

Wartość parcia znajdziemy, jak poprzednio, obliczając ciężar cieczy w objętości bryły  $ABB'A'$ . W celu znalezienia linii działania parcia należy określić środek ciężkości wspomnianej bryły.

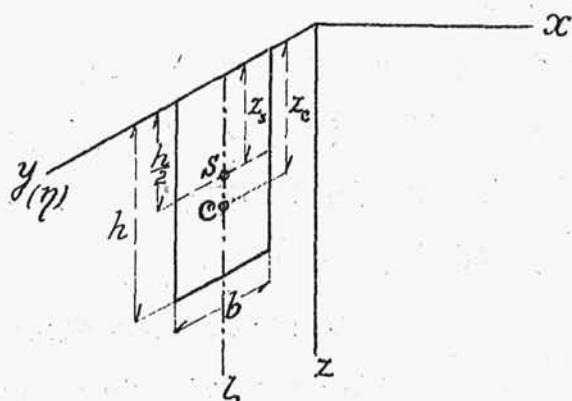
Odnalezienie środka ciężkości bryły  $ABB'A'$  może być uproszczone przez znalezienie oddzielnie środka ciężkości bryły  $ABB'A'$  i bryły  $A'B'B'A'$ . Co do drugiej bryły zrozumiałem jest, że prosta równoległa do parcia, przechodząca przez środek ciężkości tej bryły przejdzie przez środek ciężkości pola  $F'$ , zatem linia działania parcia wypadkowego przy uwzględnieniu ciśnienia  $p_a$  - przesunie się ku górze, przebijając pole  $F'$  bliżej jego środka ciężkości. Gdyby wysokość  $\frac{p_a}{\gamma}$  była bardzo znaczna w porównaniu z głębokościami  $A$  i

$B$ , wówczas środek ciśnienia byłby bardzo bliski do środka ciężkości pola  $F'$ .

Jeśli na pole  $F'$  było ciśnienie zewnętrzne, z boku,  $= p_0$ , wówczas nasz wykres tyle tylko zmieniłby się, że część górna słupa cieczy o wysokości  $\frac{p_a}{\gamma}$  będzie mieć wysokość  $\frac{p_a - p_0}{\gamma}$ . Wszystkie uwagi, zrobione dla przypadku poprzedniego, pozostają w mocy - i dlatego tu ich nie powtarzamy.

46. PRZYKŁAD 1. Niech będzie prostokątne pole o wymiarach:  $b \times h$  na ścianie pionowej. Znaleźć parcie wod, kiedy ciśnienie zewnętrzne na swobodną powierzchnię i

boczną ścianę są jednakowe.



rys.16.

Parcie znajdziemy na zasadzie twierdzenia, zawartego w równaniu /16/:  $P = \gamma \cdot F \cdot z_s$ ; w naszym przykładzie

$$F = bh ; z_s = \frac{h}{2} ,$$

zatem

$$P = \gamma \cdot \frac{bh^2}{2} .$$

Środek ciśnienia,

wobec symetrii pola  $F$ , znajdzie się na prostej pionowej, dzielącej to pole przez pół; chodzi więc jeszcze o znalezienie  $z_c$ , /w naszym przypadku  $= z_c$  / z równania /19/

$$z_c = z_c = z_s + \frac{J_{\eta_0}}{F \cdot z_s} ,$$

ponieważ

$$z_s = z_s = \frac{1}{2}h ; F = bh ; J_{\eta_0} = \frac{bh^3}{12} ;$$

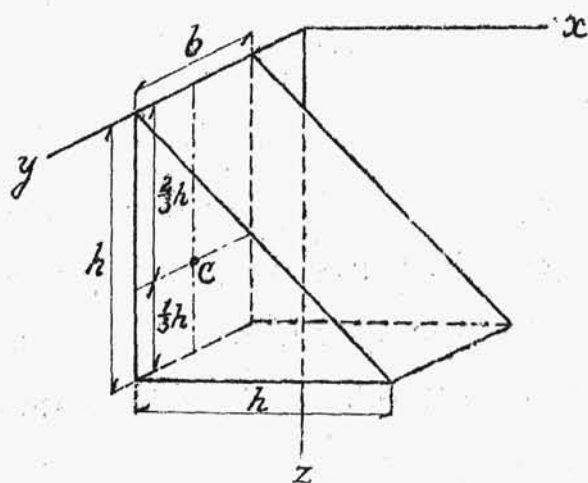
zatem

$$z_c = z_c = \frac{1}{2}h + \frac{bh^3 \cdot 2}{12 \cdot bh \cdot h} = \frac{1}{2}h + \frac{h}{6} = \underline{\underline{\frac{2}{3}h}} ;$$

następnie znajdziemy, że  $\eta_c = 0$  , czyli że środek ciśnienia znajdzie się na  $2/3$  wysokości prostokątnego pola, wziętej od górnego boku lub na  $1/3$  wysokości liczo-

nej od dolnego boku tego prostokąta. Warto ten wynik zapamiętać.

Do tego samego wyniku dojdziemy, jeśli przedstawimy szukane parcie jako ciężar odpowiedniej bryły cieczy. W danym przykładzie będzie to graniastosłup, którego jedną ze ścian tworzy pole ciśnione  $bh$ .



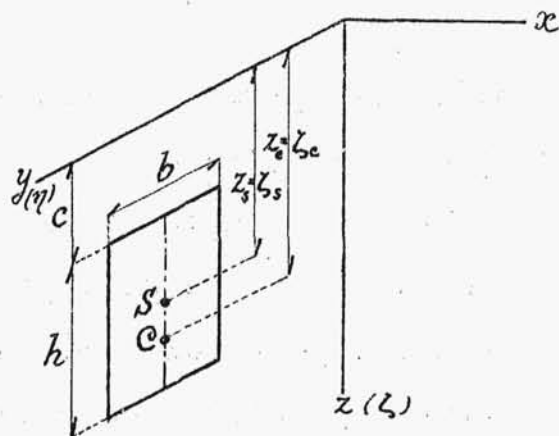
rys.17.

Objętość graniastosłupa znajdziemy równą polu podstawy  $\frac{bh}{2}$  pomnożonemu przez wysokość graniastosłupa  $= h$ . Zatem objętość  $= \frac{bh^2}{2}$ . Ciężar cieczy w tej objętości  $= \gamma \frac{bh^2}{2}$ . Jest to wartość parcia  $P$ , zatem  $P = \gamma \frac{bh^2}{2}$ . Środek ciśnienia winien znaleźć się na tej samej głębokości pod swobodną powierzchnią, jak i środek ciężkości którejkolwiek podstawy /trójkątnej/ graniastosłupa, a więc na  $\frac{1}{3}h$  od dolnego boku lub na  $\frac{2}{3}h$  od wierzchołka.

#### 46. PRZYKŁAD 2.

Niech będzie na ścianie pionowej pole prostokątne

$b \cdot h$  . Górna krawędź pola niech się znajduje na



rys. 18.

głębokości  $c$  pod swobodną powierzchnią. -  
Niech, wreszcie, ciśnienie zewnętrzne na swobodną powierzchnię i na pole zadane z boku będą równe. Znaleźć parcie. Na podstawie równania /16/ znajdziemy:

$$P = \gamma \cdot F \cdot z_s, \text{ gdzie } F = b h; z_s = z_c = c + \frac{h}{2},$$

a więc

$$P = \gamma \cdot b h \cdot \frac{2c + h}{2}$$

Środek ciśnienia znajdzie się na prostej pionowej, przechodzącej przez środek ciężkości pola  $F$  .

Odległość środka ciśnienia od swobodnej powierzchni  $z_c$  otrzymamy z równania /19/.

$$z_c = z_s + \frac{J_{x_0}}{F \cdot z_s}, \text{ gdzie } z_s = c + \frac{h}{2}, J_{x_0} = \frac{b h^3}{12},$$

oraz  $F = b h$  . Zatem

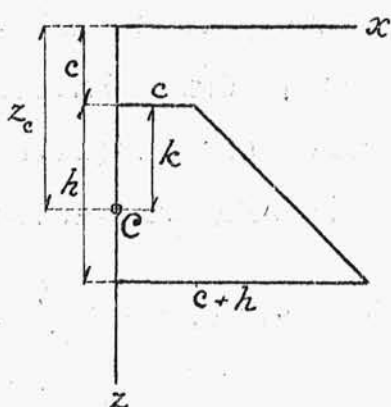
$$z_c = z_s = c + \frac{h}{2} + \frac{b h^3 \cdot 2}{12 \cdot b h \cdot (2c + h)}$$

po prostych przekształceniach otrzymamy:

$$\zeta_c = z_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{3c^2 + 3ch + h^2}{2c + h}.$$

-----

48. W prostszy sposób znajdziemy parcie i środek ciśnienia, przedstawiając sprawę wykreślnie.



rys. 19.

Łatwo dopatrzymy się, że parcie  $P$  na pole prostokątne jest równe ciężarowi bryły, której podstawą jest pole prostokątne  $bh$ , wysokość zaś jest zmienna od  $c$  do  $c+h$ . Objętość bryły znajdziemy:

$$= \frac{c+c+h}{2} \cdot h \cdot b = \frac{2c+h}{2} bh,$$

zatem

$$P = \gamma \cdot \frac{2c+h}{2} \cdot bh$$

Środek ciśnienia znajdzie się na głębokości środka ciężkości trapezu. Ponieważ w trapezie danym:

$$k = \frac{h}{3} \cdot \frac{2(c+h)+c}{2c+h} = \frac{h}{3} \cdot \frac{3c+2h}{2c+h},$$

zatem

$$z_c = k + c = c + \frac{h}{3} \cdot \frac{3c+2h}{2c+h},$$

co po odpowiednim przekształceniu da nam, jak powyżej:

$$z_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{3c^2 + 3ch + h^2}{2c + h}$$

#### 49. PRZYKŁAD 4.

Niech na ścianie pionowej będzie zadane pole trójkątne /trójkąt równoramienny/, niech bok górny trójkąta

będzie równoległy do  $y$ .

Pozostałe warunki, jak

w poprzednich przykładach. Znaleźć parcie na

zadane pole trójkątne. -

Rozwiązujemy, jak poprzed.

nio, w podobny sposób:

$$P = \gamma F z_s; F = \frac{bh}{2}; z_s = z_c = c + \frac{h}{3}$$

Stąd

$$P = \gamma \frac{bh}{2} \left( c + \frac{h}{3} \right)$$

rys. 20.

mamy już jedną część odpowiedzi; środek ciśnienia znajdziemy z równania:

$$z_c = z_s + \frac{J_{p_0}}{F z_s}; \text{ ponieważ } J_{p_0} = \frac{bh^3}{36}, F \text{ i } z_s \text{ jak wyżej,}$$

więc

$$z_c = z_s = c + \frac{h}{3} + \frac{bh^3 \cdot 2 \cdot 3}{36 \cdot bh \cdot (3c + h)};$$

po przekształceniach:

$$\zeta_c = z_c = \frac{6c^2 + 4hc + h^2}{2(3c + h)}$$


---

W przypadku, kiedy podstawa trójkąta leży na swobodnej powierzchni, czyli kiedy  $c = 0$ , mamy:

$$P = \gamma \frac{bh^2}{6}, \quad \text{zaś} \quad \zeta_c = z_c = \frac{h}{2}.$$


---

W przypadku, kiedy pole trójkąta odwrócimy tak, aby wierzchołek dotykał swobodnej powierzchni, wówczas

$$P = \gamma \cdot F \cdot z_s = \gamma \cdot \frac{bh^2}{3}$$

oraz

$$\zeta_c = z_c = \frac{2}{3}h + \frac{bh^2}{36} \cdot \frac{2 \cdot 3}{bh \cdot 2h},$$

a po przekształceniach:

$$\zeta_c = z_c = \frac{3}{4}h.$$

#### 50. PRZYKŁAD 5.

Niech będzie pole prostokątne, jak w przykładzie 2 /art.46/ tylko nie w ścianie pionowej, lecz w pochyłej do poziomemu pod kątem  $\alpha$ . Znaleźć parcie i środek ciśnienia.

Zgodnie z równaniem /16/

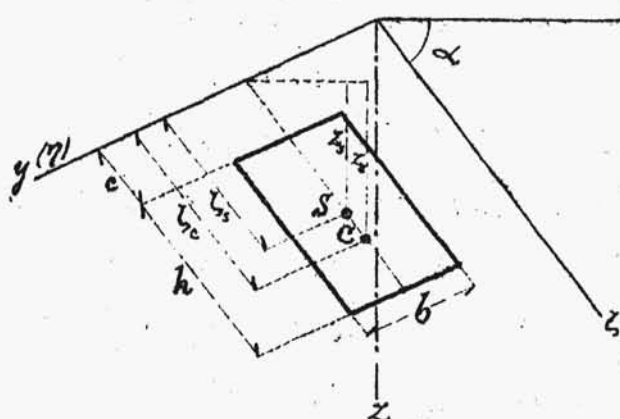
$$P = \gamma \cdot F \cdot z_s; \quad F = bh; \quad z_s = \zeta_s \cdot \sin \alpha,$$

zaś

$$\zeta_s = c + \frac{h}{2},$$

zatem

$$P = \gamma \cdot bh \cdot \left(c + \frac{h}{2}\right) \cdot \sin \alpha = \gamma \cdot bh \cdot \frac{2c + h}{2} \cdot \sin \alpha.$$



rys. 21.

Jeśli porównamy ten wynik z wynikiem otrzymanym w przykładzie 2, widzimy, że obecnie otrzymane  $P$  jest  $\sin \alpha$  razy większe od poprzedniego.

Znajdźmy środek

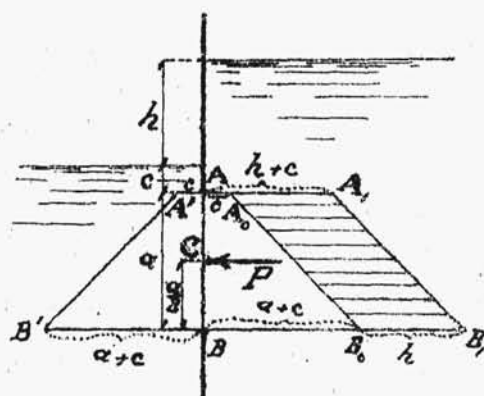
ciśnienia z równania /19/:

$$\zeta_c = \zeta_s + \frac{J_{\zeta_s}}{F \cdot \zeta_s}$$

$\zeta_s$ ,  $J_{\zeta_s}$ ,  $F$  są te same, co w przykładzie 2, więc  $\zeta_c$  się nie zmieni, zatem miejsce środka ciśnienia w ciśnionym polu zostaje bez zmiany, niezależnie od kąta  $\alpha$  przy tej samej wartości  $\zeta_s$ . Tym razem, oczywiście,  $z_c = \zeta_c \cdot \sin \alpha$ .



51. PRZYKŁAD 6. Rozwiążemy zadanie następane drogą wykreślną. Pole prostokątne, /wys.  $a$ , szerok.  $b$  /, w rzucie pionowym przedstawione jako prosta  $AB$ , znajduje się pod dwustronnem parciem wody o różnych poziomach.



rys. 22.

Ze strony prawej na zadane pole prostokątne  $ab$  woda wywiera parcie, przedstawione ciężarem bryły  $AA_1BB_1$ , przyczem zgodnie z art. 48,  $AA_1 = h+c$ ;  $BB_1 = h+c+a$ .

Ze strony lewej na to pole woda prze z siłą, którą przedstawimy jako ciężar bryły  $AA'B'B$ , przyczem  $AA' = c$ ;  $BB' = a+c$ . Pierwsze parcie działa z lotem na lewo, drugie - z lotem na prawo. Wypadkowa tych dwóch parć przedstawi się jako ciężar bryły  $AA_1B_1B - AA'B'B =$  ciężarowi bryły  $A_0A_1B_1B_0$ . Jednocześnie rozkład parcia wypadkowego otrzymuje się zgodnie z figurą  $A_0A_1B_1B_0$ , co w danym razie wskazuje na równomierny rozkład parcia na pole  $AB$ .

Na zasadzie poprzedniego powiemy, że parcie wypadkowe działa na lewo i równa się

