

Taki przypadek może zajść wówczas, kiedy v_2 będąc $>$ niż v_1 , jest takie, że bezwzględna wartość $\left| g \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right|$ jest $= p'$

Wówczas, oczywiście $p = 0$

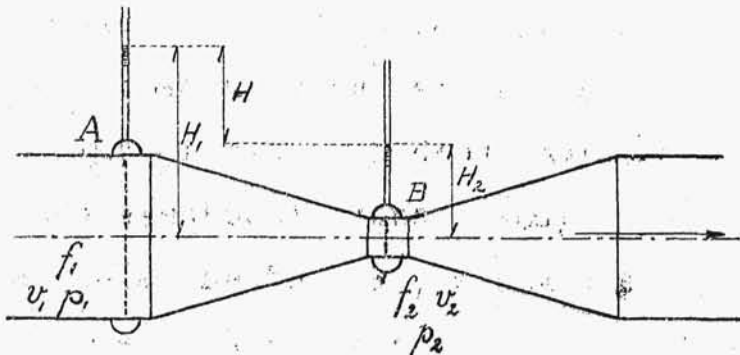
Będzie to oznaczać, że cząstki cieczy w takim przekroju poruszają się jakby zupełnie s w o - b o d n e cząstki, nie odczuwające obecności sąsiednich.

Jeżeliby zachodził taki warunek, że przy $v_2 > v_1$ bezwzględna wartość $\left| g \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right|$ jest $> p'$, wtedy otrzymalibyśmy $p < 0$, co musiałoby oznaczać, że ciśnienie hydrodynamiczne w takim przypadku zamieniłoby się w rozciąganie, co jest niemożliwe w cieczy doskonałej. Cząstki nie byłyby w stanie w y p e ł n i ć p r z e k r o j u ; struga rozrywałaby się, ciągłość ruchu byłaby naruszona.

122. W o d o m i e r z V e n t u r i .

Jest to przyrząd, utworzony z przewodu rurowego o zmiennej średnicy; przy pomocy tego przyrządu możemy zmierzyć wydatek wody, przepływającej

przez przewód. Pomiar wody uskuteczniamy na podstawie zależności, wynikających z twierdzenia D. Bernoulli'ego. Przyrząd składa się z dwóch rur stożko-



rys. 76.

wych, połączonych ze sobą wązkimi końcami, szeregiem zaś łączą się z przewodem rurowym. W przekroju A , podobnie jak w przekroju B na rurze mamy kanaliki obrączkowe, które przy pomocy szeregu otworów łączą się z wnętrzem przewodu rurowego. Niech pole przekroju A będzie f_1 , pole przekroju B — niech będzie f_2 . Następnie niech ciśnienie i prędkość w przekrojach A i B będą odpowiednio p_1, v_1 oraz p_2, v_2 .

Szukany wydatek cieczozy, która płynie danym przewodem

$$Q = f_1 v_1 = f_2 v_2$$

Pole przekrojów f_1 i f_2 uważamy jako znane, gdyż łatwo dadzą się w istniejącym przewodzie wymierzyć. Należy znaleźć prędkość v_1 lub v_2

W tym celu obieramy sobie cienką strugę naprz. wzdłuż osi przewodu. Zastosujmy dla dwóch przekrojów tej strugi równanie D. Bernoulli'ego, przyjmując jako poziom zasadniczy płaszczyznę poziomą, przechodzącą przez oś przewodu. Równanie to będzie:

$$0 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Ponieważ $f_1 v_1 = f_2 v_2$ zatem $v_2 = \frac{v_1 f_1}{f_2}$.

Równanie otrzyma postać:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^2,$$

a stąd

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \right)}{\left(\frac{f_1}{f_2} \right)^2 - 1}}.$$

Wstawmy do kanalików obraczkowych w przekrojach A i B - piezometry. W nich to będą piezometry

otwarte; na górne końce ich niech działa ciśnienie p_a .

Wtedy w piezometrze przy A ciecz podniesie się na wysokość $H_1 = \frac{p_1 - p_a}{\gamma}$; w piezometrze przy B - na wysokość $H_2 = \frac{p_2 - p_a}{\gamma}$. Zauważymy łatwo, że $H_1 - H_2 = \frac{p_1 - p_a}{\gamma} - \frac{p_2 - p_a}{\gamma}$ albo $H_1 - H_2 = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}$.

Zamieńmy wielkość $\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}$, znajdującą się pod pierwiastkiem, przez różnicę wysokości H_1 i H_2 i uwzględnijmy jeszcze, że $H_1 - H_2 = H$, wówczas:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gH}{\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 - 1}}$$

Mając urządzone piezometry w A i B , będziemy mogli odczytać wysokość H , a wówczas znajdziemy szukany wydatek ze wzoru:

$$Q = f_1 \cdot v_1 = f_1 \cdot \sqrt{\frac{2gH}{\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 - 1}}$$

Ponieważ pola przekrojów f_1 i f_2 są znane, należy stosunek $\frac{f_1}{f_2}$ uważać za znany; niech

$$\frac{f_1}{f_2} = n ; \text{ wtedy:}$$

$$Q = f_1 \sqrt{\frac{2gH}{n^2-1}}$$

Z tego wzoru wynika, że wydatek Q ocenimy, jeśli będziemy wiedzieli różnicę wysokości cieczy w piezometrach A i B ; pozostałe wielkości są znane. Możemy więc napisać ostatni wzór w takiej postaci:

$$Q = f_1 \sqrt{\frac{2g}{n^2-1}} \cdot \sqrt{H}$$

Jeżeli następnie uwzględnimy, że powyższy wzór otrzymaliśmy przy założeniu, iż ciecz jest doskonała, że zatem żadnych oporów nie ma, należy w celu dostosowania tego wzoru do warunków rzeczywistych poprawić go przy pomocy współczynnika, otrzymanego z porównania wyników rzeczywistych z teoretycznym. Napiżemy wtedy:

$$Q = \beta \cdot \frac{f_1 \sqrt{2g}}{\sqrt{n^2-1}} \cdot \sqrt{H}$$

gdzie przez β oznaczamy właśnie ten współczynnik praktyczny. Dla danego przyrządu wyraz $\frac{\beta \cdot f_1 \sqrt{2g}}{\sqrt{n^2-1}}$ możemy uważać jako stały, raz na zawsze określony

Oznaczmy go jedną literą φ ; wtedy ostatecznie napiszemy:

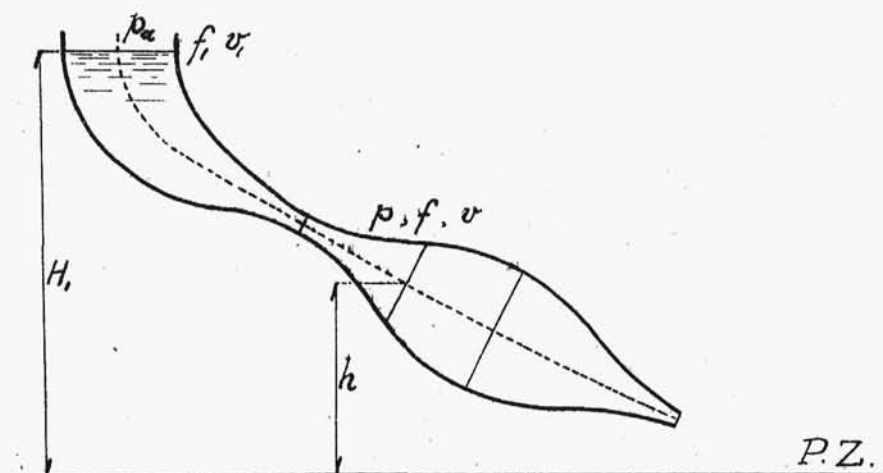
$$Q = \varphi \sqrt{H} .$$

Jeśli zrobimy pomiary wysokości H , mając dany współczynnik φ , obliczymy z tego wzoru Q .

123. Wychodząc z równania /52/, wyrażającego twierdzenie D. Bernoulli'ego, rozpatrzmy z a -
l e ż n o ś ć m i ę d z y c i ś n i e n i e m
h y d r o d y n a m i c z n e m w k t ó r y m -
k o l w i e k p r z e k r o j u a c i ś -
n i e n i e m z e w n ę t r z n e m .

Będzie to ciekawe ze względu na zachowanie się cieczy przepływającej wzdłuż przewodu, jeśli w ściance tego przewodu wykonamy mały otwór. Jeśli w przekroju, w którym znajduje się powyższy otwór, ciśnienie hydrodynamiczne p będzie większe niż zewnętrzne p_a , wówczas ciecz zacznie wypływać; w przypadku kiedy $p = p_a$, wówczas obecność otworu będzie dla ruchu cieczy bez wpływu; kiedy zaś $p < p_a$, wówczas ciśnienie zewnętrzne będzie przez otwór odpychać cząstki cieczy, a nawet, gdybyśmy do otworku podsuwali cząstki cieczy, wówczas

ciśnienie zewnętrzne wtlaczałoby je do przewodu.



rys. 77.

Zbadajmy bliżej warunki, przy których powyższe przypadki zajść mogą. Zastosujmy równanie /52/ do strugi, zaczynającej się na swobodnej powierzchni przekroju f_1 i przechodzącej przez jakikolwiek przekrój f , znajdujący się na wysokości h ponad $P.Z.$. Przypominamy, że wciąż mówimy o cieczy doskonałej.

Otrzymamy:

$$H_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = h + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}.$$

Stąd:

$$p = p_a + \gamma \left[H_1 - h + \frac{v_1^2 - v^2}{2g} \right],$$

albo krócej, oznaczając wyrażenie w nawiasie przez A :

$$p = p_a + \gamma \cdot A.$$

Widzimy więc, że otrzymamy ten czy inny ze wspomnianych przypadków, zależnie od tego, czy A będzie > 0 , czy $A = 0$, czy też $A < 0$

Ponieważ

$$v \cdot f = v_1 \cdot f_1 \quad , \quad \text{więc} \quad v = \frac{v_1 \cdot f_1}{f},$$

zatem

$$A = H_1 - h + \frac{v_1^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{f_1}{f} \right)^2 \right]$$

Jeśli chcemy, aby p było $> p_a$, należy znaleźć takie miejsca, w których A będzie > 0 , t.j. w których

$$H_1 - h + \frac{v_1^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{f_1}{f} \right)^2 \right] > 0$$

albo

$$H_1 - h > \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{f_1}{f} \right)^2 - 1 \right] \dots (a)$$

Jeśli, naprz., jak w naszym przypadku, $H_1 - h > 0$

nierówność (a) napewno będzie spełniona wówczas, kiedy $\left(\frac{f'}{f}\right)^2 - 1$ będzie ujemne. Oczywiście, spełnienie nierówności (a) jest zupełnie możliwe również, kiedy $\left(\frac{f'}{f}\right)^2 - 1 > 0$. W razie, jednak, kiedy $\left(\frac{f'}{f}\right)^2 - 1 < 0$, napewno to będzie.

Zatem napewno $A > 0$, kiedy $\frac{f'}{f} \leq 1$, czyli kiedy $f \geq f'$; jeśli zaś $f < f'$, wówczas A może być > 0 .

Warunek powyższy wskazuje, gdzie należy spodziewać się ciśnienia p , które będzie $> p_a$.

Znając bliżej wartości H, f, h i f' , możemy zupełnie dokładnie wyznaczyć te miejsca w przewodzie.

Drugi przypadek, kiedy ma być $p = p_a$; będzie to przy $A = 0$; wówczas winno być

$$H - h = \frac{v^2}{2g} \left[\left(\frac{f'}{f} \right)^2 - 1 \right] \dots (b)$$

Jeżeli $H - h > 0$, jak w naszym przykładzie, warunek (b) może być osiągnięty, kiedy $\frac{f'}{f} > 1$, czyli kiedy $f < f'$; przy jednym z takich przekrojów możemy spodziewać się, że p będzie $= p_a$. Innymi słowy, nie może być $p = p_a$, kiedy $f \geq f'$.

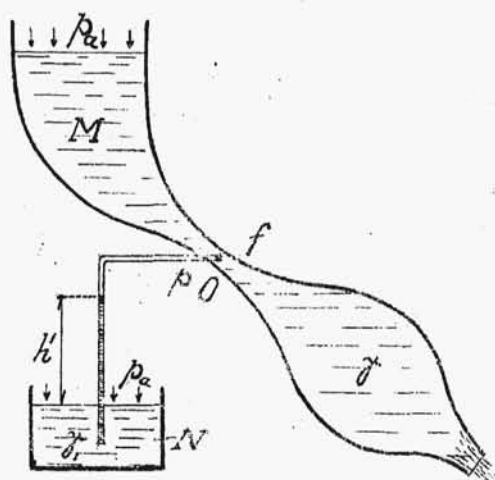
Trzeci przypadek, w którym ma być $p < p_a$; będzie to przy $A < 0$, t.j. kiedy:

$$H_1 - h < \frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{f_1}{f} \right)^2 - 1 \right] \dots (c)$$

Jeżeli, jak w naszym przypadku, $H_1 - h > 0$, warunek (c) może być otrzymany, kiedy $\frac{v_1^2}{2g} \left[\left(\frac{f_1}{f} \right)^2 - 1 \right]$ będzie > 0 , czyli że A nie może być < 0 tylko, gdy $\frac{f_1}{f} > 1$, t.j. gdy $f < f_1$. Oczywiście, nie dla wszystkich $f < f_1$ będzie $A < 0$; zależność ta będzie od wartości H_1, f_1, h, f . Nie możemy więc spodziewać, aby A mogło być < 0 w miejscach, gdzie $\frac{f_1}{f} < 1$, czyli gdzie $f > f_1$.

124. Poprzednio mówiliśmy, że przy pomocy piezometrów, wprawionych w różnych przekrojach przewodu, możemy mierzyć ciśnienia hydrodynamiczne, panujące w tych przekrojach. We wszystkich omawianych przypadkach mierziliśmy ciśnienie p we wnętrzu przewodu, które, przyjmowaliśmy, że jest większe niż p_a . Należy tu jeszcze wskazać na przypadek, kiedy w danym przekroju p będzie $< p_a$. Wówczas do badanego przekroju f wstawiamy rurkę piezometryczną, zagiętą w dół; koniec dolny rurki zanurzamy w ciecz, nalaną do naczynia N .

Do tego naczynia może być nalana ciecz nie koniecznie ta sama, która płynie w przewodzie M .



rys. 78.

Niech w naczyniu N będzie ciecz o ciężarze właściwym γ_2 . W górnym końcu tak urządzonego piezometru mamy ciśnienie p to właśnie, które należy

zmierzyć; na powierzchnię swobodną zaś w naczyniu N działa ciśnienie zewnętrzne $= p_a$; zatem w piezometrze powinna się ciecz podnieść na wysokość

$$h' = \frac{p_a - p}{\gamma_2}; \text{ stąd } p = p_a - h' \gamma_2.$$

Wysokość ta nie zależy od tego, jak wysoko pomieścimy naczynie N , byleby koniec rurki był zanurzony w cieczy.

125. Z powyższego doświadczenia skorzystamy, aby

wskazać na możliwość podnoszenia cieczy do góry przy pomocy płynącego strumienia cieczy.

Przypuśćmy, że w naczyniu N mamy tę samą ciecz, która płynie w przewodzie M .

Wtedy wysokość, do której dojdzie ciecz w piezometrze, będzie $h'' = \frac{p_a - p}{\gamma}$

Podnosimy teraz naczynie N wyżej. Wysokość h'' nie będzie się zmieniała. Podnosząc naczynie N coraz wyżej dojdziemy do tego, że ciecz w piezometrze stanie na poziomie środka otworu O w przewodzie M .

Podnieśmy jeszcze wyżej naczynie N . Wówczas cząstki cieczy z N będą wtłaczane przez piezometr do przewodu M , gdzie będą unoszone razem z płynącą cieczą.

Otrzymujemy zatem możność wysysania cieczy z naczynia N na pewną wysokość h_0 , czyniącą zadość warunkowi $h_0 < \frac{p_a - p}{\gamma}$. Im bardziej będziemy zmniejszali h_0 w porównaniu z $\frac{p_a - p}{\gamma}$, tem większa ilość cieczy z N może przepłynąć do M . Zauważyć tu musimy, że ciągle mówimy o cieczy doskonałej.

126. Równanie /52/, wyrażające treść twierdzenia D. Bernoulli'ego, może być jeszcze inaczej wypowiedziane. Mianowicie: równanie /52/:

$$H_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = \dots = \text{const.}$$

pomnożmy obie strony przez γq , gdzie przez q oznaczamy objętość cząstki cieczy, płynącej w przewodzie. Ponieważ γ jest ciężarem właściwym w kg/m^3 , zatem γq jest ciężarem cząstki cieczy. - Otrzymamy wtedy:

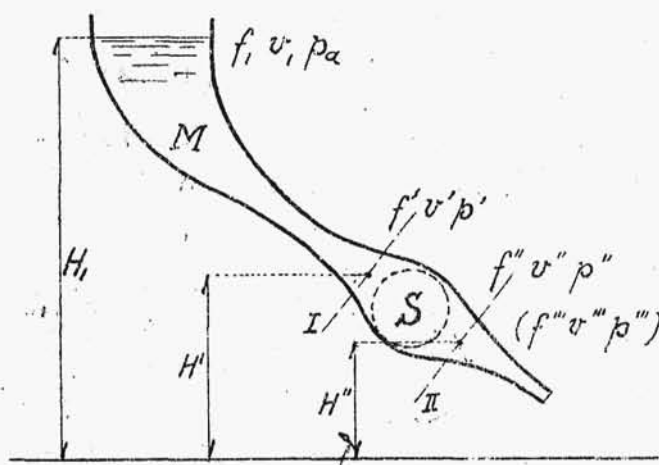
$$\gamma q H_1 + \gamma q \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\gamma q}{g} \frac{v_1^2}{2} = \dots = \text{Const}$$

Pierwszy wyraz $\gamma q H_1$ jest to energia potencjalna, wynikająca z położenia cząstki o ciężarze γq na wysokości H_1 , nazwiemy tę wielkość energią z położenia. Drugi wyraz $\gamma q \frac{p_1}{\gamma}$ daje energję również potencjalną, wynikającą z ciśnienia; nazwiemy tę wielkość energią z ciśnienia. Wreszcie ostatni wyraz $\frac{\gamma q}{g} \frac{v_1^2}{2}$ oznacza energję kinetyczną cząstki γq ; nazwiemy ją energią z ruchu. - Wtedy równanie /52/ może być wypowiedziane w ten sposób: Dla każdej cząstki cieczy doskonałej, znajdującej się w ruchu trwałym

i ciągłym, suma energii z położenia, energii z ciśnienia i energii z ruchu jest wielkością stałą.

Mamy więc twierdzenie, wyrażające zasadę zachowania energii. Wartość wielkości Q nie gra tu żadnej roli. Treść twierdzenia nie się nie zmieni, jeśli zamiast Q przyjmiemy objętość Q cieczy, która w jednostkę czasu /sek./ przepływa w strudze, lub w przewodzie.

127. PRACA STRUMIENIA CIECZY. Niech będzie prze-



rys. 79.

wód M , w którym płynie ciecz o ciężarze właściwym γ . Niech to będzie ruch trwały i ciągły. Weźmy ciecz w objętości Q m³. Na zasadzie poprzedniego artykułu wiemy, że suma trzech