

przewód. W każdym z piezometrów ciecz podniesie się do pewnej wysokości, uwarunkowanej ciśnieniem wewnątrz przewodu w danym miejscu.

Połączmy poziomy cieczy we wszystkich piezometrach linią ciągłą; otrzymamy wtedy t.zw. *linię ciśnień*, która bardzo obrazowo przedstawia rozkład ciśnień w przewodzie. Tą, właśnie, linią ciśnień będziemy się posilkowali bardzo często i dlatego też należy ją bliżej poznać.

163. Przedewszystkiem poznajmy *linię ciśnień* dla cieczy doskonałej w poziomym przewodzie rurowym, który na długości L ma stały przekrój F' , zaś na krótkim odcinku o długości l ma kształt stożka zwężającego się od przekroju F' do f . Przekrój f jest otworem wylotowym, skąd ciecz wypływa do przestrzeni o ciśnieniu p_0 . Założmy dalej, że przewód nasz zaczyna się od dna zbiornika, z którego ciecz wypływa. Poziom cieczy, który jest stały, niech znajduje się ponad osią przewodu na wysokości H . Ciśnienie zewnętrzne niech będzie p_a . Znajdźmy ciśnienie w którymkolwiek przekroju danego przewodu, naprz. w przekroju, wziętym w odległości x od początku

przewodu na jego części poziomej. Niech ciśnienie w tem miejscu będzie p_x i prędkość u_x . Zazwyczaj będziemy mówili o ciśnieniu na osi przewodu, przyjmując, że wobec niewielkich zazwyczaj wymiarów poprzecznych przewodu w porównaniu z wysokością H , ciśnienie w całym przekroju nie wiele się będzie różnić od ciśnienie w środku danego przekroju przewodu.

Zastosujmy twierdzenie D. Bernoulli'ego dla cząstki, kiedy ta znajduje się na powierzchni cieczy w zbiorniku, gdzie przyjmujemy prędkość bardzo małą, a następnie kiedy ta cząstka przejdzie do przekroju w odległości x .

Poziom zasadniczy najdogodniej będzie obrać na poziomie cieczy w zbiorniku. Ponieważ tak obrany poziom zasadniczy znajdować się będzie p o n a d rozpatrywanemi następnie położeniami cząstek, więc w równaniu Bernoulli'ego wysokości położenia winny być brane ze znakiem $-$.

Zatem piszemy równanie:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{u_x^2}{2g}.$$

W piezometrze, wstawionym w badanym przekroju i otwartym od góry, otrzymamy słup cieczy o wysokości $= \frac{p_x - p_a}{\gamma}$ ponad osią przewodu. Z ostatniego równania znajdziemy wartość $\frac{p_x - p_a}{\gamma}$

$$\frac{p_x - p_a}{\gamma} = H - \frac{v_x^2}{2g}$$

Stąd łatwo dostrzeżemy, że ciecz w piezometrze stanie o $\frac{v_x^2}{2g}$ niżej od poziomu zasadniczego.

Ponieważ przekrój przewodu na długości L , zgodnie z założeniem, jest jednakowy i równy F' , przeto prędkość przepływu v_x będzie stałą $= v$. Stąd wnioskujemy, że ciecz we wszystkich piezometrach stanie na poziomie, który się znajdzie pod poziomem zasadniczym na wysokości $\frac{v^2}{2g}$. Będzie to więc linja prosta pozioma $A_0 B_0$.

Jaki będzie dalszy przebieg linji ciśnień na części zwężającego się przewodu o długości L ?

Przedewszystkiem dostrzegamy, że piezometr, wstawiony w końcowym otworze przy C , gdzie mamy przy wypływie ciśnienie $= p_0$, napełni się cieczą do wysokości $\frac{p_0 - p_a}{\gamma}$ ponad osi przewodu. Zatem linja ciśnień przejdzie przez punkt C_0 , jeżeli wysokość

$$CC_0 = \frac{p_0 - p_a}{\gamma}$$

Położenie punktu C_0 linii ciśnień możemy inaczej określić, znajdując wysokość, na której będzie ten punkt pod poziomem zasadniczym. W tym celu znajdziemy prędkość wypływu v_0 , stosując twierdzenie Bernoulli'ego do cząstki, wziętej na swobodnej powierzchni w zbiornikach i następnie przy wylocie C :

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = -H + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g}, \text{ stąd } \frac{p_0 - p_a}{\gamma} = H - \frac{v_0^2}{2g}$$

Ostatnia zależność wskazuje na to, że punkt C_0 znajduje się na wysokości $\frac{v_0^2}{2g}$ pod poziomem zasadniczym.

Zatem mamy dwa punkty końcowej linii ciśnień: B_0 i C_0 ; między temi dwoma punktami przejdzie linja ciśnień, którą, ze względu na uproszczenie sprawy, będziemy uważali jako prostą B_0C_0 , łączącą obydwie znalezione punkty.

Zatem otrzymaliśmy linję ciśnień jako linję łamaną $A.B.C_0$.

164. Gdybyśmy chcieli dokładniej określić kształt linii ciśnień na odcinku końcowym przewodu o długości l , moglibyśmy tak postąpić.

Niech zakończenie stożkowe będzie takie, że

jeśli rozpatrzmy dowolny przekrój przewodu, naprz. przekrój K w odległości x od początku przewodu A .

Ciśnienie w tym przekroju znajdziemy z równania:

$$0 + \frac{p_x}{\gamma} + 0 = -H_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}; \quad \text{stad} \quad \frac{p_x - p_a}{\gamma} = H_x + \frac{v^2}{2g}$$

widzimy zatem: ponieważ $KK_0 = \frac{p_x - p_a}{\gamma}$, zaś $H_x = K'K$ więc $K'K_0 = \frac{v^2}{2g}$.

Otrzymaliśmy zatem, że linja ciśnień przechodzi przez punkt K_0 w odległości $\frac{v^2}{2g}$ od poziomu zasadniczego bez względu na wysokość H_x .

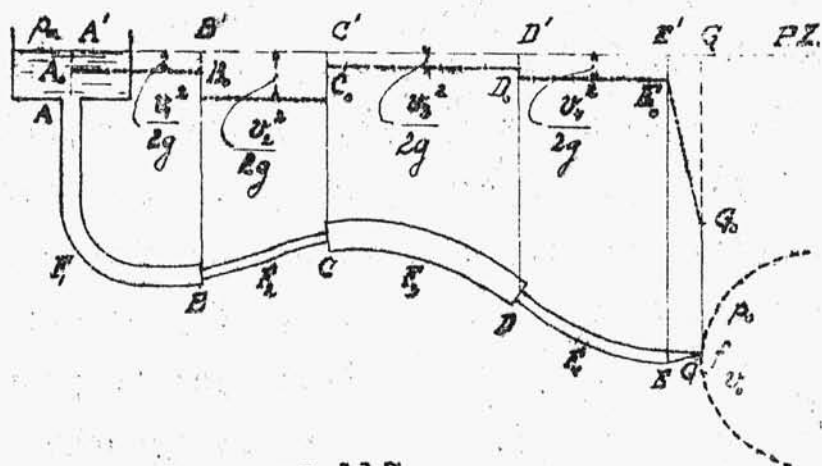
Stąd poznajemy, że szukana linja ciśnień, rzeczywiście będzie / dla cieczy doskonałej / prostą poziomą A_0B_0 i dalej, krzywą B_0C_0 , którą możemy przyjąć, jako prostą pochyłą.

166. Poprzednio badaliśmy linje ciśnień dla przewodów o stałym przekroju. Zachodzi pytanie, co się stanie z linją ciśnień, jeśli przewód będzie złożony z rur o różnych przekrojach. Mówmy znów o cieczy doskonałej.

Niech będzie dany przewód, który na długości:

AB ma przekrój F_1
na dług. BC " " F_2

na dług. CD ma przekrój F_3
 " " DE " " F_4
 " " EG ma część stożkową;
 przy G mamy wylot o przekroju f .



rys.117.

Niech przez cały przewód od A do G przepływa ta sama ilość cieczy, czyli, że z przewodu ciecz na boki nie odpływa.

Wtedy prędkości przepływu w poszczególnych częściach przewodu będą mogły być otrzymane z następującego warunku ciągłości:

$$v_1 f = v_2 F_2 = v_3 F_3 = v_4 F_4.$$

Badając linję ciśnień dla każdej części przewodu w taki sam, jak poprzednio sposób, otrzymamy: dla części AB przewodu linja ciśnień będzie prostą poziomą $A.B$; dla części BC - prostą po-

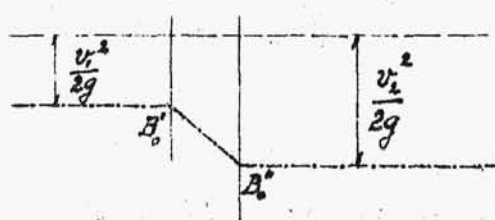
ziomą B_0C_0 i t.d.

Zatem dla całego przewodu otrzymamy linję ciś-
nień, złożoną z prostych odcinków poziomych:

$$A_0B_0, B_0C_0, C_0D_0, D_0E_0$$

i prostej pochyłej E_0G_0 .

Jeżeliby przejścia od jednego przekroju naprz.
 F_1 do drugiego naprz. F_2 były wykonane w postaci
krótkich przewodów stożkowych, wtedy moglibyśmy
poszczególne odcinki, przedstawiające linję ciś-
nień sąsiednich przewodów, połączyć prostymi pochy-

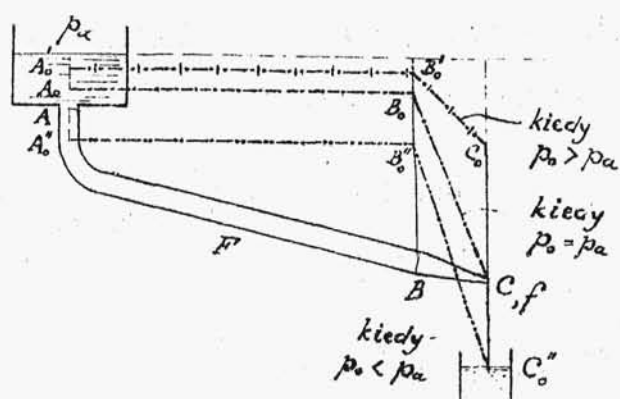


łemi, jak to jest poka-
zane na rysunku. Te
proste zastępowałyby
pewne krzywe.

rys. 118.

167. Zastanówmy się jeszcze nad kształtem linji
ciśnien, kiedy wylot końcowy przewodu znajduje się
pod takim samym ciśnieniem, jakie mamy na swobodnej
powierzchni w zbiorniku.

Zasadnicza różnica będzie tylko w końcowej części
linji ciśnien. Od przekroju A do B linja ciś-
nien będzie, oczywiście, podobną do poprzednio
otrzymywanych, mianowicie będzie prostą poziomą A_0B_0 .



rys. 119.

Na długości przewodu od B do C , gdzie przewód jest stożkowy, linja ciśnień przejdzie przez punkt B_0 .

co się zaś tyczy końcowego punktu linji ciśnień, znajdziemy go, rozumując tak: w przekrój C wstawmy piezometr od góry otwarty, wtedy, ponieważ w otworze wylotu przyjmujemy to samo ciśnienie, co w otwartym końcu piezometru, ciecz w piezometrze wcale się nie podniesie; zatem linja ciśnień przejdzie przez punkt C .

Stąd otrzymujemy linję ciśnień w postaci linji A_0B_0C .

Dla uświadomienia sobie różnicy w kształcie linji ciśnień w przypadku, kiedy $p_0 = p_a$ i kiedy $p_0 > p_a$, pokazana jest linja ciśnień $A'B'C$, właśnie dla przypadku, kiedy $p_0 > p_a$. Ta ostatnia linja ciśnień przebiegnie wyżej - ponad poprzednią linję ciśnień, gdyż zarówno prędkość wypływu v_0 , jak i prędkość przepływu v będą różne w tych

dwóch przypadkach, o czym, zresztą, łatwo się przekonać, stosując twierdzenie Bernoulli'ego; a więc

$$(v_0)_{p_0=p_a} \quad \text{będzie} \quad > \quad (v_0)_{p_0 > p_a} ;$$

również

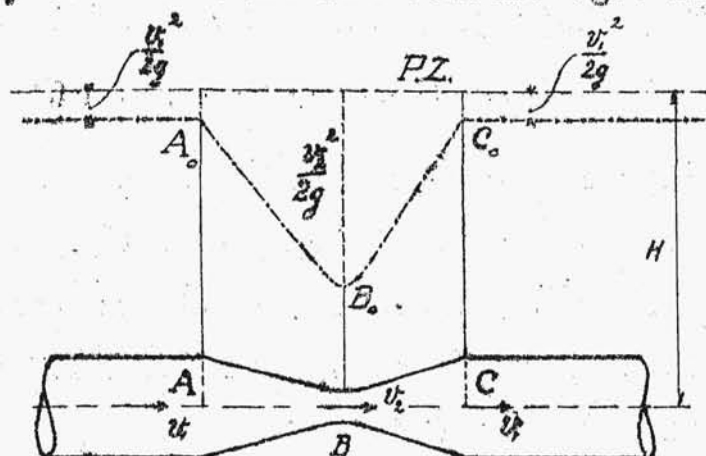
$$(v)_{p_0=p_a} > (v)_{p_0 > p_a} ,$$

gdyż w każdym przypadku $v_0 f = v F$.

168. Warto jeszcze rozpatrzyć, jakie będzie zakończenie linii ciśnień w przypadku, kiedy p_0 będzie $< p_a$.

Linja ciśnień w tym razie przejdzie przez końcowy punkt, który znajdziemy, założywszy piezometr w końcu przewodu - w przekroju C . Ponieważ $p_0 < p_a$, musimy piezometr odwrócić otwartym końcem w dół i zanurzyć go w naczyniu, napełnionem taką samą cieczą, jaka znajduje się w przewodzie. Ciecz w piezometrze winna sięgnąć wylotu. Zauważymy, że linja ciśnień przejdzie przez punkt C'' , przyjmując położenie $A''B''C''$. Ta linja ciśnień przebiegnie pod obydwoma pierwszemi, gdyż $(v_0)_{p_0 < p_a}$ będzie $>$
 $> (v_0)_{p_0=p_a}$ i jednocześnie $(v)_{p_0 < p_a} > (v)_{p_0=p_a}$.

169. W art. 122 rozpatrywaliśmy ruch cieczy w rurze przewężonej, która znajduje zastosowanie do mierzenia wydatków cieczy. Mianowicie, mówiliśmy tam o wodomierzu Venturi'ego. Dla przykładu wy-



znaczmy linję ciśnienia w takim przewodzie, przypuszczając, że będziemy mieli do czynienia z cieczą doskonałą.

rys. 120.

Niech oś przewodu znajduje się na głębokości H pod swobodną powierzchnią cieczy w zbiorniku. Przyjmijmy tę powierzchnię za poziom zasadniczy PZ .

Jeżeli przy pewnym wydatku cieczy prędkość w przekroju A będzie u_1 , w przekroju B , którego pole jest n razy mniejsze niż w A , prędkość będzie n razy większa: $u_2 = n \cdot u_1$. Jeśli, następnie, pole przekroju w C jest takie samo, jak w A , wtedy prędkość w przekroju C znowu przybierze wartość u_1 . Wówczas linja ciśnień

od zbiornika do przekroju A przebiegać będzie równoległe do poziomu w odległości $\frac{v_1^2}{2g}$ od PZ , przechodząc przez punkt A_0 ; następnie linja ta będzie spadać ku przekrojowi w B i tu przejdzie przez punkt B_0 , znajdujący się pod PZ w odległości $\frac{v_2^2}{2g} = \frac{n^2 v_1^2}{2g}$; następnie, poza przekrojem w B zacznie się linja ciśnien podnosić, aż póki w przekroju C nie przejdzie przez punkt C_0 , w odległości $\frac{v_1^2}{2g}$ od PZ ; wreszcie, poza przekrojem C linja ciśnien pójdzie równoległe do PZ ciągle w odległości $\frac{v_1^2}{2g}$ od PZ .

170. LINJA CIŚNIEŃ DLA CIECZY RZECZYWISTYCH.

Dotychczas mówiliśmy o ruchu w przewodach cieczy doskonałej. Co się zmieni w linji ciśnien, jeśli będziemy badali ciecz rzeczywistą?

Poprzednio, w art. . . przyszliśmy do przekonania, że twierdzenie D. Bernoulli'ego, w zastosowaniu do cieczy rzeczywistych wymaga wprowadzenia do jednej strony równania wyrazu, zależnego od strat, wywołanych oporami, napotykanemi przez ciecz podczas jej ruchu w przewodzie. Biorąc tę okoliczność pod uwagę, znajdziemy, jak ona wpłynie na ukształto-