

Wreszcie, zatrzymamy się na pewnej wartości którą uznamy za dostatecznie dokładną.

Dodamy, że dla udogodnienia obliczeń otrzymane wzór na  $x$  przedstawimy w takiej postaci:

$$x = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{\epsilon \beta^2 J}} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{k^2}}$$

Pierwszy pierwiastek jest stały, niezmienny przy całym szeregu obliczeń; oznaczmy go przez  $A$  ; wówczas

$$x = A \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{k^2}}$$

Wielkość  $A$  , raz obliczona , będzie się później powtarzała bez zmiany.

## 258. NIEJEDNOSTAJNY RUCH TRWAŁY W KANAŁACH I RZEKACH.

Przy rozpatrywaniu ruchu trwałego wody w kanale otrzymaliśmy ogólne równanie ruchu:

$$dh = d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \sum_{dx} h_t$$

Wyraz  $\sum_{dx} h_t$  oznacza wysokość, straconą, na pokonanie oporów powstających przedewszystkiem skutkiem tarcia o dno i brzegi kanału na drodze o długości  $dx$

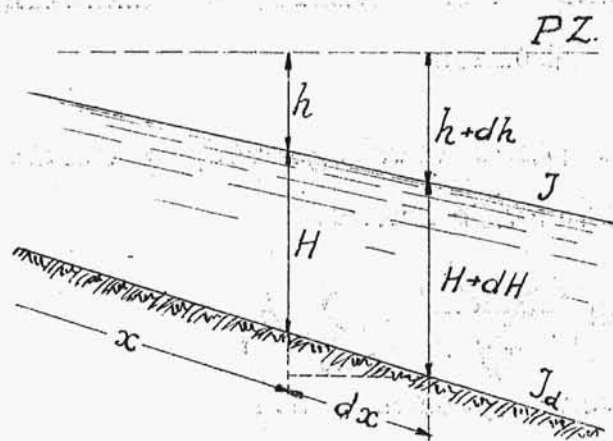
Przypuszczając, że na krótkiej drodze  $dx$  prędkość zmienia się bardzo nieznacznie oraz, że przekrój, obwód zwilżony, a więc i promień hydrauliczny również pozostają prawie bez zmiany, możemy uważać, że powstałe w naszym przypadku opory dadzą się obliczyć w ten sam sposób, jak to robiliśmy dla ruchu jednostajnego, a więc

$$\sum_{dx} h_t = \rho \cdot \frac{Q}{F} \cdot dx \cdot v^2$$

Wtedy:

$$dh = d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \rho \cdot \frac{Q}{F} dx \cdot v^2 \dots \dots (a)$$

Równaniu temu nadamy inną postać przez wprowadzenie  $H$  (głębokości wody w kanale) zamiast  $h$  ;



rys. 170.

dokonamy tego na zasadzie warunku:

$$H + h + J_d \cdot dx = H + dH + h + dh,$$

gdzie  $J_d$  oznacza spadek dna;

stąd  $dh = J_d \cdot dx - dH$ ,  
a więc otrzymamy

równanie:

$$J_d \cdot dx - dH = d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \rho \frac{O}{F} v^2 dx$$

albo:

$$dH = J_d \cdot dx - \frac{\alpha v dv}{g} - \rho \frac{O}{F} v^2 dx \dots (6)$$

Zarówno równanie (a) jak i (b) dadzą się scałkować jeśli będziemy mieli  $F$ ,  $O$ ,  $v$ ,  $\rho$  wyrażone w funkcji od  $h$  / względnie  $H$  / i od  $x$ . Zależność taką będziemy mogli wyznaczyć dla kanałów o przekrojach regularnych.

Dla rzek jednak takiej zależności nie uda się znaleźć.

259. Dla przykładu, przypuśćmy, że mamy kanał prostokątny o stałej szerokości  $b$  i stałym spadku dna  $J_d$ . Głębokość  $H$  tego kanału - przy ruchu wody niejednostajnym - będzie, oczywiście, zmienna. Przyjmijmy jeszcze, że we wszystkich przekrojach głębokość  $H$  jest bardzo mała wobec szerokości  $b$ . Spożytkujmy równanie (6) poprzedniego §.

$$dH = J_d \cdot dx - \frac{\alpha v dv}{g} - \rho \frac{O}{F} v^2 dx$$

Jeżeli w naszym kanale mamy wydatek  $Q \frac{m^3}{sek}$ , wtedy w przekroju  $F$ , obranym w odległości  $x$  od pewnego początku, będzie prędkość:

$$v = \frac{Q}{F} \quad ; \text{ następnie znajdujemy:}$$

Przekrój kanału  $F = H \cdot b$  ; obwód zwilżony

$$O = b + 2H, \text{ albo, ponieważ } b \gg H, \\ O = b$$

Wówczas nasze równanie przybierze postać:

$$dH = J_d \cdot dx - \alpha d\left(\frac{v^2}{2g}\right) - \rho \cdot \frac{b}{Hb} v^2 dx, \quad \text{albo}$$

$$dH = J_d \cdot dx - \frac{\alpha}{2g} d\left(\frac{Q^2}{H^2 b^2}\right) - \rho \frac{Q^2}{H^3 b^2} \cdot dx$$

Ponieważ

$$d\left(\frac{Q^2}{H^2 b^2}\right) = -\frac{Q^2}{b^2} \cdot \frac{2}{H^3} \cdot dH, \quad \text{więc otrzymamy:}$$

$$dH = J_d \cdot dx + \frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{b^2} \frac{1}{H^3} dH - \rho \frac{Q^2}{H^3 b^2} \cdot dx$$

Jeśli przyjmiemy, że  $\rho$  jest wielkością stałą, wówczas równanie powyższe będzie całkowalne.

W celu scałkowania rozdzielmy zmienne:

$$dH \left(1 - \frac{\alpha \cdot Q^2}{g \cdot b^2 H^3}\right) = dx \left(J_d - \rho \frac{Q^2}{H^3 b^2}\right)$$

wtedy:

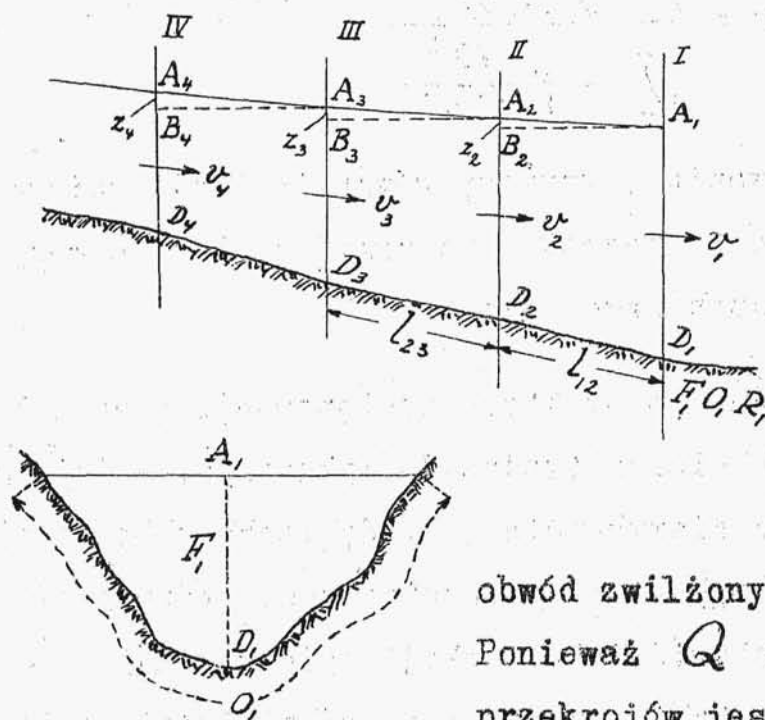
$$dx = \frac{1 - \frac{\alpha}{g} \frac{Q^2}{b^2 H^3}}{J_d - \beta \frac{Q^2}{b^2 H^3}}$$

Po scałkowaniu otrzymamy równanie linii zwierciadła; równanie to pozwoli wyznaczyć głębokość wody w kanale w różnych przekrojach.

260 . Jednak w praktyce postępowanie w sposób powyższy będzie nieraz trudne do wykonania, a już zupełnie będzie niewykonalne, kiedy rzeka albo kanał nie będą miały kształtów regularnych, których się nie da przedstawić jako funkcji zmiennej  $x$  .

Rozpatrzmy taki przypadek w ogólniejszej postaci. Zagadnienie polegać będzie na tem, aby kanał, lub rzeka, w którym woda płynie ruchem niejednostajnym, przepuszczał określoną ilość wody, nprz.  $Q \frac{m^3}{sek}$  . Niech dno kanału będzie wykonane ze spadkami, wskazanemi na przekroju podłużnym. Niech, wreszcie, będą dane potrzebne do wykreślenia w dowolnem miejscu przekroju tego kanału lub rzeki. Przypuśćmy, że w pewnym przekroju kanału zwierciadło wody dochodzi do okre-

ślonego poziomu nprz. w przekr. I niech zwierciadło wody sięga punktu  $A$ .



rys. 171.

Mając dany punkt  $A$ , , wykreślamy przekrój poprzeczny kanału w miejscu I, obliczamy stąd pole przekroju  $F_1$ , oraz obwód zwilżony  $O_1$ .

Ponieważ  $Q$  dla wszystkich przekrojów jest wielkością stałą, więc  $Q = F_1 v_1$ ,

gdzie  $v_1$  jest średnią prędkością w przekroju I; stąd  $v_1 = \frac{Q}{F_1}$ .

Obierzmy przekrój II, odległy od I, dajmy na to w górę rzeki lub kanału, o  $l_{12}$ , gdzie  $l_{12}$  jest wielkością dowolną. Przyjmijmy, że zwierciadło wody w tym / II / przekroju przechodzi przez punkt  $A_2$ , wzięty wyżej nad poziomem  $A, B_2$ .

Jeżeli przypadkiem punkt  $A_2$  został obrany dobrze, wówczas powinien on czynić zadość równaniu (a) z § 258, co zrobimy w sposób następujący:

Obrawszy punkt  $A_2$ , możemy znaleźć pole przekroju poprzecznego  $F_2$  i obwód zwilżony  $O_2$ , a następnie średnią prędkość  $v_2 = \frac{Q}{F_2}$ .

Równanie (a) § 258:

$$dh = d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \rho \cdot \frac{O}{F} \cdot v^2 dx$$

otrzymane zostało dla dwóch przekrojów nieskończenie blisko siebie obranych; równanie to możemy dostosować do dwóch przekrojów, oddalonych od siebie na skończoną długość  $l_{12}$ , pisząc:

$$(A_2 B_2) = Z_2 \cong \frac{\alpha v_1^2}{2g} - \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \rho \cdot \frac{O}{F} \cdot v^2 l_{12}.$$

Przytem uważać należy  $O$  i  $F$ , a więc i  $v$  w trzecim wyrazie prawej strony równania jako pewne średnie wartości między przekrojami I i II; możemy więc podstawić zamiast:

$$O = \frac{1}{2} (O_1 + O_2); \text{ zamiast } F = \frac{1}{2} (F_1 + F_2)$$

oraz  $v = \frac{Q}{F}$ . Wtedy otrzymamy:

$$Z_2 \cong \frac{\alpha}{2g} (v_1^2 - v_2^2) + 4\rho \frac{(O_1 + O_2) Q^2}{(F_1 + F_2)^3} \cdot l_{12}, \quad \text{albo:}$$

$$Z_2 \cong \frac{\alpha Q^2}{2g} \left( \frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_2^2} \right) + 4 \rho \cdot \frac{(O_1 + O_2) Q^2}{(F_1 + F_2)^3} \cdot l_{1,2} \dots (c)$$

Jeżeli punkt  $A_2$  został obrany dobrze, wówczas równanie to byłoby spełnione, t.j. prawa strona równania winna być  $= Z_2$ .

Gdyby się okazało inaczej, należałoby odpowiednio zmienić położenie punktu  $A_2$  i znów sprawdzić go równaniem poprzednim.

Postępowanie takie może okazać się dogodnym, jeżeli mamy jakieś dane, któreby choć w przybliżeniu wskazywały na kształt zwierciadła rzeki. Częściej będzie, jednak, inaczej.

W takim przypadku postępujemy, jak niżej:

261. Przyjmijmy na razie, że prędkości  $v_1$  i  $v_2$  mało się różnią od siebie; wówczas pierwszy wyraz w prawej stronie równania opuszczamy; następnie przyjmujemy, że pole przekroju oraz obwód zwilżony na całej długości  $l_{1,2}$  jest taki sam, jak w przekroju I. Wówczas

$$Z_2 = \int_0^{l_{1,2}} \frac{C_1}{F_1^3} Q^2 \cdot l_{1,2} \dots (d)$$



W równaniu tem po stronie prawej wszystko jest znane; zatem znajdziemy  $Z_2$ .

Przypomnieć należy, że współczynnik  $\rho = \frac{1}{K^2}$  gdzie  $K$  trzeba brać z wzoru Kutter'a i Ganguillet - uproszczonego lub, w razie spadków zwierciadła  $J < 0,0005$ , złożonego.

Znalazłszy przybliżoną wartość  $Z_2$ , oznaczamy położenie punktu  $A_2$  i jednocześnie położenie zwierciadła wody w przekroju II, wreszcie  $F'_2$  i  $O_2$ .

Sprawdzamy następnie, jaka się otrzyma wysokość, wyrażona pierwszym wyrazem równania /c/:

$$\frac{\alpha Q^2}{2g} \left( \frac{1}{F_1'^2} + \frac{1}{F_2'^2} \right).$$

Gdyby ta wysokość otrzymała się dość znaczną, wówczas należy zastosować równanie /c/, przyjmując dopiero co znalezioną wartość  $Z_2$  i położenie  $A_2$  - jako pierwsze przybliżenie; otrzymujemy nową wartość  $Z_2'$ , zmieniamy położenie punktu  $A_2$  na  $A_2'$ . Postępujemy tak samo dalej póki nie ustalimy z pożądaną dokładnością punktu  $A_2$ .

Po ustaleniu punktu  $A_2$ , przystępujemy do obrania III przekroju i szukając  $Z_3$  w podobny, jak po-

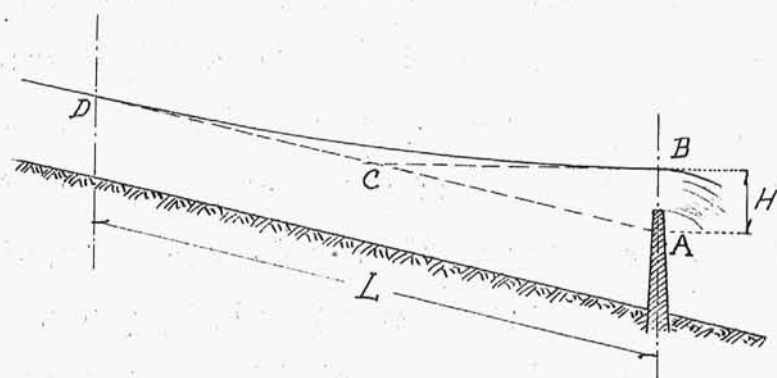
przednio, sposób, otrzymamy nowy punkt  $A_3$  zwierciadła i sprawdzamy go równaniem /c/. Ustaliwszy  $A_3$  przechodzimy do przekroju IV; znajdujemy wysokość  $Z_4$ .

Postępujemy tak dalej, posuwając się w górę kanału lub rzeki, póki nie osiągniemy przekrojów, w których prędkości średnie już się przestaną zmieniać.

Będzie to oznaczało, że od tego przekroju w górę rozpoczyna się ruch jednostajny.

262. W przypadku, kiedy w rzece lub w kanale jednostajny ruch wody został zmieniony przez budowę jazu - zapory, spiętrzającej wodę do pewnej wysokości, z góry oznaczonej, zwierciadło wody spiętrzonej można znaleźć według poprzednio podanego sposobu.

W danym przypadku, szczególnie przy małych piętrzeniach, możemy to zwierciadło wykreślić w sposób bardzo prosty, jakkolwiek mało dokładny. Niech pierwotne zwierciadło rzeki lub kanału / przed spiętrzeniem / będzie  $AD$  ze spadkiem jednostkowym  $= J$ ; niech, następnie, budowla wodna - jaz - spiętrzy wodę o wysokość  $H$  nad poprzednim stanem wody. Poprowadźmy przez  $B$  ( $AB=H$ ) prostą poziomą, która przetnie prostą  $AD$  w punkcie  $C$ . Długość  $AC = \frac{H}{J}$ . Odcłóżmy odcinek  $CD = BC$ , równy  $AC$ .



rys. 172

Wówczas możemy przyjąć że krzywa zwierciadła będzie styczną do  $AD$  w punkcie  $D$  i do  $CB$  w punkcie  $B$ . Jeżeli popro-

wadźmy łuk koła albo paraboli tak, aby dotykał prostych  $CD$  i  $CB$  w punktach  $D$  i  $B$ , otrzymamy przybliżony kształt zwierciadła wody.

Jednocześnie widzimy, że punkt  $D$ , dokąd sięga t. zw. "cofka" znajduje się w odległości  $L$  od jazu, przy czem

$$L = DC + CA \cong 2DC \cong 2CB \cong \frac{2H}{f}.$$

Gdybyśmy mieli wyznaczyć zwierciadło wody w przykładzie poprzednim dokładniej, moglibyśmy postępować tak, jak to było opisane w § 260; skorzystalibyśmy tu z przybliżonego kształtu zwierciadła, wykreślonego według poprzednich wskazówek.