

samej płaszczyźnie wspomnianego przekroju poprzecznego - rozkładania nacisku przez masę przenoszącą nie uwzględniamy. Należy przytem mieć na uwadze, że wartość  $u$  jest zmienna; wobec tego dla obliczeń zaleca się brać wartość średnią z wysokości nasypu nad zwornikiem oraz nad wezglowiem. W każdym zaś razie  $a$  nie należy brać większe, jak szerokość danego wozu.

Ponieważ w obliczeniu za podstawę bierzemy wycinek sklepienia, zawierający się między dwoma równoległymi poprzecznymi przekrojami sklepienia, odległymi od siebie o 1 mtr., przeto każdy dany ciężar skupiony  $P$  sprowadzi się dla tego wycinka do wielkości  $\frac{P}{b+2u}$

-----

Przy projektowaniu sklepień, - jak to już było w swoim miejscu zaznaczone najważniejszą rzeczą jest, aby oś łuku była możliwie zbieżną z linią ciśnienia, inaczej bowiem trudno jest osiągnąć warunki bezpiecznej i trwałej równowagi. Ta linja ciśnień jednak nie jest jedną tylko określoną dla danego sklepienia, lecz zmienia się w zależności od każdorazowego układu i wielkości sił, - tak że każdemu położeniu i wielkości obciążenia ruchomego odpowiada inna linja ciśnienia. Wobec tego starany się, aby oś łuku możliwie zbiegała się przynajmniej z jakimś przeciętnem położeniem tej ostatniej, mianowicie z ten, które odpowiada pełnemu

obciążeniu stałemu oraz połowicznemu równomiernemu ruchomemu, rozłożonemu po całej długości sklepienia. Warunek ten może być jednakowo przyjęty tak dla sklepienia trój- jak i bezprzegubowego.

Poprzednio już udowodnione zostało, że wspomniane obciążenie równoważne jest obciążeniu pełnemu, rozłożonemu na połowie długości sklepienia; to ostatnie zaś, jak wiadomo, wywołuje największe naprężenia w spoinie, odległej mniej więcej o  $1/4$   $l$  od wezglowia, a zatem bliskiej do położenia, które przyjęte jest nazywać krytycznem.

Zasadnicze 3 punkty krzywej, stanowiącej oś poprzecznego przekroju sklepienia, wyznaczamy zgóry, mając ustalone - zgodnie z warunkami zadania - wysokość wezglowia, położenie jezdni oraz grubość nasypu nad zwornikiem. Następnie - przy pomocy przytoczonych w swoim miejscu poprzednio wzorów empirycznych - określamy przybliżone grubości sklepienia we wspomnianych 3 zasadniczych punktach. Dalej, dla możliwości wykreślenia po przez zadane 3 punkty takiej krzywej, która by już odrazu możliwie odpowiadała kierunkowi miarodajnej linii ciśnień, możemy skorzystać z następującego przybliżonego wzoru:

$$S_0 = \frac{1}{8} \left( 5 + \frac{q_1}{q_0} \right) \frac{l^2}{8f}.$$

W tym wzorze oznaczają:  $\rho_0$  - promień krzywej w zworniku;  $q_0 = q_0 + \frac{1}{2} \rho$  i  $q_1 = q_1 + \frac{1}{2} \rho$ , przy-  
czem  $q_0$  jest to waga na jednostkę bieżącą muru  
wraz z nasypem - w zworniku,  $q_1$  - to samo nad wezgło-  
wiami,  $\rho$  - obciążenie jednostkowe ruchome; wreszcie  
 $f$  - oznacza strzałkę sklepienia. Oczywiście, ma-  
jąc wyznaczone nasze 3 zasadnicze punkty, tudzież  
grubość sklepienia w tychże punktach, możemy łatwo  
znaleźć  $q_0$  i  $q_1$ , poczem zaraz określić  $\rho_0$ . Jeże-  
li teraz jeszcze dodamy analogiczny wzór:

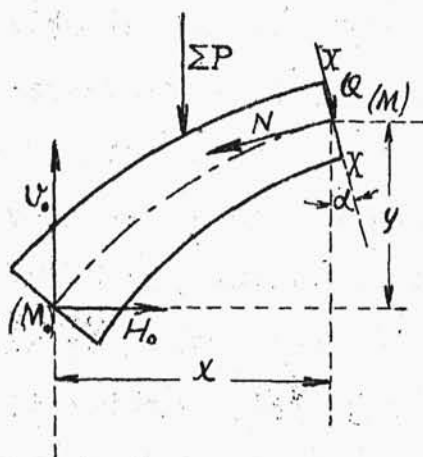
$$y_1 = \frac{23q_0 + q_1}{16(5q_0 + q_1)} f$$

z którego określimy  $y_1$ ; w sposób ten oznaczona  
jest rzędna dla  $x = \frac{1}{4} l$ .

Mając zaś  $\rho_0$  i  $y_1$  konstruujemy krzywą osi skle-  
pienia, jako krzywą koszykową, poczem wyznaczysz  
na podstawie znanych grubości cały kontur łuku, dzie-  
limy go na kliny, ustalamy dokładnie wagi, wyznacza-  
my siły obciążenia stałego /muru, nasypu, pachwin/  
oraz siły obciążenia ruchomego, poczem wykreślamy  
wielobok sznurowy dla zaznaczonej wyżej kombinacji  
pełnego obciążenia stałego oraz połowicznego ruchome-  
go. Prowadzimy przytem pierwszy bok tego wieloboku  
przez lewy wezglowiowy przegub, względnie - przez  
początkowy punkt osi przekroju sklepienia, który uwa-  
żać możemy za środek ciężkości spiny wezglowiowej.

Wiemy już, jaki musi być w razie sklepienia 3-przegubowego dalszy bieg krzywej ciśnienia, - wiemy mianowicie, że musi ona przejść przez 2 pozostałe punkty osi łuku. Jeżeli teraz tak wykreślona krzywa ciśnień odbiega od krzywej osi sklepienia, to korygujemy tę ostatnią według linii ciśnień i powtarzamy wyżej opisaną procedurę nanowo. -

Obliczanie mostów sklepionych bezprzegubowych przy pomocy samej tylko statyki, byłoby, jak to już na samym wstępie zostało zaznaczone, niewykonalnem. Odwołujemy się zatem do teorii sprężystości, która daje nam, co następuje:



Rys. 284.

Rozważmy przedewszyst-  
kiem warunki równowagi  
odcinka sklepienia po-  
między wezglowiem, a do-  
wolnym przekrojem  $XX$   
/rys. 284/. Znajduje on  
się pod działaniem: a/ od-  
poru podporowego, który  
możemy sobie wyobrazić  
jako przeniesiony myślo-

wo do środka ciężkości wezglowia - tam rozłożony, na  
siły  $U_0$  i  $H_0$ , przy czem jednocześnie powstaje moment  
oporowy  $M_0$ ; b/ oddziaływania ze strony odrzuconej

części sklepienia, wyrażającego się analogicznie w postaci sił składowych  $N$  i  $Q$  oraz momentu  $M$  ;  
c/ wypadkowej wszystkich czynnych sił zewnętrznych  $\Sigma P$  .

Pod wpływem wymienionych sił w sklepieniu powstają pewne naprężenia wewnętrzne, których następstwem mogą być odpowiednie odkształcenia, w rezultacie czego wykonaną zostanie wtedy pewna praca  $T$  tych sił wewnętrznych, która, jak wiadomo, jest w ścisłej zależności funkcjonalnej od wywołujących powyższe naprężenia oddziaływań zewnętrznych, skoro zaś te ostatnie zależne są, jak to niżej zobaczymy, od reakcji oporowych  $/U_0, H_0 \text{ i } M_0/$ , - przeto ostatecznie - jest funkcją tych ostatnich. Możemy teraz ustalić, że dla bezpiecznej stateczności sklepienia koniecznem jest, aby w węzłach nie było żadnych odkształceń /ani przesunięć, ani obrotu około osi poziomej przekroju poprzecznego - pod wpływem  $M_0/$ . Ponieważ według Castigliano wielkości tych odkształceń są:

$$\frac{\partial T}{\partial H_0}, \frac{\partial T}{\partial U_0}, \frac{\partial T}{\partial M_0},$$

przeto w myśl ustalonego warunku mamy:

$$\frac{\partial T}{\partial H_0} = 0 ; \frac{\partial T}{\partial U_0} = 0 ; \frac{\partial T}{\partial M_0} = 0 ;$$

To są właśnie te 3 dodatkowe równania, za pomocą

których określamy wartość  $M_0$ ,  $U_0$  i  $H_0$ .

Ustalmy teraz kształt funkcji  $T$ , w zależności od  $M_0$ ,  $U_0$  i  $H_0$ . Wogóle - o ile ignorujemy działanie ścinające siły  $Q$  - co nam wolno - mamy:

$$T = \frac{1}{2\varepsilon} \int \frac{M^2}{J} ds + \frac{1}{2\varepsilon} \int \frac{N^2}{\omega} ds \dots\dots\dots (a)$$

Całkowanie rozprzestrzenia się na całą długość odcinka sklepienia;  $ds$  oznacza nieskończenie mały przyrost tej długości;  $M$  i  $N$  odpowiadają spoinie  $\mathcal{X}\mathcal{X}$ , a które wyrażać możemy w funkcji  $M_0$ ,  $U_0$ ,  $H_0$  i  $\Sigma P$  - w sposób następujący:

1/ działający w przekroju  $\mathcal{X}\mathcal{X}$  względem jego środka ciężkości moment  $M$  równa się oczywiście:

$$M = M_0 + U_0 x - H_0 y - (\Sigma P) \cdot b \dots\dots\dots (b)$$

2/ rzut wszystkich sił na kierunek  $N$  daje nam równanie równowagi:

$$N = - [(\Sigma P) \sin \alpha - H \cos \alpha - U \sin \alpha] \dots\dots\dots (c)$$

Zauważyć jeszcze trzeba, że w równaniu (a):  $\omega$  - jest to płaszczyzna, zaś  $J$  - moment bezwładności przekroju sklepienia; w każdym danym punkcie są to wielkości znane, przyczem  $\omega = I \cdot a$ , zaś  $J = \frac{I \cdot a^3}{12}$ . Różniczkując teraz wyrażenie (a) po  $H_0$ ,  $U_0$  i  $M_0$  mamy:



$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_2}{\partial M_0} &= \int \frac{M}{\varepsilon J} \cdot \frac{\partial M}{\partial M_0} ds + \int \frac{N}{\varepsilon \omega} \cdot \frac{\partial N}{\partial M_0} ds = 0 \\ \frac{\partial T_2}{\partial v} &= \int \frac{M}{\varepsilon J} \cdot \frac{\partial M}{\partial v} ds + \int \frac{N}{\varepsilon \omega} \cdot \frac{\partial N}{\partial v} ds = 0 \\ \frac{\partial T_2}{\partial H} &= \int \frac{M}{\varepsilon J} \cdot \frac{\partial M}{\partial H} ds + \int \frac{N}{\varepsilon \omega} \cdot \frac{\partial N}{\partial H} ds = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (d)$$

ale wobec równań (b) i (c) mamy:

$$\frac{\partial M}{\partial M_0} = \frac{\partial [M_0 + v \cdot x - H \cdot y - (\Sigma P) \cdot b]}{\partial M_0} = 1$$

$$\frac{\partial M}{\partial v} = \frac{\partial [M_0 + v \cdot x - H \cdot y - (\Sigma P) \cdot b]}{\partial v} = x$$

$$\frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial [M_0 + v \cdot x - H \cdot y - (\Sigma P) \cdot b]}{\partial H} = -y$$

$$\frac{\partial N}{\partial M_0} = \frac{\partial \{ -[(\Sigma P) \sin \alpha - H \cos \alpha - v \sin \alpha] \}}{\partial M_0} = 0$$

$$\frac{\partial N}{\partial v} = \frac{\partial \{ -[(\Sigma P) \sin \alpha - H \cos \alpha - v \sin \alpha] \}}{\partial v} = \sin \alpha$$

$$\frac{\partial N}{\partial H} = \frac{\partial \{ -[(\Sigma P) \sin \alpha - H \cos \alpha - v \sin \alpha] \}}{\partial H} = \cos \alpha$$

Wreszcie  $J = \frac{1 \cdot a^3}{12}$ , zaś  $\omega = 1 \cdot a$ .

Wstawiając do (d) powyższe wartości cząstkowych różniczek, jak również wartość funkcji  $J$  i  $\omega$ , tudzież  $M$  i  $N$  - na zasadzie (b) i (c), - otrzymujemy, skracając wszędzie przez  $\varepsilon$ , trzy następujące równania:

$$\int \frac{[M_0 + U_0 x - H_0 y - (\Sigma P)b] ds}{a^3} = 0 \dots\dots /1/$$

$$12 \int \frac{[M_0 + U_0 x - H_0 y - (\Sigma P)b] x \cdot ds}{a^3} +$$

$$+ \int \frac{[U \sin \alpha + H_0 \cos \alpha - (\Sigma P) \sin \alpha] \sin \alpha ds}{a} = 0 \dots\dots /2/$$

$$- 12 \int \frac{[M_0 + U_0 x - H_0 y - (\Sigma P)b] y ds}{a^3} +$$

$$+ \int \frac{[U \sin \alpha + H_0 \cos \alpha - (\Sigma P) \sin \alpha] \cos \alpha ds}{a} = 0 \dots\dots /3/$$

Zauważmy teraz, że zamiast całkowania możemy zastosować proste sumowanie - kolejno przez wszystkie spiny - od wezglowia do wezglowia - przyjmując dla każdej po kolei spiny odpowiednie wartości:

$x, y, (\Sigma P)b, a, \sin \alpha, \cos \alpha$  oraz  $(\Sigma P) \sin \alpha$ . Zamiast  $ds$

weźmiemy wtedy, oczywiście, skończoną wielkość  $\Delta S$ , odpowiadającą wymiarowi klina;

zresztą, mnożnik ten zginie zaraz, ponieważ po drugiej stronie równań figuruje 0.

W rezultacie otrzymamy:

$$M_0 \Sigma \frac{1}{a^3} - U_0 \Sigma \frac{x}{a^3} - H_0 \Sigma \frac{y}{a^3} = \Sigma \frac{(\Sigma P) \cdot b}{a^3} \dots\dots /1/$$



$$12 M_0 \sum \frac{x}{a^3} + 12 U_0 \sum \frac{x^2}{a^3} - 12 H_0 \sum \frac{xy}{a^3} + U_0 \sum \frac{\sin^2 \alpha}{a} + H_0 \sum \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{a} = 12 \sum \frac{[(\Sigma P)b]x}{a^3} + \sum \frac{(\Sigma P) \sin^2 \alpha}{a} \dots /2/$$

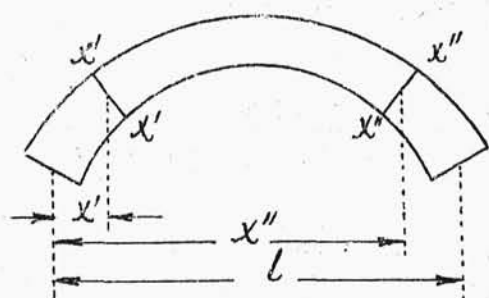
$$12 M_0 \sum \frac{y}{a^3} + 12 U_0 \sum \frac{xy}{a^3} - 12 H_0 \sum \frac{y^2}{a^3} - H_0 \sum \frac{\cos^2 \alpha}{a} - U_0 \sum \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{a} = 12 \sum \frac{[(\Sigma P)b]y}{a^3} - \sum \frac{(\Sigma P) \sin \alpha \cos \alpha}{a} \dots /3/$$

W sklepieniach symetrycznych, jakimisą zawsze sklepienia mostowe,  $\cos \alpha$  we wszystkich spoinach - na całej długości łuku - zachowuje znak  $+$ , podczas gdy  $\sin \alpha$  jest w lewej połowie dodatnim, w prawej zaś - ujemnym. Z tego powodu połowa czynników

$H_0 \sum \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{a}$  będzie jednego, druga połowa - przeciwnego znaku, w sumie więc wzajemnie skasują się; to samo dotyczy  $U_0 \sum \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{a}$ .

Dalej, jeżeli czynnik  $\sum \frac{x}{a^3}$  będziemy wyliczać w ten sposób, że będziemy sumować do pary wartości odpowiadające każdemu dwóm symetrycznym spoinom /na przykład  $x'x'$  i  $x''x''$  - rys.285/, to zauważymy, że wszak  $x' + x'' = l$ , a w takim razie

$$\sum \frac{x}{a^3} = \frac{1}{2} l \sum \frac{1}{a^3}$$



Rys. 285.

Tak samo

$$\sum \frac{xy}{a^3} = \frac{1}{2} l \sum \frac{y}{a^3}.$$

Skoro teraz

uwzględnimy wszystkie te szczegóły, -  
to równania przybio-  
rą następujący  
kształt:

$$a) M_0 \sum \frac{1}{a^3} + \frac{1}{2} V_0 l \sum \frac{1}{a^3} - H_0 \sum \frac{y}{a^3} = \sum \frac{(\Sigma P)b}{a^3},$$

albo:

$$1) M_0 + \frac{1}{2} l V_0 - \frac{\sum \frac{y}{a^3}}{\sum \frac{1}{a^3}} H_0 = \frac{\sum \frac{(\Sigma P)b}{a^3}}{\sum \frac{1}{a^3}},$$

$$b) 6l M_0 \sum \frac{1}{a^3} + 12V_0 \sum \frac{x^2}{a^3} - 6l H_0 \sum \frac{y}{a^3} + V_0 \sum \frac{\sin^2 \alpha}{a} =$$

$$= 12 \sum [(\Sigma P)b] \frac{x}{a^3} + \sum (\Sigma P) \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{a};$$

albo:

$$12) M_0 + \frac{12 \sum \frac{x^2}{a^3} + \sum \frac{\sin^2 \alpha}{a}}{6l \sum \frac{1}{a^3}} \cdot V_0 - \frac{\sum \frac{y}{a^3}}{\sum \frac{1}{a^3}} \cdot H_0 =$$

$$= \frac{12 \sum \frac{[(\Sigma P)b]x}{a^3} + \sum \frac{(\Sigma P) \sin^2 \alpha}{a}}{6l \sum \frac{1}{a^3}};$$

$$\begin{aligned} \text{d} \quad 12 M_0 \sum \frac{y}{a^3} + 6l \sum \frac{y}{a^3} \cdot U_0 - 12 \sum \frac{y^2}{a^3} \cdot H_0 - \sum \frac{\cos^2 \alpha}{a} \cdot H_0 = \\ = 12 \sum \frac{[(\Sigma P)b]y}{a^3} - \sum \frac{(\Sigma P) \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{a} \end{aligned}$$

albo

$$\begin{aligned} 13/ \quad M_0 + \frac{1}{2} l U_0 - \frac{12 \sum \frac{y^2}{a^3} + \sum \frac{\cos^2 \alpha}{a}}{12 \sum \frac{y}{a^3}} \cdot H_0 = \\ = \frac{12 \sum \frac{[(\Sigma P)b]y}{a^3} - \sum \frac{(\Sigma P) \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{a}}{12 \sum \frac{y}{a^3}} \end{aligned}$$

Zestawiając teraz równania /1/ i /2/, znajdujemy:

$$U_0 = \frac{12 \sum \frac{[(\Sigma P)b]y}{a^3} + \sum \frac{(\Sigma P) \sin^2 \alpha}{a} - 6l \sum \frac{(\Sigma P)b}{a^3}}{12 \sum \frac{x^2}{a^3} + \sum \frac{\sin^2 \alpha}{a} - 3l^2 \sum \frac{1}{a^3}}$$

Zestawiając zaś równania /1/ i /3/ znajdujemy:

$$H_0 = \frac{\sum \frac{1}{a^3} \left( 12 \sum \frac{[(\Sigma P)b]y}{a} - \sum \frac{P \sin \alpha \cos \alpha}{a} \right) - 12 \sum \frac{y}{a^3} \sum \frac{(\Sigma P)b}{a^3}}{- \sum \frac{1}{a^3} \left( 12 \sum \frac{y^2}{a^3} + \sum \frac{\cos^2 \alpha}{a} \right) + 12 \left( \sum \frac{y}{a^3} \right)^2}$$

Po wyliczeniu  $U_0$  i  $H_0$  wstawiamy ich wartości w równanie /1/ i znajdujemy  $M_0$ .

Skoro już mamy w ten sposób:  $M_0$ ,  $U_0$  i  $H_0$ , to wtedy bez trudności dla każdej spiny możemy za po-

moga równań:  $M = M_0 + U_0 x - H_0 y - (\Sigma P) b$

$$N = -[(\Sigma P) \sin \alpha - H_0 \cos \alpha - U_0 \sin \alpha]$$

określić  $M$  i  $N$ , co da nam możność również dla każdej spoiny wyliczyć położenie punktu zaczepienia ciśnienia, mianowicie:  $e = \frac{M}{N}$ . Dodatnie  $e$  odkładamy następnie do góry od środka ciężkości spoiny, ujemne  $e$  - na dół, i w ten sposób dla całego sklepienia wyrysowujemy t.zw. "linję ciśnień".

Znane jest powszechnie wymaganie, by ta linja ciśnień nie wychodziła nigdzie ze środkowej trzeciej części sklepienia, gdyż tylko wtedy wykluczone są wyciągające naprężenia, które, jak wiadomo, są niedopuszczalne w sklepieniach.

Mając pozatem  $M$  i  $N$ , obliczamy największe gniotące naprężenie w różnych punktach.

Jeżeli dochowany jest tamten pierwszy warunek /ażeby linja ciśnień nie wychodziła ze środkowej trzeciej części grubości sklepienia/ i jeżeli naprężenie gniotące nie przekracza nigdzie dopuszczalnych maksymalnych granic, - to sklepienie uważać należy za skonstruowane prawidłowo.

W przeciwnym razie należy zmienić kształt krzywej, oraz ewentualnie grubość - i powtórzyć obliczenie na nowo.

Wyjaśnić trzeba, jaka jest praktyczna technika tego ostatniego. Widzimy, że  $U_o, H_o$  i  $M_o$  otrzymuje się z równań w funkcji  $a, b, x, y, \sin \alpha, \cos \alpha, \Sigma P$  i  $(\Sigma P)/b$  i określają się w współczynnikach, stanowiących sumy poprzez całą długość sklepienia różnych kombinacji tamtych parametrów. Otóż te parametry muszą być naprzód obrachowane i zgrupowane w jakiejś tablicy, z której następnie łatwo by je można było wyciągać.

W tablicy, o której mowa, najpierw wypisujemy kolejno numery spoin - od wezglowia do wezglowia; następnie podajemy kolejne wartości  $x, y, b, \sin \alpha, \cos \alpha, \Sigma P, (\Sigma P)/b$ , dalej zaś wartości ich kombinacji takich, jak

$$\frac{1}{a^3}, \frac{y}{a^3}, \frac{(\Sigma P)/b}{a^3}, \frac{x^2}{a^3}, \frac{\sin^2 \alpha}{a}, \frac{(\Sigma P) \sin^2 \alpha}{a},$$

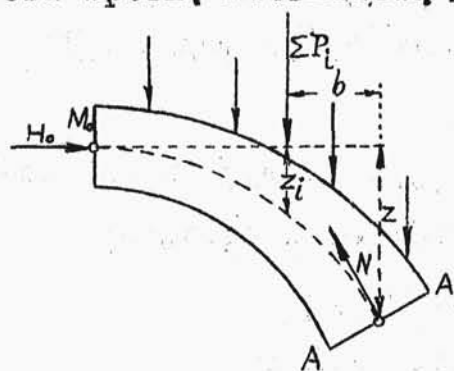
$$[(\Sigma P)/b] \frac{x}{a^3}, \frac{y^2}{a^3}, \frac{\cos^2 \alpha}{a}, [(\Sigma P)/b] \frac{y}{a^3}, \frac{(\Sigma P) \sin \alpha \cos \alpha}{a};$$

wreszcie wartości tych właśnie kombinacji sumujemy i otrzymujemy wtedy wszystkie te współczynniki, które wchodzi w nasze 3 równania i w funkcji, których określamy ostatecznie  $M_o, U$  i  $H$ .

-----ooOoo-----

Cały powyższy wykład stosuje się do sklepień symetrycznych, ale niesymetrycznie obciążonych.

O ile mamy do czynienia ze sklepieniem symetrycznie obciążonym, to wtedy, jak wiadomo, obliczenie ograniczamy do jednej tylko jego połowy, przy czym zamiast zaczynać od węzłowa, bierzemy za punkt wyjścia spoinę zwornikową /rys.286/.



Rys.286

połowy sklepienia jest w tym wypadku poziome /wskutek symetryczności obciążenia/. W ten sposób mamy tu o jedną niewiadomą mniej; określić wypada tylko 2 niewiadome, mianowicie  $M_0$  i  $H$

Dla związania tychże z wielkościami  $N$  i  $M$  - w dowolnej spoinie A-A mamy analogiczne do tamtych poprzednich 2 równania statyki:

$$M = M_0 + H_0 z - (\sum P_i b);$$

$$N = -[H \cos \alpha + (\sum P_i) \sin \alpha].$$

Dla określenia niewiadomych konstruujemy 2 równania na podstawie teorii sprężystości:

$$\frac{\partial T_2}{\partial M_0} = 0; \quad \frac{\partial T_2}{\partial H} = 0.$$

Rozwijamy je i rozwiązujemy tak - jak wyżej podano, przy czem dochodzimy w wyniku do następujących.

2 równań ostatecznych:

$$M_o \sum \frac{1}{a^3} + H_o \sum \frac{z}{a^3} = \sum \frac{(\sum P_i b)}{a^3};$$

$$12 M_o \sum \frac{z}{a^3} + H_o \left( 12 \sum \frac{z^2}{a^3} + \sum \frac{cs^2 \alpha}{a} \right) = 12 \sum \frac{(\sum P_i b) z}{a^3} - \sum \frac{(\sum P_i) sn \alpha cos \alpha}{a};$$

skąd znajdujemy:

$$H_o = \frac{\sum \frac{1}{a^3} \left( 12 \sum \frac{(\sum P_i b) z}{a^3} - \sum \frac{(\sum P_i) sn \alpha cos \alpha}{a} \right) - 12 \sum \frac{(\sum P_i b)}{a^3} \sum \frac{z}{a^3}}{\sum \frac{1}{a^3} \left( 12 \sum \frac{z^2}{a^3} + \sum \frac{cs^2 \alpha}{a} \right) - 12 \left( \sum \frac{z}{a^3} \right)^2}.$$