

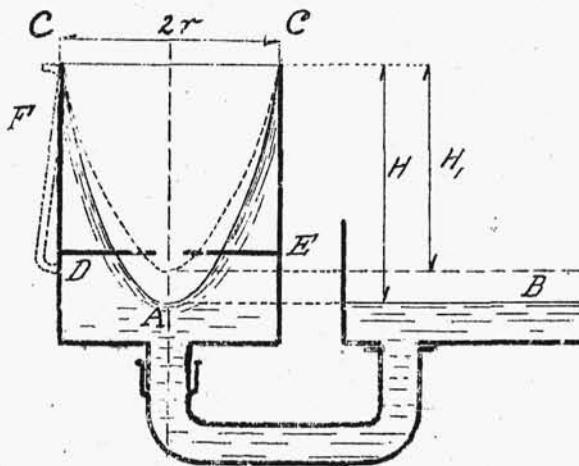
$$\omega = \frac{H}{r} \sqrt{\frac{3g}{H}} = \frac{1}{r} \sqrt{3gH} = \frac{1.73}{r} \sqrt{gH}.$$

Jeżeli  $h = \frac{1}{2}H$ , wtedy zarówno /43/, jak i /44/ równanie są stosowane. Otrzymujemy z nich jedną i tę samą wartość:

$$\omega = \frac{1}{r} \sqrt{2gH} = \frac{1.414}{r} \sqrt{gH}.$$

#### 99. PRZYKŁAD 21.

Poprzednie rozważania pozwalają na oznaczenie prędkości katowej obrotu naczynia cylindrycznego,



rys. 57.

które w dolnej części połączone jest ze stojącym zbiornikiem *B* o znacznej objętości. Poziomą dy w zbiorniku *B* jest stały i zadany. Jaka prędkość katową należy nadać na-

czyniu, aby woda doszła do krawędzi *C*, znajdującą się na wysokości *H* ponad zwierciadłem wody w naczyniu *B* ?

Podczas obrotu naczynia ciśnienia hydrostatyczne w punktach obranych na osi obrotu zależą tylko od ciężaru cieczy; zatem ciśnienia w tych punktach będą się kształtowały tak samo jak w cieczy ciężkiej, będącej w spoczynku. Stąd widzimy, że jeśli ciśnienie zewnętrzne na powierzchnię wody w naczyniu  $AC$  i na powierzchnię w zbiorniku  $B$  jest jednakowe, to punkt  $A$  paraboloidu winien być na poziomie zwierciadła wody w  $B$ . Stąd wynika, że rozwiązanie polegać będzie na tem, aby znaleźć taką prędkość kątową, przy której parabola przechodzić będzie przez punkty  $C, A, C$ .

W tym celu skorzystamy z równania /40/:

$$x^2 = \frac{2g}{\omega^2} (z_0 - z),$$

gdzie zamiast  $x$  należy przyjąć  $r$ , zamiast  $z_0$  —  $H$  i zamiast  $z$  —  $0$ .

Wtedy otrzymamy:

$$r^2 = \frac{2g}{\omega^2} H ; \quad \text{albo} \quad \omega^2 = \frac{2g}{r^2} H.$$

Stąd znajdziemy:

$$\omega = \frac{1}{r} \sqrt{2gH}$$

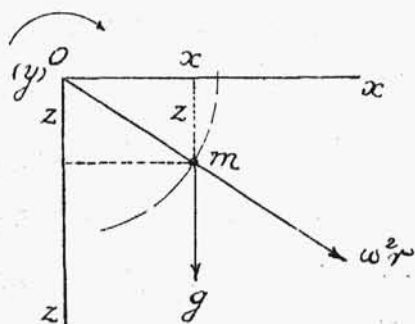
Jeżeliby w ścianie cylindrycznego naczynia zrobić otwór poniżej  $C$ , wówczas otrzymalibyśmy wylew wody. W rezultacie będziemy mieli wypływ podniesionej

na pewną wysokość wody.

Właściwie do otrzymania wypływu wody znaleziona prędkość kątowna  $\omega$  nie będzie jeszcze dostateczną; przy tej prędkości kątowej możemy tylko otrzymać podniesienie się wody i zatrzymanie się jej na wskazanej wysokości; do utrzymania jednak ruchu wody prędkość kątowa  $\omega$  nie będzie dostateczną.

Nic się nie zmieni, jeżeli w naczyniu cylindrycznym damy górne dno  $DE$ ; wówczas odpadnie górna część wody /ponad  $DE$ /. Jeżeli w dodatku wyprowadzimy rurkę  $F$  przez boczną ściankę naczynia, wtedy woda podniesie się w rurce  $F$  do wylotu i może nastąpić wypływ wody przez tę rurkę.

100. PRZYKŁAD 22. Naczynie, wypełnione cieczą, obraca się około osi poziomej. Jaki będzie kształt powierzchni jednakowego ciśnienia? Niech obrót się odbywa około osi  $Oy$  z prędkością kątowną  $\omega$ . Weźmy którąkolwiek cząstkę cieczy w odległości  $r$  od osi obrotu. Wtedy możemy tę cząstkę rozpatrywać, jako będącą w spoczynku bezwzględny, o ile będziemy uważali, że na nią działa - prócz siły rzeczywistej - siły ciężkości - jeszcze siła odwrotna do siły unoszenia - siła odśrodkowa. Pierwsza siła daje przyspieszenie  $g$ ;



rys. 58.

druga - przyśpieszenie  $\omega^2 r$ . Rzuty tych przyśpieszeń na osi  $x, y, z$ , są:  $0, 0, g$  oraz  $\omega^2 z, 0, \omega^2 z$ . Wobec tego w równaniu powierzchni jednakowego ciśnienia:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

należy wstawić zamiast  $X = \omega^2 x$ ; zamiast  $Y = 0$ ; zamiast  $Z = g + \omega^2 z$ . Wówczas równanie przyjmie postać:

$$\omega^2 x dx + (g + \omega^2 z) dz = 0.$$

Po scałkowaniu znajdziemy:

$$\frac{\omega^2 x^2}{2} + gz + \frac{\omega^2 z^2}{2} = \text{Const.}$$

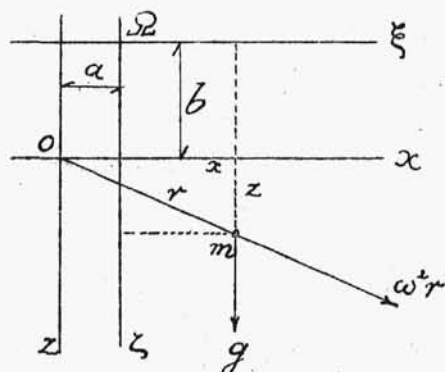
albo

$$x^2 + z^2 + \frac{2g}{\omega^2} z = \text{Const.}$$

Jest to równanie powierzchni cylindrycznej, której oś jest równoległa do osi  $y$ , lecz nie leży na osi  $y$ . Na ten ostatni warunek wskazuje obecność wyrazu:  $\frac{2g}{\omega^2} z$ .

Znajdźmy oś powierzchni jednakowego ciśnienia: Niech ta oś przechodzi przez punkt  $\Omega$ , którego

spółrzędnymi względem osi  $ox$  i  $Oz$  są  $a$  i  $b$ .



rys. 59.

Z rysunku odczytujemy:  $x = \xi + a$ ;  $z = \zeta - b$ ; wówczas równanie

$$x^2 + z^2 + \frac{2g}{\omega^2} z = \text{Const.}$$

przybierze postać:

$$(\xi + a)^2 + (\zeta - b)^2 + \frac{2g}{\omega^2} (\zeta - b) = \text{Const.}$$

albo

$$\xi^2 + a^2 + 2a\xi + \zeta^2 + b^2 - 2\zeta b + \frac{2g\zeta}{\omega^2} - \frac{2gb}{\omega^2} = \text{Const.}$$

Aby oś cylindrycznej powierzchni przechodziła przez  $\Omega$  należy tak  $a$  i  $b$  dobrać, aby wyrazów z  $\xi$  i  $\zeta$  nie było.

Zatem:  $2a\xi$  winno być  $= 0$ , skąd otrzymujemy, że  $a = 0$  oraz

$$\zeta \left( \frac{2g}{\omega^2} - 2b \right) = 0 \quad \text{skąd} \quad b = \frac{g}{\omega^2} \dots /45/.$$

Wówczas nasze równanie przyjmie postać:

$$\xi^2 + \zeta^2 + b^2 - \frac{2gb}{\omega^2} = \text{Const.}$$

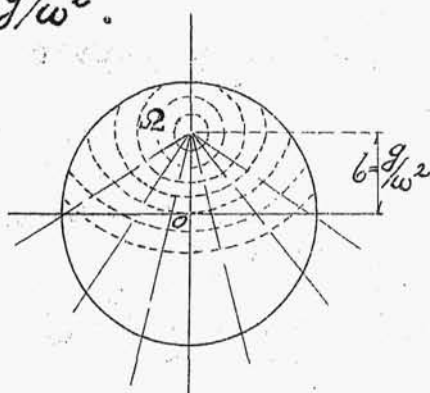
ponieważ  $b = \frac{g}{\omega^2}$ , więc:

$$\xi^2 + \zeta^2 + \frac{g^2}{\omega^4} - \frac{2g^2}{\omega^4} = \text{Const.}$$

albo:

$$\xi^2 + \zeta^2 = \frac{g^2}{\omega^4} + Const.$$

Widzimy więc, że w danym przypadku powierzchniami jednakowego ciśnienia będą powierzchnie cylindryczne, których oś znajduje się ponad osią obrotu na wysokości  $g/\omega^2$ .



rys. 60.

W miarę zwiększenia się  $\omega$  oś  $\Omega$  będzie się zbliżać do osi 0; wreszcie, kiedy  $\omega$  staje się bardzo dużym, wówczas  $b = g/\omega^2$ , staje się  $= \infty$ .

Taki układ powierzchni jednakowego ciśnienia znajdujemy w wodzie, napełniającej skrzynki koła wodnego lub kanały turbiny z osią poziomą. Przy kołach wodnych  $b$  jest bardzo znaczne, gdyż prędkość  $\omega$  jest bardzo mała.

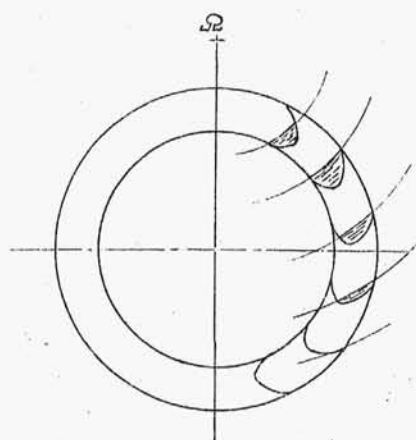
Jak się przedstawiają swobodne powierzchnie wody w skrzynkach koła wodnego, pokazane jest na sąsiednim rysunku.

Ciśnienie hydrostatyczne znajdziemy z równania:

$$p = p_a + \frac{g}{\omega^2} \int_a^{(x,y,z)} (Xdx + Ydy + Zdz);$$

po podstawieniu odpowiednich wartości na  $X, Y, Z$ , otrzymamy:

$$p = p_a + \frac{\gamma}{g} \left[ \frac{\omega^2}{2} (x^2 + z^2) + gz \right]_a^{(x,y,z)}$$



rys. 61.

Równanie linii sił  
znajdziemy zwykłą drogą,  
posiłkując się równaniem:

$$\frac{d\xi}{X} = \frac{d\eta}{Y} = \frac{d\zeta}{Z},$$

podstawiając wartości od-  
powiednie na  $X, Y$  i  $Z$ .

Znajdziemy, że będzie

to pęk prostych, przechodzących przez oś  $OL$ .

### 101. NACZYNIA POŁĄCZONE, NAPEŁNIONE CIECZĄ JEDNORODNĄ.

Niech będą dwa naczynia połączone, o dowolnych zresztą przekrojach, napełnione jednorodną cieczą ciężką o ciężarze właściwym  $\gamma$ . Niech na swobodną powierzchnię cieczy w naczyniu I działa ciśnienie  $p_1$ , w naczyniu zaś II -  $p_2$ . Niech naczynie i ciecz znajdują się w spoczynku i w równowadze. Obierzmy jakikolwiek punkt  $m$  wewnątrz cieczy. Niech ciśnienie to będzie:  $p$ .

Jeśli punkt  $m$  będziemy rozpatrywali, jako be-