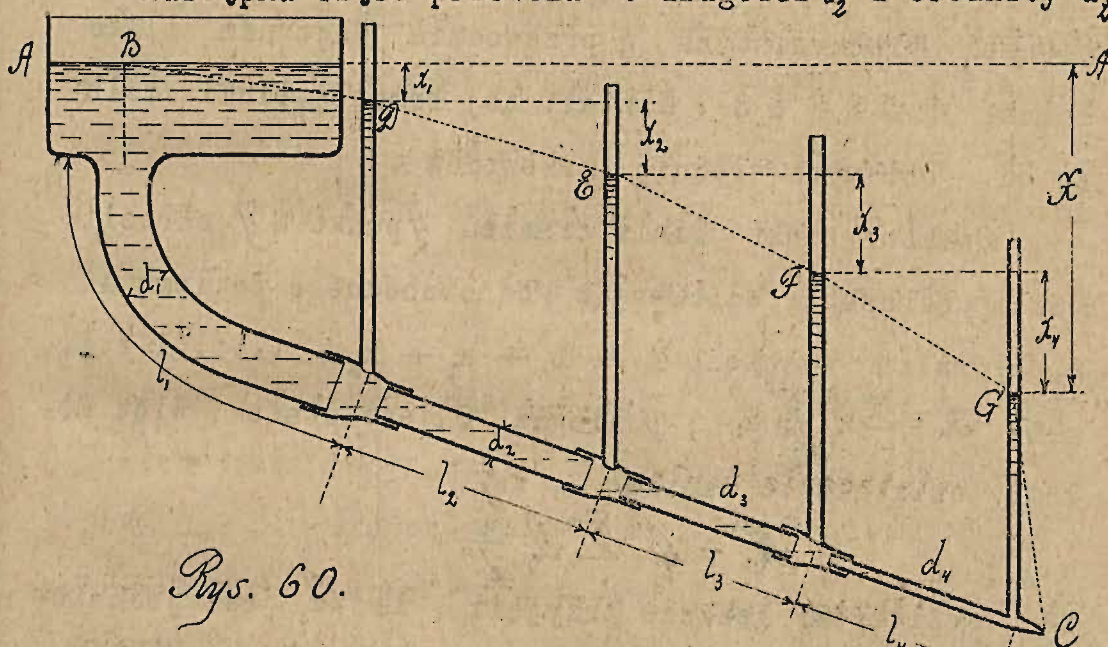
Linia ciśnień w przewodzie o zmiennej średnicy.

Powyższe przykłady dotyczyły linii ciśnień w przewodzie rurowym, który na całej długości był jednej i tej samej średnicy. Określenie linii ciśnień dla przewodu złożonego z rur o różnych średnicach nie jest rzeczą trudniejszą w porównaniu z poprzednim. Zazwyczaj zmianę średnic przewodu uskuteczniamy częściami, to jest średnicę przewodu zmniejszamy co pewną odległość, przyczym połączenia rur o różnych średnicach dokonywamy przy pomocy odpowiednich rur, zapewniających łagodne przejście z przekroju szerokiego do wązkiego. Przy należytym wykonaniu tych połączeń, możemy przypuścić, iż zmiany przekroju żadnych dodatkowych strat nie spowodują.

Przypuśćmy, że mamy zbiornik, z którego wychodzi taki właśnie przewód, złożony z rur o różnych średnicach: niech zatym na długości l_1 rura ma średnicę d_1, na długości l_2 średnicę d_2 i t.d.; sam wylot przewodu może być zwężony naprz. przy pomocy założonego na końcu kranu. Przyjmijmy, że przewód nasz dostarcza do końca Q $\frac{m^3}{sek}$.

Gdybyśmy ustawili piezometr przy końcu pierwszej części przewodu o średnicy d_1 i długości l_1, wtedy poziom wody w piezometrze trzymałby się poniżej AA na wysokości x_1, gdzie x_1 jest to wysokość, stracona na tarcie w tej części przewodu ; wiemy , że $x_1 = \lambda_1 \frac{Q^2}{d_1^5} l_1$. Linia ciśnień rzeczywistych będzie B D . (Powyższe rozumowanie jest słuszne przy tym założeniu , że prędkość w zbiorniku i w samym przewodzie jest nieznaczna, a więc, że wyrazy $\frac{v_0^2}{2g}$ i $\frac{v_1^2}{2g}$ można odrzucić).

Następna część przewodu o długości l_2 i średnicy d_2



Rys. 60.

jest połączona z pierwszą przy pomocy , jak mówiliśmy, łagodnego przejścia ; przy takim połączeniu możemy przyjąć , że c i ś n i e n i a h y d r o d y n a m i c z n e n a k o ń c u r u r y p i e r w s z e j i n a p o c z ą t k u d r u g i e j s ą j e d n a k o w e; zatym linia ciśnień dla drugiej rury powinna się zacząć w tym miejscu , gdzie skończyła się linia ciśnień dla pierwszej rury . Zatym w punkcie D będzie początek linii ciśnień w drugiej rurze . Koniec E linii ciśnień dla drugiej części przewodu powinien

być względem D niżej , o wysokość $x_2 = \lambda_2 \frac{Q^2}{d_2^5} l_2$.
Otrzymamy dla tej części przewodu linię ciśnień D E .
Dla następnych części rury w podobny do powyższego sposób określimy $x_3 = \lambda_3 \frac{Q^2}{d_3^5} l_3$, $x_4 = \lambda_4 \frac{Q^2}{d_4^5} l_4$ i t.d., a znając wartości x_1, x_2, x_3... , wykreślimy linię ciśnień B D E F G ..... Na długości kranu wylotowego ciśnienie spada do zera ; cały więc obraz rozkładu ciśnień rzeczywistych w przewodzie daje nam linia łamana B D E F G C . Kształt tej łamanej linii zależy od obranych średnic przewodów .

Ostatni punkt linii ciśnień (punkt G) określić możemy odrazu , od-cinając od swobodnego poziomu AA w zbiorniku wysokość $X = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots$ i t.d., albo $X = \sum \lambda_i \frac{Q^2}{d_i^5} l_i$; ponieważ Q jest stałe , więc możemy ostatecznie napisać , że

$$X = Q^2 \sum \lambda_i \frac{l_i}{d_i^5} .$$

Jeślibyśmy jeszcze przyjęli , że λ_i jest jednakowe dla wszystkich średnic rur , wchodzących w skład przewodu , wtedy napisalibyśmy

$$X = \lambda Q^2 \sum \frac{l_i}{d_i^5} .$$

Z a d a n i e.

Znaleść jakiej średnicy stałej D powinien być wykonany przewód , któryby mógł zastąpić dany przewód o różnych średnicach . Przypuszczamy zatym
1) że długość przewodu L o stałej średnicy D jest taka sama , jak ogólna długość przewodu o różnych średnicach , więc $L = l_1 + l_2 + l_3 + \ldots\ldots + l_n$;

2) ilość przepływu Q w obydwóch przypadkach jest jednakowa i

3) strata wysokości X na końcu przewodu jednego i drugiego jest taka sama.

Tę stratę X dla przewodu o zmiennych średnicach określimy z wzoru $X = Q^2 \Sigma \lambda_i \frac{l_i}{d_i^5}$; dla przewodu o średnicy D i długości L znajdziemy stratę $X_o = Q^2 \lambda \frac{L}{D^5}$, zgodnie z założeniem $X = X_o$, czyli $Q^2 \Sigma \lambda_i \frac{l_i}{d_i^5} = Q^2 \lambda \frac{L}{D^5}$, a stąd $\Sigma \lambda_i \frac{l_i}{d_i^5} = \lambda \frac{L}{D^5}$. Przyjmijmy jeszcze, że dla wszystkich średnic λ jest jednakowe, wtedy otrzymamy $\lambda \Sigma \frac{l_i}{d_i^5} = \lambda \frac{L}{D^5}$, albo $\frac{L}{D^5} = \Sigma \frac{l_i}{d_i^5}$; stąd możemy znaleźć D.

Przykład.

Mamy przewód o długości l, złożony z dwóch rur, z nich jedna o średnicy D a druga — o d, przyczym $d = 0,2\,D$. Długość rury o średnicy D niech będzie $l_1 = 0,9\,l$, długość rury o średnicy d, $l_2 = 0,1\,l$. Określimy stratę wysokości w końcu tego przewodu, gdy przez niego przepływa $Q \frac{m^3}{sek}$ wody.

Strata w rurze większej średnicy będzie — $\lambda_1 \frac{Q^2}{D^5} 0,9\,l$; w rurze mniejszej średnicy strata wysokości wyniesie $\lambda_2 \cdot \frac{Q^2}{d^5} \cdot 0,1\,l$; przypuszczając, że $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, otrzymamy całkowitą stratę wysokości w naszym przewodzie $\lambda Q^2 l \left(\frac{0,9}{D^5} + \frac{0,1}{d^5}\right)$; ponieważ $d = 0,2D$, więc po podstawieniu otrzymamy całą stratę wysokości równą $\lambda \cdot \frac{Q^2}{D^5} l \left(0,9 + \frac{0,1}{0,00032}\right) = \lambda \frac{Q^2}{D^5} l \cdot 312,5$.

Gdybyśmy teraz kawałek rury o średnicy d zamienili rurą o średnicy D, wtedy strata wysokości na całej długości przewodu wyniosłaby $\lambda \cdot \frac{Q^2}{D^5} \cdot l$. Porównywując straty w obu przypadkach, widzimy, iż wskutek zastosowania choć krótkiej części przewodu lecz małej średnicy, naraziliśmy się na stratę 312 razy większą od tej, jaka miałaby miejsce, gdyby cały przewód posiadał średnicę D.– Widzimy więc, że znaczna strata wysokości może być wynikiem krótkiej, ale wązkiej rury, włączonej w cały przewód.

Rurociągi równoległe.

Zachodzi nieraz potrzeba prowadzenia wody ze zbiornika do zadanego punktu kilkoma przewodami; potrzeba taka może być naprz. wtedy, kiedy rurociąg wypada układać w gruncie niepewnym, w którym z tego czy innego powodu przewód może być uszkodzony. W takich razach daje się dwa lub więcej przewodów. W miastach rury wodociągowe, idące różnymi ulicami, łączą się po parę w odpowiednich węzłach. Ważne jest przeto umieć określać ilość wody, jaką dać mogą takie przewody, i wiedzieć, jaki jest rozkład ciśnień w tych ostatnich.

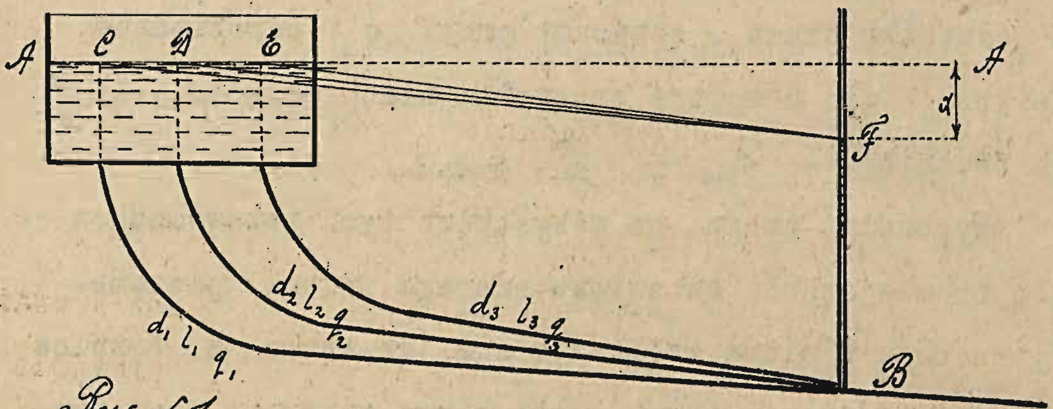
Przypuśćmy, że mamy zbiornik wody z którego idą dwa lub więcej przewodów, łączących się następnie w punkcie B w jedną rurę. Oznaczmy średnicę pier–

wszego przewodu przez d_1, długość jego - przez l_1, ilość wody, która przepływa przez ten przewód w ciągu jednostki czasu, oznaczmy przez q_1; odpowiednie wielkości dla drugiego przewodu niech będą d_2, l_2, q_2, dla trzeciego — d_3, l_3, q_3 i t.d.

Wyobraźmy sobie na wszystkich tych przewodach w różnych miejscach ustawione szeregi rurek piezometrycznych. W miarę zbliżania się do węzła B różnice poziomów w piezometrach będą coraz mniejsze, aż wreszcie w samym węźle poziomy wody we wszystkich rurkach będą jednakowe. - Niech poziom wody w węzłowej rurce piezometrycznej znajduje się o x niżej od poziomu AA wody w zbiorniku. O ile długość przewodu nie różni się znacznie od odpowiedniego rzutu poziomego, linię ciśnień dla każdego przewodu możemy uważać za prostą. Ta linia dla pierwszego przewodu rozpoczyna się (przy znanych z poprzedniego założeniach) na poziomie swobodnym wody w zbiorniku w punkcie C i przejść powinna przez poziom wody w rurce piezometrycznej węzłowej, przez punkt F; będzie to więc linia ciśnień C F.

Linie ciśnień dla pozostałych przewodów równoległych znajdziemy w ten sam sposób: dla przewodu drugiego będzie linia D F, dla trzeciego linia E F i t.d. Strata wysokości dla pierwszego przewodu przy węźle B wynieść powinna $x = \lambda_1 \frac{q_1^2}{d_1^5} l_1$; dla drugiego przewodu taż sama wysokość $x = \lambda_2 \cdot \frac{q_2^2}{d^5} l_2$; dla trzeciego przewodu $x = \lambda_3 \cdot \frac{q_3^2}{d_3^5} \cdot l_3$ i t.d.

We wszystkich tych równaniach x jest jedno i to samo. Z każdego z równań powyższych określimy ilość przepływu dla odpowiedniego przewodu, a więc



Rys. 61.

$$q_1 = \sqrt{\frac{d_1^5 x}{\lambda_1 l_1}} = \sqrt{\frac{x}{\lambda_1}} \cdot \sqrt{\frac{d_1^5}{l_1}}\,; \quad q_2 = \sqrt{\frac{x}{\lambda_2}} \sqrt{\frac{d_2^5}{l_2}}\,;$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{x}{\lambda_3}} \cdot \sqrt{\frac{d_3^5}{l_3}} \quad \text{i t.d.}$$

Całkowitą ilość Q przepływu wody przez wszystkie przewody równoległe znajdziemy z równania

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots\ldots,$$

albo podstawiając odpowiednie wartości na $q_1, q_2, q_3, \ldots$ w ogólnym przypadku n przewodów znajdziemy

$$Q = \sum_{i=1}^{i=n} \sqrt{\frac{x}{\lambda_i}} \sqrt{\frac{d_i^5}{l_i}}\,.$$

Otrzymany wzór pozwala rozwiązywać niektóre zadania ; naprz. takie : jaką średnicę należałoby dać pojedyńczemu przewodowi , aby ilość przepływu i strata wysokości była taż sama , co przy n przewodach równoległych . Oznaczmy długość przewodu pojedyńczego przez L i szukaną średnicę jego przez D . Wtedy ilość przepływu przez pojedyńczy przewód znajdziemy z wzoru

$$Q=\sqrt{\frac{x}{\lambda}}\cdot\sqrt{\frac{D^5}{L}}.$$

Na zasadzie warunków zadania napiszemy

$$\sqrt{\frac{x}{\lambda}}\cdot\sqrt{\frac{D^5}{L}}=\sum_{i=1}^{i=n}\sqrt{\frac{x}{\lambda_i}}\sqrt{\frac{d_i^5}{l_i}}.$$

W przybliżeniu pewnym spółczynnik λ można uważać za stały; w takim razie równanie powyższe przyjmie postać $\sqrt{\frac{x}{\lambda}}\sqrt{\frac{D^5}{L}}=\sqrt{\frac{x}{\lambda}}\sum_{i=1}^{i=n}\sqrt{\frac{d_i^5}{l_i}}$, albo $\sqrt{\frac{D^5}{L}}=\sum_{i=1}^{i=n}\sqrt{\frac{d_i^5}{l_i}}$.

Przypuśćmy dalej, że długości przewodów równoległych są wszystkie jednakowe i równe długości przewodu pojedyńczego, to jest że $l_1=l_2=\dots\dots=l_i\dots=l_n=L$; i wreszcie, załóżmy, że średnic~~ę~~ przewodów równoległych są jednakowe to jest $d_1=d_2=\dots\dots=d$.

Dopełniając sumowania w powyższych warunkach, otrzymamy $\sqrt{\frac{D^5}{L}}=n\sqrt{\frac{d^5}{L}}$, albo $D^5=n^2d^5$, a stąd $\frac{D^5}{d^5}=n^2$, inaczej $\frac{D}{d}=\sqrt[5]{n^2}$, wreszcie $D=d\sqrt[5]{n^2}$.

Rozwiążmy teraz inne zapytanie treści następującej: co jest tańsze, czy przewód pojedyńczy o średnicy D, czy też n przewodów każdy o średnicy d, czyniących zadość warunkom poprzedniego zadania. Praktyka wykazuje, że koszt bieżącej jednostki rury jest mniej więcej proporcjonalny do średnicy; przypuśćmy, że rura o średnicy 1 metra i długości jednego metra kosztuje k rubli, wtedy rurociąg o średnicy D metrów, a długości L metrów kosztować będzie k.D.L rubli; koszt zaś n przewodów równoległych każdy o średnicy d i długości L wyniesie k.d.L.n rubli. Oznaczmy stosunek kosztu pojedyńczego przewodu do kosztu n przewodów równoległych przez φ, wtedy otrzymamy

$$\varphi = \frac{k.D.L}{n.k.d.L} = \frac{1}{n} \cdot \frac{D}{d}.$$

Podstawiając zamiast $\frac{D}{d}$ jego wartość z poprzedniego zadania, otrzymamy

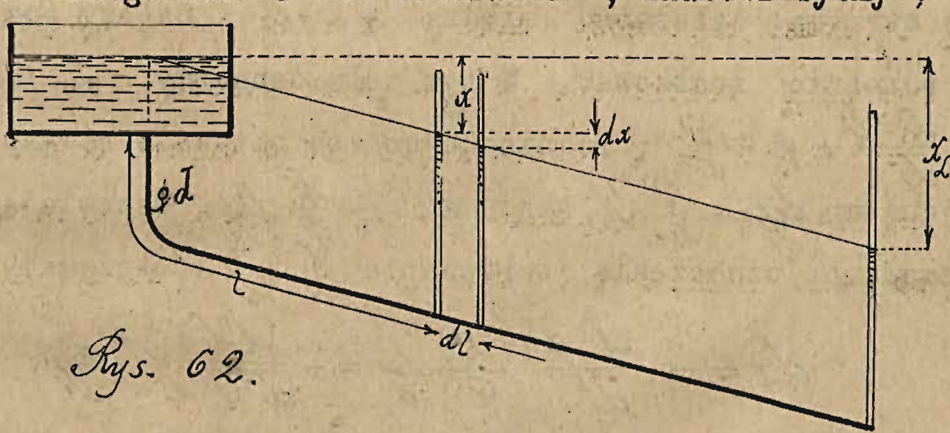
$$\varphi = \frac{1}{n} \sqrt[5]{n^2} = \frac{1}{n^{3/5}};$$

przy dwóch naprz. przewodach kiedy $n = 2$, mamy $\varphi = 0{,}64$; przy trzech przewodach, kiedy $n = 3$, wtedy $\varphi = 0{,}52$.

Widzimy stąd, iż koszt przewodu pojedyńczego jest znacznie mniejszy, niż koszt kilku przewodów równoległych, dostarczających tę samą ilość wody przy tej samej stracie wysokości.

Wszystko, cośmy mówili do tej pory o rurociągach, mówiliśmy przy tym założeniu, że cała ilość wody, wchodząca ze zbiornika do przewodu, jest doprowadzona do samego końca rury. W rzeczywistości spotykamy jeszcze inne przypadki, mianowicie: pewna tylko część wody zostaje doprowadzona do końca przewodu, reszta zaś wydatkowana jest po drodze.

Rozpatrzmy więc teraz taki właśnie przewód. — Niech będzie pewien zbiornik wody o stałym poziomie; ze zbiornika tego niech wychodzi rurociąg o średnicy stałej d, który wydatkuje po drodze ilość wody Q, a do końca doprowadza q. Najdogodniej będzie, jeśli przedstawimy sobie, że rura na całej długości posiada otwory bardzo blizko siebie rozłożone i że przez te otwory wypływać będzie woda; ilość wypływu, przypadająca na jednostkę długości przewodu w każdym miejscu tego przewodu, niech będzie jednakowa. Jeśli długość całego przewodu jest L, wtedy ilość wypływu na jednostkę długości przewodu wyniesie $\frac{Q}{L}$.
Gdybyśmy więc obrali pewien przekrój w przewodzie na odległości l od zbiornika, znaleźlibyśmy,



Rys. 62.

że do tego miejsca z rury wypłynęłaby woda w ilości $\frac{Q}{L} \cdot l$; zatym przez przekrój w tym miejscu powinna przepłynąć woda w ilości $Q - \frac{Q}{L} l + q$, albo inaczej $\frac{Q}{L}(L - l) + q$.

Niech poziom wody w rurce piezometrycznej, ustawionej w rozpatrywanym przekroju , obranym na odległości l od początku znajduje się na głębokości x pod poziomem wody w zbiorniku . Jeśli obierzemy teraz drugi przekrój rury , oddalony od pierwszego o bardzo małą długość dl , znajdziemy, że poziom wody w rurce piezometrycznej , ustawionej w tym nowym przekroju będzie o dx niższy niż w pierwszym. Ta strata wysokości powstała wskutek tarcia wody na drodze dl. Stratę dx wysokości określimy , przyjmując , że przez długość przewodu dl przepłynęła cała ta ilość wody , jaka była na początku elementu dl . Stosując znany z poprzedniego wzór $\left(x = \lambda \frac{Q^2 l}{d^5}\right)$, otrzymamy że

$$dx = \frac{\lambda\left[Q\left(\frac{L-l}{L}\right)+q\right]^2}{d^5} dl \dots (1).$$

Żeby otrzymać zależność między x i l , należy powyższe równanie zcałkować. W tym celu oznaczmy — $Q \cdot \frac{L-l}{L} + q = y$; różniczkując to ostatnie równanie, znajdujemy $dy = -\frac{Q}{L} dl$, skąd $dl = -\frac{L}{Q} dy$, wstawiając wprowadzone oznaczenia w równanie (I) , otrzymamy

$$dx = -\frac{\lambda . y^2}{d^5} \cdot \frac{L}{Q} dy = -\frac{\lambda L}{d^5 Q} \cdot y^2 dy.$$

Całkujemy; wtedy $x = -\frac{\lambda L}{3d^5 Q} \cdot y^3 + C$, poczym zamiast y podstawiamy jego wartość

$$x = -\frac{\lambda L}{3d^5 Q}\left(Q \cdot \frac{L-l}{L} + q\right)^3 + C \dots (2).$$

Należy teraz wyrugować stałą całkowania C ; w tym celu wprowadźmy warunek , że na początku przewodu,to jest przy $l = 0$, linia ciśnień przechodzi przez punkt na poziomie swobodnym wody w zbiorniku, a więc $x = 0$. Podstawiamy zamiast l i x zera w równanie (2) i określamy C

$$0 = -\frac{\lambda L}{3d^5 Q}(Q+q)^3 + C, \text{ skąd } C = \frac{\lambda L}{3d^5 Q}(Q+q)^3;$$

ostatecznie równanie (2) po wyniesieniu przed nawias wspólnych czynników przyjmie postać

$$x = \frac{\lambda L}{3d^5 Q}\left[(Q+q)^3 - \left(Q\cdot\frac{L-l}{L}+q\right)^3\right] \ldots\ldots (3).$$

Jeśli długość przewodu nie różni się znacznie od odpowiedniego rzutu poziomomego, wtedy równanie (3) przedstawia w układzie prostokątnych spółrzędnych równanie paraboli tak zwanej sześciennej.

Określmy stratę wysokości, jaka zachodzi na końcu przewodu, to jest tam, gdzie $l = L$. Z równania (3) otrzymamy

$$x_L = \frac{\lambda L}{3d^5 Q}\left[(Q+q)^3 - q^3\right] = \frac{\lambda L}{3d^5 Q}\left[Q^3 + 3Q^2 q + 3Qq^2 + \cancel{q^3} - \cancel{q^3}\right] =$$

$$= \frac{\lambda L Q^2}{3d^5} + \frac{\lambda . L . Q . q}{d^5} + \frac{\lambda L q^2}{d^5} \ldots\ldots (4).$$

Rozpatrzmy, co przedstawiają oddzielne wyrazy drugiej strony powyższego wzoru. - Przypuśćmy, że do konca przewodu nie doprowadzamy wcale wody, to jest, że $q = 0$, a całą ilość Q wydatkujemy po drodze, wtedy wysokość stracona na tarcie

$$x_L = \frac{\lambda Q^2 L}{3d^5} \ldots\ldots (5).$$

Załóżmy teraz, że całą ilość wody doprowadzamy do końca przewodu, nic nie wydatkując po drodze, czyli Q = O. Przy tym założeniu stracona wysokość

$$X_L = \frac{\lambda \cdot q^2 L}{d^5} \ldots\ldots (6)$$

Pozostały wyraz w prawej stronie wzoru (4) $\frac{\lambda L Q q}{d^5}$ przedstawia stratę, jaka by miała miejsce, gdyby przez przewód przepływała do samego końca pewna wyobrażalna ilość wody = $\sqrt{Q \cdot q}$.

Widzimy zatym, iż w naszym przypadku całkowita wysokość, stracona na tarcie przy końcu przewodu, równa się tej wysokości, którą tracimy wskutek wydatkowania ilości wody Q po drodze, więcej wysokość stracona wskutek wydatkowania ilości wody q przy końcu przewodu, więcej pewna wysokość, którą stracilibyśmy, gdyby na końcu przewodu wydatkować ilość wody równą $\sqrt{Q \cdot q}$.

Porównywując wzory (5) i (6), widzimy, że przy wydatkowaniu pewnej ilości wody po drodze strata wysokości na końcu przewodu jest trzy razy mniejszą, niż gdyby tę samą ilość wody doprowadzić do końca przewodu.

Jan Kozalski 19 X 09

Z ostatniej uwagi wypływa również, że średnica przewodu, wydatkującego daną ilość wody po drodze, może być mniejsza niż średnica przewodu, wydatkującego tę samą ilość wody na końcu przewodu /przy pozostałych warunkach tych samych/, w stosunku jak I: $\sqrt[5]{3}$, to jest I: I,25.

Równanie /3/ może nam służyć do wyznaczenia krzywej ciśnień w rozpatrywanym przewodzie; wykreślenie jednak paraboli sześciennej, jaką w danym razie linja ciśnień przedstawia, jest rzeczą kłopotliwą i nie zawsze celową. Ponieważ najczęściej parabola ta jest bardzo płaska, określamy więc punkty początkowy i końcowy paraboli i łączymy je linją prostą. Błąd, jaki popełniamy, wykreślając w ten sposób linję ciśnień, jest nieznaczny. - Punkt początkowy linji ciśnień przy nieznacznej prędkości przepływu wody w zbiorniku i w przewodzie, znajduje się, jak wiemy, na poziomie wody w zbiorniku, nad początkiem przewodu; wyznaczenie więc tego punktu nie nastręcza żadnej trudności.

Dla znalezienia prędkiego sposobu wyznaczania końcowego punktu linji ciśnień napiszemy wzór / 4 / w takiej postaci

$$\mathcal{X}_{\mathcal{L}} = \frac{\lambda \mathcal{L}}{d^5}\left(\frac{Q^2}{3} + Qq + q^2\right)$$

Oznaczmy cały trójmian zawarty w nawiasie przez $/ R /^2$. Wtedy wzór / 4 / przyjmie kształt $\mathcal{X}_{\mathcal{L}} = \frac{\lambda \mathcal{L}}{d^5} R^2$, z którego wyczytamy, że R jest to pewna wyobrażalna ilość wody,

---

która, przepływając przez cały przewód aż do końca, daje taką samą stratę wysokości X_L, jaką otrzymujemy wtedy, kiedy Q wody wypływa z rury po drodze, a q dopływa do końca przewodu. - Jeśli $R^2 = \frac{Q^2}{3} + Qq + q^2$, wtedy

$$R = \sqrt{\frac{Q^2}{3} + Qq + q^2}.$$

Trójmian pod pierwiastkiem nie przedstawia zupełnego kwadratu, a więc wartości R dokładnie określić się nie uda, lecz za to będziemy mogli określić granice, w których mieści się rzeczywista wartość R.

Gdyby pod znakiem pierwiastku zamiast wyrazu $\frac{Q^2}{3}$ był wyraz $\frac{Q^2}{4}$, wtedy byłoby, że $R = \frac{Q}{2} + q$; ponieważ jednak $\frac{Q^2}{4} < \frac{Q^2}{3}$, przeto $R > \frac{Q}{2} + q$.

Gdybyśmy trójmian podpierwiastkowy chcieli mieć jako $\left(\frac{Q}{\sqrt{3}} + q\right)^2$, wtedy wyraz drugi powinien by się równać $\frac{2 \cdot Q \cdot q}{\sqrt{3}}$, zatym wyraz drugi z pod pierwiastka powinnibyśmy zwiększyć; stąd wnioskujemy, iż $R < \frac{Q}{\sqrt{3}} + q$. Zatym dla R otrzymaliśmy następujące granice $\left(\frac{Q}{\sqrt{3}} + q\right) > R > \left(\frac{Q}{2} + q\right)$, albo $0{,}58\,Q + q > R > 0{,}5\,Q + q$. Z dokładnością zupełnie dostateczną do celów praktycznych możemy przyjąć, że

$$R = 0{,}55\,Q + q.$$

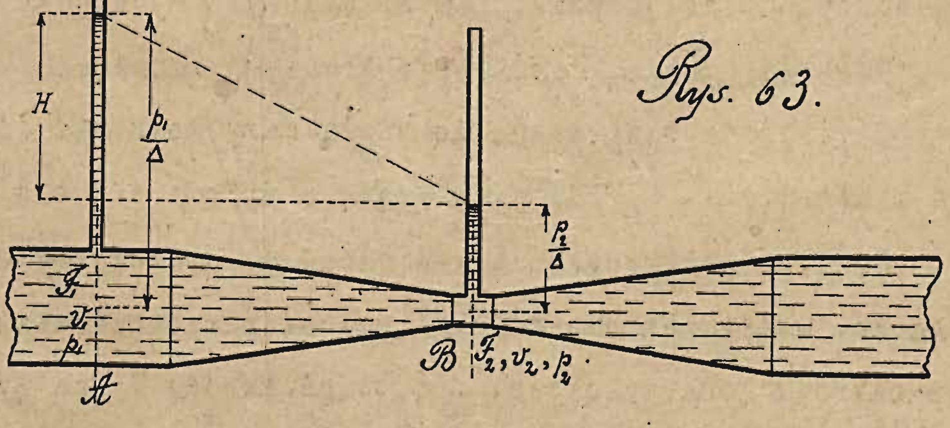
Z powyższego wypływa, że jeśli mamy określić stratę X_L przy końcu przewodu, gdy po drodze tracimy Q wody a do końcu przewodu doprowadzamy q, przyjmujemy, że będzie to taka sama strata, jakąbyśmy mieli, gdyby tylko do końca przewodu dopływała pewna wyobrażalna ilość wody $R = q + 0{,}55\,Q$.

Wzór ten znajduje zastosowanie przy obliczaniu rur sieci wodociągowej.

Wodomiar Venturi.

Do mierzenia ilości wody, przepływającej przez rury, stosowane są przyrządy różnych rodzajów; przyrządy te nazywamy wodomiarami. Działanie wodomiarów wogóle polega na kilku zasadach, lecz tu o nich mówić nie będziemy, zwrócimy tylko uwagę na wodomiar Venturi, znajdujący zastosowanie przeważnie przy dużych rurach. Zasada tego wodomiaru jest prosta i na podstawie poprzednich wiadomości będzie zrozumiała.

Wyobraźmy sobie rurę określonej średnicy; niech rura ta na pewnej długości doznaje zwężenia, a następnie niech powraca do poprzednich wymiarów, tak jak to na rysunku 63 jest wskazane.



Rys. 63.

Obierzmy w tej rurze dwa przekroje A i B; niech pole przekroju rury przy A będzie równe F_1, średnia prędkość z jaką woda przez ten przekrój przepływa, niech będzie v_1, a ciśnienie hydrodynamiczne niech będzie p_1; te same wielkości w przekroju B niech mają odpowiednie wartości F_2, v_2 i p_2. Środki ciężkości przekrojów A i B niech znajdują się na wysokości H_1 i H_2 ponad pewnym poziomem; wtedy, stosując twierdzenie D. Bernoulli'ego do cząsteczki wziętej w przekroju A a następnie w przekroju B, napiszemy równanie

$$H_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\Delta} = H_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\Delta} + W,$$

gdzie W jest to wysokość, stracona na pokonanie oporów na drodze od A do B. Przy odpowiedniej budowie rury wartość W może otrzymać się bardzo małą w porównaniu z pozostałymi wielkościami; przyjmijmy więc, że $W = 0$.

Niech, dalej, oś rury będzie pozioma; wtedy $H_1 = H_2$. Przy takich założeniach równanie ostatnie może być napisane w takiej postaci

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\Delta} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\Delta}, \quad \text{a stąd}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\Delta} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}.$$

Ponieważ $F_1 v_1 = F_2 v_2$, więc $v_2 = \frac{F_1 v_1}{F_2}$, a zatym

$$\frac{p_1 - p_2}{\Delta} = \frac{v_1^2}{2g}\left[\frac{F_1^2}{F_2^2} - 1\right].$$

Jeśli w przekrojach A i B ustawimy piezometry u góry otwarte, wtedy poziomy wody w tych piezometrach staną: w przekroju A na wysokości $\frac{p_1}{\Delta}$, w przekroju B na wysokości $\frac{p_2}{\Delta}$ powyżej osi rury; zaś $\frac{p_1}{\Delta} - \frac{p_2}{\Delta}$ wskaże nam różnicę poziomów w obu piezometrach. Niech ta różnica = H; wartość H możemy wyznaczyć w każdej chwili, posiadając odpowiednio ustawione rurki piezometryczne. Skoro wiemy H, określić możemy ilość przepływu Q przez rurę w taki sposób: $Q = F_1 v_1$, zaś v_1 znajdziemy z ostatniego równania, wprowadzając H zamiast $\frac{p_1 - p_2}{\Delta}$; $v_1 = \sqrt{\dfrac{2gH}{\dfrac{F_1^2}{F_2^2} - 1}}$,

a wtedy $Q = F_1 \cdot \sqrt{\dfrac{2gH}{\dfrac{F_1^2}{F_2^2} - 1}}$.

Niech stosunek $\frac{F_1}{F_2}$, który dla danego urządzenia należy uważać za stały z góry wiadomy, równa się n, wtedy

$$Q = F_1 \sqrt{\frac{2gH}{n^2 - 1}} = \frac{F_1}{\sqrt{n^2-1}} \sqrt{2gH}.$$

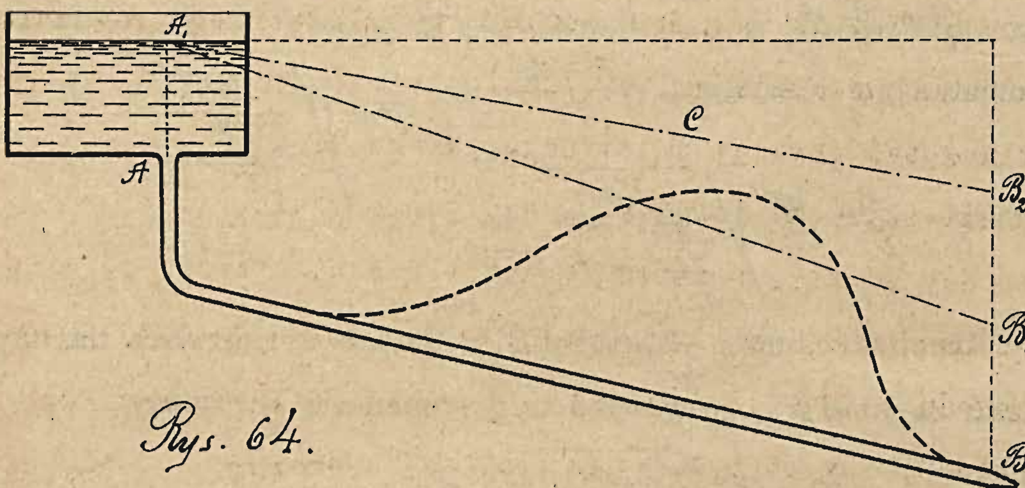
Otrzymany wzór dla praktycznego użytku należy poprawić, wprowadzając do niego pewien spółczynnik, gdyż niektóre przypuszczenia, poprzednio zrobione, nie są całkowicie wykonane. Wobec tego ilość przepływu należy określać z wzoru

$$Q = \frac{\mu F_1}{\sqrt{n^2-1}} \sqrt{2gH},$$

gdzie, zgodnie z doświadczeniami, μ można przyjąć równe 0,95

Jeśli będziemy mieli zmierzoną w każdej chwili wysokość H, będziemy w stanie podać jaka ilość wody przepływa w odpowiednim momencie przez przewód. – Mierzenie i zapisywanie wysokości H dokonywamy przy pomocy odpowiedniego samopiszącego przyrządu, połączonego z mechanizmem zegarowym.

Niech w szczególnym przypadku przewodu rurowego A B zgodnie z powyżej wyłożonymi zasadami będzie wykreślona lińja ciśnień A_1B_1.



Rys. 64.

Wykreślona lińja ciśnień może udzielić nam kilka wskazówek praktycznych.

Przewód rurowy nie powinien żadną częścią wychodzić po nad lińję ciśnień; naprzykład nie można ułożyć przewodu tak, jak to wskazuje lińja A C B , a to z dwóch przyczyn :

1-o, rura w miejscu C nie będzie w stanie dać wody na zewnątrz, gdyż niema wewnątrz rury takiego ciśnienia, któreby mogło wodę na zewnątrz wytłoczyć ;

2-o, w miejscach przewodu rurowego, ku górze wygiętego, jak to widzimy przy punkcie C, dokąd woda przychodzi z pod większego ciśnienia, - może wydzielić się z wody powietrze, utrzymujące się w niej w roztworze przy zwiększonym ciśnieniu; powietrze to zbiera się w górnych miejscach rury, tamując przepływ wody przez rurę. Aby tego uniknąć, w najwyższych punktach rury wstawione są krany po -

w i e t r z n e, które bądź automatycznie, bądź też umyślnie są otwierane, aby powietrze z rury wypuścić. Usunięcie powietrza z powyższych miejsc jest możliwe, kiedy wewnątrz przewodu mamy ciśnienie większe, niż jest na zewnątrz, co wskazuje na to, że lińja ciśnień w tym miejscu powinna być powyżej omawianego punktu C, w przeciwnym razie nie będziemy w stanie usunąć z rur powietrza.

Gdyby układ przewodu domagał się utworzenia podniesionego punktu C, należy średnice w odpowiednich miejscach przewodu zwiększyć, aby lińja ciśnień przeszła powyżej punktu C; aby to była naprzykład lińja A, B_2.

Lińja ciśnień wskazuje nam, do jakiej wysokości w danym miejscu może podnieść się woda; z tej wysokości będziemy mogli sądzić z jaką prędkością i jaka ilość wody może być wyrzucona naprzykład przez kran pożarowy ustawiony albo wprost na rurze, albo też na pewnej wysokości nad nią. Gdyby wysokość otrzymana była za mała, należałoby albo zmienić średnicę rur, albo, gdyby i to nie wystarczało, podnieść zbiornik.

Ruch wody w kanałach i rzekach.

Ogólne podstawy tego rozdziału nie różnią się zasadniczo od tych, jakie stosowaliśmy, rozpatrując ruch cieczy w rurach. Ponieważ przekroje kanałów czy też rzek w porównaniu z przekrojami rozpatrywanych poprzednio przewodów rurowych są nieraz bardzo znaczne, tu więc powinniśmy napotkać nieregularności w ruchu oddzielnych cząsteczek większe, niż przy przewodach rurowych.

Przy rurach mianowicie, których średnice rzadko przekraczają 1,0 m. przypuszczaliśmy, że wszystkie cząsteczki płyną z pewną jedną i tą samą ś r e d n i ą prędkością, chociaż wiemy, że cząsteczki, płynące bliżej ścianki rury, posiadają prędkość mniejszą, niż te, które płyną bliżej osi przewodu; jednak wobec nieznacznych wymiarów rury różnice pomiędzy prędkościami wspomnianych cząsteczek a pewną prędkością średnią są nieznaczne.

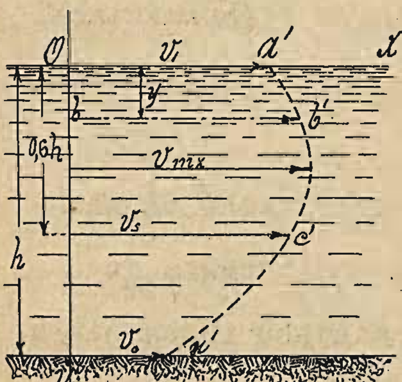
W rzece lub w kanale znajdujemy również to samo: cząsteczki wody płynące bliżej dna lub brzegów są bardziej wtrzymywane przez ściany kanału, niż te cząsteczki, które płyną pośrodku rzeki, a więc prędkość cząsteczek środkowych większą jest od prędkości cząsteczek przy dnie lub brzegach. Dalej, wobec wielkiej ilości płynących cząsteczek kierowanie ich ścianami brzegów i dna nie może być tak dokładne, jak w przewodach rurowych o niewielkiej względnie średnicy. Prócz tego nieprawidłowy zazwyczaj kształt brzegów rzeki oraz inne nieuchwytne przeszkody wpływają na niejednostajność ruchu, powodując w rzece wiry i uderzenia.

Gdybyśmy za pomocą stosownych przyrządów, z których ważniejsze będą opisane niżej, przez czas dłuższy mierzyli prędkość przepływu wody w którymkolwiek punkcie rzeki, wtedy pomimo pewnych odchyleń, przekonalibyśmy się, iż prędkość ta waha się w niewielkich granicach około pewnej wielkości, którą nazwiemy prędkością średnią dla danego punktu.

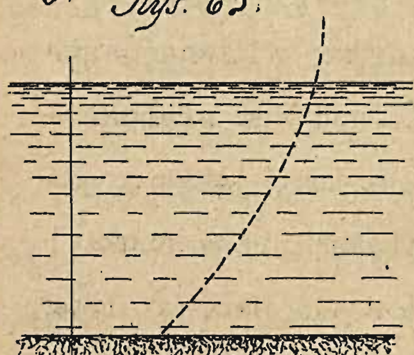
Poprowadźmy przekrój pionowy i zbadajmy prędkości cząsteczek należących do jednego i tego samego wąskiego paska pionowego, lecz obieranych na różnych głębokościach. Wyniki takiego doświadczenia wykreślnie moglibyśmy przedstawić w sposób następujący.

Wystawmy sobie dwie osi współrzędnych; jedną OX na powierzchni zwierciadła rzeki, drugą OY prostopadłą do pierwszej. Niech głębokość rzeki w tym miejscu równa się h. Zmierzmy prędkość wody na powierzchni rzeki; przypuśćmy, że prędkość ta jest v_1 ; na osi OX odetnijmy w pewnej skali $Oa' = v_1$. Zmierzmy następnie prędkość wody na głębokości y pod powierzchnią zwierciadła, znajdziemy jakąś prędkość v_y ; odetnijmy na prostej przesuniętej przez punkt b, rownolegle do OX w przyjętej poprzednio skali odcinek $bb' = v_y$. Określając w ten sposób szereg prędkości na różnych głębokościach i wykreślając punkty a' b' c'.... u', znajdziemy, że punkty te tworzą pewną krzywą. Z doświadczeń wielu, dokonanych przez różnych badaczy i w różnych warunkach wynika, że krzywa ta jest podobną do paraboli, której wierzchołek znajduje się w bliskości powierzchni zwierciadła rzeki; zwykle też przyjmujemy, że to jest parabola. Wierzchołek wspomnianej krzywej odpowiada zarazem miejscu, w którym cząsteczki wody posiadają prędkość największą. Miejsce tego punktu jest w pewnej zależności od kierunku i siły wiatru i może znaleźć się pod swobodną powierzchnią wody w rzece, na tej powierzchni, lub wreszcie nad nią.

Jeśli wiatr dmie w kierunku biegu rzeki z tą samą prędkością, z jaką płynie rzeka wtedy wierzchołek paraboli znajdzie się na powierzchni wody.



Rys. 65.



Rys. 66

Jeśli wiatr dmie w tym samym kierunku lecz z prędkością większą niż prędkość wody w rzece, wtedy cząsteczki wody górne otrzymują jeszcze od wiatru przyśpieszenie, wierzchołek zaś paraboli będzie leżał nad swobodną powierzchnią rzeki. Gdyby wiatr dął w stronę przeciwną kierunkowi ruchu wody, wtedy cząsteczki górne byłyby przez wiatr wstrzymywano, i wierzchołek badanej krzywej znalazby się pod poziomem rzeki.

Jeśliby siła wiatru w ostatnim przypadku była tak znaczną, że prędkość wody na powierzchni równałaby się prędkości przy dnie, wtedy prędkość największa wypadłaby pośrodku między dnem, a swobodnym poziomem rzeki.—W następstwie przypuszczać będziemy, że wierzchołek paraboli, inaczej miejsce cząsteczki z największą prędkością w danym pasku pionowym znajduje się na swobodnej powierzchni.

Mówiliśmy, że w danym wąskim pasku pionowym cząsteczki wody, będące na różnych głębokościach, posiadają różne prędkości. Łatwo możemy znaleźć pewną prędkość ś r e d n i ą d l a w s z y s t k i c h p r ę d k o ś c i d a n e g o p a s k a . Wiadomość tej prędkości średniej ułatwi nam obliczenie ilości przepływu przez obrany pasek pionowy. - Oczywistym jest, że pomiędzy szeregiem cząsteczek paska tego znajdować się musi na pewnej głębokości cząsteczka, której prędkość jest taka sama, jaką wypadnie tak zwana prędkość średnia.

Z obliczeń i doświadczeń okazuje się, że cząsteczka posiadająca taką prędkość, jaką powinna być średnia prędkość v_s, znajduje się mniej więcej na głębokości 0,6 h pod poziomem swobodnym wody w rzece.

Znajomość prędkości w różnych punktach pionowego paska, a szczególniej przy dnie, jest bardzo ważną z tego względu, że zbyt wielka prędkość cząsteczek przy dnie powoduje jego rozmywanie; przy zbyt małej znów prędkości dno może być łatwo zamulone. Musimy zatym wiedzieć, jakie istnieją zależności pomiędzy prędkościami przy dnie, t.zw. prędkością średnią, i prędkością przy powierzchni swobodnej. - Jeśli prędkość przy dnie oznaczymy przez v_o, prędkość na powierzchni swobodnej przez v_1, wtedy prędkość średnią v_s, można określić z wzoru $v_s = \frac{v_o + v_1}{2}$. Z doświadczeń prócz tego wynika, że $v_s = (0{,}75 \div 0{,}85) v_1$, a wtedy, korzystając z poprzedniego wzoru, znajdziemy

$$v_o = (0{,}7 \div 0{,}8) v_s .$$

Następnie, powinniśmy też wiedzieć, jakie są granice, poza które nie powinna przekraczać prędkość wody u dna, aby nie niszczyć kanału lub rzeki. Dane odpowiednie zostały wskazane przez Dubuat, dopełnione przez Hagen'a i sprawdzone przez Vauthier'a. W podanej niżej tablicy obok krańcowych wartości takich prędkości, przy których woda nie unosi cząstek gruntu, pomieszczone są również wymiary ziaren danego gruntu, tworzącego podłoże rzeki.

Rodzaj podłoża	średnica ziaren	$V_0 \frac{m}{sek}$
Szlam i brunatna glina garncarska	0,2 mm	0,081.
Drobny piasek rzeczny	0,5 mm	0,108.
Drobny żwir	1,5 mm	0,217.
Żwir	20 mm	0,65.
Kamienie zaokrąglone	40 mm	0,75
Kamienie większe, mieszane	40÷50 mm	1,00.
Kamienie duże	200 mm.	2,00.
Dobry mur na zaprawie cementowej	———	2,50.
Żelazo lane	———	3,00.

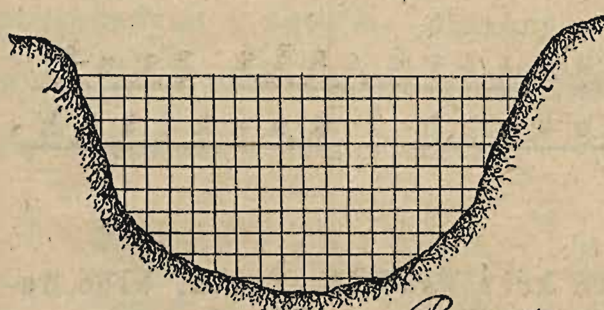
W dwóch ostatnich przypadkach (dla muru i żelaza lanego) unikać należy prędkości większych ponad podane dlatego, że przy przepływie wody z prędkością większą, unoszone zazwyczaj przez nią cząsteczki piasku, szybko niszczą ściany i dno kanału.

Srednia prędkość wody w danym przekroju rzeki lub kanału.

Jeżeli mamy rzekę istniejącą i chcemy określić ilość wody przepływającej w jednostce czasu, pożądane jest oprócz znajomości przekroju poprzecznego rzeki, wiedzieć jaką jest średnia prędkość wody w rzece.

Jeśli przekrój rzeki oznaczymy przez F, średnią prędkość przez V, wtedy ilość przepływu Q określilibyśmy z równania $Q = F . V$.

Średnią prędkość możnaby dokładnie określić w sposób następujący: podzielmy przekrój rzeki lińjami poziomymi i



Rys. 67.

pionowymi na szeregi elementarnych prostokątów. Jeśli byśmy w środku każdego prostokąta, którego pole niech będzie dF, zmierzyli odpowiednimi przyrządami prędkość V, znaleźlibyśmy, że ilość przepływu przez taki prostokąt jest V.dF, a wtedy całkowita ilość wody, przepływająca przez dany przekrój będzie $Q = \int V . dF$, gdzie całka powinna objąć wszystkie prostokąty elementarne, składające przekrój. Ponieważ $Q = F . V$, przeto średnia prędkość danego przekroju $V = \frac{Q}{F} = \frac{\int V . dF}{F}$.

Gdybyśmy mogli określić zależność między prędkością V i polem, wtedy całkę powyższą moglibyśmy znaleźć.

Odnajdywanie prędkości średniej dla przekroju drogą powyższą byłoby zbyt uciążliwe i dlatego postępujemy zwykle inaczej. Dzielimy, mianowicie, cały przekrój na paski pionowe, obliczamy pole każdego paska; następnie odnajdujemy prędkość średnią dla paska pionowego (naprz. mierząc prędkość cząsteczek, płynących na głębokości 0,6h pod powierzchnią swobodną). Mnożąc pole paska przez średnią prędkość wody w nim, otrzymamy ilość przepływu, a sumując w ten sposób obliczone ilości przepływu dla wszystkich pasków, znajdziemy całkowity przepływ wody przez dany przekrój; stąd średnią prędkość w tym przekroju znaleźć łatwo.

Przyrządy do mierzenia prędkości wody w rzekach i kanałach.

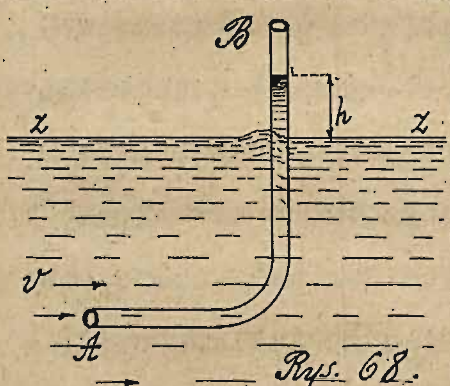
I. Pływak.

Jako pływak może być użyta kula wewnątrz pusta, albo deska z wystającym dobrze widocznym końcem, lub też butelka częściowo napełniona wodą i zakorkowana i t.p. Każdy z tych przedmiotów, jako pływak użyty, powinien jaknajmniej wystawać z wody, aby ruch powietrza nie miał znacznego wpływu na ruch pływaka; wtedy prędkość, jaką osiągnie pływak, będzie prawie taka sama, jak prędkość górnej warstwy wody; będzie to, jak wiemy, największa prędkość wody w tym pasku pionowym, który sobie przedstawimy pod pływakiem.

Zachód przy mierzeniu prędkości pływakiem jest następujący.—Obieramy część rzeki, o ile można, prawidłową i p r o s t ą ; odmierzamy na brzegu rzeki wzdłuż jej biegu pewną długość od A do B ; niech to będzie długość L metrów. Następnie wstawiamy pływak do wody, w żądanej od brzegu odległości, znacznie wyżej miejsca A (naprzykład 15 ÷ 20m) dlatego, aby pływak, podchodząc do A , płynął z tą samą prędkością, co i woda, unosząca go. Spostrzegamy moment, kiedy pływak przepływa wprost miejsca A, następnie drugi moment, kiedy pływak znajduje się wprost miejsca B.–Niech pomiędzy pierwszym a drugim momentem upłynie t sekund ;wtedy powiemy, że prędkość górnej warstwy wody $v = \frac{L}{t} \frac{m}{sek}$. Doświadczenie to należy parokrotnie powtórzyć,a wartość prędkości szukanej należy wziąć jako średnią arytmetyczną otrzymanych w sposób opisany prędkości. Pływaki, wogóle mówiąc, są przyrządami niedokładnymi, szczególniej, kiedy są stosowane podczas wiatru.

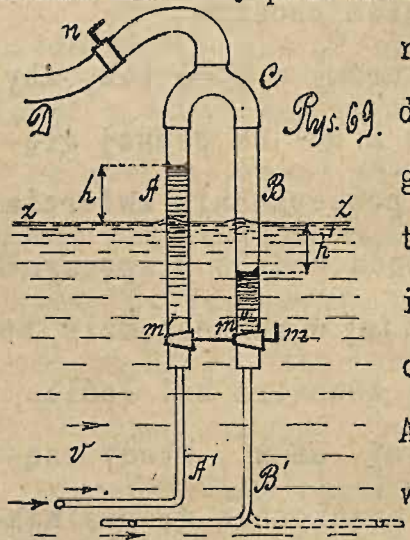
2. Rurka Pitot-Darcy'ego.

Przyrząd ten w prostej postaci (znanej od roku 1732 pod nazwą rurki Pitot) stanowi rurka szklana A B z obydwóch końców otwarta i zagięta pod kątem prostym.


Rys. 68.

Rurkę AB zanurzmy w wodę tak, aby dolny koniec A był na pewnej głębokości pod powierzchnią zwierciadła. Jeśli woda będzie w spoczynku, wtedy poziom jej w rurce będzie ten sam, co i na zewnątrz zz. Jeśli zaś woda będzie w ruchu a prędkość jej = v , wtedy cząsteczki wody wpadają na otwór A z prędkością v, posiadając pewną energję kinetyczną, której miarą jest wysokość odpowiednia prędkości v, mianowicie $\frac{v^2}{2g}$. Część energii zużyją cząsteczki na to, aby znajdującą się w kolanie B wodę podnieść powyżej zwierciadła zz na wysokość h, zwiększając w ten sposób energję potencjalną wody w rurce; miarą zwiększenia tej energji jest wysokość h. Możemy zatem powiedzieć, że wysokość h jest częścią wysokości $\frac{v^2}{2g}$, czyli że $h = k \cdot \frac{v^2}{2g}$; stąd $v = \sqrt{\frac{2g}{k} h}$, albo $v = \varphi \sqrt{h}$, gdzie $\varphi = \sqrt{\frac{2g}{k}}$ jest współczynnik otrzymywany drogą doświadczalną dla danej rurki. Wysokość h powinna być liczona od powierzchni zwierciadła. Łatwo przewidzieć, że zmierzenie tej wysokości podczas ruchu wody w kanale lub rzece, kiedy fala choćby bardzo mała, marszczy zwierciadło wody, nie może być dokładne, tymbardziej, że, wogóle, wysokość h jest niewielka.

Niedogodności powyższe usunął Darcy, dodając do poprzedniej rurki Pitot jeszcze jedną. Otrzymujemy w ten sposób rurkę Pitot-Darcy'ego (rys 69) , której budowa zasadnicza tak się przedstawia.- Górne końce dwóch szklanych



Rys. 69.

rurek A i B połączone są kolanem C , do którego doprowadzona jest rurka gumowa D z kranem n. Dolne końce tych rurek zaopatrzone są w krany m' i m", znajdujące się na wspólnej osi obracanej rączką m. Szklane rurki A i B są wydłużone kolanami metalowymi A' i B' ; koniec kolana A' posiada otworek, wystawiany przeciwko biegowi wody; kolano zaś B' posiada otworek w ściance bocznej (możnaby też koniec B' odwrócić z biegiem wody). Jeśli sobie wystawimy, że przyrząd tak jest założony, że otworki kolan A' i B' znajdują się w wodzie, która płynie w tym miejscu z prędkością v, wtedy cząsteczki, płynące wprost na otwór A', podniosą w rurce A wodę na wysokość h powyżej powierzchni

Jan Kozałowski 19 2/X 09

zwierciadła zz, przyczym możemy przyjąć, że $h = k\frac{v^2}{2g}$; jednocześnie cząsteczki, płynące obok otworu B′, jakby wyrywają cząsteczki, znajdujące się w kolanie B′, wobec czego poziom wody w rurce B powinien opaść poniżej poziomu zz na wysokość h′, którą też możemy uważać, jako zależną od $\frac{v^2}{2g}$, czyli $h' = k'\frac{v^2}{2g}$. Z pierwszego wzoru mamy $\frac{v^2}{2g} = \frac{h}{k}$; z drugiego $\frac{v^2}{2g} = \frac{h'}{k'}$, a więc $\frac{h}{k} = \frac{h'}{k'}$, albo $\frac{h}{k} = \frac{h+h'}{k+k'}$; zatym $\frac{v^2}{2g} = \frac{h+h'}{k+k'}$, a stąd $v = \sqrt{\frac{2g}{k+k'}(h+h')} = \varphi\sqrt{h+h'}$, gdzie $\varphi = \sqrt{\frac{2g}{k+k'}}$ jest współczynnik zależny od wymiarów i właściwości danego przyrządu, określany z doświadczenia dla każdego przyrządu.

Sposób użycia rurki Pitot-Darcy'ego polega na tem: przyrząd zanurzamy w wodę tak że otworki A′ i B′ znajdują się na tej głębokości, gdzie chcemy zmierzyć prędkość wody; krany m′, m″, n są otwarte; po paru chwilach kiedy woda w rurkach A i B zatrzyma się na pewnym stałym poziomie, zamykamy rączką m krany m′ i m″, przyrząd wyjmujemy z wody i odczytujemy różnicę poziomów w rurkach A i B, która się równa $(h+h')$, a stąd obliczymy prędkość v z wzoru $v = \varphi\sqrt{h+h'}$.

Gdyby poziomy wody w rurkach A i B zatrzymały się w takim miejscu, że nie byłyby widoczne, należy w takim razie skorzystać z rurki gumowej D i kranu n: jeśliby poziomy wody zatrzymały się w A i B za wysoko, i odczytanie $h+h'$ byłoby niedogodne, - należy wtłoczyć trochę powietrza ustami przez rurkę D, aż poziomy stosownie opadną, zamknąć krany n, m' i m'' i wtedy przyrząd z wody wyjąć.

Jeśliby poziomy w A i B były za nizko , należy ustami przez rurkę D powietrza trochę wyciągnąć, aż poziomy w A i B podniosą się, poczym należy krany m' i m'' zamknąć (kran n może być otwarty) i przyrząd do odczytania wyjąć. Rurka Pitot-Darcy'ego jest przyrządem bardzo dogodnym i często stosowanym.

3. Młynek Woltmana.

Najczęściej stosowany przy pomiarach prędkości wody w rzekach jest młynek Woltmana, znany w wielu odmianach i z różnymi ulepszeniami. Zasadnicza budowa tego przyrządu może być taka: na osi aa, obracającej się w oprawie kk, umocowana jest jedna lub dwie pary skrzydełek bb. Na tej samej osi osadzony jest ślimak c, który może być zczepiany z kółkiem zębatym d ; to ostatnie połączone jest z kółkiem e. Kółka d i e osadzone są w ramce fg, obracającej się około osi f; sprężynka h stale ramę fg odsuwa, dążąc do rozczepienia slimaka c z kółkiem d; do końca g ramy fg jest uwiązany sznurek m, przy pomocy którego możemy, obracając ramę fg ku górze , sczepiać c z d..

Rys. 70.

Sposób użycia młynka jest następujący: młynek zakładamy na drągu N, aby można było opierając drąg o dno przyrząd ten dogodnie w wodzie trzymać. Młynek ustawiamy tak, aby oś aa znajdowała się na badanej głębokości i była ściśle równoległa do kierunku prędkości wody. Sznurek m puszczamy wolno: kółko d nie będzie wtedy zczepione ze slimakiem c. Po pewnym czasie, kiedy skrzydełka młynka, pędzone wodą, dostatecznie się rozruszają , pociągamy za sznurek m, notując czas, kiedy to zrobiliśmy; od tej chwili kółko d, zczepione ze slimakiem, porusza się; razem z d obraca się kółko e. Po pewnym czasie, który należy też dokładnie zauważyć, sznurek puszczamy; kółko d odsuwa się od slimaka c pod działaniem sprężyny h i przestaje się obracać. Po wyjęciu młynka z wody odczytujemy na kółkach d i e ilość obrotów slimaka, albo , co jest to samo, ilość obrotów skrzydełek w przeciągu zauważonego czasu; stąd łatwo znajdziemy, ile młynek wykonał obrotów w ciągu jednej sekundy. Doświadczenie daje nam, że prędkość wody v, obracającej skrzydełka młynka, jest dość ściśle zależna od ilości obrotów n osi młynka w ciągu sekundy, mianowicie, że

$v = \alpha + \beta n$, gdzie α i β są to spółczynniki, znalezione dla każdego młynka z doświadczenia.

Spółczynniki α i β określić możemy w ten sposób: posuwamy młynek w wodzie s t o j ą c e j z prędkością znaną v_1 ; odczytujemy, że tej prędkości odpowiada n_1 ilość obrotów na sekundę; posuwamy następnie ten sam młynek w s t o j ą c e j wodzie z inną prędkością v_2 , której odpowiada ilość obrotów na sekundę, dajmy na to , n_2.

Na podstawie poprzedniego wzoru możemy napisać

$$v_1 = \alpha + \beta n_1 \quad , \quad v_2 = \alpha + \beta n_2 \ ,$$

gdzie v_1, v_2, n_1, n_2 są dane doświadczenia; z tych dwóch równań możemy wyznaczyć α i β:

$$\alpha = \frac{n_1 v_2 - v_1 n_2}{n_1 - n_2} \quad , \quad \beta = \frac{v_1 - v_2}{n_1 - n_2}$$

Otrzymane tą drogą spółczynniki α i β należy co pewien czas sprawdzać, przyrząd bowiem w miarę używania go niszczy się, przyczem siły tarcia w różnych miejscach przyrządu zmieniają się, zmieniając wartości spółczynników α i β.

Często młynek Woltmana otrzymuje dodatkowe urządzenie, złożone z obwodu elektrycznego i dzwonka. Po jednym obrocie zupełnym kółka d dzwonek daje znak. Wobec tego nie zachodzi potrzeba wyjmowania z wody przyrządu w celu odczytania ilości obrotów.—

Oprócz poprzednio wspomnianych przyrządów, najczęściej stosowanych do pomiarów prędkości wody, jest jeszcze wiele innych, które jednak mają wartość więcej historyczną lub teoretyczną, niż praktyczną i dlatego też tu je pominiemy.

Ocenianie ilości wody w rzekach lub kanałach.

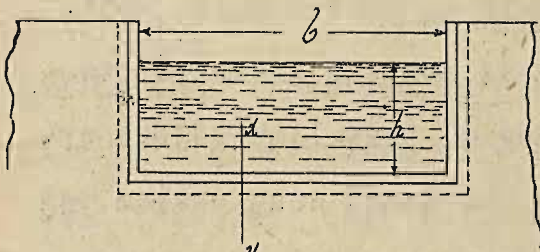
Ocenę ilości wody możemy uskuteczniać:

1/ bezpośrednim mierzeniem płynącej wody, nalewając ją w ciągu określanego czasu do naczyń znanej pojemności. Ten sposób daje się zastosować przy nieznacznych ilościach wody ; wyniki takich pomiarów mogą być bardzo dokładne.

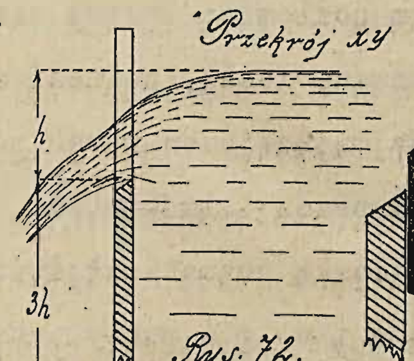
2/. Przy pomocy „c a l a w o d n e g o".

Jeśli mamy zmierzyć ilość wody, płynącej niewielkim strumieniem, ustawiamy w poprzek jego deskę z szeregiem wierconych otworów okrągłych każdy o średnicy I cala angielskiego; deskę ustawiamy tak, aby osi otworów były na jednym poziomie; otwory wszystkie są pokorkowane. Woda, zatamowana deską, podnosi się, aż dosięga wreszcie otworu. Wyjmując jeden korek po drugim, pozwalamy wodzie wypływać przez tyle otworów, ile potrzeba, żeby poziom jej przed deską pozostawał dłuższy czas bez zmiany n a p o z i o m i e g ó r n y c h k r a w ę d z i otworów. W tych warunkach każdy otwór o średnicy I cala angielskiego przepuszcza określoną ilość wody, równą I0,53 litrów na min., czyli I5,I6 m^3 na dobę. Ilość całkowita wypływającej wody w ciągu jednej minuty równa się I0,53 litrom pomnożonym przez ilość odkorkowanych otworów. Sposób ten, jakkolwiek dość prosty, nie jest dokładny i łatwo może wprowadzić w błąd, gdyż ilość wypływu z małego otworu zależna jest, jak wiemy, od grubości deski, odrobienia otworu, wreszcie od dokładnego ustawienia tej deski w wodzie.

3/. Dokładniejsze i częściej stosowane /również przy niewielkich strumieniach i kanałach/ mierzenie ilości wody dokonywa się przy pomocy p r z e w a ł u d o s k o n a ł e g o. Uskuteczniamy ten pomiar w ten sposób: przegradzamy strumień, wstawiając w przegrodę deskę z dokładnie wyciętym otworem prostokątnym. Aby otwór w grubej zwykle desce wycięty mógł odpowiadać warunkom doskonałego przewału, wskazane jest brzegi otworu w desce obić blachą, z odpowiednio wyciętym w niej otworem, mniejszym niż w desce; jeśli w dodatku zaostrzymy odpowiednio brzegi otworu w desce, otrzymamy przewał bardzo



Rys. 71.



Rys. 72.

bliski do doskonałego. Dolna krawędź otworu powinna być ustawiona ściśle poziomo, szerokość otworu b jest znaną zaś h jestto zagłębienie krawędzi przewału pod zwierciadłem wody—wziętym powyżej przegrody.

Ilość przepływu Q określimy z wzorów nam znanych przyczym, jeśli zachodzi dławienie z obydwóch boków, $Q = 0{,}4\, bh \sqrt{2gh}$; jeśli dławienia z boków niema, to jest jeśli szerokość strumienia powyżej przewału jest równa b , wtedy Q określimy z wzoru $Q = 0{,}443\, bh\sqrt{2gh}$.

Wzory powyższe dają dobre wyniki, kiedy krawędź przewału znajduje się nad dnem wyżej, niż 3 h.

4) Dla większych strumieni, kiedy powyższe sposoby nie mogą być stosowane ze względu na trudności, jakie za sobą pociągają, możemy postępować w taki sposób: wykreślamy dokładnie, z pomiarów na miejscu, poprzeczny przekrój podwodny strumienia i obliczamy pole tego przekroju F.

Następnie przy pomocy któregokolwiek z opisanych poprzednio przyrządów znajdziemy prędkość v_1 przepływu n a j w i ę k s z ą, jaką woda w danym przekroju posiada. Z prędkości v_1 otrzymujemy przy pomocy podanych wzorów ś r e d n i ą prędkość przepływu V, a wtedy ilość przepływu Q = F.V.

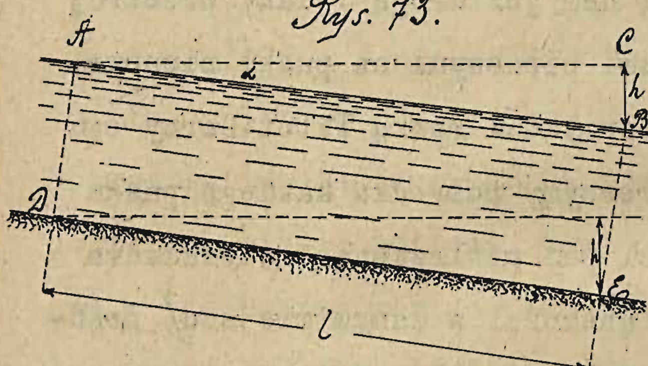
5/ Do obliczenia ilości przepływającej wody w większych rzekach, kiedy poprzednie sposoby nie są dość dokładne, postępujemy znaną nam już drogą : dany przekrój poprzeczny dzielimy linjami pionowymi na paski pionowe. Stosownym przyrządem /naprzykład rurką Pitot-Darcy'ego lub młynkiem Woltmana/ mierzymy pośrodku każdego paska na odpowiedniej głębokości pod powirzchnią zwierciadła /równej 0,6 całkowitej głębokości w danym miejscu/ prędkość wody ; prędkość ta, jak wiemy, jest taka sama, jaka w danym pasku jest średnia prędkość. Niech pole paska pierwszego jest f_1, znaleziona średnia prędkość w tym pasku niech będzie V_1 ; dla drugiego paska też wielkości niech będą f_2 i V_2, następnie dla trzeciego paska pole f_3 i średnia prędkość V_3 i t.d. , wtedy całkowitą ilość przepływającej wody otrzymamy

$$Q = f_1 \cdot V_1 + f_2 \cdot V_2 + f_3 \cdot V_3 + \ldots\ldots + f_n \cdot V_n .$$

Pochyłość zwierciadła i dna rzeki lub kanału.

Wystawmy sobie przekrój podłużny rzeki płaszczyzną pionową; dostrzeżemy wtedy, że linje przecięcia tej płaszczyzny pionowej z powierzchnią swobodną wody oraz powierzchnią dna nie będą linjami poziomymi , lecz pochyłymi. Jeżeli przez punkt A, obrany na powierzchni wody w rzece, przesuniemy linję poziomą A C , znajdziemy, że punkt B , wzięty na swobodnej powierzchni wody na odległości l od A, znajduje się niżej od punktu A o wysokość CB = h.

Rys. 73.



Wysokość h nazywamy spadkiem zwierciadła rzeki na długości l= AB. Dzieląc h przez l, otrzymamy dokładniejsze pojęcie o spadku; stosunek ten $\frac{h}{l}=i_z$ nazywamy spadkiem rzeki na jednostkę długości albo pochyłością zwierciadła rzeki.

Pochyłości zwierciadła są różne nietylko dla różnych rzek, ale nawet dla tej samej rzeki w różnych jej miejscach. Naprzykład Wisła dla części od źródeł do ujścia Białej Wisły posiada pochyłość i_z=0,0608; pod Krakowem i_z=0,00032 ; od ujścia Pilicy do Warszawy i_z=0,000165 od Warszawy do ujścia Narwi i_z=0,00034 ; przy ujściu do morza i_z=0,000118; gdyby przyjąć średnią pochyłość na całym biegu Wisły, otrzymalibyśmy $i_z = 0{,}00105$.

Średnie pochyłości rzek zwykle wynoszą 0,000005 do 0,0006. Dla kanałów fabrycznych dopływowych 0,0005 do 0,0004 ; dla odpływowych 0,002 do 0,001. Dla kanałów spławnych 0,000005 do 0,00004 .

Z rysunku poprzedniego otrzymujemy, że $i_z = \frac{h}{l} = \sin\alpha$, gdzie α jestto kąt pochylenia zwierciadła do poziomu. Ponieważ kąt α jest bardzo mały, więc $\sin\alpha = \alpha$, a zatym $i_z = \alpha$, czyli pochyłość zwierciadła rzeki jest równa kątowi pochylenia zwierciadła rzeki względem poziomu (kąt α powinien być wyrażony w tym razie w częściach promienia - nigdy w stopniach).

Zwróćmy teraz uwagą na linię DE przekroju dna rzeki z płaszczyzną pionową (patrz rys. 73). Dwa punkty D i E , wzięte jeden od drugiego na odległości l wzdłuż rzeki, znajdują się na odległości pionowej h', którą nazywać będziemy spadkiem dna rzeki na długości l ; stosunek $\frac{h'}{l}$ nazwiemy spadkiem dna rzeki na jednostkę długości albo pochyłością dna rzeki i oznaczać będziemy i_d , czyli $i_d = \frac{h'}{l}$.

Pochyłość zwierciadła i pochyłość dna w rzece lub kanale na pewnej ich części mogą być jednakowe t.j. $i_z = i_d$, a mogą też różnić się; może więc być $i_z \lesseqgtr i_d$. Kiedy ten czy inny stosunek zachodzi, zobaczymy nieco później; tutaj zaznaczymy tylko, że wartości względne i_z i i_d mogą być w różnych miejscach rzeki lub kanału różne, naprzykład w pewnym miejscu może być $i_z = i_d$, a na pewnej odległości może zajść $i_z > i_d$, lub odwrotnie.

Określenie prędkości przpływu wody w rzekach i kanałach podczas ruchu trwałego.

Chcąc rozpatrywać ruch wody w rzece lub kanale w sposób najprostszy, wystawmy sobie, że wszystkie cząsteczki w danym przekroju poprzecznym poruszają się z jedną i tą samą prędkością, która będzie prędkością średnią. Założenie to pozwala nam rozpatrywać ruch tylko jednej której-kolwiek cząsteczki.

Weźmy więc cząsteczkę, będącą na swobodnej powierzchni wody w rzece lub kanale i zastosujmy do niej twierdzenie D. Bernoulli'ego, najpierw kiedy cząsteczka ta jest w przekroju A, następnie, kiedy po pewnym czasie przejdzie do przekroju B. Prędkość średnia przepływu w przekroju A niech będzie

Rys. 74.

V_1, w przekroju B niech będzie V_2. Pole przekroju pierwszego oznaczmy przez F_1, pole drugiego przez F_2; cisnienie na powierzchnię wody niech będzie jednakowe i równe p_0. Cały spadek zwierciadła na drodze od A do B wynosi h.

Przesunąwszy poziom zasadniczy przez punkt A możemy napisać równanie Bernoulli'ego w ten sposób:

$$0+\frac{V_1^2}{2g}+\frac{p_0}{\Delta}=-h+\frac{V_2^2}{2g}+\frac{p_0}{\Delta}+\Sigma W,$$

gdzie ΣW jestto suma wysokości, straconych na opory podczas ruchu wody na drodze od A do B. Z równania powyższego otrzymamy

$$h=\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}+\Sigma W.$$

Ze wzoru tego widzimy, że spadek h, wzięty na pewnej długości kanału, idzie z jednej strony na pokonanie oporów napotkanych podczas biegu, a następnie na zmianę prędkości. Ztąd widzimy, że mogą być następujące przypadki:

1) Jeśli prędkości średnie w obu przekrojach są sobie równe to jest $V_1 = V_2$, kiedy zatym ruch w rzece jest jednostajny, wtedy $h=\Sigma W$; to znaczy że całkowity spadek, jaki rzeka lub kanał posiada, zostaje przy jednostajnym ruchu wody obrócony na pokonanie oporów napotykanych na drodze od A do B.

Ponieważ ilości przepływu w obu przekrojach, wobec ruchu trwałego, są równe, więc $F_1 V_1 = F_2 V_2$, a że przyjęliśmy $V_1 = V_2$, zatym $F_1 = F_2$. Gdyby szerokość kanału na całej długości rozpatrywanej była jednakowa, wtedy pochyłości dna i zwierciadła byłyby równe, czyli $i_d = i_z$.

2) Jeśli $V_2 > V_1$, wtedy $F_2 < F_1$; będzie to ruch wody nierównomierny przyspieszony. Niech szerokość kanału w tym przypadku będzie stała, wtedy pochyłość zwierciadła będzie większą niż pochyłość dna t.j. $i_z > i_d$.

3) Może być jeszcze przypadek, kiedy $V_2 < V_1$; zajdzie to wtedy, gdy $F_2 > F_1$; będzie to ruch nierównomierny zwolniony. W tym przypadku przy założeniu, że szerokość kanału jest stała, otrzymamy $i_d > i_z$.

Ruch jednostajny wody w rzekach i kanałach.

Równanie ruchu jednostajnego wody, jak to przed chwilą widzieliśmy, jest $h = \Sigma W$; prócz tego $i_z = i_d = i$.

Zwróćmy się do określenia wysokości, straconej na opory podczas przepływu wody na długości l. Niech jedna z tych strat będzie spowodowana przez tarcie o dno i brzegi kanału; oznaczmy tę stratę przez W_t. Poprzednio, kiedy była mowa o przewodach rurowych, umówiliśmy się, aby straty wysokości wyrażać w częściach końcowej energji cynetycznej; postąpmy w ten sam sposób i tutaj; napiszemy więc, że

$$W_t = \zeta \frac{v^2}{2g}.$$

Doświadczenie wykazało, i ż s p ó ł c z y n n i k ζ b ę d z i e t y m w i ę k s z y, i m d ł u ż s z a j e s t d r o g a l, k t ó r ą p r z e p ł y w a w o d a; i m w i ę k s z y j e s t o b w ó d, n a j a k i m w o d a d o t y k a b o k ó w k a n a ł u, to jest im większy jest tak zwany **obwód zwilżony** $\mathcal{U}$; wreszcie spółczynnik tym jest mniejszy, im przekrój przpływu F jest większy.

Na tej podstawie piszemy $\zeta = \varrho \frac{l.\mathcal{U}}{\mathcal{F}}$, gdzie spółczynnik ϱ uwzględnia inne warunki nie ujęte powyższym wzorem. Spółczynnik ϱ uda się określić drogą doświadczalną. - Podstawiając wartość ζ we wzór na wysokość straconą, otrzymamy $\mathcal{H}_t = \varrho \frac{l.u}{\mathcal{F}} \cdot \frac{v^2}{2g}$. — Jeśli innych strat (naprzykład zmiany kierunku) woda po drodze nie spotyka, wtedy możemy napisać, że $\Sigma\mathcal{H} = \mathcal{H}_t$, a w przypadku ruchu jednostajnego, ponieważ $\Sigma\mathcal{H} = h$, znajdziemy, że

$$h = \varrho \cdot \frac{l.\mathcal{U}}{\mathcal{F}} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Dzieląc obie strony tego równania przez l, znajdziemy

$$\frac{h}{l} = i = \frac{\varrho}{2g} \cdot \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{F}} \cdot v^2.$$

Stosunek $\frac{\mathcal{F}}{\mathcal{U}}$ pola przekroju do obwodu zwilżonego, jak to poprzednio przy przewodach rurowych zrobiliśmy, nazywać będziemy promieniem hydraulicznym, a oznaczając go przez R, otrzymamy po podstawieniu

$$i = \frac{\varrho}{2g} \cdot \frac{v^2}{\mathcal{R}}.$$

Oznaczmy $\frac{\varrho}{2g}$ przez k, wtedy

$$i = k \cdot \frac{v^2}{\mathcal{R}} \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Spółczynnik k podany jest przez wielu autorów w różnych postaciach; najchętniej używany jest obecnie wzór Kutter'a i Ganguillet'a

$$k=\left(\frac{m+\sqrt{R}}{100\sqrt{R}}\right)^2 \ldots\ldots (2).$$

Wyznaczając z wzoru [1] wartość średniej prędkości V, otrzymamy

$$V=\sqrt{\frac{1}{k}}\cdot\sqrt{iR}\ldots\ldots (3);$$

z wzoru [2] znajdujemy

$$\sqrt{\frac{1}{k}}=\frac{100\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}}=C\ldots\ldots (4),$$

a podstawiając otrzymaną wartość we wzór [3], znajdziemy ostatecznie

$$V=C\sqrt{i.R}.$$

W przybliżeniu, kiedy nie chodzi o dokładną odpowiedź, można przyjąć C = 50. W razie potrzeby dokładniejszego obliczenia wartości C należy we wzór [4] Kutter'a i Ganguillet'a wstawić odpowiednie wartości na R i na spółczynnik m. Spółczynnik ten, określony drogą doświadczalną, zależy od rodzaju brzegów i dna kanału czy rzeki. W zamieszczonej niżej tablicy podane są wartości m dla kilku przypadków.

	Rodzaj ścian kanału	m
I	Ściany cementowe gładkie, czyste	0.I2
2	Ściany z desek drewnianych starannie heblowanych	0,I5
3	Ściany z desek dobrze spasowanych	0,20
4	Ściany ze zwykłych desek nieheblowanych albo ściany starannie murowane	0,25-0,27

	Rodzaj ścian kanału	m
5	Sciany ze zwykłego muru lub z bali	0,33-0,35
6	Sciany z kamienia ciosanego	0,45
7	Sciany tworzy stary mur z osadami na dnie	I,00
8	Kanał w ziemi starannie wykonany nie zarośnięty	I,50
9	Kanał w ziemi zarośnięty trawą	2,00
IO	Kanał w ziemi zarośnięty trawą, zapuszczony dno zamulone	2,50

W praktyce wodociągowo-kanalizacyjnej stosowany jest spółczynnik m :

dla rur wodociągowych nowych świeżo osmołowanych m=0,I5
" " " po pewnym okresie czasu m=0,20
" " " starych, ze zniszczoną powłoką smołową i pokrytych niewielkim osadem m=0,25÷0,30
dla rur kamionkowych nowych wewnątrz polewanych m=0,30
" " " starych ze zniszczoną trochę powłoką i cokolwiek pokrytych osadem, oraz
dla rur cementowych .... m=0,35
dla muru równo i prawidłowo wykonanego m=0,35÷0,40

Zwykle sieć wodociągowa obliczana jest przy spółczynniku m = 0,25, zaś sieć kanalizacyjna przy spółczynniku m = 0,35.

Z wzoru zasadniczego $V = c\sqrt{iR}$, wyznaczającego wartość średniej prędkości wody w danym przekroju, można otrzymać szereg innych wzorów, mianowicie: wzór określający ilość przepływu $Q = F.V = F.c.\sqrt{iR}$. Następnie znajdziemy pochyłość zwierciadła rzeki $i = \frac{V^2}{c^2 R}$, a stąd spadek na pewnej długości rzeki l wyniesie $h = il = \frac{V^2 l}{c^2 R}$. Ponieważ $V = \frac{Q}{F}$, więc możemy napisać inaczej wzór na pochyłość $i = \frac{Q^2}{F^2 c^2 R}$, zaś $h = \frac{Q^2 l}{F^2 c^2 R}$; wreszcie z wzoru $F = \frac{Q}{V}$ możemy otrzymać $F = \frac{Q}{c\sqrt{iR}}$.

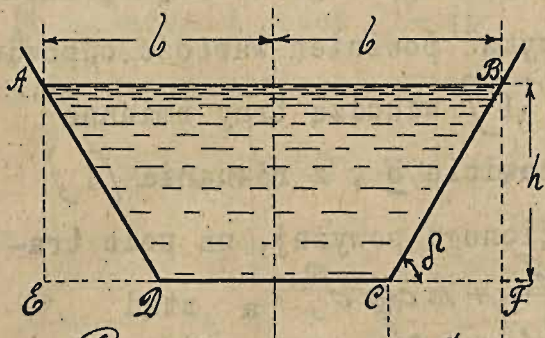
Ten czy inny wzór znajdzie zastosowanie przy rozwiązywaniu odpowiednich zadań, zależnie od tego które wielkości mamy dane, a których szukamy.

Najkorzystniejsze przekroje kanałowe.

Przejdźmy teraz do rozpatrzenia najczęściej spotykanych przekrojów i do sposobu ich obliczania. Przekroje kanałów mogą być utworzone albo linjami prostymi albo krzywymi, zależnie od materjału i gruntu, w którym kanał prowadzimy. Jeden z najczęściej spotykanych przekrojów o linjach prostych jest przekrój trapezowy symetrycznie względem osi pionowej wykreślony. Oznaczmy głębokość takiego kanału przez h, szerokość zwierciadła przez 2b.- Następnie, zwykle jest zadany kąt δ, który tworzy skarpa, to jest pochyła ściana kanału, z dnem. Kąt δ zależny jest od rodzaju gruntu, w którym kanał budujemy: dla piasku i ziemi wzruszonej np. $\delta = \infty 26\frac{1}{2}^\circ$.

Jan Kozalski 19 2/x 09

Najczęściej podawany jest kąt δ w postaci stosunku $\frac{a}{h}=ctg\,\delta$, gdzie a jest to zakład dla wysokości h. Dla piasku i ziemi wzruszonej $\frac{a}{h}=ctg\,\delta=2$ [kąt $\delta=26\frac{1}{2}°$];



Rys. 75.

dla gruntu ścisłego bez opasywania ścianek trawą wystarcza $ctg\,\delta=1,5$ [kąt $\delta=33°40'$]. Dla gruntu ścisłego z opaskami z darni dostateczny jest $ctg\,\delta=1$ [kąt $\delta=45°$]. Tę samą pochyłość nadaje się skarpom brukowanym; gdyby jednak kamienie były bardzo duże tak, że możnaby rozpatrywać podobną skarpę, jako murowaną, wtedy przyjąć można $ctg\,\delta=0,5$ [kąt $\delta=63\frac{1}{4}°$].

Wróćmy do rozpatrywanego przekroju trapezowego, którego pole oznaczmy przez F, a obwód zwilżony przez U. Zadanie polegać będzie na tym, aby znaleść takie wymiary trapezu, przy których przekrój jego będzie najlepiej wyzyskany; będzie to oczywiście wtedy, kiedy promień hydrauliczny $R=\frac{F}{U}$ będzie największy.

Z rysunku poprzedniego znajdziemy, $F=ABFE-2BFC$; ztąd $$F=2bh-\frac{2h^2 ctg\,\delta}{2}=h(2b-h\,ctg\,\delta).$$

Obwód zwilżony
$$U=2\frac{h}{\sin\delta}+2b-2h\,ctg\,\delta=\frac{2}{\sin\delta}(h+b\sin\delta-h\cos\delta).$$

Teraz można określić promień hadrauliczny
$$R=\frac{F}{U}=\frac{F.\sin\delta}{2(h+b\sin\delta-h\cos\delta)}\;\ldots\ldots\;(1),$$

albo też inaczej $$\mathcal{R}=\frac{h}{2}\cdot\frac{(2b-h\,ctg\,\delta)\sin\delta}{h+b\sin\delta-h\cos\delta}\ \ldots\ (1^{a}).$$

Prócz kąta δ, który dla danego rodzaju gruntu jak to już mówiliśmy, otrzymać powinien wartość odpowiednią - oraz F w równaniu [I] wchodzą trzy zmienne R,b,h,; jedną z nich, mianowicie b, z równania [I] wyrugujmy. Ze wzoru, znalezionego powyżej, na pole trapezu F. otrzymamy $2b=\frac{F}{h}+h\,ctg\,\delta$, a ztąd $$b=\frac{F}{2h}+\frac{h}{2}ctg\,\delta.$$

Podstawiając w mianowniku równania [I] zamiast b znalezioną wartość, otrzymamy

$$\mathcal{R}=\frac{F\sin\delta}{2\left(h+\frac{F\sin\delta}{2h}+\frac{h}{2}\cos\delta-h\cos\delta\right)}=\frac{F\sin\delta}{2h+\frac{F\sin\delta}{h}-h\cos\delta}.$$

A mnożąc licznik i mianownik przez h, znajdziemy ostatecznie, że

$$\mathcal{R}=\frac{Fh\sin\delta}{F\sin\delta+2h^{2}-h^{2}\cos\delta}\ \ldots\ (2).$$

Chcąc znaleść warunki, w jakich dane pole przekroju F będzie najlepiej wyzyskane, to jest kiedy prędkoś przepływu, a więc i ilość przepływu będą największe, należy znaleść w jakich warunkach R stanie się maximum.

Wtym celu, zgodnie z przepisami rachunku różniczkowego, należy pierwszą pochodną $\frac{d\mathcal{R}}{dh}$ przyrównać do 0 i równanie to rozwiązać. Wykonajmy to

$$\frac{d\mathcal{R}}{dh}=\frac{(F\sin\delta+2h^{2}-h^{2}\cos\delta)F\sin\delta-Fh\sin\delta(4h-2h\cos\delta)}{(F\sin\delta+2h^{2}-h^{2}\cos\delta)^{2}}=0.$$

Ułamek może się równać zeru wtedy, gdy mianownik równa się nieskończoności, lub też, gdy licznik równa się 0; tu jest możliwy, co łatwo dostrzedz, tylko drugi przypadek; a więc

$$(F\sin\delta+2h^2-h^2\cos\delta)F\sin\delta-Fh\sin\delta(4h-2h\cos\delta)=0.$$

Po skróceniu przez $F\sin\delta$, otworzeniu nawiasów i połączeniu odpowiednich wyrazów, znajdziemy

$$F\sin\delta+h^2(2-\cos\delta)-2h^2(2-\cos\delta)=0\ ,\qquad \text{albo}$$

$$F\sin\delta=h^2(2-\cos\delta)\ldots\ldots\ldots(3)\ ;\qquad \text{ztąd}$$

$$h=\sqrt{\frac{F\sin\delta}{2-\cos\delta}}\ldots\ldots\ldots(4).$$

Uwzględniając równanie [3], otrzymamy z wzoru [3]

$$R_{max}=\frac{F\sin\delta\cdot h}{F\sin\delta+F\sin\delta}=\frac{h}{2}.$$

Wstawiając zamiast h wartość z równania [4], znajdziemy

$$R_{max}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{F\sin\delta}{2-\cos\delta}}\ldots\ldots(5).$$

Z otrzymanych wzorów znajdziemy pewną własność najkorzystniejszego przekroju trapezowego, ułatwiającą wykreślanie tego przekroju. - Jeśli podstawimy w równaniu [I^a] zamiast $R_{mx.}$ wartość jego $=\frac{h}{2}$, otrzymamy

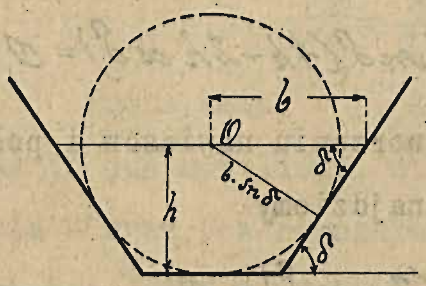
$$\frac{h}{2}=\frac{h}{2}\,\frac{(2b-h\operatorname{ctg}\delta)\sin\delta}{h+b\sin\delta-h\cos\delta};$$

ztąd $2b\sin\delta-h\cos\delta=h+b\sin\delta-h\cos\delta$, - i wreszcie

$$h=b\sin\delta\ldots\ldots\ldots(6).$$

Przy takiej zależności między h i b przekrój kanału jest najlepiej wyzyskany.

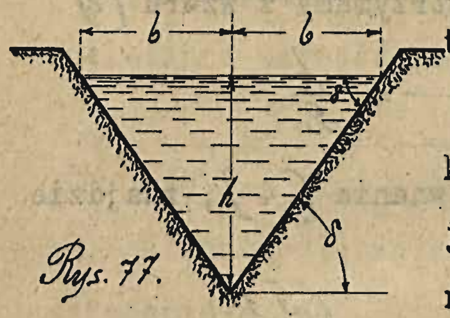
Przyjrzyjmy się rysunkowi: dostrzeżemy, że trapez ten jest opisany około koła którego promień $=h$, środek zaś znajduje się na swobodnej powierzchni; przyczym kąt δ jest zadany.



Rys. 76.

Gdybyśmy pole przekroju mieli już określone, wtedy z wzoru [5] znaleźlibyśmy promień hydrauliczny R, a podwoiwszy go, otrzymalibyśmy h głębokość kanału; wreszcie z równania [6] obliczylibyśmy szerokość zwierciadła 2b.

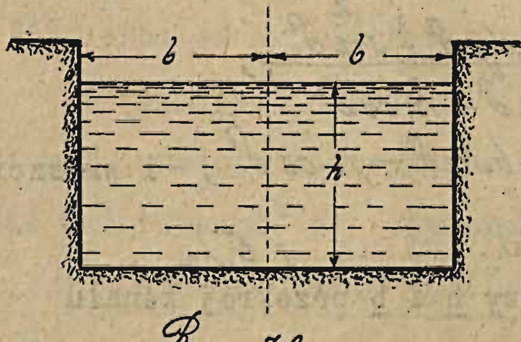
Od przekroju trapezowego łatwo przejść jest do trójkątnego i prostokątnego.



Rys. 77.

Dla otrzymania przekroju trójkątnego z trapezowego należy przyjąć, że $b = h \operatorname{ctg} \delta$. Jeśli obierzemy odpowiedni kąt δ i znajdziemy stosowne pole przekroju F, łatwo wtedy określimy głębokość h i szerokość zwierciadła w kanale trójkątnym.

Przekrój prostokątny możemy rozpatrywać jako trapezowy, zakładając $\delta = 90^\circ$.



Rys. 78.

Z rysunku widzimy, że promień hydrauliczny przekroju prostokątnego

$$R = \frac{h \cdot 2b}{2(h+b)} = \frac{hb}{h+b}.$$

Żeby określić przy jakiej zależności między h i b promień R będzie największy, zwróćmy się do wzoru [4];

zakładając w nim $\delta = 90^\circ$ i $F = 2bh$, otrzymamy $h = \sqrt{\frac{2bh}{2}}$; ztąd $h^2 = bh$ i wreszcie $h = b$.

A więc przekrój prostokątny jest najlepiej wyzyskany wtedy, gdy głębokość kanału jest równa połowie szerokości jego.

Przypuśćmy że kanał o danym przekroju F budujemy z takiego materjału, iż nie jesteśmy wcale krępowani kątem δ. W tym więc przypadku możemy kąt δ uważać za zmienny i przy takim założeniu należy określić zależność, jaka powinna istnieć między zmiennymi b, h, i δ, aby promień hydrauliczny R był największy (a więc przekrój F najlepiej wyzyskany).

Z poprzedniego wiemy, że, wogóle,

$$R = \frac{Fh \sin\delta}{F \sin\delta + h^2(2 - \cos\delta)} \ldots\ldots (2).$$

Aby otrzymać warunki, w których R będzie maximum, należy według zasad rachunku różniczkowego, przyrównać do zera c z ą s t k o w e pochodne $\frac{\partial R}{\partial h}$ i $\frac{\partial R}{\partial \delta}$ i równania te rozwiązać. Poprzednio z równania $\frac{dR}{dh} = 0$ otrzymaliśmy już zależność $h = b \sin\delta$; ta sama zależność zajdzie i w rozpatrywanym przypadku, ponieważ poprzednio określone $\frac{dR}{dh}$ niczym się nie różni od $\frac{\partial R}{\partial h}$. Należy więc teraz przyrównać do 0 pochodną $\frac{\partial R}{\partial \delta}$. Różniczkując równanie (2) względem δ, otrzymujemy

$$\frac{\partial R}{\partial \delta} = \frac{[F \sin\delta + h^2(2-\cos\delta)]\, Fh\cos\delta - Fh\sin\delta\,[F\cos\delta + h^2 \sin\delta]}{[F\sin\delta + h^2(2-\cos\delta)]^2} = 0.$$

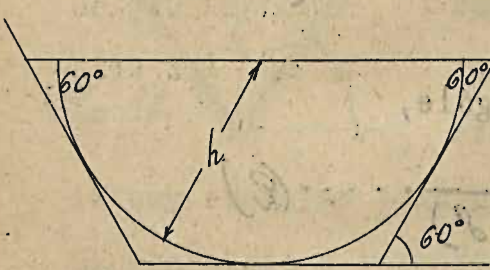
Aby lewa strona równania mogła być równa zeru, należy przyjąć, że licznik równa się zeru; przyrównywamy więc go do zera, następnie otwieramy nawiasy, wtedy

$$F^2\sin\delta\cos\delta\, h + 2h^3F\cos\delta - Fh^3\cos^2\delta - F^2h\sin\delta\cos\delta - Fh^3\sin^2\delta = 0$$

$$-Fh^3(\sin^2\delta+\cos^2\delta)+2Fh^3\cos\delta = 0.$$

Skracając, znajdziemy, że $2\cos\delta=1$, ztąd $\delta=60°$. A więc przekrój trapezowy będzie najlepiej wykorzystany, kiedy $\sphericalangle\delta=60°$, oraz, jak to poprzednio znaleźliśmy kiedy $h=b\sin\delta$.

Chcąc zbudować taki przekrój, zakreślamy koło promieniem h, prowadzimy jedną styczną do koła równolegle do zwierciadła wody w kanale, a dwie drugie pod kątem 60° do poziomu. Otrzymana w ten sposób figura przedstawia połowę foremnego sześciokąta.



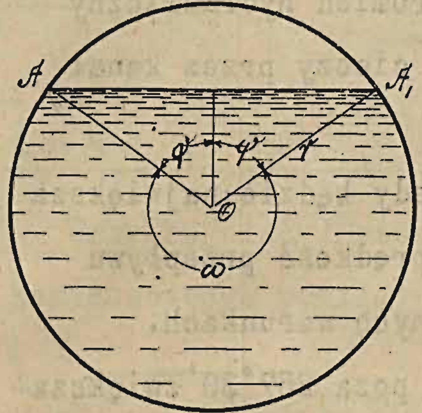
Rys. 79.

Kanały o przekroju kołowym.

Prócz kanałów o przekrojach, zarysowanych linjami prostymi, stosowane są często kanały o zarysach krzywych. Z pośród wielu typów spotykanych w praktyce zajmiemy się zbadaniem kanału o przekroju kołowym. Uważamy, że po tym, co było i będzie powiedziane o obliczaniu przekrojów kanałów, czytelnik łatwo sobie poradzi z przekrojem kanałowym jakiegokolwiek kształtu.

Kanał kołowy tym się różni od przewodu rurowego, że niema w nim ciśnienia, i że przeważnie nie jest całkowicie zapełniony cieczą.

Niech kanał badany o promieniu r , jest zapełniony wodą do pewnego poziomu AA_1. Położenie tego poziomu możemy określić naprzykład przy pomocy kąta ω pomiędzy promieniami przeprowadzonymi do punktów A i A_1. Znajdźmy przedewszystkiem promień hydrauliczny zajętego przekroju tego kanału, $R=\frac{F}{U}$; w tym celu trzeba obliczyć pole przekroju F oraz obwód zwilżony U.



Rys. 80.

Przekrój F kanału składa się z wycinka kołowego o kącie środkowym ω i z trójkąta $A\,O\,A_1$. Ztąd

$$F=\frac{\omega r^2}{2}+\frac{2r\sin\psi\, r\cos\psi}{2}=\frac{\omega r^2}{2}+r^2\sin\psi\cdot\cos\psi .$$

Z rysunku widzimy, że $\frac{\omega}{2}+\psi=\pi$, ztąd $\psi=\pi-\frac{\omega}{2}$.

Podstawiając wartość ψ w poprzednie równanie, otrzymamy $F=\frac{\omega r^2}{2}-r^2\sin\frac{\omega}{2}\cos\frac{\omega}{2}=\frac{\omega r^2}{2}-\frac{1}{2}r^2\sin\omega=\frac{r^2}{2}(\omega-\sin\omega)$.

Obwód zwilżony $U=\omega r$; zatym

$$R=\frac{F}{U}=\frac{r^2}{2\omega r}\left[\omega-\sin\omega\right]=\frac{r}{2\omega}\left[\omega-\sin\omega\right] \quad \ldots\ldots (1).$$

Aby określić, przy jakim kącie ω promień hydrauliczny, a zatym i prędkość przepływu , będą największe, należy przyrównać do zera pierwszą pochodną $\frac{dR}{d\omega}$.

Różniczkując wzór (I) , otrzymamy:

$$\frac{dR}{d\omega}=\frac{r}{2\omega}(1-\cos\omega)-\frac{r}{2\omega^2}(\omega-\sin\omega)=0,$$

ztąd $\cos\omega=\frac{\sin\omega}{\omega}$, albo $\operatorname{tg}\omega=\omega$.

Biorąc do pomocy tablice funkcyi kołowych, znajdziemy, że równanie powyższe ma pierwiastek $\omega=257°30'$; przy tej więc wartości kąta ω promień hydrauliczny przekroju oraz prędkość przepływu cieczy przez kanał okrągły będą największe.

Zachodzi jeszcze pytanie, kiedy będzie największa ilość przepływu; czy wtedy, gdy prędkość przepływu jest największa, czy też, przy innych warunkach.

Ponieważ powiększając kąt ω poza 257°30' zwiększamy pole przekroju, a prędkość przepływu zmniejszamy, więc odpowiedź na nasze pytanie znaleść możemy tylko drogą rachunkową. Ilość przepływu

$$Q=F.v=\frac{r^2}{2}(\omega-\sin\omega).c\sqrt{i\frac{r}{2\omega}(\omega-\sin\omega)}=$$

$$=\frac{r^2}{2}c\sqrt{\frac{ir}{2}}\sqrt{\frac{(\omega-\sin\omega)^3}{\omega}}.$$

Q będzie maximum wtedy, kiedy część zmienna to jest wyraz pod pierwiastkiem osiągnie swoje maximum. Chcąc znaleść, przy jakiej wartości kąta ω otrzymamy max Q, należy pierwszą pochodną wyrażenia $\frac{(\omega-\sin\omega)^3}{\omega}$ względem ω przyrównać do zera i równanie to rozwiązać. Różniczkując i przyrównywując do zera licznik, otrzymamy $3\omega(\omega-\sin\omega)^2(1-\cos\omega)-(\omega-\sin\omega)^3=0$.

Skracamy przez $(\omega-\sin\omega)^2$; $3\omega(1-\cos\omega)-\omega+\sin\omega=0$,

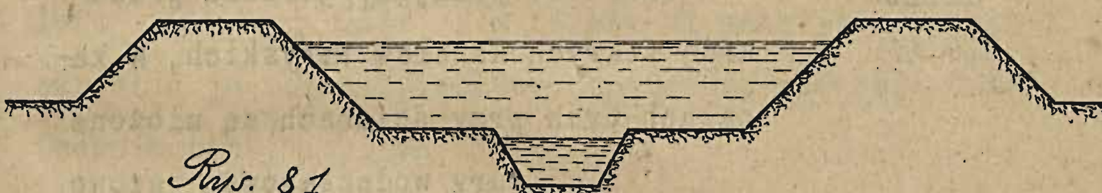
a ztąd

$$2\omega-3\omega\cos\omega+\sin\omega=0.$$

Praktycznie rozwiązujemy to równanie szeregiem prób, podstawiając z tablic długości łuków i odpowiednie wartości funkcyi kołowych. W ten sposób otrzymamy $\omega = 308°$; przy tej więc wartości kąta ω ilość przepływu przez kanał o przekroju kołowym jest największa.

Inne przekroje kanałowe.

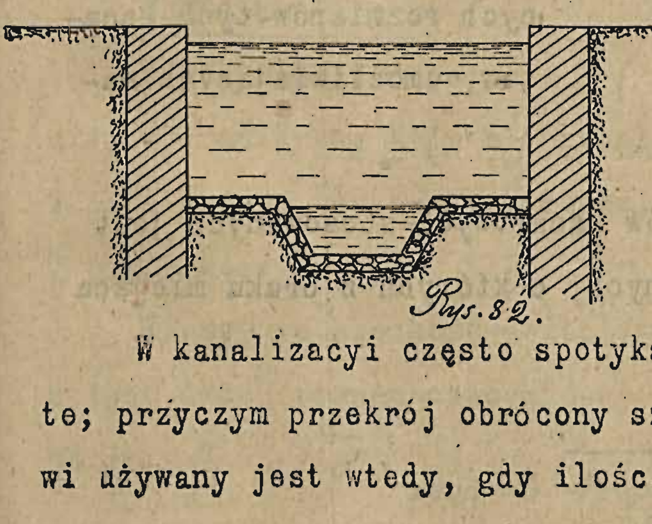
Przy regulacyi rzek często stosowany jest kanał o zamieszczonym poniżej przekroju



Rys. 81.

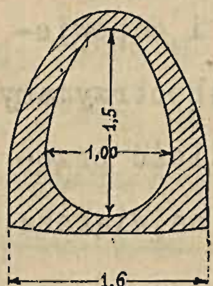
W zwykłych warunkach woda zapełnia tylko dolny trapez; górna część, ujęta wałami, zapełnia się tylko podczas powodzi.

Typ inny, w którym górny trapez został zamieniony prostokątem, znajduje zastosowanie tam, gdzie ma być zaoszczędzone miejsce, naprzykład w miastach.

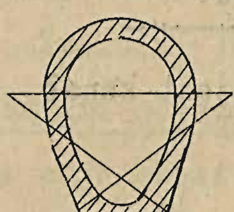


Rys. 82.

W kanalizacyi często spotykamy przekroje jajowate; przyczym przekrój obrócony szerszym końcem ku dołowi używany jest wtedy, gdy ilości wody stale przepływającej są znaczne, a chodzi o zaoszczędzenie materyału



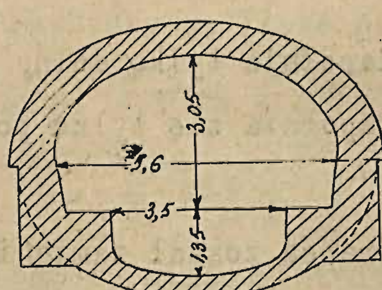
Rys. 83.



Rys. 84.

Gdy przez kanał płynąć stale mają me wielkie ilości wody, lecz przewiduje się od czasu do czasu większy jej dopływ, w takich razach stosują przekrój jajowaty zwrócony węższym końcem na dół. Przekrój ten ma tę jeszcze dobrą stronę, że jest łatwiejszy do przejścia, a więc i do czyszczenia.

Wreszcie podajemy jeszcze przekrój starych kanałów Paryskich. W kanałach tych przy ścianach są ułożone rury wodociągowe, gazowe przewody elektryczne, telefoniczne i t.d.; samo czyszczenie jest bardzo ułatwione, wobec znacznych rozmiarów tych kanałów, umożliwiających nawet jazdę łódką.



Rys. 85.

Oprócz podanych typów kanałowych stosowanych jest bardzo wiele jeszcze innych, o których z braku miejsca mówić nie będziemy.

Zaśtosowania.

Przejdźmy teraz do rozwiązania kilku zadań typowych.

Zadanie I.

Mamy kanał zupełnie gotowy; wiadomy więc jest jego przekrój F (w m^2) obwód zwilżony U (w m.) oraz pochyłość i ; znaleść ilość przepływu Q (w $\frac{m^3}{sek}$).

Z poprzedniego wiemy, że Q = F.V, gdzie V, średnia prędkość przepływu, określi się z wzoru $V = C\sqrt{iR}$.

Wartość spółczynnika C wyznaczy wzór Kuttera i Ganguilleta $C = \frac{100\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}}$; m zależy od materjału kanału i określić je można z tablicy poprzednio podanej. Ostatecznie otrzymamy, że

$$Q = F \cdot \frac{100\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}} \cdot \sqrt{iR}.$$

Gdyby nam chodziło tylko o przybliżoną wartość Q, moglibyśmy przyjąc C = 50 ; wtedy $Q = 50 . F\cancel{V}.\sqrt{iR}$.
Wynik ten jednak mało będzie dokładny.

Zadanie 2.

Niech będzie dane pole F (w m^2) przekroju i promień hydrauliczny R (w m) kanału; znaleść pochyłość, z jaką trzeba ten kanał budować, aby mógł dostarczyć Q $\frac{m^3}{sek}$ wody.

Wiemy, że prędkość przepływu $V = C\sqrt{iR}$ i że $V = \frac{Q}{F}$; z tych dwóch równań otrzymujemy jedno z jedną niewiadomą i : $\frac{Q}{F} = C\sqrt{iR}$, ztąd $i = \frac{Q^2}{F^2C^2R}$, gdzie C określimy z wzoru $c = \frac{100\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}}$. Ostatecznie znajdziemy

$$i = \left[\frac{Q(m+\sqrt{R})}{100 F R}\right]^2.$$

Z a d a n i e 3.

Zbudować kanał (określić wymiary jego), któryby przy pochyłości i, uwarunkowanej układem miejscowości mógł dostarczyć Q $\frac{m^3}{sek}$ wody.

Przedewszystkiem decydujemy się na pewien typ kanału: trapezowy, prostokątny, trójkątny lub jaki inny. Dalej zaznaczyć wypada, że, aby określić wymiary odpowiedniego kanału, dostatecznie będzie znaleść jakikolwiek wymiar, który uważać możemy, jako zasadniczy, naprzykład połowę szerokości zwierciadła b. Wynika to ztąd, że pozostałe wymiary obranego typu kanału zwykle są wyrażone jako funkcye zasadniczego wymiaru, a wtedy pole przekroju i promień hydrauliczny mogą być również wyrażone jako funkcye wymiaru zasadniczego. Jeśli tym wymiarem będzie połowa szerokości zwierciadła b, wtedy pole przekroju znajdziemy: $F = \varphi_1 b^2$, zaś promień hydrauliczny $R = \varphi_2 \cdot b$, gdzie φ_1 i φ_2 są to stałe spółczynniki zależne tylko od typu przekroju. - Spółczynniki te, skoro już obraliśmy typ kanału, powinniśmy uważać za znane. Mając powyższe w pamięci, napiszemy, że prędkość przepływu $v = c\sqrt{iR} = c\sqrt{i\varphi_2 b}$, zaś ilość przepływu $Q = Fv = \varphi_1 b^2 c\sqrt{i\varphi_2 b} = \varphi_1 c\sqrt{i\varphi_2}\sqrt{b^5}$.

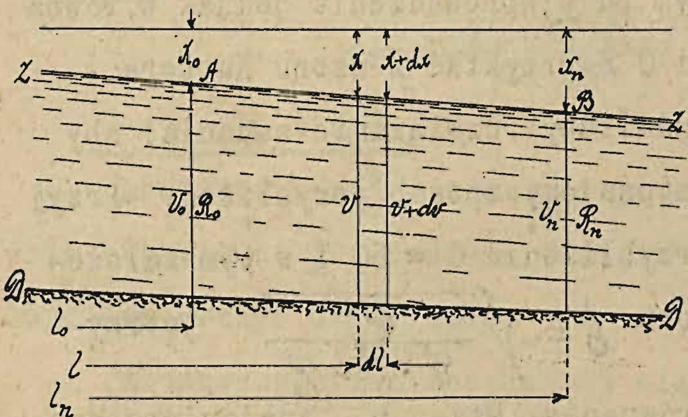
Otrzymaliśmy więc jedno równanie z jedną niewiadomą b.

Właściwie, spółczynnik C, jako wielkość zależna od R, zależy tym samym od b; wprowadzenie jednak w równanie powyższe wartości C naprzykład z wzoru Kuttera i Ganguilleta zbyt utrudniłoby rozwiązanie zadania; aby uniknąć trudności zastosujemy sposób przybliżeń. -Przyjmujemy w pierwszym przybliżeniu C = 50 i w tym założeniu obliczamy b z wzoru $b = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{\varphi_1^2 C^2 i \varphi_2}}$,otrzymanego z ostatniego równania. Mając b , znajdujemy promień hydrauliczny R z wzoru $R = \varphi_2 \cdot b$; następnie określamy odpowiednią temu promieniowi wartość C. wstawiając otrzymane C we wzór $b = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{\varphi_1^2 C^2 \varphi_2 i}}$,określimy nowe b bliższe już do właściwego. Postępując w ten sposób dalej, otrzymamy wartości na b coraz to bliższe do siebie; tą drogą dążąc, można rozwiązać zadanie z żądanym przybliżeniem.

Nierównomierny ruch wody w kanałach i rzekach.

W rozdziale tym rozpatrywać będziemy ruch wody nierównomierny lecz trwały to jest taki, przy którym średnia prędkość przepływu w jakimkolwiek obranym przekroju z biegiem czasu nie zmienia się, jakkolwiek jest różną dla różnych przekrójów. - Zbadajmy ruch wody w kanale czy też rzece na pewnej tylko części i rozpatrzmy, jakie podczas tego ruchu zachodzą okoliczności.

Niech D D będzie linją przekroju dna płaszczyzną pionową wzdłuż biegu rzeki, zaś Z Z linją przekroju



zwierciadła tą samą płaszczyzną. Niech badana część kanału będzie ujęta dwoma przekrojami: jednym na odległości l_0, drugim na odległości l_n od obranego początku. Ponieważ pochylenia dna, zarówno zwierciadła w kanałach i rzekach są bardzo małe, więc przekroje te można przyjmować jako pionowe.

Między powyższymi przekrojami obierzmy przekrój odległy o l od poprzedniego początku; średnia prędkość przepływu w tym przekroju niech będzie V, zaż w przekroju o dl dalszym średnia prędkość niech będzie $(v + dv)$. Zastosujmy twierdzenie Bernoulli'ego do dwu położeń cząsteczki wody, wziętych na zwierciadle rzeki w przekrojach odległych od początku o l i $l + dl$; przyjmijmy, że odległość cząsteczki od pewnego zasadniczego poziomu w pierwszym przekroju wynosi x, w drugim $x + dx$.

Jeśli ciśnienie na powierzchni rzeki oznaczymy przez p_0, wtedy twierdzenie Bernoulli'ego da nam następującą zależność

$$-x + \frac{v^2}{2g} + \frac{p_0}{\Delta} = -(x + dx) + \frac{(v+dv)^2}{2g} + \frac{p_0}{\Delta} + W.$$

Po redukcyi otrzymamy

$$\frac{v^2}{2g} = -dx + \frac{v^2}{2g} + \frac{v\,dv}{g} + \frac{(dv)^2}{2g} + W.$$

Odrzucając nieskończenie małą drugiego rzędu wobec nieskończenie małych rzędu pierwszego po dalszych skróceniach otrzymamy

$$dx = \frac{v.dv}{g} + W \; . \; . \; . \; . \; . \; (1).$$

Równanie to wskazuje nam, że dx czyli różnica poziomów, jaka istnieje pomiędzy zwierciadłami wody w dwóch przekrojach oddalonych od siebie o dl równa się sumie dwóch wysokości, mianowicie wysokości W, zużytej na tarcie podczas drogi dl oraz $\frac{v.dv}{g}$ czyli przyrostowi wysokości, odpowiedniej prądkości V.–Zajmijmy się obecnie wysokością, zużytą na tarcie. Przypuszczając, że prędkość V podczas bardzo małej drogi dl pozostaje niezmienną, możemy wysokość, straconą na opory podczas drogi dl określić tak samo, jak byśmy ją określali dla ruchu jednostajnego, a więc : strata na jednostce długości drogi wyniesie $\frac{v^2}{c^2 R}$, a na długości dl otrzymamy stratę $W = \frac{v^2}{c^2 R} \cdot dl$. R oznacza tu promień hydrauliczny badanego przekroju.

Obecnie równanie [I] przyjmie postać

$$dx = \frac{v dv}{g} + \frac{v^2 dl}{c^2 R} \; . \; . \; . \; . \; (1^{a}).$$

Taka jest zatym zależność między elementami dx i dl; chcąc następnie znaleść zależność między x i l , należy równanie powyższe zcałkować.

Oznaczmy prędkości w przekrojach A i B przez V_o i v_n ; promienie hydrauliczne tych przekrojów przez R_o i

R_n, wreszcie odległości punktów A i B od zasadniczego poziomu przez x_o i x_n i zcałkujmy równanie w zakresie od przekroju A do przekroju B:

$$\int_{x_o}^{x_n} dx = \frac{1}{g}\int_{v_o}^{v_n} v\,dv + \int_{l_o}^{l_n} \frac{v^2 dl}{c^2 R};$$

wtedy otrzymamy

$$x_n - x_o = \frac{v_n^2}{2g} - \frac{v_o^2}{2g} + \int_{l_o}^{l_n} \frac{v^2 dl}{c^2 R} \dots (2).$$

Gdybyśmy wiedzieli, jaka jest zależność między odległością l i prędkością v , wtedy całka ostatnia byłaby możliwa do rozwiązania; ponieważ jednak zależność ta wogóle wyznaczoną nie jest, postąpić więc należy w sposób inny. Przedewszystkiem przekształćmy równanie [2].

Jeżli przez Q oznaczymy ilość przepływu, wtedy, jak wiemy, dla jakiegokolwiek przekroju F i odpowiedniej prędkości v mamy $Q = F.V$; ztąd $V = \frac{Q}{F}$; w przekroju A prędkość $V_o = \frac{Q}{F_o}$, w przekroju B prędkość $V_n = \frac{Q}{F_n}$. Wstawiając te wartości w równanie [2], otrzymamy

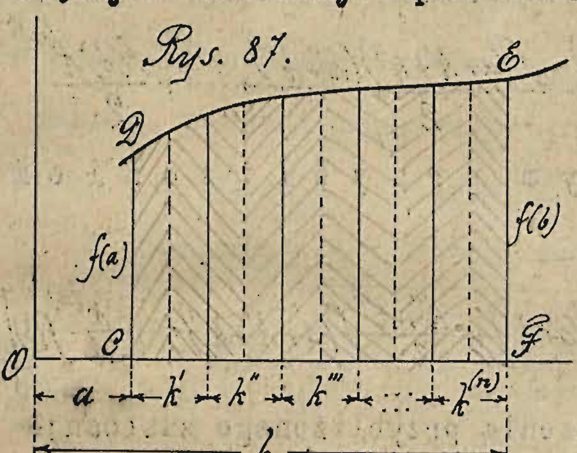
$$x_n - x_o = \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{F_n^2} - \frac{1}{F_o^2}\right] + \frac{Q^2}{C^2}\int_{l}^{l_n} \frac{u.dl}{F^3} \dots (3).$$

W ostatnim wyrazie promień hydrauliczny R zamieniliśmy na jego wartość $\frac{F}{U}$. Pod znakiem ~~strzał~~ całkowym znajdujemy obwód zwilżony U i pole przekroju F; jeśli sobie wystawimy rzekę o brzegach nieprawidłowych, znalezienie zależności między U, F oraz l jest wogóle rzeczą niemożliwą; wobec tego należy w praktyce określać podaną całkę w sposób przybliżony, rozumując jak następuje:

Jan Kozakski 1909

Dajmy na to, że mamy całkę w granicach od a do b ogólnej postaci $\int_a^b f(y)\,dy$, przyczym zależność $f(y)$ jest bardzo zawiła i całkowanie jest zbyt utrudnione; wtedy całkę taką rozwiązujemy graficznie.

Weźmy prostokątny układ spółrzędnych na osi odciętych odkładajmy wartości y, począwszy od $y = a$, następnie $y = a + k'$, dalej $y = a + k' + k''$ i t.d.; na osi rzędnych odkładamy odpowiednie $f(y)$, więc dla pierwszego



punktu rzędna będzie $f(a)$, dla następnego $f(a+k')$, dla dalszego $f(a + k' + k'')$ i t.d. Przyczym zakładamy, że wielkości k', k'',....są dowolne i tym mniejsze, im dokładniejszą chcemy znaleść wartość całki. Łącząc następnie końce rzędnych, otrzymamy linję łamaną; ta linja stanie się wreszcie krzywą, jeśli k będziemy obierali nieskończenie małe. Znaleziona krzywa daje nam zależność $f(y)$.

Pole C D E F, zawarte pomiędzy otrzymaną krzywą, osią odciętych i krańcowymi rzędnymi, daje nam, jak wiadomo wartość całki $\int_a^b f(y)\,dy$. Mamy zatym drogę wytkniętą : chcąc znaleść choćby przybliżoną wartość całki powyższej, należy określić pole C D E F choćby w sposób przybliżony.

Aby obliczyć pole C D E F, dzielimy je na paski i następnie w każdym pasku prowadzimy środkową linję; paski zawarte między tymi środkowymi linjami uważamy jako trapezy, paski zaś krańcowe rozpatrujemy jako prostokątne. Wtedy wartość p r z y b l i ż o n ą całego pola możemy przedstawić jako sumę wyrazów

$$\frac{f(a)k'}{2}+\frac{f(a+k')(k'+k'')}{2}+\frac{f(a+k'+k'')(k''+k''')}{2}+\dots+\frac{f(b)k^{(n)}}{2};$$

zatym również z p e w n y m p r z y b l i ż e n i e m możemy napisać, że

$$\int_a^b f(y)dy = \infty\left[\frac{k'}{2}f(a)+\frac{k'+k''}{2}f(a+k')+\frac{k''+k'''}{2}f(a+k'+k'')+\dots+\frac{k^{(n)}}{2}f(b)\right].$$

Otóż ten sposób obliczenia przybliżonego zastosujemy do naszej całki z równania [3] $\int_{l_0}^{l_n}\frac{U.\,dl}{F^3}$.

Między przekrojami A i B naszej rzeki poprowadźmy cały szereg przekrojów odległych jeden od drugiego o $l', l'', l''', \dots\dots, l^{(n)}$ i znajdźmy dla każdego z nich pole oraz obwód zwilżony; wartości ich oznaczmy odpowiednio przez $F_1, F_2, F_3 \dots F_{n-1}$ oraz $U_1, U_2, \dots U_{n-1}$; wtedy całka nasza

$$\frac{Q^2}{C^2}\int_{l_0}^{l_n}\frac{U\,dl}{F^3} = \infty\,\frac{Q^2}{2C^2}\left[\frac{l'.U_0}{F_0^3}+\frac{(l'+l'')U_1}{F_1^3}+\frac{(l''+l''')U_2}{F_2^3}+\dots+\frac{l^{(n)}.U_n}{F_n^3}\right].$$

Teraz można już równanie [3] przedstawić w ostatecznej postaci

$$x_n - x_0 = \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{\mathcal{F}_n^2} - \frac{1}{\mathcal{F}_0^2}\right] + \frac{Q^2}{2c^2}\left[\frac{l'.u_0}{\mathcal{F}_0^3} + \frac{(l'+l'')u_1}{\mathcal{F}_1^3} + \dots + \frac{l^{(n)}.u_n}{\mathcal{F}_n^3}\right] \dots (4).$$

Przejdźmy teraz do zastosowania znalezionego wzoru (4) w następnych dwóch zadaniach.

1) Mamy d a n ą rzekę lub kanał o nierównomiernym ruchu wody; wiadome więc mogą być pola przekrojów, obwody zwilżone oraz różnice poziomów w jakichkolwiek miejscach. Ponieważ wartości $l', l'', l''', \dots$ i t.d. zależą od naszego wyboru, mogą więc być również uważane jako wiadome. Określić w tym przypadku ilość przepływu Q.

Z równania (4) możemy napisać wprost

$$Q = \sqrt{\frac{x_n - x_0}{\frac{1}{2g}\left[\frac{1}{\mathcal{F}_n^2} - \frac{1}{\mathcal{F}_0^2}\right] + \frac{1}{2c^2}\left[\frac{l'.u_0}{\mathcal{F}_0^3} + \frac{(l'+l'')u_1}{\mathcal{F}_1^3} + \dots + \frac{l^{(n)}.u_n}{\mathcal{F}_n^3}\right]}} \dots (5).$$

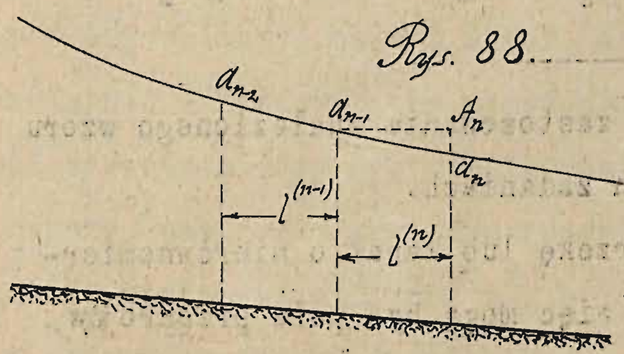
---

2) Przez dany wąwóz mamy skierować rzekę, przyczym mamy zadaną ilość przepływającej wody Q $\frac{m^3}{sek}$. Zachodzi pytanie, jaki kształt przyjmie zwierciadło powstałej w ten sposób rzeki.

Do bezpośredniego rozwiązania zadanie to się nie nadaje, gdyż wobec nieregularności przekrojów żaden z otrzymanych poprzednio wzorów zastosować się nie da; można jednak będzie i tu użyć sposobu przybliżonego.

Niech naprzykład warunki zadania są takie, że na pewnej części wąwozu zachodzi ruch wody jednostajny; dla tej części rzeki, w sposób już nam znany, znajdziemy pewien przekrój, którego pole niech będzie F_n, zaś obwód zwilżony U_n. Niech zwierciadło wody w tym przekroju sięga punktu a_n. W pewnej odległości $l^{(n)}$ od tego przekroju obieramy drugi przekrój; przypuśćmy, że zwierciadło wody

Rys. 88.



w tym przekroju sięga punktu a_{n-1}; obliczamy w tym założeniu pole F_{n-1} i obwód zwilżony U_{n-1} obranego przekroju. Różnica poziomów punktów a_n i a_{n-1} równa $A_n a_n$ otrzymana została na skutek zmiany prędkości oraz z powodu pokonania tarcia na drodze $l^{(n)}$. Jeśli zatym wstawimy odpowiednie wielkości we wzór $\left[4\right]$, wtedy będziemy mogli sprawdzić, czy punkt a_{n-1} (a jednocześnie z nim F_{n-1} i U_{n-1}) zostały odpowiednio wybrane. Jeśli wybór punktu a_{n-1} jest trafny, wtedy powinniśmy otrzymać tożsamość:

$$x_n - x_o = A_n \cdot a_n = \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{F_n^2} - \frac{1}{F_{n-1}^2}\right] + \frac{Q^2}{2c^2}\left[\frac{U_{n-1}\, l^{(n)}}{F_{n-1}^3} + \frac{U_n\, l^{(n)}}{F_n^3}\right].$$

W tym wzorze wszystkie wielkości są nam znane.

Jeśli tożsamości nie otrzymamy, to znaczyć będzie że punkt a_{n-1} został obrany za wysoko lub za nisko; wtedy należy próbę powtórzyć, zmieniając miejsce punktu a_{n-1}, a razem z nim zmienić należy F_{n-1} i U_{n-1}. Próby należy prowadzić dotąd, aż póki nie sprowadzimy równania $\left[4\right]$ do tożsamości.

Określiwszy położenie punktu a_{n-1}, postępujemy dalej w ten sam sposób: obieramy w pewnej odległości $l^{(n-1)}$ od punktu a_{n-1} nowy przekrój, obieramy w nim punkt a_{n-2}, obliczamy F_{n-2} i U_{n-2}, a następnie sprawdzamy, czy miejsce punktu a_{n-2} jest obrane trafnie. Postępując tak dalej, otrzymamy szereg punktów, znajdujących się na zwierciadle rzeki, które w ten sposób zostanie wyznaczone.

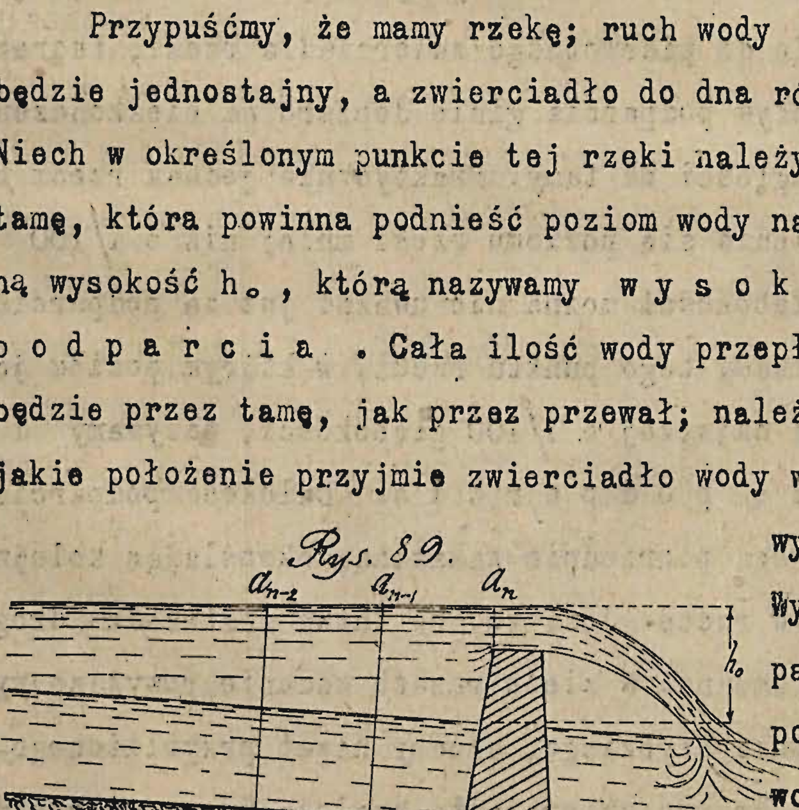
Dokładność tego sposobu jest tym większa, im bliżej jeden od drugiego obierać będziemy poszczególne przekroje.

Rzeka podparta.

Sposób użyty w poprzednim zadaniu znajdzie zastosowanie w następującym przykładzie.

Przypuśćmy, że mamy rzekę; ruch wody w niej niech będzie jednostajny, a zwierciadło do dna równoległe. Niech w określonym punkcie tej rzeki należy wybudować tamę, która powinna podnieść poziom wody na pewną zadaną wysokość h_0, którą nazywamy **w y s o k o ś c i ą p o d p a r c i a**. Cała ilość wody przepływać wtedy będzie przez tamę, jak przez przewał; należy znaleść, jakie położenie przyjmie zwierciadło wody w rzece powyżej przewału.

Rys. 89.

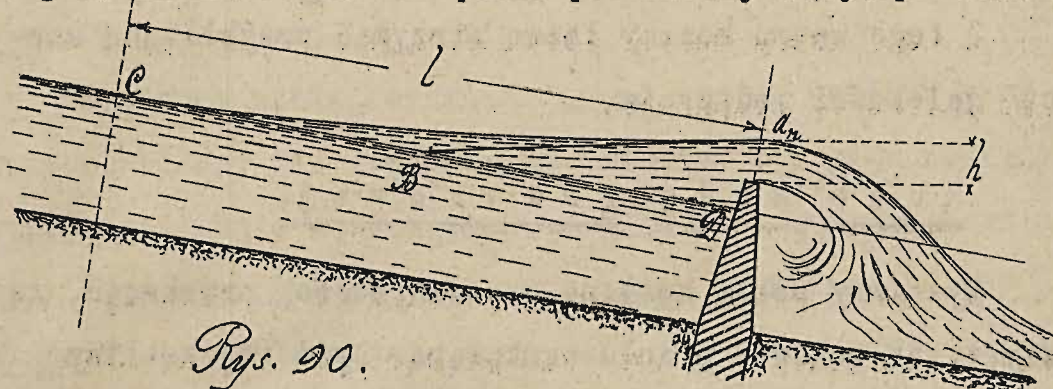


Wysokość podparcia, na jaką podniesie się woda przy tamie, jest dana a więc punkt a_n jest wiadomym; obieramy inny punkt, będący przypuszczalnie na zwierciadle rzeki w pobliżu tamy, np. a_{n-1} i sposobem poprzednio opisanym przy pomocy prób sprawdzamy położenie tego punktu; następnie znajdujemy tą samą drogą położenie innych dalszych punktów: a_{n-2}, a_{n-3},... i t.d. Znalezione punkty wyznaczą nam krzywą zwierciadła rzeki po budowie tamy.

Znajomość zwierciadła rzeki w podanym przykładzie mieć może pewne znaczenie zarówno pod względem praktycznym jak i prawnym, szczególniej kiedy brzegi rzeki są takie, że podniesienie poziomu wody powodować może zatopienie gruntów okolicznych.

Krzywa zwierciadła rzeki podpartej zbliżać się będzie asymptotycznie do pierwotnego zwierciadła rzeki; teoretycznie więc wpływ podparcia ginie dopiero na nieskończenie dalekiej odległości od tamy. Praktycznie jednak rzecz biorąc, podniesienie się poziomu rzeki mniej niż o 1/100 pierwotnej głębokości można nie uważać już za podparcie. Odległość od tamy tego punktu rzeki, w którym poziom jej podniesie się najwyżej o 1/100 głębokości, nazywamy *dalekością podparcia*. Dalekość podparcia znajdujemy drogą poprzednio wskazaną, określając kolejno poziomy wody w rzece. Jest to, co łatwo dostrzedz, droga dość długa i zmudna. W wielu razach zadanie powyższe wymaga rozwiązania szybkiego, choćby nawet przybliżonego. Możemy wtedy krzywą zwierciadła znaleźć drogą wykreślną w sposób następujący.

Niech będzie zadany poziom wody przy tamie, czyli wiemy, że zwierciadło w tym miejscu przechodzi przez punkt a_n, który należy brać w odległości I do 2 m. od przewału w górę rzeki. Przez ten punkt prowadzimy liñję poziomą do



Rys. 90.

przecięcia się jej z pierwotnym zwierciadłem rzeki w punkcie B; od punktu B do C odkładamy odcinek $BC = a_n B$ i wreszcie przez punkty C i a_n zakreślamy łuk koła stycznego do prostych CB i Ba_n. Otrzymana w ten sposób krzywa da nam mniej więcej przybliżony kształt, jaki przybierze zwierciadło rzeki po jej podparciu. Dalekość podparcia l należy wziąć z rysunku. Gdyby zachodziła pewna wątpliwość co do znacznej niedokładności tego sposobu, należy oddzielnie punkty krzywej wykreślonej sprawdzić sposobem poprzednio podanym.

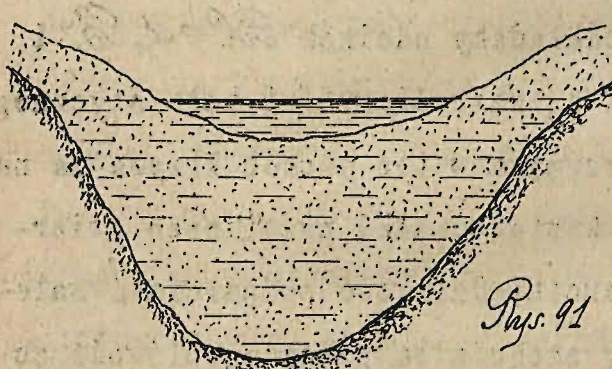
Podany powyżej przybliżony sposób wykreślenia krzywej zwierciadła rzeki podpartej daje nam możność określenia odrazu d a l e k o ś c i p o d p a r c i a z tym samym przybliżeniem, z jakim znaleźliśmy ostatnio krzywą Ca_n. Oznaczmy wysokość podparcia przez h, pochyłość zwierciadła BD przez i, kąt pochylenia zwierciadła BD do poziomu przez ω. (Wiemy że $i = \sin \omega$). Wtedy napiszemy :

$l = CB + BD$; z rysunku mamy że $CB = Ba_n$, zaś $BD = \frac{Ba_n}{cs\omega}$; ponieważ kąt ω jest bardzo mały, więc $cs\omega = 1$ i $BD = Ba_n$, zatym $l = 2Ba_n$; dalej widzimy, że $h = BD.i = Ba_n.i$, a stąd $Ba_n = \frac{h}{i}$; ostatecznie mamy $l = \frac{2h}{i}$.

Z tego wzoru możemy łatwo otrzymać przybliżoną wartość dalekości podparcia.

Ruch wody gruntowej.

Wystawmy sobie kotlinę o podanym obok przekroju, ze wszystkich boków i z dołu zamkniętą. Spód tej kotliny niech będzie utworzony z pokładu nieprzepuszczalnego n.p. gliny; niech, dalej, kotlina ta wypełniona będzie piaskiem, żwirem, lub wogóle warstwami przepuszczalnymi. Jeśli na dolinę tak utworzoną upadnie



Rys. 91

deszcz, wtedy cząsteczki wody, przechodząc przez warstwy przepuszczalne, opadać będą coraz niżej i niżej, aż wreszcie dojdą do pokładu nieprzepuszczalnego; cząsteczki wody wtedy poczną układać się na tym pokładzie nieprzepuszczalnym warstwami poziomymi. W miarę przybywania wody poziom jej w gruncie przepuszczalnym podnosi się coraz wyżej, aż wreszcie przy sprzyjających warunkach wyjść może nad powierzchnię gruntu, tworząc jeziora lub moczary. Otrzymujemy w ten sposób obraz wody gruntowej w stanie spoczynku; zwierciadło jej będzie płaszczyzną poziomą.

Wystawmy sobie teraz że część ściany bocznej we wspom-