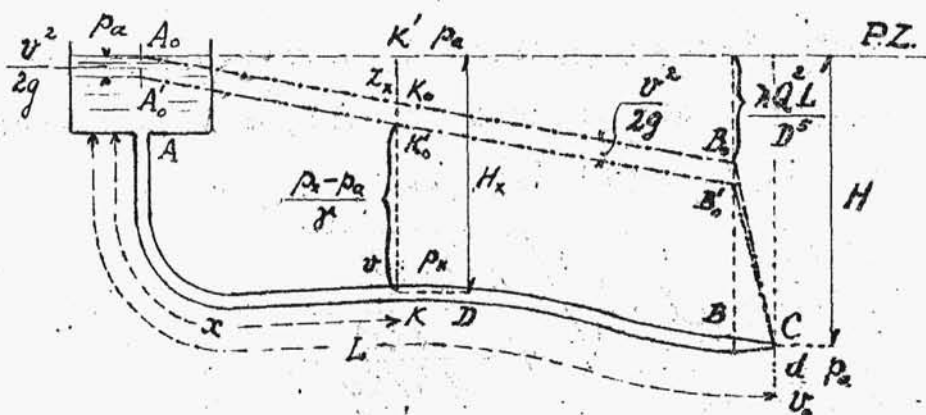


196. RÓWNANIE LINJI CIŚNIEN W PRZEWODZIE O STAŁYM PRZĘKROJU DLA CIECZY RZECZYWISTEJ. -

Kiedy już umiemy wyznaczać wysokości, stracone na różne opory, napotkane przez ciecz podczas jej ruchu w przewodzie, możemy, zgodnie z treścią art.170 przystąpić do wyznaczenia linji ciśnień.



rys.135.

Niech będzie zbiornik, jaki już parokrotnie przyjmowaliśmy. Ze zbiornika idzie przewód o średnicy D i długości L . Zakończenie przewodu na stosunkowo bardzo nieznacznej długości, niech to będzie zwężka od średnicy D do wylotu o średnicy d . Przy wylocie w punkcie C niech będzie ciśnienie $p_0 = p_a$. Zresztą, gdyby p_0 było $\neq p_a$, zagadnienie nie będzie się zasadniczo różniło od przypadku, kiedy $p_0 = p_a$; to ostatnie założenie odpowiada stosunkom wziętym z życia.

Wystawmy na przewodzie w przekroju, wziętym w odległości x od początku przewodu, piezometr; znajdziemy, jak wysoko stanie w nim ciecz. Niech w obranym przekroju będzie ciśnienie p_x . Wówczas w piezometrze podniesie się ciecz na wysokość $\frac{p_x - p_a}{\gamma}$ ponad oś przewodu. Przypuśćmy, że w tem miejscu oś przewodu znajduje się na wysokości H_x pod swobodną powierzchnią cieczy w zbiorniku; wtedy punkt K_0 , należący do linii ciśnień, znajdzie się w odległości $Z = K_0 K'$ od swobodnej powierzchni cieczy, przyczem

$$Z = H_x - \frac{p_x - p_a}{\gamma}$$

Znajdziemy Z w zależności od x

W tym celu napiszemy równanie D. Bernoulli'ego dla cząstki, wziętej na swobodnej powierzchni w punkcie A_0 i następnie na osi przewodu w przekroju K . Obierając swobodną powierzchnię cieczy w zbiorniku jako poziom zasadniczy, napiszemy:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \sum_x h \dots (a)$$

gdzie ostatni wyraz oznacza sumę wysokości, straconych na opory podczas ruchu od zbiornika

do przekroju K , wziętego w odległości x od początku przewodu.

Na zasadzie wzoru /114/ napiszemy, że wysokość stracona na tarcie na jednostce długości przewodu:

$$j = \frac{\lambda Q^2}{D^5},$$

gdzie Q jest wydatkiem cieczy w jednostkę czasu i jest $= \frac{\pi D^2 v}{4}$, zaś λ współczynnik, o którym była mowa we właściwym miejscu.

Ponieważ przewód od A do K ma długość x , więc wysokość stracona na tarcie na tej długości przewodu $= \frac{\lambda Q^2}{D^5} \cdot x$. Poza tą stratą będą

jeszcze inne straty, jak: strata przy wejściu cieczy ze zbiornika do przewodu; ta, jednak, strata przy łagodnym przejściu, które możemy zrobić, będzie bardzo mała i możemy jej, z tego powodu nie uwzględniać. Następnie będą straty spowodowane zmianami kierunku; lecz i te straty, o ile zmiany kierunku będą wykonane stopniowo, również będą nieznaczne.

Naogół biorąc, w dłuższych przewodach straty, spowodowane tarciami, zwykle otrzymywać będziemy znacznie większe, niż wszystkie inne straty; dla tego też przy obliczeniach długich przewodów

zwykle uwzględniane są tylko straty na tarcie.

Wobec powyższego równanie poprzednie (a) napiszemy w taki sposób:

$$\frac{p_a}{\gamma} = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} - \lambda \frac{Q^2 x}{D^5},$$

a stąd

$$H_x = \frac{p_x - p_a}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}.$$

Ponieważ

$$Z = H_x - \frac{p_x - p_a}{\gamma}$$

więc

$$Z = \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5} \dots (b)$$

Jest to równanie linii ciśnień w przewodzie.

Jeżeli mamy przewód na całej długości o tym samym przekroju, wówczas prędkość v jest stałą.

Mamy zatem wynik, wskazujący, że spółrzędna Z linii ciśnień jest funkcją linjową odległości x od początku przewodu.

Jeśli dalej przyjmniemy, co w praktyce będzie rzeczą bardzo zwykłą, że długość rzeczywista przewodu nie różni się od długości poziomego rzutu tego przewodu, wówczas otrzymamy, że linia

ciśnienie będzie linią prostą.

Wyznamy dwa punkty tej prostej: Na początku przewodu, kiedy $x=0$, otrzymamy, że $z_0 = \frac{v^2}{2g}$. Wiadimy stąd, że linja ciśnienia rozpocznie się ponad punktem A w odległości $\frac{v^2}{2g}$ pod swobodną powierzchnią cieczy w zbiorniku, mianowicie - w punkcie A' . Na końcu przewodu w przekroju B przed zwężeniem, znajdziemy współrzędną z z równania (6), podstawiając $x=L$.

Wtedy:

$$z_L = \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda \cdot Q^2 \cdot L}{D^5}$$

Spółrzędna ta wskazuje na punkt B' . Zatem linja ciśnienia przebiegnie jako prosta od A' do

B' . Zakończenie linii ciśnienia otrzymamy, łącząc punkt B' z C . Wynika to stąd, że w końcu wylotu mamy to samo ciśnienie, co i w otwartym końcu piezometru.

197. Prędkość v przepływu w przewodach, zazwyczaj nie przekracza pewnych granic. Najczęściej stosowane są prędkości mniej niż 1 m/sek., często trochę więcej, rzadko 1,5 \sim 2 m/sek.

Wobec tego wysokość prędkości $\frac{v^2}{2g}$ zwykle jest nieznaczną; np. przy $v = 0,8$ m/sek. $\frac{v^2}{2g} =$
 $= \approx 0,03$ m.; przy $v = 1$ m/sek.; $\frac{v^2}{2g} =$
 $= \approx 0,05$ m., przy $v = 2$ m/sek., $\frac{v^2}{2g} = 0,20$ m.
 Zatem w równaniu (6) poprzedniego artykułu:

$$Z = \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$$

wysokość $\frac{v^2}{2g}$ może być opuszczona wobec wysokości $\frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$, której wartość jest zwykle znaczna.

Wówczas równanie linii ciśnień otrzyma postać prostszą:

$$Z = \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$$

co będzie wskazywało, że linja ciśnień będzie prostą, przechodzącą przez $A.B.$ i następnie spadnie do C .

W taki też sposób zwykle będziemy wykreślali linję ciśnień dla przewodu o stałym przekroju.

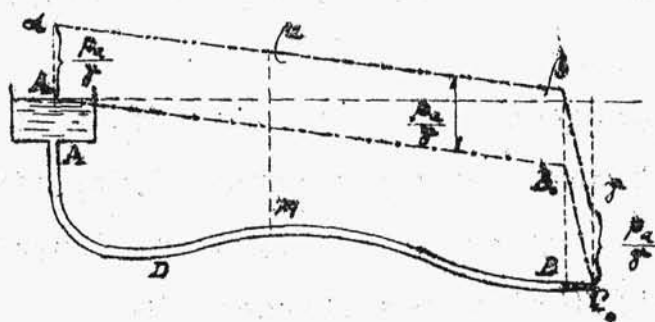
198. Linja ciśnień, omawiana w poprzednich artykułach, wskazuje nam na różnice między ciśnieniem p_i wewnątrz przewodu w tym czy innym przekroju, a ciśnieniem zewnętrznym p_e . Właściwiej byłoby dlatego nazywać poprzednio otrzymany wykres **l i n j a n a d c i ś n i e n.**

lub linja ciśnień rzeczywistych.

Wartości tych nadciśnień, mierzone wysokościami słupków w piezometrach: $\frac{p_x - p_a}{\gamma}$, dają miarę tych sił, które dążą do rozerwania przewodu pod działaniem wewnętrznego ciśnienia p_x , zmniejszonego o ciśnienie zewnętrzne p_a .

Nieraz może być pożytecznem uświadomienie sobie wartości całkowitych ciśnień wewnętrznych w przewodzie, t.j. ciśnień p_x . Z równania Bernoulli'ego otrzymamy bardzo łatwo te wartości drogą rachunkową.

Tu parę słów warto poświęcić na przedstawienie rozkładu ciśnień wewnętrznych p_x drogą wykreślną. Wyjdziemy ze znanej z poprzedniego linji ciśnień /rzeczywistych/. Niech w pewnym przypadku będzie to linja **A.B.C.** Aby otrzymać linję ci-



ryz. 136.

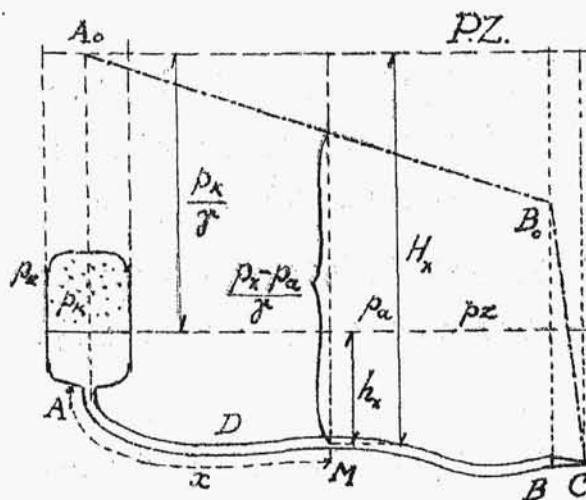
nień wewnętrznych, wystawmy sobie co następuje: piezometry, które służyły nam poprzednio

do wyznaczania linii ciśnień rzeczywistych, wyobrażaliśmy wtedy sobie od góry otwarte; obecnie niech piezometry te będą znacznie wyżej i od góry szczelnie zamknięte; dalej, niech w końcach górnych każdego z tych piezometrów będzie wytworzona próżnia.

Wtedy we wszystkich piezometrach od pierwszego w przekroju A do ostatnich w B i C słupki cieczy podniosą się wszędzie o tę samą wysokość $\frac{p_a}{\gamma}$. Końce słupków cieczy utworzą linię $\alpha\beta\gamma$, która będzie właśnie linią ciśnień wewnętrznych. Wysokości $M_\alpha, B\beta$... i t.d. będą miarą ciśnień wewnętrznych w przekrojach A, M, B i t.d.

199. Rozważmy teraz przypadek wykreslenia linii ciśnień, kiedy przewód zasilany jest nie ze zbiornika otwartego, jak to mieliśmy poprzednio, lecz ze zbiornika zamkniętego, w którym panuje pewne ciśnienie. Niech to ciśnienie wynosi p_κ ponad ciśnienie zewnętrzne p_a .

Nadciśnienie p_κ niech będzie otrzymane dzięki prężności powietrza, znajdującego się



w zbiorniku zamkniętym. Najprostszy sposób rozwiązania polegać będzie na tem, aby sprowadzić zagadnienie do przypadku poprzedniego, t.j.

zbiornik zamknięty zastąpić zbiornikiem

otwartym. W tym celu wyobrażamy sobie, że zbiornik został wydłużony do góry i napełniony cieczą do poziomu, znajdującego się na wysokości $\frac{p_k}{\gamma}$ ponad zwierciadłem cieczy w zbiorniku zamkniętym. Zbiornik otwarty z takim poziomem cieczy zapewnia dla przewodu te same warunki ciśnieniowe, jakie są przy zbiorniku zamkniętym.

Że tak jest, zobaczmy, obliczając ciśnienie p_x w przekroju M , wziętym w odległości x od początku przewodu.

Jeżeli będziemy rozpatrywali przewód połączony ze zbiornikiem zamkniętym, napiszemy równanie Bernoulli'ego, przyjmując za poziom zasadniczy (p_z) zwierciadło wody w zbiorniku:

$$0 + \frac{p_k + p_a}{\gamma} + 0 = -h_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$$

W lewej stronie równania należy przyjąć wysokość całkowitego ciśnienia, wewnątrz zbiornika. Ponieważ p_k jest to nadciśnienie, ponad zewnętrzne ciśnienie p_a , więc całkowite ciśnienie będzie $= p_k + p_a$

Z powyższego równania mamy:

$$\frac{p_x}{\gamma} = h_x + \frac{p_k + p_a}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \frac{\lambda Q^2 x}{D^5}$$

Jeżeli będziemy rozpatrywali przewód jako połączony ze zbiornikiem otwartym, którego zwierciadło jest o $\frac{p_k}{\gamma}$ wyżej od poprzedniego, wówczas twierdzenie Bernoulli'ego napisane względem poziomu zasadniczego (P.Z), obranego na swobodnej powierzchni uzupełnionego zbiornika, będzie takie:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \frac{\lambda Q^2 x}{D^5},$$

Stąd

$$\frac{p_x}{\gamma} = H_x + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \frac{\lambda Q^2 x}{D^5};$$

ponieważ $H_k = h_k + \frac{\rho_k}{\gamma}$, więc

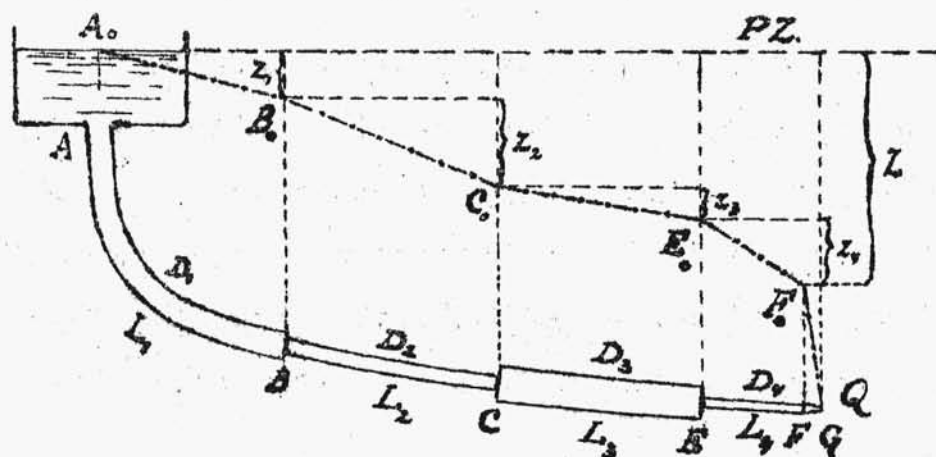
$$\frac{\rho_k}{\gamma} = H_k + \frac{\rho_a + \rho_k}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \frac{\lambda Q^2 x}{D^5},$$

to jest to samo, co poprzednio.

Wobec tego linję ciśnień rzeczywistych wykreślimy sposobem znanym, otrzymując ją jako linję A.B.C.

200. LINJA CIŚNIEŃ W PRZEWODZIE O ZMIENNEJ ŚREDNICY.

Niech będzie zbiornik, od którego rozpoczyna się przewód, złożony z n części o różnych



rys. 138.

średnicach i długościach: pierwszy odcinek długości L_1 o średnicy D_1 , drugi - długości L_2 i średnicy D_2 i t.d. Niech cały przewód dostarcza do końca Q $m^3/\text{sek.}$ wody.