

HYDROSTATYKA.

22. Zasadnicze pojęcie, wprowadzone w hydrostatyce, jest t.zw. CIŚNIENIE HYDROSTATYCZNE. Wystawmy sobie płyn /ciecz lub gaz/, zawarty w naczyniu. Niech płyn będzie w równowadze. Nic się w równowadze płynu nie zmieni, jeśli pomyślimy wewnątrz tego płynu, dowolną idealną powierzchnię F' /zamkniętą/. Przypuśćmy, że część płynu, znajdującą się nazewnątrz powierzchni, odrzucimy, zastępując w każdym elemencie tej powierzchni działanie odrzuconego płynu odpowiednio wielkimi siłami. Po takiej zamianie równowaga płynu pozostanie nienaruszona.

Weźmy teraz pod rozwagę w któremkolwiek miejscu powierzchni F' mały jej element, naprz. f . Na ten element przypada siła P . Jeśli element f jest dostatecznie mały, wówczas możemy przyjąć, że we wszystkich punktach tego elementu działania są jednakowe.

Aby lepiej uświadomić sobie wartość tego działania, obliczamy je w stosunku do jednostki pola, dzieląc P przez f ; otrzymamy wtedy siłę na jednostkę pola, którą, właśnie, nazywamy CIŚNIENIEM HYDROSTATYCZNEM i które oznaczymy p , pisząc:

$$p = \frac{P}{f} \quad \dots \dots \dots //$$

Ponieważ siła P może być mierzona w gramach, kilogramach i t.d., zaś f w cm^2 , m^2 i t.d., więc miara ciśnienia hydrostatycznego będzie:

$$\frac{gr}{\text{cm}^2}, \frac{kg}{\text{cm}^2} \quad \text{lub} \quad \frac{kg}{\text{m}^2} \quad \text{i t.d.}$$

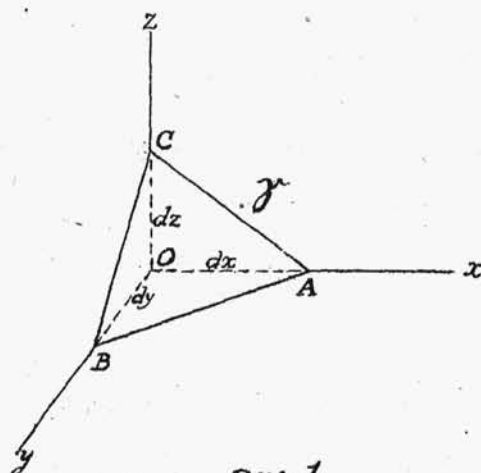
23. Pod działaniem sił podobnych do P płyn, zawarty wewnątrz powierzchni F znajduje się w równowadze, czyli że ruchu cząstek nie obserwujemy; zatem zgodnie z tem, co było powiedziane w art. 15 o kierunku sił, działających na ciecz, a w danym razie wogóle na płyny, powiemy, że zarówno siła P , jak CIŚNIENIE HYDROSTATYCZNE p jest NORMALNA do pomyslanego elementu f i ZWRÓCONA do WNETRZA płynu, zawartego wewnątrz powierzchni F .

24. Zbadamy teraz, czy ciśnienie hydrostatyczne zależy od kierunku elementu f . Pytanie trzeba tak rozumieć: niech element f , stanowiący część powierzchni F , przechodzi przez pewien punkt O .

Ponieważ powierzchnia F była pomysłana dowolnie, więc możemy przez ten sam punkt O wyobrazić sobie szereg zamkniętych powierzchni F_1, F_2, \dots , takich jednak, aby wszystkie przechodziły przez punkt O . Każda z powierzchni posiadać będzie odpowiedni element f_1, f_2, \dots , elementy te mają wszystkie wspólny punkt O , lecz różnie będą względem stałych płaszczyzn pochylone. Mamy zatem zbadać, czy ciśnienia hydrostatyczne dla

takich elementów f_1, f_2, \dots będą się różniły między sobą i jak ?

W tym celu wystawmy sobie wewnątrz płynu, znajdującego się w równowadze przy punkcie O o nieskończenie małych wymiarach czworościan, utworzony przez trzy płaszczyzny do siebie prostopadłe i czwartą - do nich



Rys. 1

pochyloną. Otrzymujemy czworościan $OABC$; odrzucimy płyn, znajdujący się na zewnątrz czworościanu, i zastąpmy działanie odrzuconego płynu siłami, przyłożonemi do ścian OAC, OBC, OAB i ABC , wówczas znajdzie równo-

waga czworościanu.

Zatem w równowadze będą następujące siły, działające na czworościan: 1/ siły, działające na poszczególne cząstki płynu wypełniające czworościan; siły te nazwiemy objętościowemi; 2/ siła prostopadła do płaszczyzny OAB ; 3/ siła prostopadła do płaszczyzny OAC ; 4/ siła prostopadła do płaszczyzny OBC ; 5/ siła prostopadła do płaszczyzny ABC . Te trzy ostatnie siły nazwiemy powierzchniowemi. Obliczmy te siły, przyj-

mujać długości krawędzi czworościanu dx, dy, dz .

Siła 1/. Niech przyspieszenie siły objętościowej będzie α . Objętość czworościanu $= \frac{1}{3} dx dy dz$. Jeśli ciężar właściwy rozpatrywanego płynu wobec bardzo małych wymiarów czworościanu przyjmiemy jako stały i $= \gamma$, wówczas masa tego płynu w czworościanie jest

$$\frac{1}{3} \frac{dx dy dz}{g} \gamma \quad \text{i siła 1/} = \frac{1}{3} dx dy dz \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \alpha$$

Siła 2/: Niech ciśnienie hydrostatyczne na płaszczyznę OAB będzie p_x , pole płaszczyzny tej jest $\frac{1}{2} dx dy$, zatem siła 2/ $= p_x \cdot \frac{1}{2} dx dy$ i jest równoległa do osi Z .

Siła 3/: Ciśnienie hydrostatyczne na płaszczyznę OAC niech będzie p_y , sama zaś siła $= p_y \cdot \frac{1}{2} dx dz$

Siła 4/: Niech ciśnienie hydrostatyczne na płaszczyznę OBC będzie p_x , sama zaś siła $= p_x \cdot \frac{1}{2} dy dz$ wreszcie,

Siła 5/: Jeśli ciśnienie hydrostatyczne na płaszczyznę ABC oznaczmy przez p , zaś pole ABC dla krótkości przez f , otrzymamy siłę 5/ $= p \cdot f$.

Ponieważ czworościan jest w równowadze, więc nie się w równowadze nie zmieni, jeśli założymy, że płyn zawarty w czworościanie /pomysł Stevin'a/ zesztynniał. Wtedy siły przyłożone do czworościanu winny czynić za dość znanym warunkom równowagi ciała sztywnego, a więc suma rzutów sił na oś x :

$$p_x \cdot \frac{1}{2} dy dz + \left(\frac{1}{3} dx dy dz \cdot \frac{\partial}{\partial x} a \right)_x - (p \cdot f)_x = 0$$

gdzie znaczek x przy nawiasie ma oznaczać rzut siły na oś x .

Zauważmy, że

$$(p \cdot f)_x = p \cdot f \cdot \cos(p, x) = p \cdot f \cdot \cos(f, OBC) = p \cdot f_x$$

ponieważ $f_x = \frac{1}{2} dy dz$, więc nasze równanie otrzyma postać:

$$p_x \cdot \frac{1}{2} dy dz + \left(\frac{1}{3} dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial}{\partial x} a \right)_x - p \cdot \frac{1}{2} dy dz = 0$$

Środkowy wyraz jest nieskończenie małą wielkością w porównaniu z pierwszym i ostatnim wyrazami, możemy zatem wyraz środkowy opuścić, pisząc:

$$p_x \cdot \frac{1}{2} dy dz - p \cdot \frac{1}{2} dy dz = 0$$

a stąd po skróceniu:

$$p_x = p.$$

W podobny sposób znajdziemy i względem osi y , że

$$p_y = p \text{ oraz względem osi } z, \text{ że } p_z = p$$

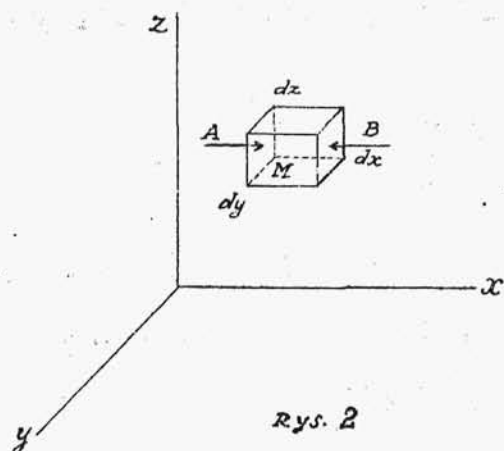
Stąd wnioskujemy, że:

$$p_x = p_y = p_z = p \quad \dots \dots \dots /2/$$

Widzimy więc, że ciśnienie w punkcie O jest jednakowe na wszystkie płaszczyzny, przez ten punkt przecięte; zatem powiemy: c i ś n i e n i e h y d r o s t a t

tyczne w obranym punkcie
O płynu jest jednakowe
we wszystkich kierunkach.

25. Następnem staraniem naszym będzie znalezienie wartości ciśnienia hydrostatycznego. W tym celu ułożymy równanie równowagi płynu i stąd otrzymamy szukaną wartość ciśnienia.



Niech będzie naczynie
wypełnione dowolnym płynem doskonałym. Płyn
niech będzie w równowadze. Obierzmy osi współrzędnych prostokątnych
 x, y, z . Wewnątrz płynu
obieramy punkt M i przy
nim wyobrażamy sobie bar-

dzo mały prostopłascian o bokach dx, dy, dz ; punkt M
jest w wierzchołku prostopłascianu. Wyodrębnijmy pomys-
lany prostopłascian w cieczy i odrzućmy płyn otaczający
go, zastępując działanie odrzuconej cieczy siłami,
przyłożonemi do poszczególnych płaszczyzn prostopłascia-
nu. Jeżeli wszystek płyn i nasz prostopłascian są w rów-
nowadze, to będą również w równowadze siły, na prosto-
płascian działające. Siły tu działające są: Siły obje-
tościowe, przyłożone do wszystkich cząstek prosto-
płascianu i siły powierzchniowe, działające normalni-

do poszczególnych sześciu ścian.

Siły objętościowe znajdziemy, przyjmując, że ciężar właściwy płynu jest $= \gamma$ i że przyspieszenie siły objętościowej jest $= a$; wtedy siła objętościowa, działająca na masę prostościanu, równa się:

$$dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot a$$

Siłę powierzchniową na ścianę A prostopadłą do x znajdziemy, jeśli przyjmiemy, że w punkcie M jest ciśnienie hydrostatyczne p , wtedy siła powierzchniowa na A jest $= dy \cdot dz \cdot p$ i skierowana wzdłuż dodatniej osi x . Niech ciśnienie p będzie jakąś funkcją współrzędnych punktu M x, y, z .

Na ścianę B , również prostopadłą do x , ciśnienie hydrostatyczne już będzie się różnić od tego ciśnienia, jakie było na ścianę A , a to z tego powodu, że ściana B ma współrzędną x większą od współrzędnej ściany A o różniczkę dx ; współrzędne zaś y i z ściany B są takie same, jak ściany A . Zatem ciśnienie hydrostatyczne na ścianę B różnić się będzie od ciśnienia na ścianę A o różniczkę cząstkową tego ciśnienia względem zmiennej x , t.j.

$$= p + \frac{\partial p}{\partial x} dx.$$

Więc na ścianę B będzie działać siła powierzch-

niowa o wartości

$$dy \cdot dz \cdot (p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx)$$

i zwrócona wzdłuż ujemnego kierunku osi x .

W podobny sposób znajdziemy siły powierzchniowe, działające na tylną i przednią oraz na dolną i górną ściany prostopięci, a mianowicie:

na tylną ścianę: $dx \cdot dz \cdot p$ wzdłuż dodatniego kierunku osi y

na przednią ścianę: $dx \cdot dz \cdot (p + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy)$ wzdłuż ujemnego kierunku osi y

na dolną ścianę: $dx \cdot dy \cdot p$ wzdłuż dodatniego kierunku osi z

na górną ścianę: $dx \cdot dy \cdot (p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz)$ wzdłuż ujemnego kierunku osi z .

Warunki równowagi obliczonych sił przedstawia się w postaci równań:

suma rzutów sił w kierunku osi x :

$$dy \cdot dz \cdot p - dy \cdot dz \cdot (p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx) + (dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial}{\partial x} a)_x = 0$$

albo

$$dy \cdot dz \cdot p - dy \cdot dz \cdot p - dy \cdot dz \cdot dx \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + (dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial}{\partial x} a)_x = 0$$

dalej

$$- dy \cdot dz \cdot dx \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial}{\partial x} a_x = 0$$

a po skróceniu przez $dx dy dz$, otrzymamy:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\rho}{g} a_x = 0; \text{ skąd } a_x = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{g}{\rho} ..$$

Zupełnie podobne otrzymamy równania z równań rzutów na osi y i z :

$$a_y = \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \frac{g}{\rho}; \quad a_z = \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{g}{\rho};$$

Oznaczmy rzuty przyspieszenia a sił objętościowych przez X, Y, Z , czyli, że $a_x = X$

Otrzymamy:

$$X = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{g}{\rho}; \quad Y = \frac{\partial p}{\partial y} \cdot \frac{g}{\rho}; \quad Z = \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{g}{\rho};$$

Stąd widzimy, że przyrosty ciśnienia w kierunku dowolnej osi są proporcjonalne do rzutu przyspieszenia siły objętościowej na tę oś.

Przemnożmy powyższe równania odpowiednio przez dx, dy, dz :

$$X dx = \frac{\partial p}{\partial x} dx \cdot \frac{g}{\rho}$$

$$Y dy = \frac{\partial p}{\partial y} dy \cdot \frac{g}{\rho}$$

$$Z dz = \frac{\partial p}{\partial z} dz \cdot \frac{g}{\rho}$$

i dodajmy, otrzymamy:

$$X dx + Y dy + Z dz = \frac{g}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$

Jeśli ciśnienie p jest funkcją tylko zmiennych współrzędnych x, y, z , wówczas wyraz w nawiasie drugiej strony równania jest zupełną różniczką p , oznaczmy wprost: dp .

W takim razie otrzymamy równanie, wyrażające zależność ciśnienia od współrzędnych i od przyspieszeń sił objętościowych, w postaci:

$$dp = \frac{\rho}{g}(Xdx + Ydy + Zdz). \dots\dots\dots /3/$$

Jest to ogólne i zasadnicze równanie hydrostatyki.

26. Lewa strona ostatniego równania, mianowicie dp , jest różniczką zupełną, gdyż ciśnienie p jest funkcją tylko współrzędnych, zatem i prawa strona równania też powinna być różniczką zupełną pewnej funkcji współrzędnych x, y, z . Oznaczmy tę funkcję przez U ; wówczas:

$$Xdx + Ydy + Zdz = dU$$

Żeby ostatni warunek mógł zajść, trzeba, aby:

$$X = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad Y = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad Z = \frac{\partial U}{\partial z}; \quad \dots\dots\dots /4/$$

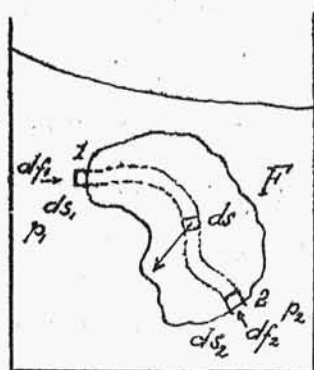
Stąd wynika, że U jest taką funkcją, której pochodne cząstkowe względem zmiennych współrzędnych są odpowiednio równe rzutom przyspieszeń sił objętościowych na te osi. Funkcję U nazywamy **p o t e n - c j a ł e m s i ł**. Wypowiemy na tej zasadzie twierdzenie, że płyn może być w równowadze tylko prz

działaniu sił, posiadających potencjał.

Równanie /3/ przepisujemy w taki sposób:

$$dp = \frac{\rho}{g} \cdot dU \quad \text{albo też} \quad dU = \frac{g}{\rho} \cdot dp.$$

27. Aby lepiej przyswoić sobie treść otrzymanego równania /3/ spróbujemy otrzymać je odmienną od poprzedniej drogą. W tym celu wyobraźmy sobie ciecz doskonałą, będącą w stanie spoczynku w naczyniu.



Rys. 3

Obierzmy wewnątrz cieczy badanej dwa dowolne punkty 1 i 2; poznamy ciśnienia w tych dwóch punktach. Przedstawmy sobie w tym celu wewnątrz płynu dowolną powierzchnię F' zamkniętą, prze-

chodzącą przez obrane punkty 1 i 2.

Obierzmy następnie przy tych punktach elementy df_1 i df_2 , należące do powierzchni F' . Jeżeli płyn w naczyniu, a więc i wewnątrz powierzchni F' znajduje się w równowadze, nie z równowagą się nie stanie, jeśli założymy, że cała powierzchnia F' zesztyniała na podobieństwo skorupy, za wyjątkiem elementów df_1 i df_2 . Odrzućmy ciecz, znajdującą się na zewnątrz powierzchni F' ; wówczas dla równowagi cieczy, zawartej wewnątrz F' , na tę ciecz

działać będzie sztywna skorupa,, wywierając w każdym miejscu działanie normalne do odpowiedniego elementu, zaś w miejscach, gdzie są elementy df_1 i df_2 będą przyłożone siły, uwarunkowane ciśnieniami hydrostatycznymi p_1 i p_2 , mianowicie siły $p_1 df_1$ i $p_2 df_2$.

Mamy więc ciecz, zawartą wewnątrz powierzchni F , która znajduje się w równowadze pod działaniem sił objętościowych i sił powierzchniowych.

Z mechaniki znane jest twierdzenie, że w przypadku równowagi układu sił, suma prac przygotowanych tych sił powinna być $= 0$. Zastosujemy tu to twierdzenie.

Przedewszystkiem obierzmy jakiegokolwiek "przesunięcie przygotowane" dla naszej cieczy. Jedno z nich może być takie: wsuńmy element df_2 do wnętrza powierzchni F na bardzo małą długość ds_2 , wówczas, wobec zesztyniałej powierzchni F , może wysunąć się jedynie element df_1 ; niech się on wysunie na długość ds_1 .

Ponieważ mamy do czynienia z cieczą doskonałą, a więc nieściśliwą, zatem objętość $df_1 \cdot ds_1$ winna być równa objętości $df_2 \cdot ds_2$.

Oczywiście przez wsunięcie elementu df_2 do wnętrza, przesunie się szereg cząstek cieczy, zawartej wewnątrz F , aż póki element df_1 nie wysunie się nazewnątrz. Nie jesteśmy w stanie bliżej określić, które mianowicie cząstki wezmą udział w powyższem przesunięciu. Wystawmy sobie, że to właśnie będą cząstki, znaj-

dujące się jakby w rurce dowolnie pomyślanej od 2 do 1; pozostałe cząstki wewnątrz pow. F' pozostaną bez ruchu. Przy tak pomyślanych przesunięciach zostaną wykonane prace sił objętościowych i powierzchniowych. Obliczmy te prace.

Siła powierzchniowa, przyłożona do elementu df_2 jest równa $p_2 \cdot df_2$. Siła ta przejdzie drogę ds_2 w kierunku działania siły, zatem wykona pracę:

$$p_2 \cdot df_2 \cdot ds_2.$$

Siła powierzchniowa, przyłożona do elementu df_1 , jest równa $p_1 \cdot df_1$; siła ta przejdzie drogę ds_1 w kierunku wprost przeciwnym kierunkowi działania siły; wykona więc pracę:

$$- p_1 \cdot df_1 \cdot ds_1,$$

Pozostałe siły powierzchniowe pozostaną bez ruchu /powierzchnia F' jest jakgdyby sztywną skorupą/, a więc pracy nie wykonają.

Przejdźmy teraz do pracy sił objętościowych.

Całe nasze przesunięcie przygotowane możemy sobie inaczej jeszcze wystawić; mianowicie możemy element cieczy $df_2 \cdot ds_2$ przenieść do miejsca $df_1 \cdot ds_1$, nie ruszając wcale pozostałej cieczy. Skutkiem tego zadanie sprowadza się do obliczenia pracy siły objętościowej, działającej na element cieczy o objętości $df_2 \cdot ds_2$ jakgdyby siła ta działała podczas przenoszenia elemen-

tu cieczy z miejsca 2 do miejsca 1 tą samą drogą, na jakiej znajdują się poruszone cząstki cieczy. Pozostałe siły objętościowe, działające na inne cząstki badanej cieczy, nie biorące udziału w ruchu, nie wykonają żadnej pracy. Znajdźmy siłę objętościową, która działa na przesuwający się element cieczy o objętości $df_2 \cdot ds_2$ lub $df_1 \cdot ds_1$, co na jedno wychodzi.

Jeżeli przyspieszenie siły objętościowej w dowolnym miejscu odbywanej drogi jest α , wówczas siła objętościowa będzie miała wartość:

$$\frac{df_1 \cdot ds_1 \cdot \gamma}{g} \cdot \alpha$$

Praca, wykonana przez tę siłę na elemencie drogi ds , będzie równa:

$$\frac{df_1 \cdot ds_1 \cdot \gamma}{g} \cdot \alpha \cdot ds \cdot \cos(\alpha, ds) ; \quad \text{na}$$

całej zaś drodze od punktu 2 do punktu 1 otrzymamy pracę:

$$\frac{\gamma}{g} \int_2^1 df_1 \cdot ds_1 \cdot ds \cdot \alpha \cdot \cos(\alpha, ds)$$

ponieważ objętość elementu $df_1 \cdot ds_1$ jest stała, zatem możemy poprzednio otrzymaną sumę tak napisać:

$$\frac{\gamma}{g} (df_1 \cdot ds_1) \int_2^1 \alpha \cdot ds \cdot \cos(\alpha, ds)$$

Inne siły objętościowe pracy nie wykonają; zatem suma wszystkich prac przygotowanych otrzyma się:

$$-p_1 df_1 \cdot ds_1 + p_2 df_2 \cdot ds_2 + \frac{x}{g} df_1 \cdot ds_1 \int_2^1 a \cdot ds \cdot \cos(\alpha, ds) = 0$$

ponieważ $df_1 \cdot ds_1 = df_2 \cdot ds_2$, zatem po skróceniu przez $df_1 \cdot ds_1$ znajdziemy:

$$-p_1 + p_2 + \frac{x}{g} \int_2^1 a \cdot ds \cdot \cos(\alpha, ds) = 0$$

stąd

$$p_2 = p_1 + \frac{x}{g} \int_1^2 a \cdot ds \cdot \cos(\alpha, ds) \dots \dots \dots /5/$$

Obierzmy prostokątne osi współrzędnych x, y, z ;
wówczas:

$$\cos(\alpha, ds) = \cos(\alpha, x) \cdot \cos(ds, x) + \cos(\alpha, y) \cdot \cos(ds, y) + \cos(\alpha, z) \cdot \cos(ds, z)$$

Podstawiając to pod znak całki otrzymamy:

$$a \cdot ds \cdot \cos(\alpha, ds) = a \cdot \cos(\alpha, x) \cdot ds \cdot \cos(ds, x) + \\ + a \cdot \cos(\alpha, y) \cdot ds \cdot \cos(ds, y) + a \cdot \cos(\alpha, z) \cdot ds \cdot \cos(ds, z).$$

Jeśli rzuty przyspieszenia a na osi x, y, z oznaczymy przez X, Y, Z , zaś rzuty przesunięcia ds na tej osi oznaczymy przez dx, dy, dz , wówczas równanie /5/ przybierze postać:

$$p_2 = p_1 + \frac{x}{g} \int_1^2 (X dx + Y dy + Z dz) \dots \dots \dots /6/$$

Punkty 1 i 2 obrane zostały zupełnie dowolnie w cieczy: możemy je też wziąć tuż obok siebie, naprz.

w odległości ds ; wtedy ciśnienia różnić się będą o wartość nieskończenie małą: $p_2 - p_1 = dp$ i w takim przypadku całkowanie będzie zbędne; wówczas otrzymamy z równania /5/

$$dp = \frac{\gamma}{g} \cdot \alpha \cdot ds \cdot \cos(\alpha, ds) \dots \dots \dots /6 \text{ a}$$

albo z równania /6/

$$dp = \frac{\gamma}{g} (Xdx + Ydy + Zdz)$$

Mamy więc to samo równanie zasadnicze, które otrzymaliśmy poprzednio /3/.

Dalsze uwagi, wypowiedziane co do potencjału sił w stosunku do równania /3/ pozostają w mocy.

Jeśli U jest potencjałem sił objętościowych, to jak to już wiemy,

$$dU = Xdx + Ydy + Zdz$$

i wtedy równanie /6/ możemy napisać w takiej postaci:

$$p_2 = p_1 + \frac{\gamma}{g} \int_1^2 dU \quad \text{albo}$$

$$p_2 = p_1 + \frac{\gamma}{g} (U_2 - U_1) \dots \dots \dots /7/$$

czyli, że zależność między ciśnieniem hydrostatycznym i potencjałem sił objętościowych jest liniowa.

28. Poprzednio wyłożone objaśnienie zastosowane

zostało do cieczy doskonałej i równanie /6/ otrzymaliśmy dla tej właśnie cieczy. Gdybyśmy zechcieli powyższe rozumowanie zastosować do gazu, otrzymalibyśmy bardziej złożone zagadnienie, gdyż z jednej strony objętości cząstek gazu przesuwanych zmieniałyby się w zależności od zmieniającego się ciśnienia, a z drugiej strony przy obliczeniu pracy przygotowanej siły objętościowej nie moglibyśmy uważać γ za stałą i przenieść poza znak sumy.

Mimo to jednak równanie, otrzymane dla dwóch punktów cieczy, nieskończenie bliskich, mianowicie równanie:

$$dp = \frac{\gamma}{g}(Xdx + Ydy + Zdz)$$

jest ważne zarówno dla cieczy, jak i dla gazów, a to ze względu na to, że w nieskończenie bliskich punktach ciśnienie, a wraz z niem ciężar właściwy γ gazu nieskończenie mało się różnią.

POWIERZCHNIA JEDNAKOWEGO CIŚNIENIA /POTENCJALNA/.

29. Poprzednio poznaliśmy zmianę ciśnienia hydrostatycznego w płynie /w cieczy lub w gazie/ w dwóch bardzo bliskich punktach. Naogół ciśnienia od punktu do punktu się zmieniają, jednak można sobie wyobrazić, że może istnieć szereg takich punktów