

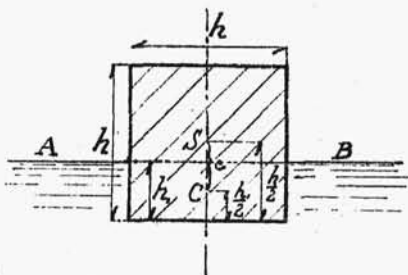
zapewnioną przy odchyleniach około różnych osi poziomych, winien być zachowany powyższy warunek /34/ dla wszystkich osi. Najbardziej niebezpieczny będzie stan równowagi przy obrocie około tej osi, względem której J_0 będzie najmniejszy.

Zatem powiemy, że dla równowagi stałej powinien być zachowany warunek:

$$c < \frac{J_{0 \min}}{V} \dots \dots \dots /35/$$

Dla statków, które mają budowę wydłużoną $J_{0 \min}$ będzie właśnie względem osi podłużnej statku.

81. PRZYKŁAD 11. Mamy belkę o przekroju kwadratowym /bok kwadratu jest h i długość L /. Niech



rys.40.

belka pływa w ten sposób, że dwie jej ściany są poziome. Znaleźć przy jakich warunkach będzie równowaga stała. Oznaczmy ciężar właściwy cieczy przez γ i ciężar

właściwy ciała przez γ_1 . Przypuśćmy, że belka zanurza się na głębokość h_1 .

Wyporność $V = h_1 h L$; wypór $W = V \gamma = h_1 h L \gamma$;
ciężar belki $= h^2 L \gamma_1$.

Ponieważ w przypadku pływania ciała wypór = ciężarowi ciała, więc:

$$h, h, L \cdot \gamma = h^2 L \gamma_1,$$

stąd

$$h_1 = h \frac{\gamma_1}{\gamma}.$$

Znajdźmy teraz, gdzie będzie metacentrum.

Skorzystamy z równania /33/.

Najmniejszy moment bezwładności pola płaszczyzny pływania jest względem osi poziomej. przechodzącej przez środek płaszczyzny pływania równoległe do długości belki.

$$J_0 = \frac{L \cdot h^3}{12}; \quad \text{wyporność } V = h, h, L,$$

zaś $c = \frac{h}{2} - \frac{h_1}{2}$, zatem

$$m = \frac{J_0}{V} - c = \frac{L h^3}{12 h, h L} - \frac{h}{2} + \frac{h_1}{2};$$

po uproszczeniach otrzymamy:

$$m = \frac{h}{12} \left[\frac{\gamma}{\gamma_1} - 6 + \frac{6 \gamma_1}{\gamma} \right].$$

Jeżeli będziemy mieli dane ciężary właściwe γ i γ_1 , znajdziemy m , a więc odnajdziemy położenie metacentrum.

Aby równowaga była stała, winna być spełniona nierówność /34/, albo, co na jedno wyjdzie, należy mieć

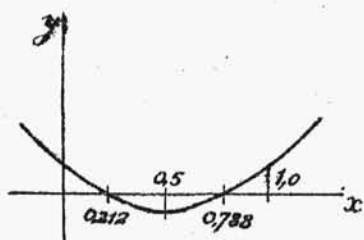
, t.j. że

$$\frac{x}{x} - 6 + \frac{6x}{x} > 0$$

Z tej nierówności wynika, że nie przy każdej wartości $\frac{x}{x}$ znajdzie równowaga stała. Aby to zbadać oznaczmy $\frac{x}{x}$ przez x ; wtedy ostatnia nierówność przybierze postać:

$$x^2 - x + \frac{1}{6} > 0$$

Chcąc znaleźć wartości x , odpowiadające ostatniej nierówności, przyrównajmy lewą stronę nierowno-



rys. 41.

ci do y i zobaczymy, że równanie $y = x^2 - x + \frac{1}{6}$ przedstawia parabolę. Parabola przecina oś x w punktach, dla których $y = 0$, zatem otrzymamy je z rów-

nanania $x^2 - x + \frac{1}{6} = 0$. Wartości pierwiastków są:

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{12}}$$

zatem

$$x_1 = 0,788 ; x_2 = 0,212 .$$

Wyznaczywszy jeszcze jeden z punktów paraboli poznamy charakter jej; obieramy punkt, którego rzędna jest 0,5. Przybliżony kształt tej krzywej wskaza-

ny jest na rysunku. Z rysunku odczytujemy, że aby

$x^2 - x + \frac{1}{6} > 0$, to jest, aby y było > 0 , należy na x obierać wartości mniejsze niż 0,212; x nie może też być 0 i mniejszem od zera, gdyż to znaczyłoby, że $\gamma = 0$, lub wielkością ujemną, co nie miałoby sensu; czyli $0 < x < 0,212$, albo też można obrać x powyżej 0,788, nie wyżej wszakże niż $x = 1$, gdyż jeżeli $x = \frac{\gamma}{\gamma} \geq 1$, odpowiada to przypadkowi, kiedy ciało już przestaje pływać po powierzchni, co w danym przypadku nas nie interesuje.

Widzimy więc, że granice dla x są:

$$0 < x < 0,212$$

oraz

$$0,788 < x < 1 ;$$

albo ostatecznie, że należy mieć takie γ , aby

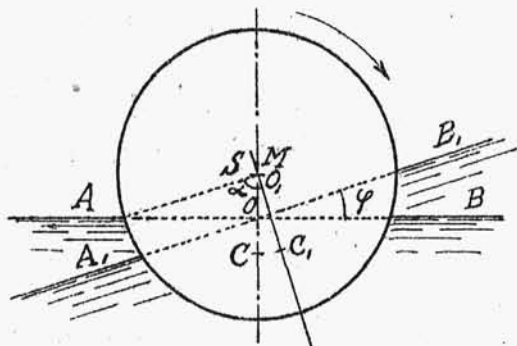
$$0 < \gamma < 0,212 \gamma$$

albo

$$0,788 \gamma < \gamma < \gamma .$$

82. PRZYKŁAD 12. Cylinder jednorodny o promieniu r i długości l pływa po powierzchni cieczy. Zbadać stan równowagi, jeśli ciężar właściwy cylindra $= \gamma_1$, a cieczy $= \gamma$. Rozpatrując nasz cylinder od-

chylony o mały kąt φ , zauważymy łatwo, że nowy środek zanurzenia C , znajdzie się pod środkiem ciężkości na pionie przechodzącym przez ten środek S .



rys. 42.

Stąd wywnioskujemy, że M upadnie na S . Ten sam wynik powinniśmy otrzymać z badania analitycznego.

Przedewszystkiem ustalmy, jak głęboko

cylinder zadany zanurzy się w ciecz

Ciężar cylindra $= \pi r^2 l \gamma$; niech 2α oznacza kąt środkowy, obejmujący zanurzoną część łuku cylindra; wtedy wyporność cylindra otrzymamy:

$$r^2 \alpha - r^2 \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

a wypór

$$l \cdot r^2 (\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha) \cdot \gamma$$

Zatem

$$\pi r^2 l \gamma = l r^2 (\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha) \cdot \gamma,$$

albo

$$\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha = \frac{\pi \gamma_1}{\gamma};$$

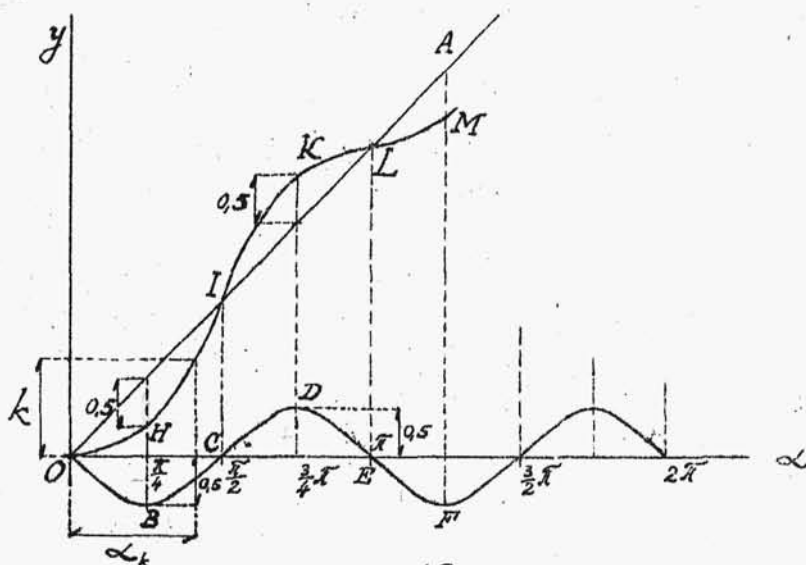
z tego równania, mając dany stosunek $\frac{\gamma_1}{\gamma}$, możemy szeregiem prób wyznaczyć kąt α .

Pokażemy, jak to równanie można rozwiązać sposobem wykreślnym. Oznaczmy drugą stronę równania $\frac{\pi \cdot x}{x}$ przez y . Równanie przybierze postać:

$$y = \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha.$$

Ponieważ y składa się z dwóch wyrazów: α i $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ możemy rozbić dane równanie na dwa:

$$y_1 = \alpha; y_2 = -\frac{1}{2} \sin 2\alpha, \text{ pamiętając, że } y = y_1 + y_2.$$



rys. 43.

Równanie $y_1 = \alpha$ oznaczać będzie linię prostą; obierzmy osi α i y i przyjmijmy jednakową skalę dla odcinków odkładanych na obydwóch osiach. Wtedy równanie $y_1 = \alpha$ będzie równaniem prostej, przechodzącej przez początek O i pod kątem 45° do osi α . Jest to prosta OA . Równanie drugie $y_2 = -\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ jest równaniem sinusoidy. Krzywą tę wykreślimy z kil-

ku punktów. Odłóżmy na osi α wartości : $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3}{4}\pi$; π , $\frac{5}{2}\pi$, 2π i t.d. ; odpowiednie wartości y_2 będą : $-\frac{1}{2}$; 0 ; $+\frac{1}{2}$; 0 0 - i t.d. Odłóżmy te wartości y_2 na stosownych rzędnych, zachowując obraną skalę. Otrzymamy szereg punktów

O, B, C, D, E, F na podstawie których możemy wykreślić w przybliżony sposób sinusoidę. Na rysunku ta krzywa jest uwidoczniona: $OBCDEF$ Jeżeli teraz rzędne y_1 i y_2 dodamy razem, zachowując znaki, otrzymamy krzywą podobną do rozciągniętej sinusoidy $OHIKLM$ Czyli rzędne tej krzywej dają wartości y . Jeżeli w naszym równaniu w szczególnym przypadku $y = \frac{\pi x}{f}$, znając stosunek $\frac{f}{x}$ znajdziemy liczbową wartość y . Niech to będzie

k ; wówczas odkładamy odcinek $= k$ wzdłuż osi y i szukamy przy jakim α otrzymamy dla y wartość k . Będzie to wartość α_k . Jeżelibyśmy chcieli oznaczyć zupełnie dokładną wartość na α , należałoby uciec się do pomocy tablic i szeregiem prób znaleźć dowolnie dokładną wartość α , operując już tylko w zupełnie bliskich granicach kąta α , znalezionego wykreślnie.

Zrozumiałem jest, że wykonany wykres może służyć do znajdowania α z równania $\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha = k$ przy zmien-

nych wartościach wyrazu k .

Przypuśćmy, że znaleźliśmy α .

W ogólnem równaniu /33/, dającym wysokość metacentrum

$$m = \frac{J_0}{V} - c,$$

podstawmy na

$$V = l r^2 (\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha); \text{ na } J_0 = \frac{1}{12} l (2\pi \sin \alpha)^3$$

i na $c =$

$$c = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \sin^3 \alpha}{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha};$$

wówczas

$$m = \frac{\frac{1}{12} l (2\pi \sin \alpha)^3}{l r^2 (\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha)} - \frac{\frac{2}{3} r \sin^3 \alpha}{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha},$$

a to po sprowadzeniu do wspólnego mianownika $= 0$, zatem $m=0$, więc metacentrum upada na środek ciężkości S przy każdej wartości α .

Zatem, równowaga pływającego cylindra jest
r ó w n o w a g ą o b o j ę t n ą .

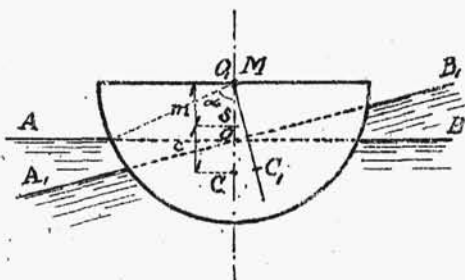
Z równania otrzymanego powyżej: $\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha = \pi \cdot \frac{\pi}{\mu}$,
znajdziemy, że $\frac{\pi}{\mu} = \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{2\pi}$. Jeśli cylinder
ma pływać winien kąt α być

$$\pi > \alpha > 0$$

Naprz. niech $\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$, wtedy:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{\frac{2}{3}\pi - \sin 120^\circ}{2\pi} = \frac{\frac{2}{3}\pi - 0,866}{2\pi} = 0,195.$$

83. PRZYKŁAD 13. Niech będzie ciało pływające w postaci półcyindra o promieniu r , długości l i o ciężarze właściwym γ_1 .



rys. 44.

Przedewszystkiem ustalmy zanurzenie ciała; otrzymamy to z przyrównania ciężaru ciała do wyporu.

Ciężar ciała

$$G = \frac{1}{2} \pi r^2 l \gamma_1.$$

Wypór, jak poprzednio,

$$W = r^2 (\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha) l \gamma.$$

Stąd otrzymujemy zależność:

$$\frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{2\alpha - \sin 2\alpha}{\pi}.$$

Jak określić α z tego równania przy zadanym $\frac{\gamma_1}{\gamma}$ było wskazanem w przykładzie 12.

Znajdźmy teraz położenie metacentrum M .

Jak wiemy odległość M od S obliczymy z równa-