

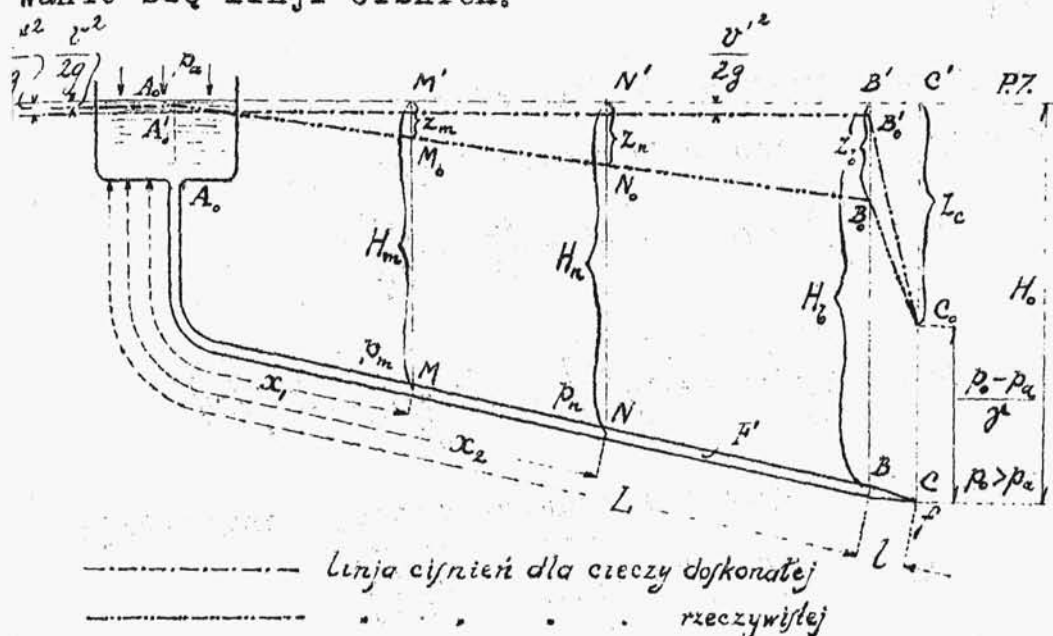
od zbiornika do przekroju  $A$  przebiegać będzie równoległe do poziomu w odległości  $\frac{v_1^2}{2g}$  od  $PZ$ , przechodząc przez punkt  $A_0$ ; następnie linja ta będzie spadać ku przekrojowi w  $B$  i tu przejdzie przez punkt  $B_0$ , znajdujący się pod  $PZ$  w odległości  $\frac{v_2^2}{2g} = \frac{n^2 v_1^2}{2g}$ ; następnie, poza przekrojem w  $B$  zacznie się linja ciśnien podnosić, aż póki w przekroju  $C$  nie przejdzie przez punkt  $C_0$ , w odległości  $\frac{v_1^2}{2g}$  od  $PZ$ ; wreszcie, poza przekrojem  $C$  linja ciśnien pójdzie równoległe do  $PZ$  ciągle w odległości  $\frac{v_1^2}{2g}$  od  $PZ$ .

#### 170. LINJA CIŚNIEŃ DLA CIECZY RZECZYWISTYCH.

Dotychczas mówiliśmy o ruchu w przewodach cieczy doskonałej. Co się zmieni w linji ciśnien, jeśli będziemy badali ciecz rzeczywistą?

Poprzednio, w art. . . przyszliśmy do przekonania, że twierdzenie D. Bernoulli'ego, w zastosowaniu do cieczy rzeczywistych wymaga wprowadzenia do jednej strony równania wyrazu, zależnego od strat, wywołanych oporami, napotykanemi przez ciecz podczas jej ruchu w przewodzie. Biorąc tę okoliczność pod uwagę, znajdziemy, jak ona wpłynie na ukształto-

wanie się linii ciśnień.



rys.121.

Niech będzie dany przewód o stałym przekroju  $F'$  na długości  $L$  i ze zważeniem na końcu do przekroju  $f$  na długości  $l$ . Wypływ cieczy niech się odbywa do przestrzeni, gdzie jest ciśnienie  $p_0$ . - Niech  $p_0$  będzie  $>$  niż  $p_a$  na swobodnej powierzchni.

Przedewszystkiem ustalmy, czy prędkość cieczy doskonałej będzie większa, czy mniejsza od prędkości cieczy rzeczywistej przy tych samych warunkach zewnętrznych.

Załóżmy na chwilę, że mamy ciecz d o s k o -

n a ł a .

Prędkość wypływu  $v'_0$  dla cieczy doskonałej otrzymamy z równania Bernoulli'ego:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v'^2_0}{2g};$$

stąd

$$v'_0 = \sqrt{2g[H_0 + \frac{p_a - p_0}{\gamma}]} = \sqrt{2g[H_0 - \frac{p_0 - p_a}{\gamma}]}$$

jednocześnie znajdziemy wydatek cieczy doskonałej:

$$Q' = v'_0 f = f \cdot \sqrt{2g[H_0 - \frac{p_0 - p_a}{\gamma}]}$$

Niech teraz będzie ciecz rzeczywista.

Równanie Bernoulli'ego dla wylotu napiszemy:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v^2_0}{2g} + \sum_{(L+l)} h_t, \quad /d/$$

gdzie przez  $\sum_{(L+l)} h$  oznaczamy sumę wysokości, straconych w przewodzie na długości  $(L+l)$ . Z ostatniego równania otrzymamy:

$$v_0 = \sqrt{2g[H_0 + \frac{p_a - p_0}{\gamma} - \sum_{(L+l)} h_t]} = \sqrt{2g[H_0 - \frac{p_0 - p_a}{\gamma} - \sum_{(L+l)} h_t]}$$

jak widzimy  $v_0 < v'_0$ .

Również wydatek cieczy rzeczywistej:

$$Q = \mu v_0 f = \mu f \sqrt{2g[H_0 - \frac{p_0 - p_a}{\gamma} - \sum_{(L+l)} h_t]}$$

będzie mniejszy, niż w przypadku cieczy doskonałej.

Ponieważ prędkość  $v$  cieczy rzeczywistej jest  $<$  od prędkości  $v'$  cieczy doskonałej, więc i prędkość  $v$  cieczy rzeczywistej w samym przewodzie będzie  $<$  od prędkości  $v'$  cieczy doskonałej w tym samym przewodzie.

Zaznaczywszy to, znajdziemy, jak wysoko przejdzie linja ciśnień w dowolnym przekroju  $M$ , wziętym w odległości  $x$ , od początku przewodu.

Wiemy, że linja ciśnień dla cieczy doskonałej przejdzie w odległości  $\frac{v'^2}{2g}$  od poziomu zasadniczego równoległe do niego, zaś dla cieczy rzeczywistej znajdziemy w taki sposób:

napiżemy równanie Bernoulli'ego dla cząstki, obracanej na swobodnej powierzchni i następnie w przekroju  $M$ , gdzie niech będzie ciśnienie hydrodynamiczne  $p_m$  :

$$\frac{p_a}{\rho} = -H_m + \frac{p_m}{\rho} + \frac{v^2}{2g} + \sum_{x_1} h \quad \dots /b/$$

gdzie  $\sum h$  oznacza sumę wysokości, straconych w przewodzie na długości  $x$ , od początku przewodu.

Niech poziom cieczy w piezometrze, wprawionym

w przekroju  $M$  będzie w punkcie  $M_0$ . Znajdźmy odległość  $M_0M'$  od  $PZ$ , oznaczając ją przez  $Z_m$ . Widzimy, że

$$Z_m = H_m - \overline{MM_0}; \quad \text{ponieważ } \overline{MM_0} = \frac{p_m - p_a}{\gamma}$$

zatem

$$Z_m = H_m - \frac{p_m - p_a}{\gamma}.$$

Wartość tę otrzymamy z ostatniego równania /b/:

$$H_m - \frac{p_m - p_a}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} + \sum_{x_1} h,$$

a więc

$$Z_m = \frac{v^2}{2g} + \sum_{x_1} h \quad \dots \dots \dots /c/$$

Gdybyśmy chcieli znaleźć położenie linii ciśnień dla przekroju  $N$ , wziętego w odległości  $x_2$  od początku, otrzymalibyśmy w podobny zupełnie sposób:

$$Z_n = \frac{v^2}{2g} + \sum_{x_2} h \quad \dots \dots \dots /d/$$

Dla przekroju w  $B$ :

$$Z_b = \frac{v^2}{2g} + \sum_L h \quad \dots \dots \dots /e/$$

Przy samym początku przewodu, w przekroju  $A$ , oczywiście

$$Z_a = \frac{v^2}{2g},$$

gdyż od powierzchni swobodnej zbiornika do początku przewodu z powodu nieznacznych prędkości, niema jeszcze żadnych strat.

Słuszne i całkiem naturalne będzie założenie, że im dłuższy będzie przewód, tem większe będą straty, poniesione przez ciecz podczas ruchu w tym przewodzie, zatem

$$\sum_{x_1} h < \sum_{x_2} h < \sum_L h.$$

Z powyższego wywnioskujemy: dla cieczy doskonałej linja ciśnień przebiegnie na całej długości przewodu równolegle do  $PZ$  w odległości  $\frac{v^2}{2g}$  od  $PZ$ , a na końcowym zwężającym się odcinku od  $B'_0$  do punktu  $C_0$  ( $C'C_0 = \frac{v_0^2}{2g}$ ), dla cieczy zaś rzeczywistej linja ciśnień równoległą do  $PZ$  nie będzie. Będzie to, jak później zobaczymy, w danym przypadku linja prosta, pochylona do poziomu, która rozpoczyna się na początku przewodu poniżej swobodnej powierzchni w odległości  $\frac{v^2}{2g}$ . Zakończenie linii ciśnień dla odcinka zwężającego się znajdziemy w odległości

$$C'C_0 = H_0 - \frac{p_0 - p_a}{\gamma}.$$

Ponieważ z równania Bernoulli'ego /a/

$$H_0 - \frac{p_0 - p_a}{\gamma} = \frac{v_0^2}{2g} + \sum_{(L+l)} h$$

więc

$$C'C_0 = Z_c = \frac{v_0^2}{2g} + \sum_{(L+l)} h \dots (f) \dots /104/$$

171. W poprzednich dwóch artykułach wskazana została droga do wyznaczenia linii ciśnień dla cieczy rzeczywistej. Widzieliśmy, że do tego trzeba umieć obliczać straty w przewodach. Do tego też przedmiotu obecnie przejdziemy.

Przedewszystkiem zauważmy, że podczas ruchu cieczy rzeczywistej w przewodach dopatrujemy się strat energii tej cieczy dwóch rodzajów: mogą to być takie straty, które powstają we wszystkich miejscach przewodu od początku do końca oraz takie straty, które mają swe źródło wyraźnie miejscowe, związane ze specjalnymi warunkami danego przekroju, albo najbliższego odcinka.

Pierwszy rodzaj strat przypisujemy istnieniu tarcia cząsteczek cieczy o ścianki przewodu i tarcia cząsteczek bliższych do ścianek przewodu o