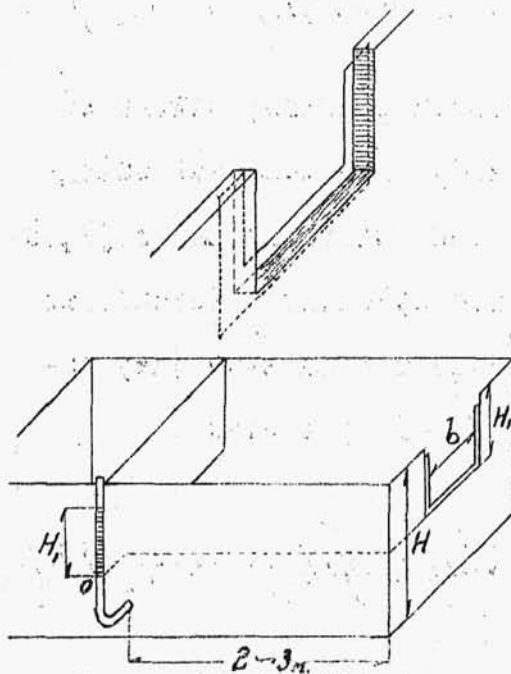


154. PRZEWĄŁY DO POMIARU WYDATKU WODY.

Najczęściej stosowane są do tego celu przewąły Poncélet'a, wykonane w cienkiej ścianie pionowej.

Aby otrzymać stosowne urządzenie, zbijamy z desek długą 3 - 4 metry skrzynię; w ścianie krótszej wycinamy prostokątny otwór. Aby można było uważać



rys. 107.

otwór jako wykonany w cienkiej ścianie, obijamy wycięcie w ścianie od strony wody cienką blachą, odpowiednio dopasowaną. Woda wypływać będzie, dotykając tylko krawędzi blaszanych.

W dłuższej bocznej ścianie skrzyni, w odległości 2 - 3 m. od otworu w bliskości dna, wiercimy otwór 25 - 30 mm. ϕ i wstawiamy w niego zagiętą rurkę szklaną 20 - 25 mm. ϕ , która górnym końcem dochodzi prawie do wierzchu skrzyni. Będzie to t.zw. piezometr. Skrzynię ustawiamy tak, aby próg

przewału był dokładnie poziomy, aby woda od mierzonego źródła dopływała bez strat, oraz, aby woda, płynąc w skrzyni, jak najmniej falowała.

W tym ostatnim celu można wprawić deskę do wnętrza skrzyni tak, aby falująca woda uderzała się o tę deskę, a dalej swobodnie płynęła. Kiedy skrzynia już jest prawidłowo i mocno ustawiona, należy na piezometrze odnotować kreską wysokość progę przewału. W tym celu napełniamy skrzynię wodą aż do przewału; kiedy poziom wody ustali się na wysokość progę, notujemy tę wysokość na piezometrze.

Poczem możemy puścić do skrzyni mierzony strumień wody. Piezometr wskaże w każdej chwili stan zwierciadła wody w skrzyni w dostatecznej odległości od przewału, gdzie zwierciadło to nie jest jeszcze odkształcone z powodu wypływu wody.

Mierząc wysokość H , i mając szerokość przewału b , możemy znaleźć wydatek.

Pomiary H , należy robić jaknajczęściej, szczególnie, jeśli dopływ wody jest niezupełnie jednostajny.

W razie znacznych wahań dopływu wody, a więc i poziomu wody trudne jest zapisywanie zmiennych wysokości H . Wtedy stosujemy pływak, który wsta-

wiamy do szerokiej rury, urządzonej na podobieństwo opisanego poprzednio piezometru. Pływak opadając i podnosząc się równocześnie ze zmianą poziomu wody w skrzyni, opuszcza lub podnosi pióro, umocowane do linki, zaczepionej jednym końcem do pływaka, przerzuconej przez krążek i naciąganej ciężarkiem, zawieszonym do drugiego końca linki.

Teraz wyobraźmy sobie cylinder z osią pionową, ustawiony przed wspomnianym piórem; niech cylinder obraca się około osi przy pomocy mechanizmu zegarowego; wówczas pióro na papierze nawiniętym na wspomnianym cylindrze, notować będzie stale stan poziomu wody w skrzyni, a więc i zmienne wysokości

H . Zmiany wysokości H , notowane w związku z biegiem czasu, pozwolą obliczyć wydatek za cały czas lub część okresu, kiedy były robione pomiary.

Warunki dobrze wykonanego przeważu powinny być następujące:

1/ próg przeważu powinien być ściśle poziom y, a ścianka w której jest otwór przeważowy, powinna być dokładnie pionowa, krawędzie zaś otworu winny być ostre.

2/ Szerokość otworu przeważowego b winna być:

$b \geq 3H$, gdyż temu stosunkowi odpowiadają znane współczynniki wydatku.

3/ Próg winien być na pewnej wysokości ponad dnem tak, aby $bH \leq \frac{1}{6} F$, gdzie F jest przekrój przepływu w skrzyni.

4/ Dławienie z boków otworu / przy przewale Poncellet'a / będzie wtedy zupełne, kiedy odległość pionowych krawędzi przewału od ścian podłużnych skrzyni jest $\geq 2H$.

5/ Pod strumieniem wody, wypływającej przez przewał, winno mieć wolny dostęp powietrze, czyli, jak mówią, winna być dostateczna wentylacja strumienia od spodu.

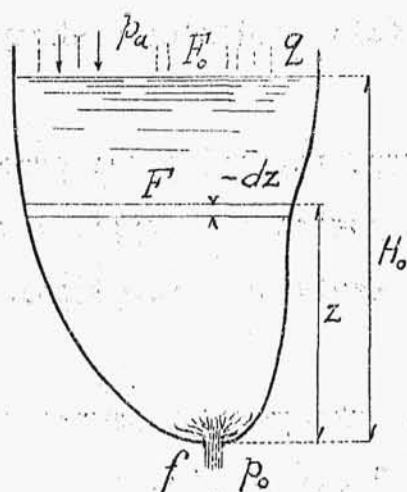
6/ Pomiar H , winien być wykonywany w pewnej odległości / przynajmniej 2 - 3 m. / powyżej przewału i od brzegów, aby uniknąć wpływu natężenia powierzchniowego wody.

155. Wypływ wody z naczynia przy zmiennym poziomie zwierciadła.

Dotychczas rozważaliśmy wypływ wody przez otwory różnych rodzajów, przyjmując, że poziom zwierciadła jest stały. To założenie warunkowało

istnienie ruchu trwałego.

Rozpatrzmy teraz przypadek, kiedy poziom zwierciadła będzie zmienny. Wtedy mieć będziemy do czynienia z ruchem nietrwałym. Stosowanie twierdzenia D. Bernoulli'ego w takim razie nie będzie ścisłe; mimo to zastosujemy tu to twierdzenie, zdając sobie sprawę, że otrzymany wynik będzie przybliżony. Aby otrzymać rezultat zgodny z rzeczywistością, trzeba będzie, jak to



rys. 108.

zwykle robimy, wynik poprawić, przez zastosowanie odpowiedniego współczynnika. Niech będzie naczynie, jak na rysunku, napełnione cieczą do wysokości H_0 ponad dnem, w którym znajduje się otwór o polu f . Niech dalej pole f otworu

będzie nieznaczące z przekrojami poprzecznymi F naczynia. Niech, wreszcie, ciśnienie na swobodnej powierzchni wody będzie p_a , przy wylewie zaś p_0 .

Aby otrzymać zagadnienie o charakterze ogólniejszym, przyjmijmy, że do naczynia stale dopływa

określona ilość wody $Q \frac{m^3}{sek.}$. Mamy znaleźć: po jakim czasie w naczyniu woda stanie na wysokości Z , i kiedy, następnie, naczynie się całkowicie opróżni, w przypadku, kiedy Q jest ≥ 0 .

Przypuścimy, że zaczynamy obserwować wypływ wody od tego momentu, kiedy naczynie jest napełnione do wysokości H_0 . Liczymy czas od tej chwili.

Po pewnym czasie t od początku wypływu niech zwierciadło wody opadnie do poziomu, znajdującego się na wysokości Z ponad otworem w dnie.

W tym momencie prędkość wypływu, zgodnie z poprzednimi wzorami:

$$v = \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})}.$$

W ciągu elementu czasu dt z naczynia wypłynąć przez otwór f objętość wody:

$$v \cdot f \cdot dt = \mu f \cdot \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})} \cdot dt$$

W tym samym elemencie czasu z zewnątrz przybywa do naczynia $q \cdot dt$. A więc ostatecznie w naczyniu ubywa:

$$v \cdot f \cdot dt - q \cdot dt = \mu f \cdot \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})} \cdot dt - q \cdot dt.$$

Jeśli taka ilość wody w naczyniu ubywa, powinien poziom zwierciadła obniżyć się o $(-dz)$. Niech w tym miejscu przekrój poprzeczny naczynia będzie F' , zatem w naczyniu uwolniła się objętość $= -F' dz$, która musi być równa poprzednio znalezionej objętości:

Zatem

$$\mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})} \cdot dt - q dt = -F' dz$$

W przypadku naczynia o dowolnych kształtach F' jest wielkością zmienną, zależną od Z , czyli, że F' jest funkcją głębokości Z .

Z ostatniego równania mamy:

$$dt = \frac{F' dz}{q - \mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})}}$$

Jeśli mamy znaleźć czas, po którego upływie poziom wody w naczyniu obniży się z wysokości H_o do Z , należy ostatnie równanie scałkować; znajdziemy wtedy:

$$t = \int_{H_o}^Z \frac{F' dz}{q - \mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_o}{\gamma})}} \dots \dots \dots /97/$$

Jeżeliby chodziło o znalezienie czasu, kiedy naczynie zupełnie się opróżni, należałoby założyć, że $q = 0$ i przyjąć w powyższem równaniu $Z = 0$. Że

q musi być równe zero, jest zrozumiałe, gdyż wtedy nie mogłoby być mowy o opróżnieniu naczynia.

W tym założeniu czas potrzebny do opróżnienia wyznaczamy:

$$T = \int_{H_0}^0 \frac{F' dz}{-\mu f \sqrt{2g(z + \frac{p_a - p_0}{\gamma})}} = \frac{1}{\mu F' \sqrt{2g}} \int_{H_0}^0 \frac{F' dz}{\sqrt{z + \frac{p_a - p_0}{\gamma}}} \quad /98/$$

Dokończyć całkowania moglibyśmy wtenczas, gdybyśmy znali zależność F' od Z

156. PRZYKŁAD. Naczynie, z którego wypływa woda, jest cylindryczne o przekroju stałym F_0 .

Przyjmijmy dla uproszczenia zadania, że $p_a = p_0$, wtedy równanie /97/ otrzyma postać:

$$t = F_0 \int_{H_0}^z \frac{dz}{\sqrt{2g(z - \mu f \sqrt{2g} z)}}$$

Aby to równanie scałkować, przyjmijmy, że $\sqrt{Z} = x$, czyli, że $Z = x^2$, a więc $dz = 2x dx$

Wtedy:

$$t = 2F_0 \int_{H_0}^z \frac{x dx}{\sqrt{2g(z - \mu f x \sqrt{2g} z)}} \quad , \text{ albo } t = \frac{2F_0}{\mu f \sqrt{2g}} \int_{H_0}^z \frac{x dx}{\frac{z}{\mu f \sqrt{2g}} - x}$$

Oznaczmy dalej:

$$\frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} - x = y$$

Wtedy $x = \frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} - y$ oraz $dx = -dy$.

Wówczas nasza całka otrzyma kształt:

$$\begin{aligned} t &= -\frac{2F_0'}{\mu f \sqrt{2g}} \int_{H_0}^z \left(\frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} - y \right) \cdot \frac{dy}{y} = -\frac{2F_0'}{\mu f \sqrt{2g}} \left[\int_{H_0}^z \frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} \frac{dy}{y} - \int_{H_0}^z dy \right] \\ &= \frac{F_0' Q}{\mu^2 f^2 g} (\log y)_z^{H_0} + \frac{2F_0'}{\mu f \sqrt{2g}} (y)_{H_0}^z. \end{aligned}$$

Penieważ $y = \frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} - x$, zaś $x = \sqrt{Z}$, więc:

$$t = \frac{F_0' Q}{\mu^2 f^2 g} \log \frac{\frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} - \sqrt{H_0}}{\frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} - \sqrt{Z}} + \frac{2F_0'}{\mu f \sqrt{2g}} (\sqrt{H_0} - \sqrt{Z}) \quad \dots /99/$$

157. Zbadajmy wzór /99/.

Jeżeli czas t ma mieć znaczenie realne, wielkość, znajdująca się pod znakiem \log , musi być dodatnia.

A więc licznik i mianownik muszą być jednocześnie albo obydwa dodatnie, albo obydwa ujemne.

Niech $\frac{Q}{\mu f \sqrt{2g}} > \sqrt{H_0}$, czyli to samo, co

$q > \mu f \sqrt{2gH_0}$, wtedy też $\frac{q}{\mu f \sqrt{2g}}$ winno być $> \sqrt{Z}$, czyli, że $q > \mu f \sqrt{2gZ}$.

Jeżeli $q > \mu f \sqrt{2gH_0}$, znaczy to, że dopływ wody q jest większy, niż wydatek wody przez otwór w pierwszej chwili, zatem poziom wody w naczyniu nie tylko nie będzie opadał, lecz będzie się podnosił; kiedy się podniesie, dajmy na to, do wysokości $Z = H'$, przy której $q = \mu f \sqrt{2gH'}$, wówczas mianownik staje się $= 0$ i sama wielkość staje się nieskończenie dużą, \log jej też jest ∞ , a więc czas $t = \infty$. Znaczyć to będzie, że w danym przypadku, kiedy $q > \mu f \sqrt{2gH_0}$, nie będziemy mogli nigdy osiągnąć poziomu wody w naczyniu niższego, niż H_0 , zaś poziom $H' > H_0$ uzyskamy po czasie nieskończenie długim, zbliżając się do tego poziomu asymptotycznie.

Niech w innych warunkach $\frac{q}{\mu f \sqrt{2g}} < \sqrt{H_0}$, wtedy też dla realności t , $\frac{q}{\mu f \sqrt{2g}}$ powinno być $< \sqrt{Z}$.

Z warunku $\frac{q}{\mu f \sqrt{2g}} < \sqrt{H_0}$ mamy $q < \mu f \sqrt{2gH_0}$,

to jest, że w danym razie dolewamy wody mniej, niż w pierwszej chwili wypływa, zatem poziom wody w naczyniu zrazu będzie opadał, aż otrzymamy wreszcie

wysokość $Z = H''$, przy której

$$Q = \mu f \sqrt{2gH''}$$

Na tej wysokości poziom wody się zatrzyma, niżej już nie opadnie.

Wysokość H'' uzyskamy po czasie $t = \infty$, gdyż kiedy $Z = H''$, wielkość, będąca pod znakiem \log staje się ∞ .

Zatem do ustalenia się poziomu wody w naczyniu będziemy się zbliżali nieskończenie długo.

Przypuśćmy, że dopływ $Q = 0$. Wówczas pierwszy wyraz drugiej strony równania /CV/ przepadnie

i czas

$$t = \frac{2F_0}{\mu f \sqrt{2g}} (\sqrt{H_0} - \sqrt{Z}).$$

Widzimy z tego wzoru, że dla każdej wartości Z , czyniącej zadość warunkom $H_0 > Z > 0$, znajdziemy odpowiedni czas t .

Z tego też wzoru łatwo obliczymy czas, potrzebny do opróżnienia całkowicie naczynia. Będzie to wówczas, kiedy Z stanie się $= 0$.

Znajdziemy:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{2F_0 \sqrt{H_0}}{\mu f \sqrt{2g}} \\ \text{albo inaczej: } T &= \frac{2F_0 H_0}{\mu f \sqrt{2g} H_0} \end{aligned} \right\} \dots /100/$$

158. Na podstawie powyższego możemy dać wyjaśnienie takiego zagadnienia.

Mamy naczynie cylindryczne o przekroju F' i wysokości H_0 , napełnione wodą; objętość zawartej w naczyniu wody $= F' H_0$.

Ze wzoru /100/ wynika, że po otworzeniu wylotu f , otrzymamy objętość wody $F' H_0$, opróżniając naczynie w ciągu czasu

$$T = \frac{2 F' H_0}{\mu f \sqrt{2gH_0}}.$$

Jeżeli, mając takie samo naczynie, w którym utrzymujemy zwierciadło wody na stałym poziomie zechcielibyśmy otrzymać z niego objętość wody $F' H_0$, czas potrzebny do zaozerpnienia potrzebnej ilości wody znajdziemy tak: prędkość wypływu przez otwór będzie stała i równa $\sqrt{2gH_0}$; wydatek w jednostkę czasu $= \mu f \sqrt{2gH_0}$ czas potrzebny do otrzymania $F' H_0$ wody znajdziemy:

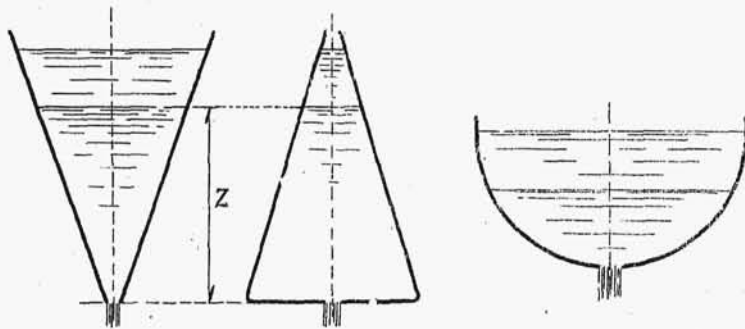
$$T_1 = \frac{F' H_0}{\mu f \sqrt{2gH_0}}.$$

Porównując czas T i T_1 , widzimy, że $\frac{T}{T_1} = \frac{1}{2}$.

A więc tę samą ilość wody z naczynia cylindrycznego otrzymać będziemy mogli w czasie dwa razy

krótszym wtedy, kiedy zwierciadło wody w naczyniu będziemy utrzymywali na stałym poziomie, niż wówczas, kiedy to naczynie będziemy opróżniali.

159. Powyższe rozwiązanie dotyczyło naczynia cylindrycznego. Podobne postępowanie zastosować



rys.109.

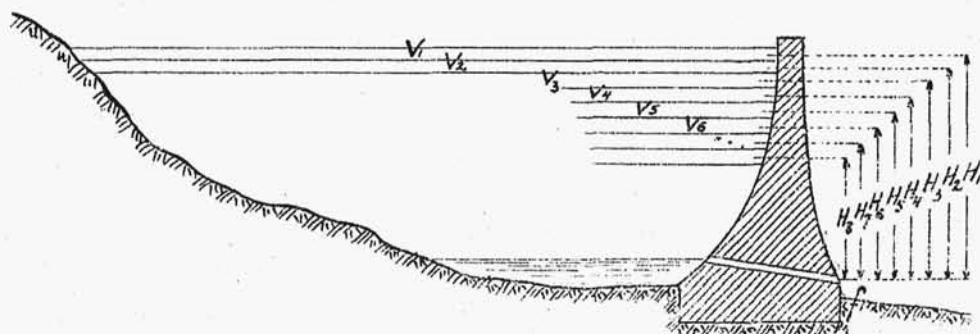
możemy do naczyń o innych kształtach, jak np. do naczynia stożkowego z wylotem przy wierzchołku, lub z wylotem w dnie, następnie do naczynia w postaci czaszy półkulistej z otworem w najniższym miejscu i t.d. Dla wszystkich tych naczyń łatwo ustawimy zależność między głębokością Z , a odpowiednim przekrojem. Mając tę zależność, można zając się całkowaniem równań /97/ i /98/. Otrzymanie wyników zależnem będzie od umiejętnego pokonywania trudności przy całkowaniu równań.

Będziemy jednak spotykali się często z takimi

naczyniami - w postaci zbiorników, utworzonych przez ściany wąwozu i zapory, gdzie już nie uda się znaleźć matematycznej zależności pola przekroju na różnych głębokościach od tej właśnie głębokości. Należy zatem parę słów poświęcić takim właśnie zbiornikom.

160. WYPIŁYW WODY ZE ZBIORNIKÓW O KSZTAŁTACH NIEREGULARNYCH.

Dajmy na to, mamy zbiornik, utworzony w wąwozie przez wybudowanie poprzecznej zapory. Chcemy



rys. 110.

obliczyć czas, potrzebny do tego, aby zwierciadło wody w zbiorniku obniżyć do pewnego poziomu, albo też, aby zbiornik zupełnie opróżnić.

Aby którekolwiek zagadnienie rozwiązać, dzielimy nasz zbiornik płaszczyznami poziomymi na war-