_x = \frac{\binom{s}{x}\binom{\frac{s}{t}-s}{c-x}}{\binom{\frac{s}{t}}{c}} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

Jeżeli zamiast czasu trwania jednego połączenia przyjąć nie jedną sekundę, a inny, dowolnie mały odcinek czasu, to zwiększając odpowiednio ilość połączeń, otrzymuje się to samo obciążenie i powstawanie, względnie zakończenie połączeń zbliżać się będzie do możliwości swobodnego pozostawania względnie zakończenia. Dla *limit* $t = 0$ i *limit* $c = \infty$ wzór 7 przekształca się we wzór 5, który jako ogólny teoremat Bernoulli'ego może być czytany tak: jeżeli prawdopodobieństwo zrealizowania pewnego zjawiska jest z i prawdopodobieństwo, że dane zjawisko nie będzie zrealizowane jest $1 - z$, to prawdopodobieństwo trafienia przy s próbach na x wypadków zrealizowania zjawiska określi się według wzoru 5. Dla *limit* $s = \infty$ wzór 5 przekształca się we wzór 4, który, jako teoremat Poisson'a, głosi: jeżeli dane zjawisko przyjmuje cały szereg wartości, średnia wielkość których jest y, to prawdopodobieństwo trafienia na wartość x określi się według wzoru 4.

Dla jednej pojedyńczej centrali wzór 7 może być napisany tak:

$$p_x = \frac{\binom{0{,}5\,s}{x}\binom{\frac{0{,}5\,s}{t}-0{,}5\,s}{c-x}}{\binom{\frac{0{,}5\,s}{t}}{c}} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Prawdopodobieństwo określonej ilości połączeń, obliczone według wzoru 8, będzie:

$p_0 = 0{,}460\,h$	0,000	połączenio - godzin
$p_1 = 0{,}394$	0,394	
$p_2 = 0{,}128$	0,256	
$p_3 = 0{,}020$	0,060	
$p_4 = 0{,}001$	0,004	
$p_5 = 0{,}000$	0,000	
$1{,}003\,h$	$0{,}714\,Ch$	

Należy zauważyć, że suma wszystkich poszczególnych prawdopodobieństw musi być równą jedności; rezultat 1,003 jest wywołany przez przybliżone obliczenie.

Jeżeliby omawiana centrala posiadała nie 5 sznurowych linij, rozumianych jako możliwości połączeń, a mniejszą ich ilość, to wystąpiłyby pewne trudności podczas ruchu z powodu braku sznurowych linij.

Przyjętem jest traktować, że chwilowy brak sznurowych linij nie wpływa na wartość trafiku, czyli, że abonent, który w pewnym momencie nie mógł się połączyć, zamiaru swego nie zaniecha i, po pewnym czasie, będzie znowu starał się otrzymać pożądane połączenie.

Jeżeli, naprzykład, dana centrala posiadałaby tylko 2 sznurowe linje, to suma czasu, podczas którego powinna być większa ponad 2 ilość połączeń, będzie tym odcinkiem, podczas którego wystąpią trudności w realizacji połączeń.

Dla określenia prawdopodobnej ilości straconych alarmów można według Grinstedt'a rozumować tak: odcinek czasu, podczas którego powinny być jednocześnie 3 połączenia, równa się $0{,}020h$; 2 z tych połączeń będą zrealizowane, trzecie zaś, z powodu braku sznurowych linij, będzie stracone. Traktując ilość straconych połączeń jako proporcjonalną do czasu, otrzymuje się 0,020 straconych połączenio-godzin. Analogicznie dla odcinka czasu 4 jednoczesnych połączeń $0{,}001 \times (4-2) = 0{,}002$ razem $0{,}020 + 0{,}002 =$ $= 0{,}022$ czyli $\frac{0{,}022}{0{,}713} = 31‰$ ogólnej ilości połączenio-godzin.

Można spotkać następujące rozumowanie dla określenia ilości straconych połączeń: przy dwóch sznurowych linjach $0{,}128\,h$ będą trwały 2 połączenia; straty będą, jeżeli jakiekolwiek z reszty $25-2=23$ połączeń trafi wtedy, kiedy 2 połączenia już egzystują. Prawdopodobieństwo powyższe, według wzoru Bernoulli'ego, będzie:

$$p_x = \binom{23}{x} 0{,}128^x \, 0{,}872^{23-x}$$

Prawdopodobieństwo, że żadne z 23 połączeń nie trafi będzie:

$$p_0 = 0{,}043$$

czyli prawdopodobieństwo trafienia będzie 0,957 i prawdopodobieństwo strat $0{,}128 \times 0{,}957 = 0{,}122$ czyli $122‰$.

Rezultat ten, bardzo różniący się od rezultatów według wzoru poprzedniego, wskazuje, jak dużą ostrożność należy zachować przy podobnych rozumowaniach. W razie gdyby omawiana centrala posiadała tylko jedną sznurową linię:

$$\begin{array}{r} 0{,}128 \times 1 = 0{,}128 \\ 0{,}020 \times 2 = 0{,}040 \\ 0{,}001 \times 3 = \underline{0{,}003} \\ 0{,}171 \end{array}$$

czyli według Grinstedt'a:

$$\frac{0{,}171}{0{,}713} = 240^0/_{00}$$

Połączenia, nie doszłe do skutku, nie zmniejszą, według założenia, trafiku i przez to obciążenie, które powinno byłoby przypaść podczas czasu, kiedy ilość jednoczesnych połączeń jest większa, niż ilość sznurowych linij, rozłoży się na te odcinki czasu, które odpowiadają ilości jednoczesnych połączeń, mniejszej, niż ilość sznurowych linij.

Dla omawianego przykładu i 2 sznurowych linij można oczekiwać zmniejszenia się odcinka czasu, kiedy niema ani jednego połączenia i zwiększenia odcinka, kiedy są 2 połączenia.

Poszczególne prawdopodobieństwa, obliczane według wzoru O'Dell'a, mają być:

$$p_x = \frac{\binom{0{,}5s}{x}\left(\frac{2z}{1-2z}\right)^x}{\sum\limits_{n=o}^{n=v}\binom{0{,}5s}{n}\left(\frac{2z}{1-2z}\right)^n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

dla 2 sznurowych linij $v = 2$:

$$\begin{array}{rl} p_0 = 0{,}475\,h & 0{,}000 \text{ połączenio-godzin} \\ p_1 = 0{,}394 & 0{,}394 \\ p_2 = 0{,}131 & 0{,}262 \\ \hline 1{,}000\,h & 0{,}656\,Ch \end{array}$$

To samo obliczenie według wzoru Erlang'a:

$$p_x = \frac{\frac{y^x}{x!}}{1 + y + \frac{y^2}{2!} + \ldots \frac{y^v}{v!}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

dla $v = 2$:

$p_0 = 0{,}510\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}364$	0,364
$p_2 = 0{,}130$	0,260
$1{,}004\,h$	$0{,}624\,Ch$

Dla $v = 3$, według wzoru O'Dell'a:

$p_0 = 0{,}465\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}386$	0,386
$p_2 = 0{,}128$	0,256
$p_3 = 0{,}021$	0,063
$1{,}000\,h$	$0{,}705\,Ch$

dla $v = 3$, według wzoru Erlang'a:

$p_0 = 0{,}493\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}352$	0,352
$p_2 = 0{,}126$	0,252
$p_3 = 0{,}030$	0,090
$1{,}001\,h$	$0{,}694\,Ch$

Obliczanie według wzorów O'Dell'a i Erlang'a nasuwa pewne wątpliwości, a mianowicie: oczekiwać można skrócenia odcinka czasu, kiedy żadnego połączenia niema i wzrostu odcinków z dużą ilością jednoczesnych połączeń; wzory O'Dell'a i Erlang'a dają proporcjonalny wzrost wszystkich odcinków. Wzór O'Dell'a dla $v = 0{,}5s$ przekształca się we wzór Bernoulli'ego; wzór Erlang'a dla $v = \infty$ przekształca się we wzór Poisson'a; przy $v < 0{,}5s$ względnie $v < \infty$, wzory, posiadając te same liczniki, będą miały stałe i mniejsze mianowniki; rezultaty będą stale i proporcjonalnie większe.

Żeby otrzymać pożądane prawdopodobieństwa można postępować tak: cały trafik powinien przejść przez dwie sznurowe linje; gdyby pełne obciążenie było realizowane przez 4 aparaty, to największa ilość jednoczesnych połączeń byłaby 2, to jest odpowiadałaby ilości sznurowych linij.

Według wzoru Bernoulli'ego:

$$p^x = \binom{0{,}5s}{x} (2z)^x \, (1-2z)^{0{,}5s-x} = \binom{2}{x} \, 0{,}3565^x \, 0{,}6435^{2-x}$$

$$\begin{array}{ll} p_0 = 0{,}414\,h & 0{,}000 \text{ połączenio-godzin} \\ p_1 = 0{,}460 & 0{,}460 \\ p_2 = 0{,}127 & 0{,}254 \\ \hline 1{,}001\,h & 0{,}714\,Ch \end{array}$$

Można również rozumować jeszcze w inny sposób, stosując wzór Poisson'a: przez 2 sznurowe linje przechodzi $0{,}350 + 0{,}250 = 0{,}600$ połączenio-godzin, reszta $0{,}713 - 0{,}600 = 0{,}113$ przechodzi przez następne sznurowe linje, o ile one by były; ponieważ ich niema, to 2 egzystujące muszą pokryć zwiększone obciążenie. Jeżeli obliczyć prawdopodobieństwa dla fikcyjnego obciążenia, równego $0{,}713 + 0{,}113 = 0{,}826$, to prawdopodobieństwa określą się dla $y_1 = 0{,}826$:

$$\begin{array}{ll} p_0 = 0{,}438\,h & 0{,}000 \text{ połączenio-godzin} \\ p_1 = 0{,}362 & 0{,}362 \\ p_2 = 0{,}150 & 0{,}300 \\ \hline 0{,}950\,h & 0{,}662\,Ch \end{array}$$

dalej:

$$0{,}713 - 0{,}662 = 0{,}051$$
$$y_2 = 0{,}826 + 0{,}051 = 0{,}877$$

$$\begin{array}{ll} p_0 = 0{,}416\,h & 0{,}000 \text{ połączenio-godzin} \\ p_1 = 0{,}365 & 0{,}365 \\ p_2 = 0{,}160 & 0{,}320 \\ \hline 0{,}941\,h & 0{,}685\,Ch \end{array}$$

$$0{,}713 - 0{,}685 = 0{,}028$$
$$y_3 = 0{,}877 + 0{,}028 = 0{,}905$$

$$\begin{array}{ll} p_0 = 0{,}405\,h & 0{,}000 \text{ połączenio-godzin} \\ p_1 = 0{,}366 & 0{,}366 \\ p_2 = 0{,}166 & 0{,}332 \\ \hline 0{,}937\,h & 0{,}698\,Ch \end{array}$$

$$0{.}713 - 0{,}698 = 0{,}015$$
$$y_4 = 0{,}905 + 0{,}015 = 0{,}920$$

$$\begin{array}{ll} p_0 = 0{,}399\,h & 0{,}000 \text{ połączenio-godzin} \\ p_1 = 0{,}367 & 0{,}367 \\ p_2 = 0{,}169 & 0{,}338 \\ \hline 0{,}935\,h & 0{,}705\,Ch \end{array}$$

$$0{,}713 - 0{,}705 = 0{,}008$$
$$y_5 = 0{,}920 + 0{,}008 = 0{,}928$$

$p_0 = 0{,}395\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}367$	0,367
$p_2 = 0{,}170$	0,340
$0{,}932\,h$	$0{,}707\,Ch$

$$0{,}713 - 0{,}707 = 0{,}006$$
$$y_6 = 0{,}928 + 0{,}006 = 0{,}934$$

$p_0 = 0{,}393\,h$	0,000 połączenio-godzin
$p_1 = 0{,}367$	0,367
$p_2 = 0{,}171$	0,342
$0{,}931\,h$	$0{,}709\,Ch$

Średnie wartości z obu wzorów można uważać za dostateczne dla technicznych obliczeń:

	Bernouilli	Poisson	średnio	
p_0	0,414 h	0,393 h	0,404 h	0,000 poł.-godz.
p_1	0,460	0,367	0,414	0,414
p_2	0,127	0,171	0,149	0,298
			0,967	0,712 Ch

Analogicznie dla trzech sznurowych linij:

	Bernoulli	Poisson	średnio	
p_0	0,442	0,479	0,461 h	0,000 poł.-godz.
p_1	0,415	0,352	0,384	0,384
p_2	0,130	0,130	0.130	0,260
p_3	0,013	0,032	0,023	0,069
			0,998 h	0,713 Ch

Założono, że sznurowe linje są brane w określonej kolejności, naprzykład zawsze najpierw pierwsza i tylko wtedy, gdy pierwsza jest już zajętą, brana jest następna; pożądanem jest określić czas zajęcia poszczególnych sznurowych linij. Byłoby niesłusznem liczyć, że pierwsza będzie zajętą cały czas, podczas którego egzystuje chociażby jedno połączenie, ponieważ pewne połączenie mogło powstać przy zajętej pierwszej i zająć drugą, ale pierwsza mogła się oswobodzić w chwilę potem, co w konsekwencji miało by stan jednego tylko połączenia i zajęcia nie pierwszej a drugiej sznurowej linji. Dla omawianego przykładu niesłusznem byłoby liczyć czas zajętości pierwszej sznurowej linji równym $0{,}384 + 0{,}130 + 0{,}023 = 0{,}537\,h$, drugiej $0{,}153\,h$ i trzeciej $0{,}023\,h$, a należy oczekiwać, że pierwsza będzie zajętą mniej niż

0,537 h i trzecia więcej niż 0,023 h. Analogicznie dla dwuch sznurowych linij: pierwsza będzie zajętą mniej niż 0,414+0,149=0,563 h, a druga więcej niż 0,149 h.

Żeby określić praktyczny czas zajętości poszczególnych sznurowych linij, można rozumować jak następuje: podczas trwania jednego połączenia realizowane jest 0,414 połączenio-godziny; podczas trwania 2. połączeń—0,298 połączenio-godziny; razem 0,712 połączenio-godziny.

Jeżeli traktować tendencję do powstawania połączeń, jako proporcjonalną do czasu trwania, to tendencja do powstania jednego połączenia będzie $z_1 = 0{,}414 + 0{,}149 = 0{,}563$; analogicznie tendencja do powstania 2 połączeń, $z_2 = 0{,}149$. Podczas trwania 2 połączeń będzie tendencja do zakończenia połączeń; traktując ją, jako proporcjonalną do czasu i jednakową dla obydwuch sznurowych linij, otrzymuje się $z_3 = 0{,}0745 \cong 0{,}074$.

Według powyższej interpretacji trafik, rozpoczęty przy dwuch jednoczesnych połączeniach, trwać będzie dalej przy jednem połączeniu, przyczem tendencja do dalszego trwania przyjętą jest, jako jednakowa zarówno dla pierwszej, jak i dla drugiej sznurowej linji. Będzie to słuszne dla długości rozmów o dużej dyspersji; dla małej dyspersji tendencja do trwania jednego połączen a na drugiej sznurowej linji będzie większa, ponieważ wcześniejsze zajęcie pierwszej sznurowej linji jest bardziej prawdopodobne, a zatem i zakończenie połączenia pierwszej będzie bardziej prawdopodobne, z drugiej zaś strony przy małej dyspresji czas trwania dwuch połączeń się zmniejszy. Oba zjawiska przebiegają w odwrotnych kierunkach i dlatego dopuszczalnem jest traktowanie tendencji do trwania, jako jednakowej dla obydwuch sznurowych linij. W myśl powyższego tendencja do zajęcia dla pierwszej sznurowej linji określi się:

$$\pi_1 = 0{,}414 + 0{,}149 + \frac{1}{2}\,0{,}149 = 0{,}638$$

dla drugiej:

$$\pi_2 = 0{,}149 + \frac{1}{2}\,0{,}149 \qquad = 0{,}224$$

$$\overline{\qquad 0{,}862}$$

czas zajęcia pierwszej sznurowej linji określi się:

$$B_1 = 0{,}712 \,.\, \frac{0{,}638}{0{,}862} = 0{,}527\,h$$

z drugiej:

$$B_2 = 0{,}712 \,.\, \frac{0{,}224}{0{,}862} = 0{,}185\,h$$

Analogicznie, dla trzech sznurowych linij otrzymuje się:

$$z_1 = 0{,}384 + 0{,}130 + 0{,}023 = 0{,}537$$

$$z_2 = 0{,}130 + 0{,}023 = 0{,}153$$

$$z_3 = 0{,}023$$

Podczas trwania 3 połączeń jedno z nich kończy się; dowolne dwie sznurowe linje mogą być zajęte dalej; tendencja do trwania połączenia określi się dla dowolnej jako $\frac{1}{3}\,0{,}023$

Podczas trwania 2 połączeń jedno z nich kończy się; dowolna sznurowa linja może pozostać, jako jedno połączenie; tendencja do pozostania określi się dla dowolnej jako $\frac{1}{3}\,0{,}130$

$$\pi_1 = 0{,}537 + \frac{1}{3}(0{,}023 + 0{,}130) = 0{,}588$$

$$\pi_2 = 0{,}153 + \frac{1}{3}(0{,}023 + 0{,}130) = 0{,}204$$

$$\pi_3 = 0{,}023 + \frac{1}{8}(0{,}023 + 0{,}130) = 0{,}074$$

$$\overline{0{,}866}$$

$$B_1 = 0{,}713\,\frac{0{,}588}{0{,}866} = 0{,}484\,h$$

$$B_2 = 0{,}713\,\frac{0{,}204}{0{,}866} = 0{,}168\,h$$

$$B_3 = 0{,}713\,\frac{0{,}074}{0{,}866} = 0{,}061\,h$$

2. Trafienie na zajętego.

Pojedyńczy aparat telefoniczny przyłączony jest do centrali telefonicznej. Z aparatu tego jest realizowany pewien trafik; do aparatu tego ma miejsce również pewien trafik; ten ostatni trafia albo na swobodny aparat albo na zajęty przez trafik wejściowy względnie wyjściowy. Aktualnem jest zagadnienie, jaka ilość połączeń do danego aparatu nie będzie mogła być zrealizowaną odrazu z powodu trafienia na zajętego; realizowanie z opóźnieniem rozumiane jest tak, że alarmujący, trafiwszy na zajętego, po pewnym czasie będzie się starał otrzymać pożądane połączenie.

Centrale telefoniczne posiadają zwykle statystykę, wskazującą ilość alarmowych sygnałów (wywołań) podczas doby na 1 abonenta, względnie na 1 przyłączenie (lin ę). Skrót: $A\,Sg\,Ab^{-1}$; naprzykład, $15A\,Sg\,Ab^{-1}$. Dalej, znaną jest zwykle koncentracja, pod którą rozumainą jest procentowa ilość $A\,Sg\,Ab^{-1}$, przypadająca podczas godziny największego ruchu. Skrót: *Ktr*, naprzykład, $Ktr = 15\%$. Przy takiej wartości koncentracji ilość $A\,Sg\,Ab^{-1}$ podczas godziny największego ruchu będzie: $15 \times 0{,}15 = 2{,}25\ A\,Sg\,Ab^{-1}\,h^{-1}$. Dalej znaną jest średnia długość jednego połączenia, naprzykład, 1,5 minuty. Pod nazwą trafik telefoniczny rozumianem jest $2{,}25 \times 1{,}5 = 3{,}37$ połączenio-minuty na abonenta podczas godziny największego ruchu. Skrót: $3{,}37\ CM\,Ab^{-1}\,h^{-1}$. Jeżeli abonent ma średni trafik, przyczem wejściowy jest równy wyjściowemu, to dany aparat, podczas godziny największego ruchu, będzie zajęty $3{,}37 + 3{,}37 = 6{,}74$ min; 2,25 alarmu będzie dokonane przez abonenta; 2,25 alarmu dojdzie do abonenta; aktualnem jest pytanie, jaką ilość alarmów należało zrealizować, żeby 2,25 alarmu doszło do pożądanego abonenta. Omawiany aparat będzie zajęty 6,74 min. podczas jednej godziny; prawdopodobieństwo zajętości będzie:

$$z = \frac{6{,}74}{60} = 0{,}112.$$

W przybliżeniu ilość alarmów, które trafiły na zajętego x, będzie w takim stosunku do ilości alarmów, które trafiły na swobodnego, jak prawdopodobieństwo zajętości do prawdopodobieństwa wolności.

$$\frac{x}{2{,}25} = \frac{0{,}112}{0{,}888}$$

$$x = 2{,}25\,\frac{0{,}112}{0{,}888} = 0{,}28$$

a zatem pełna ilość alarmów wejściowych będzie: $2{,}25 + 0{,}28 = 2{,}53\ Ab^{-1}\,h^{-1}$, to jest 11,2% alarmów wejściowych trafiłyby na zajętego. Jeżeli abonent ma trafik, przewyższający średni, naprzykład: $50\ A\,Sg\,Ab^{-1}$, $Ktr = 20\%$, $50 \times 0{,}20 = 10\ A\,Sg\,Ab^{-1}\,h^{-1}$; $1{,}5$ min. $\times 10 = 15\ CM\,Ab^{-1}\,h^{-1}$; trafik wejściowy równy wyjściowemu, to

$$z = \frac{30}{60}\,0{,}50$$

$$x = 10 \times \frac{0{,}50}{0{,}50} = 10$$

$10 + 10 = 20$, to jest, z 20 alarmów wejściowych, 10 trafiły na zajętego, czyli 50%.

Tak wysoki trafik bywa u abonentów, którzy posiadają lokalny obsługiwany komutator, łączący kilka lokalnych aparatów z daną linją telefoniczną, prowadzącą do centrali. Jeżeli taki lokalny komutator jest obsługiwany ze strony centrali w ten sposób, że przy kilku linjach, prowadzących do komutatora, te ostatnie są próbowane kolejno wszystkie na zajętość, to urządzenie takie nazywane jest *PBX* (Private Branch Exchange). Gdyby omawiany trafik szedł przez 2 linje, to:

$$\frac{x}{10} = \frac{0{,}50^2}{1 - 0{,}50^2} = \frac{0{,}25}{0{,}75}$$

$x = 3{,}33$ to jest z 13,33 alarmów 3,33 trafiłyby na zajętego, to jest 25%.

Wogóle, jeżeli pełna ilość wejściowych alarmów, to jest takich, które trafiły zarówno na zajętego, jak i na wolnego będzie n, to przybliżenie:

$$\frac{x}{n - x} = \frac{z^v}{1 - z^v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

gdzie v będzie ilość przewodów *PBX*—owych.

Wzór 11 można napisać w formie:

$$\frac{x}{n} = z^v \quad \text{lub} \quad x = n\, z^v \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

Po określeniu przybliżonem ilości alarmów, które trafią na zajętego, można rozumować, jak następuje: pełna ilość alarmów wejściowych jest n; przy tendencji z można określić prawdopodobieństwo trafienia przy n próbach na x wypadków trafienia na zajętego według wzoru Bernoulli'ego

$$p_x = \binom{n}{x} z^x (1 - z)^{n-x}$$

Biorąc stosunek fikcyjnego trafiku straconych połączeń do pełnego trafiku, otrzyma się odpowiedni stosunek połączeń, które trafiły na zajętego.

Przykład: 50 $A\ Sg\ Ab^{-1}$, $Ktr = 20\%$; 10 $A\ Sg\ Ab^{-1}\ h^{-1}$; 15 $CMAb^{-1}\ h^{-1}$; $z = 0{,}50$; $n = 20$.

$$p_x = \binom{20}{x} 0{,}5^x\ 0{,}5^{20-x}$$

p_0	$= 0{,}000000953\ h$	0,000 połączenio-godzin
p_1	$= 0{,}000019060$	0,000
p_2	$= 0{,}000182$	0,000
p_3	$= 0{,}00109$	0,003
p_4	$= 0{,}00462$	0,018
p_5	$= 0{,}0148$	0,074
p_6	$= 0{,}037$	0,222
p_7	$= 0{,}074$	0,518
p_8	$= 0{,}120$	0,960
p_9	$= 0{,}160$	1,440
p_{10}	$= 0{,}176$	1,760
p_{11}	$= 0{,}160$	1,760
p_{12}	$= 0{,}120$	1,440
p_{13}	$= 0{,}074$	0,962
p_{14}	$= 0{,}037$	0,518
p_{15}	$= 0{,}0148$	0,222
p_{16}	$= 0\ 00462$	0,074
p_{17}	$= 0{,}00109$	0,018
p_{18}	$= 0{,}000182$	0,003
p_{19}	$= 0{,}000019060$	0,000
p_{20}	$= 0{,}000000953$	0,000
	$0{,}999\ h$	10,000 Ch

Z 20 alarmów, 10 trafi na zajętego.

3. Opóźnione połączenia.

Pewna grupa aparatów ma dostęp do określonej liczby linij sznurowych; będą chwile podczas dużego trafiku, że sznurowych linij będzie brak; niektóre alarmy będą musiały oczekiwać na oswobodzenie się sznurowych linij; aktualnem jest zagadnienie zależności między trafikiem, ilością sznurowych linij i ilością alarmów, które będą musiały czekać, to jest będą opóźnione.

Traktując ilość opóźnionych alarmów, jako proporcjonalną do czasu i ilości trwania większej ilości połączeń ponad rzeczywistą ilość posiadanych dróg, otrzymuje się wzór dla ilości opóźnionych alarmów:

$$n = c \sum_{x=v+1}^{x=s} (x - v)\, p_x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Wszystkie n alarmów będą razem oczekiwały:

$$t_w = \sum_{x=v+1}^{x=s} (x - v)\, p_x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

t_w — wyrażone jest w jednostkach czasu obserwacji.

Średni czas oczekiwania na jeden opóźniony alarm będzie:

$$t_m = \frac{t_w}{n} = \frac{1}{c} \text{ (jedn. obs.)} \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

Czas, podczas którego alarmy będą czekać, wyrazi się według wzoru:

$$t_v = \sum_{x=v+1}^{x=s} p_x \text{ (jedn. obs.)} \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Średni czas oczekiwania na jeden alarm wogóle, opóźniony lub nie:

$$t_\mu = \frac{\sum_{x=v+1}^{x=s} (x - v)\, p_x}{c} \text{ (jedn. obs.)} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Dla dużych wartości v, obliczając $\Sigma\, p_x$ i $\Sigma\,(x - v)\, p_x$ można korzystać z uproszczonych, przybliżonych, wzorów Milon'a:

$$\sum_{x=v+1}^{x=s} p_x = p_{v+1} \frac{1}{1 - \frac{y}{v+2}} \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

$$\sum_{x=v+1}^{x=s} (x - v)\, p_x = p_{v+1} \frac{1}{\left(1 - \frac{y}{v+z}\right)^2} \quad \ldots\ldots \quad (19)$$

gdzie $y = c\,t$ jak wyżej.

Operując prawdopodobieństwami według wzoru Poisson'a, otrzymuje się czas oczekiwania wszystkich opóźnionych alarmów według wzoru Merker'a:

$$t_m = \sum_{x=v+1}^{x=\infty} (x-v)\, p_x \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

Wzory 14 i 20 dla większych wartości v dają zgodne rezultaty.

Dla ilości opóźnionych alarmów będzie przybliżony wzór Milon'a:

$$n = c\, p_v \frac{1}{1-\dfrac{y}{v+1}} = c\, p_v \,.\, \frac{v+1}{v+1-y} \quad \ldots \quad (21)$$

Średni czas oczekiwania na jeden opóźniony alarm będzie według przybliżonego wzoru Milon'a:

$$t_m = t\, \frac{1}{v+1-y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

gdzie t będzie średnim czasem trwania połączenia w jednostkach obserwacji.

Wzory 21 i 22 są wyprowadzone w założeniu, że prawdopodobieństwo zjawienia się opóźnionych alarmów jest równe

$$p_a = p_v + p_{v+1} + p_{v+2} + \ldots\ldots \quad (23)$$

We wzorach 13 i 14 natomiast, prawdopodobieństwo to jest przyjęte:

$$p_b = p_{v+1} + p_{v+2} + \ldots .\, p_s \quad \ldots\ldots \quad (24)$$

Porównywując równania 23 i 24 widać różnicę, że we wzorze 23 do sumy jest wprowadzone p_v, to jest:

$$p_b = p_a + p_v \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Logicznie trudno jest wyjaśnić, dlaczego prawdopodobieństwo zajęcia wszystkich posiadanych połączeń może wpływać na zjawienie się opóźnionych alarmów.

Przytaczane objaśnienie, że gdyby podczas istnienia v jednoczesnych połączeń zjawił się alarm, to musiałby czekać, nie jest dostatecznie przekonywującem, ponieważ zjawienie się takiego alarmu już jest uwzględnione, jako prawdopodobieństwo p_{v+1}. Dla określenia prawdopodobieństwa zjawienia się opóźnionych alarmów spotyka się wzór:

$$p_x = \frac{x!}{v^{x-v}\,v!}\binom{s}{x} z^x (1-z)^{s-x} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (26)$$

Ilość opóźnionych alarmów:

$$n = c\,\frac{v}{y} \sum_{x=v+1}^{x=s} p_x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (27)$$

d ni czas oczekiwania na jeden alarm:

$$t_m = \frac{1}{y} \sum_{x=v+1}^{x=s} \left(x - v - \frac{1}{2}\right) p_x \quad \text{(w jedn. obs.)} \quad . \quad (28)$$

przyczem t jest dla wszystkich połączeń wartością jednakową.

W przybliżeniu:

$$n = \frac{c\,.\,v}{v-y} p_v \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (29)$$

$$t_m = \frac{t}{2v} \cdot \frac{v+y}{v-y} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (30)$$

Jeżeli wybrać pewne momenty czasu według wzoru:

$$\tau_r = \frac{r-0{,}5}{v}\, t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

to

$$\beta_r = \frac{s!}{v^{r-1}\, v!\,(s-v-r)!} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (32)$$

$$\lambda_r = \frac{y}{s-y} \cdot \frac{s-v-r}{v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (33)$$

$$n_r = c\,\frac{\beta_r}{y(1-\lambda_r)} \left(\frac{y}{s}\right)^{v+r} \left(1-\frac{y}{s}\right)^{s-v-r} \quad . \; . \; . \quad (34)$$

gdzie n_r oznacza ilość alarmów, oczekujących dłużej niż τ_r.

Zakładając: $A\,Sg\,Ab^{-1}h^{-1}=2$; średnią długość trwania połączenia 1,5 min., $3CM\,Ab^{-1}h^{-1}$; $s=100$; $v=10$, otrzymuje się:

$$y=\frac{300}{60}=5\,Ch;\; c=200;\; p_x=e^{-y}\frac{y^x}{x!}\text{ będzie:}$$

$p_0=0{,}007$ h	
$p_1=0{,}034$	
$p_2=0{,}084$	
$p_3=0{,}140$	
$p_4=0{,}175$	
$p_5=0{,}175$	
$p_6=0{,}146$	
$p_7=0{,}104$	
$p_8=0{,}065$	
$p_9=0{,}036$	
$p_{10}=0{,}018$	
$p_{11}=0{,}0082$	0,0082
$p_{12}=0{,}0034$	0,0068
$p_{13}=0{,}0013$	0,0039
$p_{14}=0{,}00047$	0,0019
$p_{15}=0{,}00016$	0,0008
0,997 h	$0{,}0216=0{,}022\,Ch$

Według wzoru 13:

$$n=200\times0{,}022=4{,}4$$
$$t_w=0{,}022h=1{,}32\text{ min.}=79\text{ sek.}$$
$$t_m=0{,}005h=0{,}3\text{ min.}=18\text{ sek.}$$
$$t_v=0{,}013h=0{,}78\text{ min.}=47\text{ sek.}$$
$$t_\mu=0{,}4\text{ sek.}$$

wzór 21: $n=c\,.\,p_v\,.\,\dfrac{v+1}{v+1-y}=200\,.\,0{,}018\,.\,\dfrac{11}{6}=6{,}6$

wzór 22: $t_m=t\dfrac{1}{v+1-y}=1{,}5\,.\,\dfrac{1}{6}=0{,}25\text{ min.}=15\text{ sek.}$

Według wzoru 26:

$$p_{11}=0{,}008\;h$$
$$p_{12}=0{,}004$$
$$p_{13}=0{,}002$$
$$p_{14}=0{,}001$$
$$p_{15}=0{,}0004$$
$$\overline{\quad 0{,}0154\;h\quad}$$

wzór 27: $n = c\frac{v}{y}\sum_{x=v+1}^{x=s} p_x = 200 \cdot \frac{10}{5} \cdot 0{,}0154 = 6{,}2$

według wzoru 28: $t_m = \frac{1}{5}(0{,}004 + 0{,}006 + 0{,}005 + 0{,}0035 + 0{,}0018) =$
$= 0{,}0041 h = 0{,}25$ min. $= 15$ sek.

wzór 29: $n = \frac{cv}{v-y} p_v = 200 \frac{10}{10-5} \cdot 0{,}018 = 7{,}2$

wzór 30: $t = \frac{t}{2v} \frac{v+y}{v-y} = \frac{1{,}5}{20} \cdot \frac{15}{5} = 0{,}225$ min. $= 13{,}5$ sek.

według wzoru 31:

$$\tau_1 = \frac{1-0{,}5}{10} 1{,}5 = 0{,}075 \text{ min.} = 4{,}5 \text{ sek.}$$

$$\tau_2 = 0{,}225 \text{ min.} = 13{,}5 \text{ sek.}$$
$$\tau_3 = 0{,}375 \text{ min.} = 22{,}5 \text{ sek.}$$
$$\tau_4 = 0{,}525 \text{ min.} = 31{,}5 \text{ sek.}$$
$$\tau_5 = 0{,}675 \text{ min.} = 40{,}5 \text{ sek.}$$

według wzoru 32:

$$\beta_1 = \frac{100!}{10!\ 89!} = 156 \cdot 10^{13}$$

według wzoru 33:

$$\lambda_1 = \frac{5}{95} \cdot \frac{89}{10} = 0{,}47$$

według wzoru 34:

$$n_1 = 200 \frac{156 \cdot 10^{13}}{5 \cdot 0{,}53} \cdot \left(\frac{5}{100}\right)^{11} (0{,}95)^{89} = 6$$

$$n_2 = n_1 \cdot \lambda_1 \frac{1-\lambda_1}{1-\lambda_1+\delta}\,; \quad \delta = \frac{\lambda_r}{s-v-r}\,;$$

$$\delta = \frac{0{,}47}{89} = 0{,}00525$$

$$n_2 = 6 \cdot 0{,}47 \cdot \frac{0{,}53}{0{,}535} = 2{,}8$$

$$n_3 = n_2 \cdot \lambda_1 \frac{1-\lambda_1}{1-\lambda_1+\delta} \cdot \frac{s-v-2}{s-v-1} = 1{,}29$$

$$n_4 = n_3 \cdot \lambda_1 \frac{1-\lambda_1}{1-\lambda_1+\delta} \cdot \frac{s-v-3}{s-v-1} = 0{,}59$$

$$n_5 = n_4 \cdot \lambda_1 \frac{1-\lambda_1}{1-\lambda_1+\delta} \cdot \frac{s-v-4}{s-v-1} = 0{,}25$$

Stosownie do powyższego 6 alarmów będą czekać dłużej, niż 4,5 sek., z tych 6 alarmów 2,8 będzie czekać dłużej niż 13,5 sek.; z tych 2,8 alarmów 1,29 będzie czekać dłużej 22,5 sek. i tak dalej. Stąd: w granicach od 4,5 sek. do 13,5 sek. będzie czekać 3,2 alarmu; od 13,5 do 22,5 sek. będzie czekać 1,51 alarmu; od 22,5 do 31,5 sek. będzie czekać 0,7 alarmu i tak dalej.

4. Ilość straconych połączeń.

Według wzoru Grinstedt'a:

$$n = \frac{c}{y} \sum_{x=v+1}^{x=\infty} (x-v)\, e^{-y} \frac{y^x}{x!} \quad \ldots\ldots \quad (35)$$

Spółczynnik strat:

$$p = \frac{n}{c} = \frac{1}{y} \sum_{x=v+1}^{x=\infty} (x-v)\, e^{-y} \frac{y^x}{x!} \quad \ldots\ldots \quad (36)$$

Spółczynniki strat:

a) według Rückle'go i Lubberger'a

$$p = \frac{1}{\eta} \sum_{x=v+1}^{x=\infty} (x-v)\, e^{-\eta} \frac{\eta^x}{x} \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

gdzie $\eta = y + q$ . . . . (38)

$$q = 1 - e^{-lnv} - \frac{ln\, v}{v} \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

b) według Erlang'a:

$$p = e^{-y} \frac{y^v}{v!} + e^{-y} \frac{y^{v+1}}{(v+1)!} + e^{-y} \frac{y^{v+2}}{(v+2)!} + \ldots\ldots \quad (40)$$

c) według Milon'a:

$$p = \left(\frac{y}{v}\right)^v \quad \ldots\ldots \quad (41)$$

d) według Martin'a:

$$p = \sum_{x=0}^{x=v} (s - x) \frac{z}{1-z} p_x - \sum_{x=0}^{x=v} x\, p_x \quad \ldots \quad (41a)$$

Jeżeli założyć pewien spółczynnik strat, to można obliczyć ilość koniecznych dróg według wzoru Christensen'a:

$$v = y + k\sqrt{y} \quad \ldots \ldots \quad (42)$$

k jest zależne od y i p; wartości k są przytoczone w tablicy.

TABLICA WARTOŚCI k

y \ p‰	1	2	3	4
1	4,74	4,32	4,13	3,97
3	4,08	3,78	3,58	3,44
5	3,88	3,58	3,41	3,28
10	3,66	3,39	3,22	3,10
20	3,53	3,26	3,11	2,99
40	3,38	3,15	2,99	2,88
60	3,34	3,10	2,95	2,84
80	3,30	3,08	2 93	2,82

Zakładając: $A\,Sg\,Ab^{-1} h^{-1} = 2$, średnią dł·gość trwania połączenia 1,5 min.; $3\,CM\,Ab^{-1} h^{-1}$, $s = 100$, $v = 10$, otrzymuje się: $y = 5$; $c = 200$; według wzoru 35:

$$n = \frac{200}{5} 0{,}022 = 0.88$$

$$p = \frac{n}{c} = 0{,}0044 = 4{,}4\,‰$$

wzór 39: $$q = 1 - e^{-\ln v} - \frac{\ln v}{v} = 1 - e^{-2{,}3} - \frac{2{,}3}{10} = 0{,}67$$

$$\eta = y + q = 5 + 0{,}67 = 5{,}67 \qquad p_x = e^{-\eta} \frac{\eta^x}{x!}$$

$p_0 = 0{,}003\,h$	
$p_1 = 0{,}020$	
$p_2 = 0{,}055$	
$p_3 = 0{,}105$	
$p_4 = 0{,}149$	
$p_5 = 0{,}168$	
$p_6 = 0{,}159$	
$p_7 = 0{,}129$	
$p_8 = 0{,}091$	
$p_9 = 0{,}057$	
$p_{10} = 0{,}033$	
$p_{11} = 0{,}0168$	0,0168 połączenio-godzin
$p_{12} = 0{,}0079$	0,0158
$p_{13} = 0{,}00346$	0,01038
$p_{14} = 0{,}00140$	0,00560
$p_{15} = 0{,}00053$	0,00265
$p_{16} = 0{,}00019$	0,00114
$p_{17} = 0{,}000063$	0,000441
$p_{18} = 0{,}0000197$	0,000158
$1{,}006\,h$	$0{,}053\,Ch$

$$p = \frac{1}{5{,}67} 0{,}053 = 0{,}00935 = 9^0/_{00}$$

Według wzoru 40:

$$\begin{aligned} p = {} & 0{,}0181 \\ & 0{,}0082 \\ & 0{,}0034 \\ & 0{,}0013 \\ & 0{,}0005 \\ & 0{,}0002 \\ \hline & 0{,}0317 \cong 32^0/_{00} \end{aligned}$$

Wzór Merker'a określa spółczynnik strat analogicznie, jak wzór Erlang'a, za wyjątkiem pierwszego elementu, to jest:

$$p = 0{,}014 = 14^0/_{00}.$$

Wzór 42 dla $y = 5$ i $v = 10$ daje spółczynnik $k = 2{,}24$: straty będą, jak we wzorze Merker'a, równe $14^0/_{00}$.

Powyższe cyfry wykazują duże rozbieżności; ani jedno rozumowanie, na podstawie którego wszystkie omówione wzory zostały wyprowadzone, nie jest dostatecznie przekonywujące.

Rozpowszechnione tablice Erlang'a, mające za podstawę wzór 40, są niżej przytoczone.

Pomiar strat w pracujących centralach telefonicznych jest trudny; można otrzymać przypadkowe rezultaty, zależne od charakteru trafiku; uogólnienie otrzymanych wyników należy czynić oględnie. Niżej, dla orjentacji, są przytoczone rezultaty pomiarów Langer'a.

Wartość:

$$u = \frac{y}{v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (43)$$

nazywa się spółczynnikiem użytkowania danego przewodu, sznurowej linji i tym podobne, w pęczku lub grupie; u wyrażane bywa albo w częściach, albo w minutach na godzinę.

Niżej przytoczona tablica wskazuje wartości u, dla różnej ilości dróg połączeniowych v, według wzorów Milon'a, wzoru $\frac{60\,v}{v + k\sqrt{v}}$, Erlang'a, dalej według eksperymentalnych danych Langer'a, a także dla dwuch orjentacyjnych, uproszczonych wzorów:

$$u = 10\sqrt[3]{v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

$$u = 10\,ln\,v \quad \ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

Dane dla u są rozumiane przy $p = 1\text{‰}$.

TABLICA WARTOŚCI $u\ \frac{\text{min}}{\text{h}}$ DLA $p = 1\text{‰}$

v	$60\sqrt[v]{p}$	$\frac{60\,v}{v + k\sqrt{v}}$	Erlang	Langer	$10\sqrt[3]{v}$	$10\,l_n\,v$
1	0,06					
2	1,9					
3	6,0			8,0		11,0
4	10,7			11,0		13,9
5	15,1	20,0	8,8	13,5	17,1	16,1
10	30,1	26,2	19,0	20,0	21,5	23,0
15		30,0	24,4	25,5	24,7	27,1
20		32,8	28,0	29,0	27,1	30,0
30		36,4	33,6	33,5	31,1	34,0
40		38,7	37,5	36,5	34,2	36,9
50		40,0	39,6	39,0	36,8	39,1
70		42,5	42,6	42,5	41,2	42,5
100		45,2	45,6	45,0	46,4	46,1
200		48,5	46,4			

5. Charakterystyka trafiku telefonicznego.

Wyżej oznaczono średnią tendencję grupy abonentów do rozmów według wzoru

$$z = \frac{ct}{s} = \frac{y}{s};$$

średnia długość trwania połączenia oznaczoną była przez t. Przy wyprowadzaniu wzoru 7 wszystkie połączenia były traktowane w ten sposób, że zastąpiono oddzielne połączenia przez szereg krótkich o jednakowej długości. Tendencja abonentów do połączeń, ujawniająca się zarówno w alarmie, to jest w rozpoczęciu połączenia, jak i w dalszym trwaniu połączenia, była zamieniona tylko jedną tendencją do alarmów, przy zupełnie stałej długości połączenia. Prócz tendencji do alarmów abonenci posiadają tendencję do zakończenia połączeń. Podczas pracy centrali telefonicznej będą powstawały i zanikały połączenia; ilość ich będzie zmieniała się, wykazując wzrost lub zmniejszenie się.

P r z y k ł a d: jedna godzina obserwacji 1 $h = 3600$ sek.; fikcyjnych alarmów 3600; średnia długość połączenia 100 sek. $= 1{,}67$ min. $= 0{,}0278\,h$; $c = 36$; $s = 18$; stąd $y = 1\,Ch$; $z = 0{,}0556$; średnia ilość połączeń będzie 1.

Jeżeliby dana grupa abonentów posiadała równomierną tendencję do alarmów, to na początku każdej sekundy powstałoby jedno połączenie z tem, żeby przy końcu tej sekundy się zakończyć.

Jeżeli jednak tendencja będzie nierównomi rną, to będą takie sekundy, że na początku ich nie powstanie żadnego połączenia, będą również i takie, że powstanie jedno, albo powstaną 2, lub 3, lub więcej połączeń. Jako skrajny wypadek można sobie wyobrazić 200 różnych sekund, na początku których powstanie odrazu po 18 połączeń; podczas reszty 3400 sekund, żadne połączenie nie powstanie; obciążenie centrali będzie również $y = 1\,Ch$.

Jak widać, jedno i to samo obciążenie $y = 1\,Ch$, przy równomiernej tendencji, zostało pokryte przez jedną sznurową linję, a przy największej możliwej nierównomierności potrzeba było aż 18 sznurowych linij.

Obliczając według wzoru Poisson'a prawdopodobieństwa określonej ilości połączeń:

$$p_x = e^{-y} \frac{y^x}{x!}$$

otrzymuje się:

$p_0 = 0{,}368$	1325 sek.	0000 c — sek.
$p_1 = 0{,}368$	1325	1325
$p_2 = 0{,}184$	662	1325
$p_3 = 0{,}0613$	221	662
$p_4 = 0{,}0153$	55	221
$p_5 = 0{,}00306$	11	55
$p_6 = 0{,}00051$	1,8	11
1,000	3600,8	3599 c — sek.

Stąd konsekwencja: wzór Poisson'a jest o tyle miarodajny dla określenia prawdopodobieństwa ilości jednoczesnych połączeń, o ile tendencja grupy abonentów do trafiku jest podporządkowana również teorematowi Poisson'a.

Ponieważ tendencja do trafiku jest zależna od dwuch poszczególnych tendencyj: *a*) tendencji do alarmów, i *b*) tendencji do połączeń różnej długości trwania, to nic nie stoi na przeszkodzie, biorąc pod uwagę tymczasem tylko teoretyczny stan trafiku, rozważać zmienny trafik w trzech założeniach:

1) wszystkie połączenia o stałej długości trwania i tylko tendencja do alarmów jest miarodajną dla określenia trafiku,

2) równomierne powstawanie alarmów i tylko tendencja do różnej długości trwania jest miarodajną dla trafiku,

3) obie tendencje i dla powstawania alarmów i dla połączeń różnej długości trwania jednocześnie zmienne określają trafik.

Pierwsze założenie z odpowiednim wyjaśnieniem, że ono nie zwęża istoty trafiku, było już rozważone przy wyprowadzeniu wzoru 7; drugie będzie rozważone obecnie.

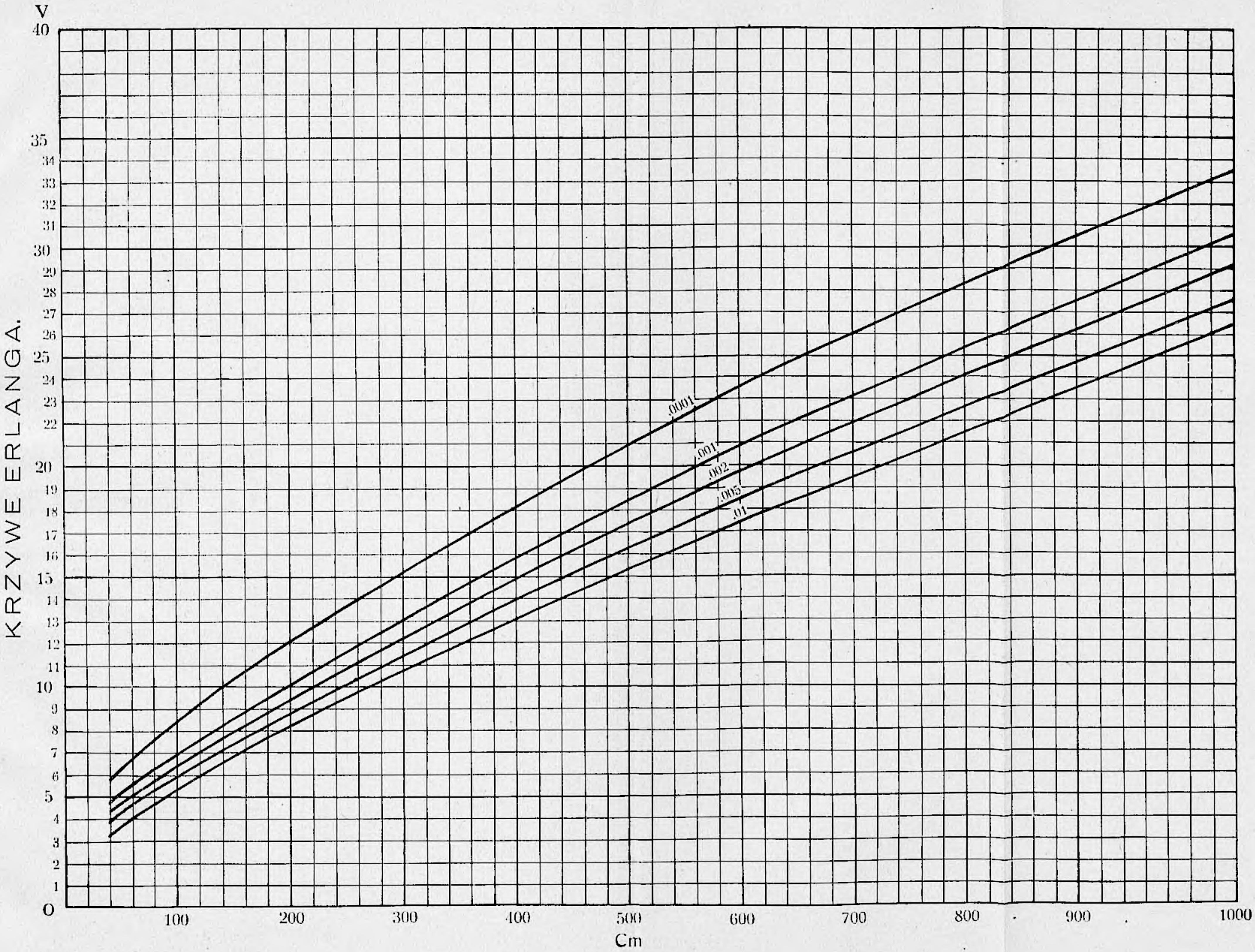
Założenie to jest identyczne z następującem: tendencja do alarmów jest równomierną; tendencja do zakończeń jest zmienną.

Jeżeli tendencja do połączeń o różnej długości trwania podlega teorematowi Poisson'a, to prawdopodobieństwo rozmowy o długości trwania τ będzie:

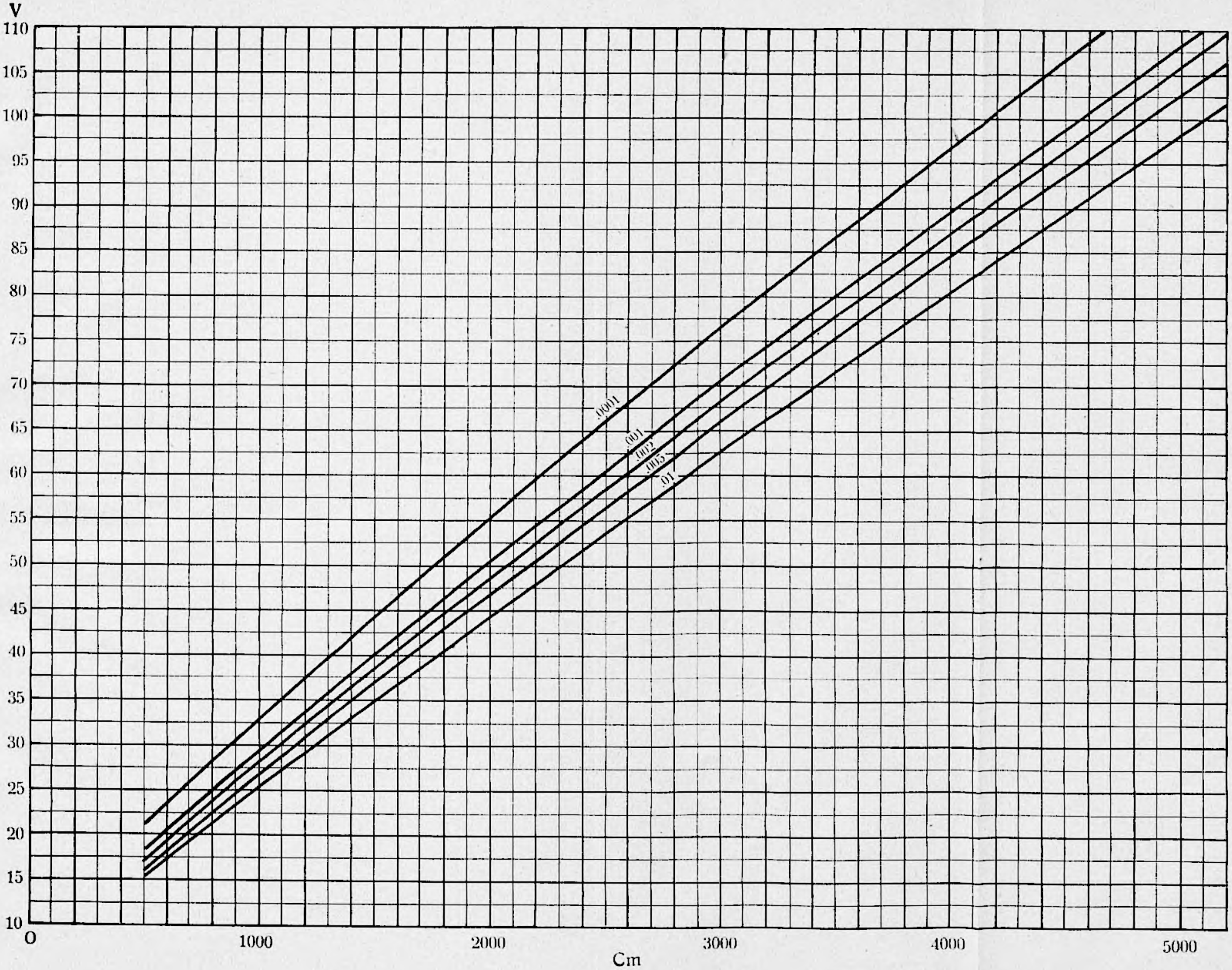
$$p_\tau = \tau e^{-\tau} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

Poszczególne prawdopodobieństwa będą:

$$p_0 = 0{,}000$$
$$p_{0{,}25\tau} = 0{,}195$$
$$p_{05\tau} = 0{,}303$$
$$p_\tau = 0{,}368$$


KRZYWE ERLANGA.
V
40
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
O
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
Cm
.0001
.001
.002
.005
.01

KRZYWE ERLANGA.



TABLICE ERLANGA.

U przy $P = 0{,}0001$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	5,0	7,7	9,6	11,3	12,9
1	14,2	15,5	16,7	17,7	18,7	19,6	20,4	21,2	21,9	22,6
2	23,3	23,9	24,5	25,0	25,7	26,2	26,8	27,3	27,8	28,3
3	28,9	29,4	29,9	30,4	30,9	31,4	31,7	31,9	32,1	32,6
4	33,0	33,3	33,5	33,8	34,0	34,2	34,4	34,6	34,8	35,0
5	35,2	35,4	35,6	35,8	36,0	36,2	36,4	36,5	36,7	36,8
6	37,0	37,1	37,3	37,4	37,6	37,7	37,8	38,0	38,1	38,3
7	38,4	38,6	38,7	38,8	38,9	39,0	39,2	39,3	39,4	39,5
8	39,6	39,8	39,9	40,0	40,1	40,2	40,3	40,5	40,6	40,7
9	40,8	40,9	41,0	41,1	41,2	41,3	41,4	41,4	41,5	41,6
10	41,7	41,8	41,9	41,9	42,0	42,1	42,2	42,2	42,3	42,4

Cm przy $P = 0{,}0001$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	25	46	67	90	116
1	142	170	200	230	262	294	327	360	394	430
2	466	502	539	576	616	656	696	736	778	822
3	866	910	956	1002	1050	1100	1140	1180	1220	1270
4	1320	1364	1408	1452	1496	1540	1584	1628	1672	1716
5	1760	1806	1852	1898	1944	1990	2056	2082	2128	2174
6	2220	2266	2312	2358	2404	2450	2498	2546	2594	2642
7	2690	2738	2786	2834	2882	2930	2978	3026	3074	3122
8	3170	3220	3270	3320	3370	3420	3470	3520	3570	3620
9	3670	3720	3770	3820	3870	3920	3970	4020	4070	4120
10	4170	4220	4270	4320	4370	4420	4470	4520	4570	4620

U przy $P = 0{,}001$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	8,8	11,7	14,0	16,0	17,6
1	19,0	20,4	21,5	22,5	23,4	24,4	25,3	26,0	26,7	27,4
2	28,1	28,7	29,3	30,0	30,5	31,1	31,6	32,1	32,6	33,1
3	33,6	34,1	34,6	35,1	35,6	36,0	36,3	36,6	36,9	37,2
4	37,5	37,8	38,0	38,2	38,5	38,7	38,9	39,1	39,3	39,4
5	39,6	39,8	40,0	40,2	40,4	40,5	40,7	40,9	41,0	41,2
6	41,3	41,5	41,6	41,7	41,9	42,0	42,1	42,2	42,4	42,5
7	42,6	42,7	42,8	43,0	43,1	43,2	43,3	43,4	43,5	43,6
8	43,8	43,9	44,0	44,0	44,1	44,2	44,3	44,4	44,5	44,6
9	44,7	44,8	44,9	45,0	45,1	45,2	45,3	45,3	45,4	45,5
10	45,6	45,7	45,8	45,8	45,9	46,0	46,1	46,1	46,2	46,3

Cm przy $P = 0{,}001$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	44	70	98	128	158
1	190	224	258	292	328	366	404	442	481	521
2	561	603	645	689	733	778	823	869	915	961
3	1008	1058	1108	1158	1209	1260	1308	1356	1404	1452
4	1500	1548	1596	1644	1692	1740	1788	1836	1884	1932
5	1980	2030	2080	2130	2180	2230	2280	2330	2380	2430
6	2480	2530	2580	2630	2680	2730	2780	2830	2880	2930
7	2980	3032	3084	3136	3188	3240	3292	3344	3396	3448
8	3500	3552	3604	3656	3708	3760	3812	3864	3916	3968
9	4020	4074	4128	4182	4236	4290	4344	4398	4452	4506
10	4560	4614	4668	4722	4776	4830	4884	4938	4992	5046

U przy $P = 0{,}002$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	—	14,3	16,6	18,5	20,2
1	21,8	23,1	24,3	25,2	26,1	26,9	27,8	28,5	29,2	29,9
2	30,6	31,2	31,8	32,4	33,0	33,5	34,1	34,6	35,1	35,6
3	36,1	36,4	36,8	37,1	37,4	37,7	38,0	38,3	38,5	38,8
4	39,0	39,3	39,5	39,8	40,0	40,2	40,4	40,6	40,8	41,0
5	41,2	41,4	41,5	41,7	41,9	42,0	42,1	42,3	42,4	42,5
6	42,7	42,8	43,0	43,1	43,3	43,4	43,5	43,6	43,8	43,9
7	44,0	44,1	44,2	44,3	44,4	44,5	44,6	44,7	44,8	44,9
8	45,0	45,1	45,2	45,3	45,4	45,5	45,6	45,7	45,8	45,9
9	46,0	46,1	46,2	46,3	46,3	46,4	46,5	46,6	46,7	46,7
10	46,8	46,9	46,9	47,0	47,1	47,1	47,2	47,3	47,3	47,4

Cm przy $P = 0{,}002$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	—	86	116	148	182
1	218	254	291	328	366	404	444	484	526	568
2	612	656	700	746	792	838	886	934	982	1032
3	1082	1129	1176	1224	1272	1320	1368	1416	1464	1512
4	1560	1610	1660	1710	1760	1810	1860	1910	1960	2010
5	2060	2110	2160	2210	2260	2310	2360	2410	2460	2510
6	2560	2612	2664	2716	2768	2820	2872	2924	2976	3028
7	3080	3132	3184	3236	3288	3340	3392	3444	3496	3548
8	3600	3654	3708	3762	3816	3870	3924	3978	4032	4086
9	4140	4194	4248	4302	4356	4410	4464	4518	4572	4626
10	4680	4734	4788	4842	4896	4950	5004	5058	5112	5166

U przy $P = 0{,}005$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	—	16,7	19,4	21,5	23,2
1	24,6	25,8	26,8	27,8	28,7	29,6	30,5	31,3	32,1	32,8
2	33,6	34,2	34,8	35,4	36,0	36,5	37,0	37,5	37,9	38,3
3	38,7	39,0	39,3	39,5	39,8	40,0	40,2	40,4	40,6	40,8
4	41,0	41,2	41,4	41,6	41,8	42,0	42,2	42,3	42,5	42,7
5	42,8	42,9	43,1	43,2	43,3	43,5	43,6	43,8	43,9	44,0
6	44,2	44,3	44,4	44,5	44,7	44,8	44,9	45,0	45,1	45,2
7	45,3	45,4	45,5	45,6	45,8	45,9	46,0	46,1	46,2	46,3
8	46,4	46,5	46,6	46,7	46,7	46,8	46,9	47,0	47,1	47,2
9	47,3	47,4	47,5	47,6	47,7	47,8	47,9	48,0	48,0	48,1
10	48,2	48,3	48,4	48,5	48,6	48,7	48,8	48,8	48,9	49,0

Cm przy $P = 0{,}005$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	—	100	136	172	209
1	246	284	322	362	402	444	488	532	578	624
2	671	718	766	814	863	912	962	1012	1061	1110
3	1160	1208	1256	1304	1352	1400	1448	1496	1544	1592
4	1640	1690	1740	1790	1840	1890	1940	1990	2040	2090
5	2140	2190	2240	2290	2340	2390	2442	2494	2546	2598
6	2650	2702	2754	2806	2858	2910	2962	3014	3066	3118
7	3170	3224	3278	3332	3386	3440	3494	3548	3602	3656
8	3710	3764	3818	3872	3926	3980	4036	4092	4148	4204
9	4260	4316	4372	4428	4484	4540	4596	4652	4708	4764
10	4820	4878	4936	4994	5052	5110	5168	5226	5284	5342

U przy $P = 0{,}01$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	18,0	20,0	22,0	24,0	25,6
1	27,0	28,2	29,3	30,5	31,6	32,5	33,4	34,1	34,9	35,6
2	36,2	36,8	37,4	37,9	38,4	38,9	39,4	39,9	40,4	40,9
3	41,3	41,7	42,0	42,3	42,6	42,9	43,1	43,4	43,6	43,8
4	44,0	44,2	44,4	44,6	44,7	44,9	45,1	45,3	45,5	45,6
5	45,8	46,0	46,1	46,3	46,4	46,5	46,7	46,8	46,9	47,1
6	47,2	47,3	47,5	47,6	47,7	47,8	48,0	48,1	48,2	48,3
7	48,4	48,5	48,6	48,7	48,8	48,9	49,0	49,1	49,2	49,3
8	49,4	49,5	49,5	49,6	49,7	49,8	49,8	49,9	50,0	50,0
9	50,1	50,2	50,2	50,3	50,4	50,4	50,5	50,5	50,6	50,6
10	50,7	50,7	50,8	50,9	50,9	51,0	51,0	51,0	51,1	51,1

Cm przy $P = 0{,}01$

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	—	—	—	—	—	90	120	154	192	230
1	270	310	352	396	442	488	534	580	628	676
2	724	772	822	872	922	972	1024	1078	1132	1186
3	1240	1292	1344	1396	1448	1500	1552	1604	1656	1708
4	1760	1812	1864	1916	1968	2020	2074	2128	2182	2236
5	2290	2344	2398	2452	2506	2560	2614	2668	2722	2776
6	2830	2886	2942	2998	3054	3110	3166	3222	3278	3334
7	3390	3446	3502	3558	3614	3670	3726	3782	3838	3894
8	3950	4006	4062	4118	4174	4230	4286	4342	4398	4454
9	4510	4566	4622	4678	4734	4790	4846	4902	4958	5014
10	5070	5126	5182	5238	5294	5350	5406	5462	5518	5574

$$
\begin{aligned}
p_{2\tau} &= 0{,}271 \\
p_{3\tau} &= 0{,}1495 \\
p_{4\tau} &= 0{,}0734 \\
p_{5\tau} &= 0{,}0337 \\
p_{6\tau} &= 0{,}0149 \\
p_{7\tau} &= 0{,}0064 \\
p_{8\tau} &= 0{,}0027
\end{aligned}
$$

Funkcja p_τ posiada maximum dla $\tau=1$, to jest tendencja do takiej właś ie długości trwania będzie największą; długość trwania takiej rozmowy można nazwać normalną długością i oznaczyć przez Θ. Ilość rozmów o długości trwania τ będzie: $\Theta \tau e^{-\tau} d\tau$; obciążenie: $\Theta \tau^2 e^{-\tau} d\tau$; obciążenie od wszystkich połączeń będzie:

$$y = \Theta c \int_0^\infty \tau^2 e^{-\tau} d\tau = 2 \Theta c$$

Jeżeli średnia długość połączenia jest t, to $y = ct = 2\Theta$

$$\text{skąd } \Theta = \frac{t}{2}$$

to jest: normalna długość trwania połączenia równa się połowie średniej długości trwania połączenia.

Jeżeli grupa abonentów posiada trafik, podporządkowany teorematowi Poisson'a, to taki trafik jest charakteryzowany jako trafik o normalnej dyspersji. Trafik, odbiegający od średniego mniej, niż według teorematu Poisson'a, charakteryzowany jest jako trafik o dyspersji niżej normalnej; odbiegający więcej — o dyspersji ponad normalnej. Dla normalnej dyspersji średnia wartość kwadratów odchyleń równa się średniej wartości zjawiska; dla niżej normalnej jest mniejszą; dla ponad normalnej — większą.

Wyjaśniające przykłady:

1) poszczególne wartości danego zjawiska przyjmują następujący szereg wartości 3, 5, 3, 5, 3, 5 i tak dalej.
   średnia wartość $= 4$
   odchylenie w dół: $4 - 3 = 1$
   odchylenie w górę: $4 - 5 = 1$
   średnia wartość kwadratów odchyleń:

$$\frac{1^2 + (-1)^2}{2} = 1 \qquad 1 < 4,$$

   a zatem dyspersja niżej normalna;

2) przebieg zjawiska: 2, 6, 2, 6, 2, 6 i tak dalej; średnia wartość = 4
odchylenie w dół: $4-2=2$
odchylenie w górę: $4-6=2$

$$\frac{2^2+(-2)^2}{2}=4 \qquad 4=4, \text{ a zatem normalna dyspersja;}$$

3) przebieg zjawiska: 1, 7, 1, 7, 1, 7 i tak dalej; średnia wartość = 4

$$4-1=3 \qquad 4-7=-3 \qquad \frac{3^2+(-3)^2}{2}=9$$

$9>4$, a zatem dyspersja ponad normalna.

Dla pracy central telefonicznych miarodajną jest zarówno dyspersja procesu alarmów, jak i dyspersja procesu połączeń lub, co jest identyczne, dyspersja zakończeń.

Każda poszczególna dyspersja, jak również, jako konsekwencja tamtych, ogólna dyspersja trafiku telefonicznego, są miarodajne przy projektowaniu i eksploatacji central telefonicznych.

Badania i pomiary wskazują, że dyspersja trafiku telefonicznego w wielu wypadkach może być traktowana, jako zbliżona do normalnej; szczególniej zauważyć się to daje przy dużych grupach abonentów, dużych pęczkach sznurowych lub połączeniowych linij; jest to przyczyną dążności do takich właśnie układów i konstrukcji w nowych projektach.

6. Opóźnione zgłoszenia.

Przy obsłudze central telefonicznych, na każdy alarm ze strony abonenta, ma miejsce zgłoszenie się centrali. Obsługa zajmuje pewien czas; dalej połączenie trwa według wyżej omówionych cech trafiku; aktualnem jest pytanie, ile czasu alarmujący abonent będzie czekał na zgłoszenie się centrali?

Dla czasu obsługi zupełnie stałego, oznaczonego przez τ, średni czas oczekiwania przy pojedynczej obsłudze według Erlang'a będzie:

$$t_\mu = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{\eta}{1-\eta} \quad \dots\dots\dots \quad (47)$$

P r z y k ł a d. Ręczna centrala; jedna telefonistka; czas obsługi 10 sek.; ilość alarmów na godzinę — 200.

$$\text{Obciążenie } \eta = 200 \frac{10}{3600} = 0{,}556$$

$$t_\mu = \frac{10}{2} \cdot \frac{0{,}556}{1 - 0{,}556} = 6{,}3 \text{ sek.}$$

Jeżeli czas obsługi będzie podlegał teorematowi Poisson'a, to, według Erlang'a:

$$t_\mu = \tau \frac{\eta}{1 - \eta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 48$$

W centralach automatycznych na każdy alarm abonenta szukacze rozpoczynają ruch wyszukujący danego abonenta. Jeżeli system jest taki, że w danej grupie abonentów szuka tylko jeden szukacz, to średni czas, póki szukacz znajdzie danego abonenta, może być przyjęty, jako równy połowie czasu jednego pełnego obiegu po polu wielokrotnem. Jeżeli tendencja do alarmów będzie podlegała teorematowi Poisson'a, i czas pełnego obiegu po polu wielokrotnem będzie τ, to średni czas oczekiwania określi się:

$$t_\mu = \frac{\tau}{2} \frac{1}{1 - \eta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 49$$

Przykład. $s = 25$; $c = 50$; $\tau = 2$ sek.

$$\eta = 50 \frac{2}{3600} = 0{,}0278$$

$$t_\mu = \frac{2}{2} \frac{1}{0{,}972} = 1{,}03 \text{ sek.}$$

Jeżeli ilość jednocześnie szukających szukaczy będzie n, to powstaje niebezpieczeństwo jednoczesnej perlustracji na alarmującego abonenta; w razie takiego wypadku ani jeden szukacz, jak wiadomo, nie może się zatrzymać, lecz będzie szukać dalej; ponieważ jednak zastosowane są urządzenia, gwarantujące, po obejściu całego pola wielokrotnego, rozejście się szukaczy, to uniemożliwiona jest powtórna, jednoczesna perlustracja przez te same dwa szukacze.

Nie jest zatem obojętne, czy w danej grupie wogóle jest tylko n szukaczy i wszystkie swobodne szukają przy zjawieniu się alarmu, czy też z wielu szukaczy, wspólnych dla danej grupy, n jednocześnie szuka.

W małych centralach automatycznych bywają stosowane tylko 2 sznurowe linje, to jest, będą tylko 2 szukacze; $n=2$. Średni czas oczekiwania będzie różny: podczas stanu, kiedy tylko jeden szukacz pracuje, a drugi jest zajęty przez egzystującą rozmowę, czas ten określi się według wzoru 49; podczas stanu, kiedy oba szukacze pracują, średni czas oczekiwania na zgłoszenie się będzie:

$$t_{\mu\,2}=\frac{\tau}{2}\cdot\frac{1}{1-\eta}\cdot\frac{1}{2}+\frac{\tau}{s} \quad \ldots\ldots \quad 50$$

gdzie s będzie ilością kontaktów w polu wielokrotnem, względnie ilością abonentów w grupie, o ile grupa jest zapełnioną.

Jeżeli traktować ilość alarmów, podczas których pracują oba szukacze, jako proporcjonalną do prawdopodobieństwa p_0, a ilość alarmów, kiedy pracuje tylko jeden szukacz, do prawdopodobieństwa p_1, to otrzymuje się następujący podział alarmów $c=c_1+$ $+c_2+c_p$, gdzie c_1 będzie ilość alarmów, kiedy pracuje jeden szukacz, c_2 — kiedy pracują dwa szukacze i c_p — będzie ilość opóźnionych połączeń. Traktując, jak wyżej:

$$c_1 : c_2 = p_1 : p_0$$

$$c_1+c_2=c-c_p$$

otrzymuje się średni czas oczekiwania na zgłoszenie:

$$t_\mu=\frac{1}{c-c_p}\left\{\frac{\tau}{2}\,\frac{1}{1-\eta}\cdot c_1+\left(\frac{\tau}{2}\,\frac{1}{1-\eta}\cdot\frac{1}{2}+\frac{\tau}{s}\right)c_2\right\} \quad . \; . \; (51)$$

Dla jednego z poprzednich przykładów $s=10$; $c=25$; $\tau=2$ sek., dla obciążenia $y=0{,}713$ *Ch* poszczególne prawdopodobieństwa będą:

$$p_0=0{,}404;\quad p_1=0{,}414;\quad p_2=0{,}149.$$

Na podstawie powyższego:

$$\eta=c\tau=25\,.\,2=50\ c\ \text{sek.}=\frac{50}{3600}\,Ch=0{,}0139\ Ch.$$

Jeżeli omawiana centrala byłaby urządzona tak, że zawsze jeden szukacz pracuje, to średni czas zgłoszenia będzie

$$t_\mu=\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{1-0{,}0139}=1{,}01\ \text{sek.}$$

Jeżeli pracować będą albo jeden albo 2 szukacze, w zależności od chwilowej wartości trafiku, to:

$$c_1 : c_2 = 0{,}414 : 0{,}404$$
$$c_1 + c_2 = 25 - 3{,}96 = 21{,}04$$
$$c_1 = 10{,}64; \quad c_2 = 10{,}4;$$

$$t_\mu = \frac{1}{21{,}04}\left\{\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{0{,}986}\cdot 10{,}64 + \left(\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{0{,}986}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{10}\right)10{,}4\right\} =$$

$$= \frac{1}{21{,}04}\left\{10{,}8 + 7{,}35\right\} = 0{,}862 \text{ sek.}$$

Dla 3 sznurowych linij z 3 szukaczami, pracującymi przy każdym alarmie, z warunkiem, że są swobodne, będzie przybliżenie:

$$t_\mu = \frac{1}{c - c_p}\left\{\frac{\tau}{2}\,\frac{1}{1-\eta}\,c_1 + \left(\frac{\tau}{2}\,\frac{1}{1-\eta}\cdot\frac{1}{2}+\frac{\tau}{s}\right)c_2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\tau}{2}\,\frac{1}{1-\eta}\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{s}\cdot\frac{\tau}{2}\,\frac{1}{1-\eta}\right)c_3\right\} \quad . \; . \; . \quad (52)$$

Przykład. $s = 10$; $c = 25$; $\tau = 2$ sek.
obciążenie: $y = 0{,}713\ h$; $p_0 = 0{,}461$; $p_1 = 0{,}384$;
$p_2 = 0{,}130$; $p_3 = 0{,}023$; $\eta = 0{,}014\ Ch$

$$t_\mu = \frac{1}{24 . 2}\left\{\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{0{,}986}\cdot 3{,}22 + \left(\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{0{,}986}\cdot\frac{1}{2}+\frac{2}{10}\right)9{,}54 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{2}{2}\,\frac{1}{0{,}986}\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{2}\cdot\frac{1}{0{,}986}\right)11{,}44\right\} = 0{,}712 \text{ sek.}$$

Przykład niniejszy wskazuje, że uruchamianie zbyt wielkiej ilości szukaczy prawie nie redukuje czasu zgłoszenia, natomiast wywołuje zbyteczne zużywanie się aparatury.

7. Wykorzystanie przewodów w wiązce.

Zagadnienie to było wyżej wyświetlone ogólnie; obecnie będzie omówione bardziej wyczerpująco.

Założoną jest pewna wiązka przewodów, sznurowych linij lub tym podobnych, do której ma dostęp wielu abonentów przez odpowiednią aparaturę; ilość abonentów, względnie aparatur, która ma dostęp do omawianej wiązki, znacznie, mniej więcej kilka razy przewyższa ilość przewodów w wiązce. Omawiana wiązka jest szukaną przez aparaturę w określonej kolejności dla wszystkich jednakowej; aktualnem jest zagadnienie, wiele czasu poszczególne przewody będą zajęte?

Wyżej było przytoczone rozumowanie dla określenia czasu zajętości poszczególnych przewodów, na podstawie tendencji do trwania połączeń.

Tendencja do trwania była przyjętą, jako jednakowa, dla wszystkich sznurowych linij. Tendencja do trwania połączenia na sznurowej linji o wyższej numeracji będzie większa, ponieważ wogóle została ona zajętą później, niż linja sznurowa o niższej numeracji. Z drugiej zaś strony, egzystuje małe prawdopodobieństwo, aby mała ilość jednoczesnych połączeń przechodziła akurat przez linje sznurowe o wysokiej numeracji: ma to miejsce przy zmniejszającej się wartości trafiku. Przy dużych i szybkich wahaniach wartości trafiku metoda da rezultaty, zgodne z rzeczywistością; przy małych i wolnych wahaniach trafiku, można oczekiwać za dużego czasu zajęcia sznurowych linij o niskiej i wysokiej numeracji, i za małego czasu zajęcia sznurowych linij o średniej numeracji. Dla celów technicznych niema konieczności poprawek; dla celów specjalnych nietrudno to zrobić, uzależniając odpowiednie tendencje od wartości przypuszczalnych dyspersji, zarówno dla zjawienia się alarmów jak i dla trwania rozmów o różnej długości.

Według Rückle'go i Lubberger'a czas zajęcia poszczególnych przewodów będzie:

$$B_1 = \frac{y}{\eta}(1 - e^{-\eta}) \quad \dots\dots\dots \quad (53)$$

$$B_2 = B_1 - e^{-\eta} \quad \dots\dots\dots \quad (54)$$

$$B_3 = B_2 - ye^{-\eta}\frac{\eta^1}{2!} \quad \dots\dots\dots \quad (55)$$

$$B_{k+1} = B_k - ye^{-\eta}\frac{\eta^{k-1}}{k!} \quad \dots\dots\dots \quad (56)$$

gdzie: $y = ct$

$\eta = y + q$ (według wzoru 38.)

$q = 1\, e^{-lnv} - \frac{lnv}{v}$ (według wzoru 39.)

Przykład: $v=10$; $y=5$; $q=0{,}66974$; $\eta=5{,}67$;

$$
\begin{aligned}
B_1 &= 0{,}879\,h \\
B_2 &= 0{,}862 \\
B_3 &= 0{,}813 \\
B_4 &= 0{,}721 \\
B_5 &= 0{,}590 \\
B_6 &= 0{,}442 \\
B_7 &= 0\ 302 \\
B_8 &= 0{,}189 \\
B_9 &= 0{,}109 \\
B_{10} &= 0{,}059 \\
\hline
 & \ 4{,}966\,h
\end{aligned}
$$

Poszczególne prawdopodobieństwa według wzoru:

$$p_x = e^{-\eta}\frac{\eta^x}{x!}, \quad \text{będą:}$$

$p_0 = 0{,}00345\,h$	
$p_1 = 0{,}020$	0,966
$p_2 = 0{,}055$	0,946
$p_3 = 0{,}105$	0,891
$p_4 = 0{,}149$	0,786
$p_5 = 0{,}168$	0,637
$p_6 = 0{,}159$	0,469
$p_7 = 0{,}129$	0,310
$p_8 = 0{,}091$	0,181
$p_9 = 0{,}057$	0,090
$p_{10} = 0{,}033$	0,033
$0{,}969\ h$	

Ten sam przykład, według metody rekompensacji:

$$v=10; \qquad y=5; \qquad p_x = e^{-v}\frac{y^x}{x!}$$

$p_0 = 0{,}007\ h$	
$p_1 = 0{,}034$	0,977
$p_2 = 0{,}084$	0,943
$p_3 = 0{,}140$	0,859
$p_4 = 0{,}175$	0,719
$p_5 = 0\ 175$	0,544
$p_6 = 0{,}146$	0,369
$p_7 = 0{,}104$	0,223
$p_8 = 0{,}065$	0,119
$p_9 = 0{,}036$	0,054
$p_{10} = 0{,}018$	0,018
$0{,}984\ h$	

$$\pi_1 = 0{,}977 + 0{,}094 = 1{,}071$$
$$\pi_2 = 0{,}943 + 0{,}094 = 1{,}037$$
$$\pi_3 = 0{,}859 + 0{,}094 = 0{,}953$$
$$\pi_4 = 0{,}719 + 0{,}094 = 0.813$$
$$\pi_5 = 0{,}544 + 0{,}094 = 0{,}638$$
$$\pi_6 = 0{,}369 + 0{,}094 = 0{,}463$$
$$\pi_7 = 0{,}223 + 0{,}094 = 0\ 317$$
$$\pi_8 = 0{,}119 + 0{,}094 = 0{,}213$$
$$\pi_9 = 0{,}054 + 0.094 = 0{,}148$$
$$\pi_{10} = 0{,}018 + 0{,}094 = \underline{0{,}112}$$
$$5{,}765$$

$$B_1 = 5 \cdot \frac{1{,}071}{5{,}765} = 0{,}930$$
$$B_2 = 5 \cdot \frac{1{,}037}{5{,}765} = 0{,}900$$
$$B_3 = 5 \cdot \frac{0{,}953}{5{,}765} = 0{,}826$$
$$B_4 = 5 \cdot \frac{0{,}813}{5{,}765} = 0{,}705$$
$$B_5 = 5 \cdot \frac{0{,}638}{5{,}765} = 0{,}553$$
$$B_6 = 5 \cdot \frac{0{,}463}{5{,}765} = 0{,}401$$
$$B_7 = 5 \cdot \frac{0{,}317}{5{,}765} = 0{,}275$$
$$B_8 = 5 \cdot \frac{0{,}213}{5{,}765} = 0{,}185$$
$$B_9 = 5 \cdot \frac{0{,}148}{5{,}765} = 0{,}128$$
$$B_{10} = 5 \cdot \frac{0{,}112}{5{,}765} = 0{,}097$$

8. Łączenie trafiku grup.

Jeżeli trafik pewnej ilości grup przechodzi przez wspólną aparaturę to, niewątpliwie, pełny trafik równa się sumie trafików poszczególnych grup; ma to jednak miejsce dla trafiku, obserwowanego w tym samym czasie. Natomiast, jeżeli uwzględnić trafik, podczas indywidualnej godziny największego ruchu, to okazuje się, że godzina największego ruchu nie będzie jedną i tą samą dla różnych grup, jak również i dla aparatury wspólnej i przez to suma obciążeń różnych grup, podczas indywidualnych godzin największego ruchu, będzie większą od obciążenia wspólnej aparatury podczas jej indywidualnej godziny największego ruchu.

Zakładając n jednakowych grup, o obciążeniu y każda, podczas jej indywidualnej godziny największego ruchu i łącząc ich trafik razem otrzyma się wspólny trafik Y podczas indywidualnej godziny największego ruchu; a priori $Y < ny$; aktualnem jest zagadnienie określenia ilości objektów wspólnej aparatury i poszczególnych grup.

Według Rückle'go i Lubberger'a należy postępować, jak następuje:

1) zakładając obciążenie wspólnej aparatury Y, należy określić ilość koniecznych objektów na podstawie pewnych strat, względnie czasu oczekiwania; niech ta ilość będzie V,

2) zakładając chwilowo obciążenie poszczególnych grup jako równe $\eta = \frac{Y}{n}$, należy określić ilość koniecznych objektów na podstawie tych samych przesłanek; niech ta ilość będzie Θ,

3) określić spółczynnik wahań a według wzoru:

$$a = \sqrt[4]{n\left(1 - \frac{2\eta Y}{\eta V + Y\Theta}\right)} = \sqrt[4]{n\left(1 - \frac{2\,Y}{V + n\Theta}\right)} \quad (57)$$

4) określić procentowe zwiększenie obciążenia poszczególnych grup według wzoru:

$$\delta = a - 1 - \frac{a\,(a-1)}{\sigma_k - \sigma_g}\, ln \frac{1 + \frac{\sigma_k}{a}}{1 + \frac{\sigma_g}{a}} \quad \ldots \quad (58)$$

$$\text{gdzie } \sigma_k = \frac{\Theta - \eta}{\eta} \; i \; \sigma_g = \frac{V - Y}{Y}.$$

P r z y k ł a d: $Y = 10$; $n = 10$.

Dla strat $1^0/_{00}$ i $Y = 10$ *Ch*, określa się $v = 21$; dla strat $1^0/_{00}$ i $\eta = 1$, określa się $\Theta = 5$; $a = 1{,}63$; $\sigma_k = 4$; $\sigma_g = 1{,}1$; $\delta = 0{,}375$; ilość objektów w poszczególnych grupach należy liczyć dla obciążenia $y = \eta(1 + \delta) = 1{,}375$ *Ch*, co dla strat $1^0/_{00}$ daje 6,5; jeżeli objekty muszą stanowić całą liczbę to 6 albo 7.

Dla orjentacyjnych celów można stosować następującą metodę:

1) znaleść indywidualny spółczynnik grupy według wzoru:

$$q = \frac{s + k\sqrt{s}}{s} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

2) przy łączeniu, względnie rozłączeniu, trafiku określi się spółczynnik trafiku według wzoru:

$$Q = \frac{q_1}{q_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (60)$$

Przykład. Dla przewodów abonenckich, dla których $n = \frac{y}{v}$ jest niewielkie, około 0,13 *Ch* na przewód, *k* można przyjąć równe 5,4.

Według wzoru 59 indywidualne spółczynniki grup będą:

ilość abonentów s	indywidualny spółczynnik q
10000	1,05
2000	1,12
1000	1,17
500	1,24
300	1,31
200	1,38
100	1,54
50	1,76
25	2,08
10	2,71

Rozdzielając trafik 1000 abonentów na 10 gałęzi, należy 0,1 część trafiku 1000 abonentów pomnożyć przez:

$$Q = \frac{q_1}{q_2} = \frac{1,54}{1,17} = 1,32$$

Łącząc trafik 10 grup po 100 abonentów należy trafik sumy wszystkich grup pomnożyć przez:

$$Q = \frac{q_2}{q_1} = \frac{1,17}{1,54} = 0,76$$

Dla większych wartości *u* spółczynnik *k* będzie mniejszy; przybliżenie można go określić według wzoru: $k = 2,7\,(ln60 - lnu)$, gdzie *u* wyrażone jest w min. na godzinę.

Na podstawie powyższego jest obliczoną poniższa tablica:

na małą	podział z dużej grupy					
	10000	2000	1000	500	200	100
2000	1,07	—	—	—	—	—
1000	1,12	1,04	—	—	—	—
500	1,18	1,11	1,06	—	—	—
200	1,31	1,23	1,18	1,11	—	—
100	1,47	1,38	1,32	1,24	1,12	—
50	1,68	1,57	1,50	1,42	1,28	1,14
25	1,98	1,86	1,78	1,68	1,51	1,35
10	2,58	2,42	2,32	2,19	1,96	1,76

9. Obliczenie pól mieszanych.

Dla pól stopniowanych Rückle i Lubberger podają następującą metodę:

1) na podstawie wiadomego trafiku podgrupy, określa się trafik, wypływający z podgrupy do następnego stopnia;
2) łącząc wpływające trafiki, według wyżej omówionych metod, otrzymuje się trafik, wpływający na stopień pola wielokrotnego;
3) traktując stopień pola wielokrotnego, jako przedłużenie odpowiedniego pola niestopniowanego, określa się obciążenie poszczegolnych przewodów i trafik, wypływający z ostatniego przewodu na, w rzeczywistości nieistniejące, dalsze przewody;
4) traktując trafik, wypływający z ostatniego przewodu, jako stracony, określa się spółczynnik strat, jako iloraz tego trafiku przez sumę trafików poszczególnych podgrup;
5) dzieląc sumę trafików podgrup przez ilość przewodów, otrzymuje się średnie wyzyskanie u przewodu w polu stopniowanem.

Dla pól do dziesięciu kontaktów przytoczona jest tablica przepływu trafiku z przewodu na przewód przy różnych obciążeniach.

Przykład. 10 — kontaktowe szukacze; $s = 100$; podział abonentów na 2 grupy po 50; stopniowanie: pierwsze 5 kontaktów do indywidualnych przewodów dla każdej grupy, a następne 5 kontaktów do wspólnych przewodów dla obu grup; każda grupa z 50 abonentów daje obciążenie 2,75 *Ch* podczas swojej indywidualnej godziny największego ruchu.

Niestopniowane 10 kontaktowe pole przy stratach $1^0/_{00}$ może być obciążone przez 3,3 $Ch = 198$ C min., czyli średnio na jeden przewód $u = 19{,}8$ min.

Przy obciążeniu 2,75 $Ch = 165$ C min. pierwsze 5 poszczególnych przewodów będą wyzyskane:

pierwszy	46 min.
2-gi	41
3-ci	32
4-ty	22,5
5-ty	12,7
	154,2 min.

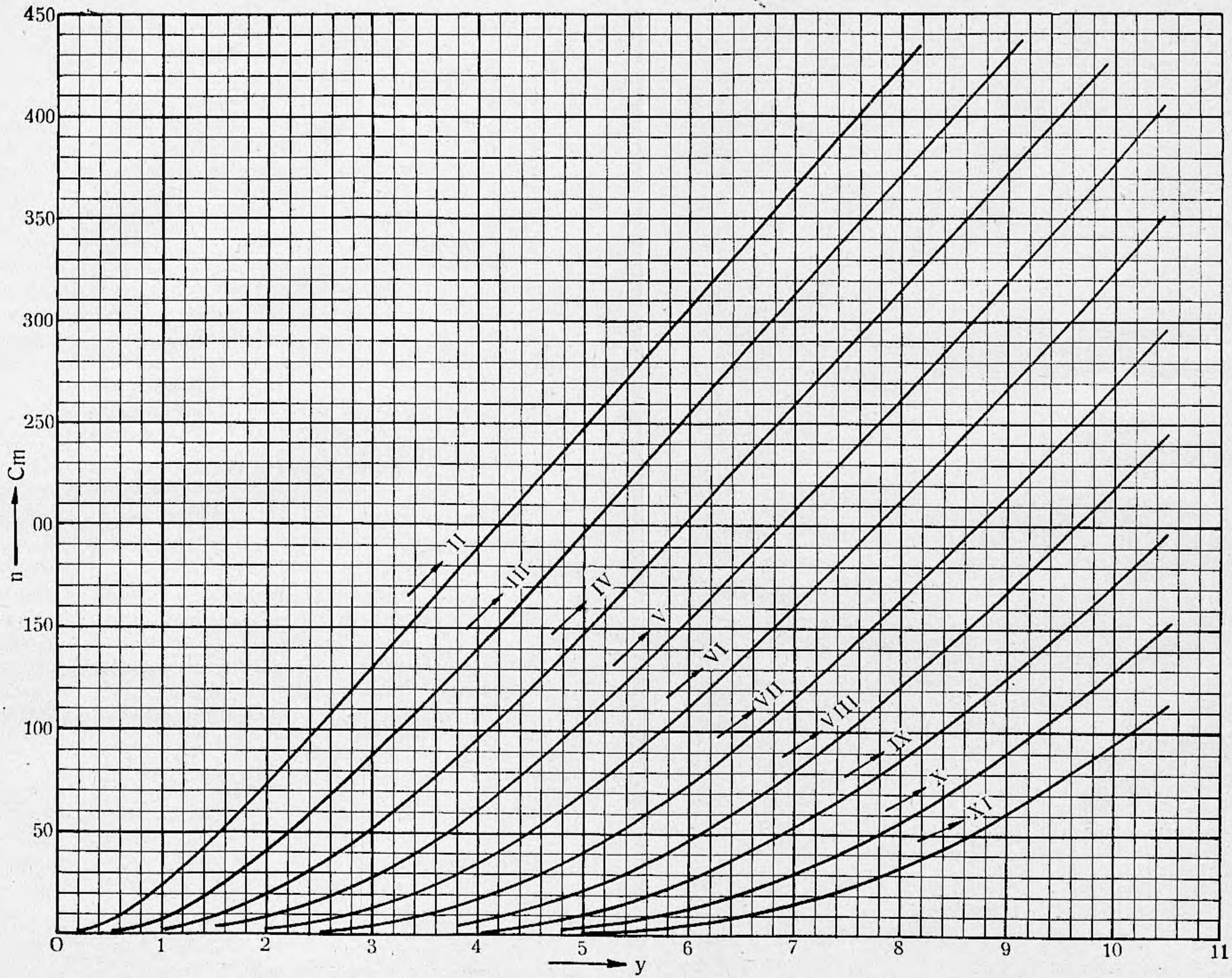
Z każdej grupy na wspólne przewody płynie 165 — 154,2 = = 10,8 min.; łącząc te dwa obciążenia według metod wyżej podanych, otrzymuje się pełny trafik, płynący na 5 wspólnych przewodów, równy 19,3 min. Traktując 5 ostatnich przewodów, jakby 5 kolejnych przewodów niestopniowanego dziesiętnego pola, według tablicy określa się pełne obciążenie takiego pola na 3,25 *Ch*, ponieważ w dziesiętnem polu na 6 przewód przy takim obciążeniu płynie również 19,3 *C* min. Z dziesiątego przewodu takiego pola wypływa 0,36 *C* min., które są traktowane, jako straty.

Każda grupa ma obciążenie 2,75 *Ch*; traktując to obciążenie, jako łączne, otrzymuje się, według omówionych metod, obciążenie wspólne równe 5,3 $Ch = 318$ *C*min. Z tego 0,36 *C*min są stracone, czyli $1{,}13^0/_{00}$; średnie wyzyskanie jednego z 15 przewodów będzie $u = 21$ min. W porównaniu do pola niestopniowanego, dla którego $u = 16{,}9$ min., widać lepsze wyzyskanie pola stopniowanego.

10. Obliczenia ilości organów na podstawie ekonomicznej.

Jeżeli centrala automatyczna została bogato wyposażona w organy połączeniowe, to straty, względnie czas oczekiwania, będą nieznaczne, naodwrót, przy skąpem wyekwipowaniu straty

KRZYWE LUBBERGERA.



Rozkład obciążenia w polu 10-cio stykowem $n \longrightarrow$ VI oznacza: jeśli na pierwszy styk pola będzie skierowane obciążenie $y\ Ch$, to $n \times Cmin$ z tego dojdzie do VI styku.

będą względnie duże. Przy bogatem wyposażeniu cena aparatury na jedno przyłączenie będzie większa, przy skąpem — niższa. Zarówno alarmy stracone, jak i czas oczekiwania, mogą być traktowane, jako strata czasu dla abonenta. Czas to pieniądz. Ceniąc czas abonenta, w pewnym związku z jego zarobkiem, otrzymuje się ekwiwalent pieniężny straconego przez abonenta czasu. Jeżeli uważać, że abonent pośrednio przez swe opłaty również pokrywa koszt centrali, to otrzymuje się dwa przebiegi, z których jeden zwiększa się w zależności od bogatszego wyposażenia, a drugi zmniejsza. Oba te wydatki musi pokryć abonent. Minimum sumy obu przebiegów będzie tam, gdzie suma pochodnych obu przebiegów będzie równa zeru, to jest ich absolutne wartości będą równe.

To samo zagadnienie będzie miało miejsce przy określeniu ilości linij dalekosiężnych, obsługujących pewną centralę automatyczną; dla małych central obliczenie często wskazuje na konieczność tylko jednej linji; niewątpliwie straty będą bardzo znaczne, ale warunki ekonomiczne wymagają takiego wyekwipowania.

Przy pewnych założeniach, a mianowicie:

1) że wartością, którą centrala telefoniczna daje swym abonentom, jest rozmowo-minuta,

2) że cena rozmowo-minuty powinna być z punktu widzenia abonenta, to jest uwzględniając stratę jego czasu, jaknajmniejsza,

3) że średnia długość rozmów podczas długiego okresu, naprzykład jednego roku, jest ze wszystkich aparatów jednakową,

otrzymuje się przybliżone wzory, jako rezultat szeregu obliczeń lości organów, najbardziej ekonomicznych przy danych warunkach.

Dla ilości sznurowych linij będzie:

$$Sr\,L = K \times RM\sqrt[3]{s^2} \quad \ldots\ldots \quad (61)$$

gdzie K będzie pewien spółczynnik, RM oznacza ilość rozmowominut na abonenta podczas godziny największego ruchu, i s będzie ilość abonentów. Spółczynnik K może być określony według wzoru:

$$K = 0{,}13 + 0{,}075\sqrt[3]{A} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

gdzie A — jest wartość czasu abonenta, w groszach za sekundę.

Dla $A = 0{,}15$ gr. za sek.; $R = 0{,}17$, zakładając $RM = 3$, ilość sznurowych linij będzie:

1) dla $s = 10$ $\quad Sr\ L = 2{,}4 \cong 2$

2) dla $s = 100$ $\quad Sr\ L = 11$

3) dla $s = 1000$ $\quad Sr\ L = [51] = 62$

Dla wzoru 61 jest ograniczenie, że wyzyskanie poszczególnej sznurowej linji nie może przekraczać 50 min. podczas godziny, co powoduje zwiększenie ilości sznurowych linij dla grupy 1000 do 62. Dla małych grup małomównych abonentów trafik bywa tak nierównomierny, że czas obserwacji dla określenia intensywności ruchu musi być skrócony. Przy takiej metodzie określenia, wzór 61 będzie zastosowalny w omówionych wypadkach.

SPIS RZECZY.