

### 263. RUCH WODY W GRUNCIE.

Woda atmosferyczna, która opada na powierzchnię ziemi, w części wsiąka w grunt i, o ile napotka grunt dla wody łatwo przepuszczalny, opuszcza się coraz niżej między ziarnkami gruntu, aż póki wreszcie nie dojdzie do takiej warstwy, która dalej wody nie przepuści. Wówczas na powierzchni takiej warstwy nieprzepuszczalnej woda się zbiera, wypełniając zagłębienia i nierówności, utworzone na górnej powierzchni tej warstwy nieprzepuszczalnej. Jeśli warstwa nieprzepuszczalna swoją górną powierzchnią tworzy mniejszą lub większą kotlinę, zewsząd zamkniętą, wtedy woda, podnosząc swój poziom, wypełnia kotlinę; tworzy się w ten sposób zbiornik - basen - z wodą wgłębną. Woda w tym basenie będzie wodą stojącą - bez ruchu.

Jeśli zaś woda, opadająca w dół, spotka warstwę nieprzepuszczalną, która ma tylko niewielkie zagłębienie, ogólny zaś układ jej powierzchni ma pewną pochyłość, ogólnie biorąc, zmienną, wówczas woda zaczyna ściekać po powierzchni, dążąc do coraz niżej położonych części tej powierzchni. Mamy do czynienia wtedy z wodą wgłębną w ruchu, albo inaczej ze strumieniem wody wgłębnej.

Badając ruch wody w głębinie, zauważymy, że spływanie jej w pewnym kierunku jest uwarunkowane opadaniem zwierciadła wody; im większy spadek zwierciadła wody, tem prędzej woda płynie w dół.

Nawet w stojącej wodzie w głębinie możemy wywołać ruch do oznaczonego miejsca, o ile w miejscu tem zabierać będziemy stale pewną ilość wody, wytwarzając w ten sposób obniżone w tem miejscu zwierciadło wody. Zabieranie wody w głębinie możemy wykonać przy pomocy pompowania jej ze studni lub rowów.

264. Woda w głębinie płynie w gruncie przez bardzo niewielkie przestrzenie, utworzone między ziarnkami piasku lub między pokruszonym zwiętrzałym materiałem skalnym. Opory przy ruchu wody przez te bardzo wąskie - prawie włoskowate - kanaliki powstają bardzo znaczne i dlatego też prędkości wody w głębinie otrzymują się bardzo małe, będące zwykle poniżej "prędkości krytycznej". Wiemy z początków wykładu o ruchu wody, że jeżeli ciecz porusza się z prędkością mniejszą, niż t.zw. "krytyczna prędkość", wtedy opory ruchu, powstające skutkiem tarcia, są proporcjonalne do prędkości - w przeciwieństwie do ruchu cieczy płynącej z prędkością powyżej "krytycznej", kiedy opory są propor-

cyjnalne do kwadratu prędkości.

Niech w pewnym przypadku średnia prędkość strumienia wody wgłębnej jest  $v$  ; wówczas na długości  $l$  , którą ten strumień ma przebyć, opór, wywołany skutkiem tarcia i zmierzony jako wysokość  $h$  będzie proporcjonalny do długości drogi i do prędkości  $v$  . Napiszemy zatem, że:

$$h = \alpha \cdot l \cdot v \dots \dots \dots (1)$$

gdzie  $\alpha$  jest to współczynnik, który powinien wyrazić wpływ różnych czynników: wielkości otworów, przez które woda się przedostaje, a które zależne są w pierwszym stopniu od wielkości ziaren, okruchów, od temperatury i t.d.

W zagadnieniach, dotyczących ruchu wody wgłębnej wpływ temperatury roli znacznej nie odgrywa, gdyż temperatura wody waha się bardzo nieznacznie.

Daleko większe i, można powiedzieć, przeważające znaczenie na współczynnik  $\alpha$  ma wielkość ziaren, następnie niejednorodność gruntu pod względem struktury jego i wreszcie zmienność struktury gruntu, którą trudno jest określić z powodu znacznych głębokości i dużych rozciągłości pokładów wodonośnych.

Jednem słowem, z powyższego widzimy, że współczynnik  $\alpha$  można otrzymać tylko z obserwacji, i to

połączonej z bardzo wieloma trudnościami.

265. Wróćmy do wzoru /1/:

$$h = \alpha \cdot l \cdot v \quad ; \quad \text{stad} \quad v = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{h}{l}$$

Stosunek  $\frac{h}{l}$  nazywamy spadkiem jednostkowym lub pochyłością zwierciadła wody wgłębnej i oznaczamy go nieraz przez  $J$  ; jeśli dla dogodności oznaczymy  $\frac{1}{\alpha}$  przez  $k$  , wtedy wzór na prędkość przybierze postać:

$$v = k J \dots \dots \dots (2)$$

Zależność powyższą podał - na podstawie doświadczeń laboratoryjnych - Darcy. Na zasadzie tego wzoru prostego można będzie poznać teoretycznie zależności różnych elementów ruchu wody wgłębnej.

Przypomnieć tu należy, że zarówno wzór /1/ jak i /2/ znajdują zastosowanie dla ruchu wody w gruncie o tyle, o ile prędkości są poniżej " krytycznej ". Ta znów będzie wtedy małą, kiedy spadki zwierciadła będą nieznaczne.

Z doświadczenia wynika, że wzory powyższe mogą być stosowane przy pochyłościach zwierciadła wody wgłębnej między 1:100 a 1:3000. Przy pochyłościach większych - wzór Darcy tem bardziej odbiega od rzeczywistości, im ziarna warstwy wodonośnej będą większe.

Również, gdy warstwa wodonośna ma skład mieszany: tem bardziej wynik w/g wzoru Darcy będzie się różnił od rzeczywistości, im w mieszaninie różnych ziaren przeważają ziarna grubsze.

Według doświadczeń Piefke'go wynika, że wzór Darcy może być stosowany dla warstwy wodonośnej, utworzonej ze żwiru, o ile prędkość wody nie przekracza  $2 \frac{m}{godz}$

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| z grubego piasku .....      | 1,7 " |
| z ostrego rzecz. piasku.... | 1,5 " |
| z drobnego piasku .....     | 0,9 " |
| z bardzo miążkiego piasku.  | 0,4 " |

Powyższe liczby należy uzupełnić, biorąc pod uwagę

wolną przestrzeń, która w tych gruntach wynosiła:

|                           |       |                 |
|---------------------------|-------|-----------------|
| w żwirze -                | 24,9% | całej objętości |
| w grubym piasku -         | 31,4% | " "             |
| w ostrym piasku -         | 32,3% | " "             |
| w drobnym piasku -        | 33,6% | " "             |
| w bardzo drobnym piasku - | 34,0% | " "             |

266. Wrazach, kiedy prędkość wody w głębszej przekracza powyższe granice, wzoru Darcy stosować nie można.

Na ten przypadek proponuje Smreker stosować wzór

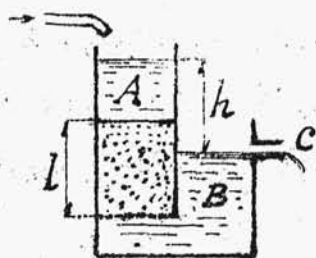
$$h = \beta \cdot l \cdot v^m \dots (3), \text{ gdzie } \beta \text{ jest}$$

to współczynnik podobny do  $\alpha$  ze wzoru /1/, zaś  $m$  przybierać może wartość od  $m=1$  do  $m=2$  zależnie od tego, z jakim ziarnem mamy do czynienia.

Zwykle stosowany jest wzór Darcy /1/ lub /2/, jako dający wyniki w wielu razach dość zbliżone do rzeczywistości, i jako bardzo prosty w użyciu.

267. We wzorze /2/ .....  $v=k.J$  .wchodzi współczynnik  $k$  ,którego wartość zależna jest a/ od wielkości ziaren w poszczególnych miejscach gruntu, b/ od kształtu ziaren, c/ od układu ziaren i d/ od ustosunkowania mieszanki ziaren różnych wymiarów.

Laboratoryjnie  $k$  można znaleźć w taki sposób:



rys. 173

Do naczynia, przedstawionego schematycznie obok, wysypujemy do przedziału A na dno sitkowe badany grunt, tworząc z niego warstwę o grubości  $l$  i przekroju użytecznym  $F$  .

Wlewamy do naczynia A wodę , która przedostaje się przez grunt do części B i następnie przez otwór boczny C wylewa się. Przypuśćmy, że po pewnym czasie ruch wody ustali się; niech ilość wody, która się przedostaje

przez piasek  $= Q \frac{m^3}{sek}$  i niech różnica wysokości zwierciadła w  $A$  i  $B$  będzie  $h$ .

Różnica wysokości  $h$  powstaje dla pokonania oporu gruntu na drodze  $l$  podczas przepływu wody z prędkością  $v$ .

Prędkość  $v = \frac{Q}{F} = k \cdot \frac{h}{l}$ , gdyż  $\frac{h}{l} = J$ ; więc

$$\frac{Q}{F} = k \cdot \frac{h}{l}, \text{ a stąd } k = \frac{Q}{F} \cdot \frac{l}{h}$$

Wielkości  $Q$ ,  $F$ ,  $l$ ,  $h$  należy uważać za dane bezpośrednio lub z obserwacji; zatem z ostatniego wzoru możemy znaleźć współczynnik  $k$ .

Trudno jednak spodziewać się, aby  $k$ , znalezione powyższą drogą, gdzie warstwa piasku, wyjętego z gruntu, inaczej napewno będzie ułożona, i inny może mieć układ, niż w samym gruncie, mogło być zupełnie zgodne z tem, co jest w naturze.

Dlatego też w rzeczywistości wartość  $k$ , należy otrzymywać, badając różne przejawy ruchu wody w gruncie.

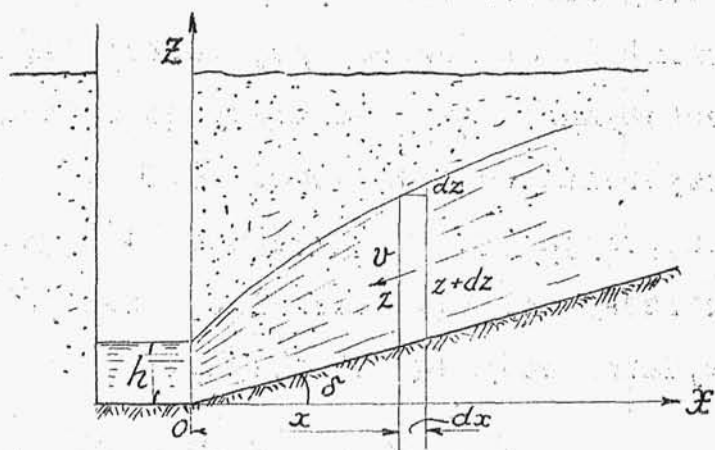
Jak się to robi, nie tu o tem miejsce mówić.

Przytoczymy tylko kilka wartości współczynnika  $k$ , znalezionych z doświadczeń bezpośrednich:



|  |                     |              |
|--|---------------------|--------------|
| Piasek rzeczny o ziarnach                | 0,1 $\infty$ 0,3 mm | $k = 0,0025$ |
| " " "                                    | 0,1 $\infty$ 0,8 "  | $k = 0,0088$ |
| drobny żwirek                            | 2 $\infty$ 4,0 "    | $k = 0,03$   |
| średniej grub. żwirek                    | 4 $\infty$ 7 "      | $k = 0,035$  |
| miętki piasek w diunach<br>holenderskich |                     | $k = 0,0002$ |
| i t.d.                                   |                     |              |

268. Zbadajmy teraz, przyjmując, że  $k$  znamy, jak odbywać się będzie ruch wody w gruncie w przypadku, kiedy woda wstępna płynie po warstwie nieprzepuszczalnej, dążąc do otwartego rowu, przy czem zakładamy, że ściana tego rowu jest pionowa i przepuszczalna. Przyjmijmy, że warstwa nieprzepuszczalna jest pochylona do poziomu pod kątem  $\delta$ .



rys. 174

Przypuśćmy dalej że do rowu stale dopływa  $Q \frac{m^3}{sek}$  na długości rowu  $= l m$ . Woda z rowu stale jest odprowadzana tak, że zwierciadło wody w



rowie nie zmienia się; głębokość wody w rowie niech się utrzymuje  $= h$ . Zbadajmy, jaki będzie kształt powierzchni zwierciadła wody w gruncie.

W tym celu przyjmijmy osi  $x$  i  $z$  jak wskazano na rysunku.

Obieramy dwa przekroje prostopadłe do osi  $x$ , jeden w odległości  $x$ , a drugi w odległości  $x+dx$  od początku współrzędnych. W przekroju tym niech będzie prędkość  $v$ , którą - na zasadzie wzoru Darcy'ego - znajdziemy:

$$v = k \cdot J = k \cdot \frac{dz}{dx}$$

Przekrój całkowity warstwy doprowadzającej wodę jest:  $F = (z - x \cdot \operatorname{tg} \delta) \cdot b$ ; przekrój zaś użyteczny, dostępny dla przepływu wody, będzie  $\varphi F$ , gdzie

$\varphi$  jest współczynnikiem wskazującym na stosunek wolnych przestrzeni do całkowitej pojemności gruntu wodonośnego. Współczynnik  $\varphi$ , nazwiany go współcz. porowatości, przybierać może wartości 0,23 do 0,5.

W takim razie, przyjmując, że prędkość  $v$  jest równoległa do warstwy nieprzepuszczalnej, zaś  $F$  jest pionowe, wydatek wody  $Q$  obliczymy:

$$Q = \varphi \cdot F \cdot v \cdot \cos \delta; \text{ albo } Q = \varphi \cdot b (z - x \operatorname{tg} \delta) \cdot k \frac{dz}{dx} \cdot \cos \delta$$

Mamy równanie, z którego znajdziemy zależność między  $x$  i  $z$ , a więc otrzymamy równanie krzywej powierzchni zwierciadła:

mamy zatem  $Q = \varphi b (z - x \operatorname{tg} \delta) k \cdot \frac{dz}{dx} \cdot \cos \delta$ , albo

$$\frac{Q}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \cos \delta} = (z - x \operatorname{tg} \delta) \frac{dz}{dx}. \text{ Oznaczmy } \frac{Q}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \cos \delta} = a$$

wtedy:  $a = (z - x \operatorname{tg} \delta) \cdot \frac{dz}{dx}$ , albo

$$a \cdot dx = z dz - x dz \operatorname{tg} \delta \dots \dots (4).$$

Do scałkowania założmy, że  $x = m \cdot n$ .

wtedy  $dx = m \cdot dn + n \cdot dm$ , a po podstawieniu w/4/

$$a(m \cdot dn + n \cdot dm) = z dz - m \cdot n \operatorname{tg} \delta \cdot dz.$$

dalej:

$$a \cdot m \cdot dn + a \cdot n \cdot dm = z dz - m \cdot n \operatorname{tg} \delta \cdot dz;$$

$$a m (dn + \frac{n}{a} \operatorname{tg} \delta \cdot dz) = z \cdot dz - a n \cdot dm$$

obieramy  $n$  tak, aby nawias  $(dn + \frac{n}{a} \operatorname{tg} \delta \cdot dz) = 0$ .

wtedy równanie nasze przybierze postać:

$$z dz - a \cdot n \cdot dm = 0 \dots \dots \dots (5)$$

z warunku:  $dn + \frac{n}{a} \operatorname{tg} \delta \cdot dz = 0$ , otrzymamy:

$$\frac{dn}{n} = - \frac{dz}{a} \operatorname{tg} \delta, \text{ a stąd } \log_n n = - \frac{z \operatorname{tg} \delta}{a} = - \epsilon z.$$

zatem  $\log_n n = - \epsilon$ , oraz  $n = e^{-\epsilon z}$ ;

Równanie /5/ więc będzie:

$$z \cdot dz - a \cdot e^{-\varepsilon z} \cdot dm = 0$$

rozdzielamy zmienne:

$$\frac{z \cdot dz}{e^{-\varepsilon z}} = a \cdot dm \dots \dots (6)$$

Scałkujemy oddzielnie pierwszą stronę równania, którą przedstawimy:

$$\frac{z \cdot dz}{e^{-\varepsilon z}} = z \cdot dz \cdot e^{\varepsilon z}.$$

$\int z \cdot dz \cdot e^{\varepsilon z}$  znajdziemy, całkując przez części:

$$d(u \cdot v) = u \cdot dv + v \cdot du \quad \text{albo}$$

$$u \cdot dv = d(uv) - v \cdot du, \quad \text{zatem całka}$$

$$\int u \cdot dv = uv - \int v \cdot du. \quad \text{Przyjmijmy, że } u = z; dv = e^{\varepsilon z} dz$$

$$\text{wtedy } v = \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{\varepsilon z} \text{ i } \int v \cdot du = \int \frac{1}{\varepsilon} e^{\varepsilon z} dz = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{\varepsilon z}$$

$$\text{zatem } \int z \cdot dz \cdot e^{\varepsilon z} = z \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{\varepsilon z} - \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot e^{\varepsilon z} = e^{\varepsilon z} \left( \frac{z}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon^2} \right).$$

Wówczas równanie /6/ po scałkowaniu da nam:

$$e^{\varepsilon z} \left( \frac{z}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon^2} \right) = a \cdot m + C'; \quad \text{stad: } m = \frac{1}{a \varepsilon^2} (z \varepsilon - 1) + C.$$

Ponieważ  $x = m \cdot n$ , więc

$$x = \left[ \frac{e^{\varepsilon z}}{a \varepsilon^2} (z \varepsilon - 1) + C \right] \cdot e^{-\varepsilon z} = \frac{z \varepsilon - 1}{a \varepsilon^2} + C \cdot e^{-\varepsilon z}, \quad \text{albo}$$

$$x = \frac{z}{a \varepsilon} - \frac{1}{a \varepsilon^2} + C \cdot e^{-\varepsilon z} \quad ; \text{podstawmy w to równanie}$$

na  $\alpha$  wartość:  $\alpha = \frac{Q}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \cos \delta}$  i na  $\varepsilon = \frac{\tan \delta}{\alpha} =$

$$= \frac{\tan \delta \cdot k \cdot \varphi \cdot b \cdot \cos \delta}{Q} = \frac{\sin \delta \cdot k \cdot \varphi \cdot b \cdot \cos \delta}{\cos \delta \cdot Q} = \frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q}, \text{ otrzymamy}$$

$$x = \frac{z \cdot k \cdot \varphi \cdot b \cdot \cos \delta \cdot Q}{Q \cdot k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta} - \frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \cos \delta \cdot Q^2}{Q \cdot k^2 \cdot \varphi^2 \cdot b^2 \cdot \sin^2 \delta} + C \cdot e^{-\frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} \cdot z}$$

a po uproszczeniu:

$$x = z \operatorname{ctg} \delta - \frac{Q \cdot \cos \delta}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin^2 \delta} + C \cdot e^{-\frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} \cdot z} \quad (7)$$

W celu wyrugowania  $C$ , zwróćmy się do warunku, że kiedy  $x = 0$ , wtedy  $z = h$ , zatem:

$$0 = h \operatorname{ctg} \delta - \frac{Q \cdot \cos \delta}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin^2 \delta} + C \cdot e^{-\frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} \cdot h}, \text{ a stąd}$$

$$C = \left( \frac{Q \cdot \cos \delta}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin^2 \delta} - h \operatorname{ctg} \delta \right) \cdot e^{\frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} \cdot h} \quad \text{Wówczas równanie}$$

nasze /7/ otrzyma kształt:

$$x = z \operatorname{ctg} \delta - \frac{Q \cdot \cos \delta}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin^2 \delta} + \left( \frac{Q \cdot \cos \delta}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin^2 \delta} - h \operatorname{ctg} \delta \right) \cdot e^{\frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} \cdot (h-z)}$$

albo po uproszczeniu:

$$x = \operatorname{ctg} \delta \left[ z - h e^{\frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} \cdot (h-z)} \right] - \frac{Q \cdot \cos \delta}{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin^2 \delta} \left[ 1 - e^{\frac{k \cdot \varphi \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} \cdot (h-z)} \right] \quad (8)$$

Jest to ostateczne równanie krzywej powierzchni zwierciadła wody gruntowej.

269. W szczególnym przypadku, kiedy warstwa nieprzepuszczalna dla wody jest pozioma, wówczas równanie /8/ otrzyma prostszą postać, mianowicie przy  $\delta = 0$ ,  $\sin \delta = 0$ ,  $\cos \delta = 1$ ,  $\cotg \delta = \infty$ ,  $\tg \delta = 0$

Podstawiając te wartości w równanie /8/, otrzymamy

$$x = \infty \cdot (z - h) - \infty(1 - 1) =$$

$$= \infty(z - h) - \infty \cdot 0. \text{ Należałoby wykryć}$$

istotną wartość wyrażenia  $\infty - \infty \cdot 0$ .

Przedewszystkiem znajdziemy, że drugi wyraz, który daje przy  $\delta = 0$  nieoznaczoność  $\infty \cdot 0$ , ma istotną wartość

$$\frac{\frac{d}{d\delta} \left( 1 - e^{\frac{k \cdot \gamma \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} (h-z)} \right)}{\frac{d}{d\delta} \left( \frac{k \cdot \gamma \cdot b \cdot \sin^2 \delta}{Q \cdot \cos \delta} \right)} = \frac{0 - \frac{k \cdot \gamma \cdot b}{Q} \cdot \cos \delta \cdot e^{\frac{k \cdot \gamma \cdot b \cdot \sin \delta}{Q} (h-z)} (h-z)}{\frac{Q \cos^2 \delta \cdot k \cdot \gamma \cdot b \cdot 2 \sin \delta + k \cdot \gamma \cdot b \cdot \sin^2 \delta \cdot Q \cdot \sin \delta}{Q^2 \cdot \cos^2 \delta}}$$

po podstawieniu  $\delta = 0$ , otrzymamy:

$$\frac{-1 \cdot \frac{k \cdot \gamma \cdot b}{Q} (h-z)}{\frac{k \cdot \gamma \cdot b \cdot 2 \sin \delta}{Q} + \frac{k \cdot \gamma \cdot b \cdot \sin^2 \delta \cdot Q}{Q}} = \frac{-\frac{k \cdot \gamma \cdot b}{Q} (h-z)}{\frac{k \cdot \gamma \cdot b \cdot 2 \cdot 0}{Q} + \frac{k \cdot \gamma \cdot b \cdot 0 \cdot 0}{Q}} = \infty.$$

Zatem nasze wyrażenie sprowadza się do postaci :

$$\infty - \infty.$$

Wartość tego wyrażenia wykryjemy w taki sposób: niech 1-y wyraz będzie  $A$ , drugi  $B$ , wtedy:

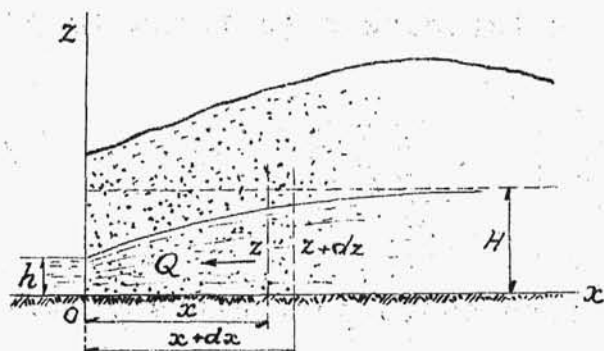
$$x = A \cdot B = \frac{\frac{1}{B} - \frac{1}{A}}{\frac{1}{AB}}, \text{ a to się sprowadza do } \frac{0}{0},$$

zatem istotna wartość znajdzie się, jeśli weźmiemy:

$$\frac{d}{d\sigma} \left[ \frac{1}{B} - \frac{1}{A} \right] : \frac{d}{d\sigma} \left( \frac{1}{AB} \right)$$

Jak widzimy, znalezienie wartości  $x$  jest możliwe, ale związane ze znaczną stratą czasu. Lepiej będzie otrzymać szukane równanie, rozwiązując zadanie bezpośrednio.

270. Zatem treść zadania będzie taka:



rys. 175

Woda wgłębna w ilości  $Q \frac{m^3}{sek}$  stale przypływa do rowu o długości  $b$  i głębokości  $h$ .

Znaleźć równanie zwierciadła wody, kiedy powierzchnia

warstwy nieprzepuszczalnej jest pozioma.