ROZDZIAŁ IV.

ŚRODEK SIŁ I ŚRODEK CIĘŻKOŚCI.

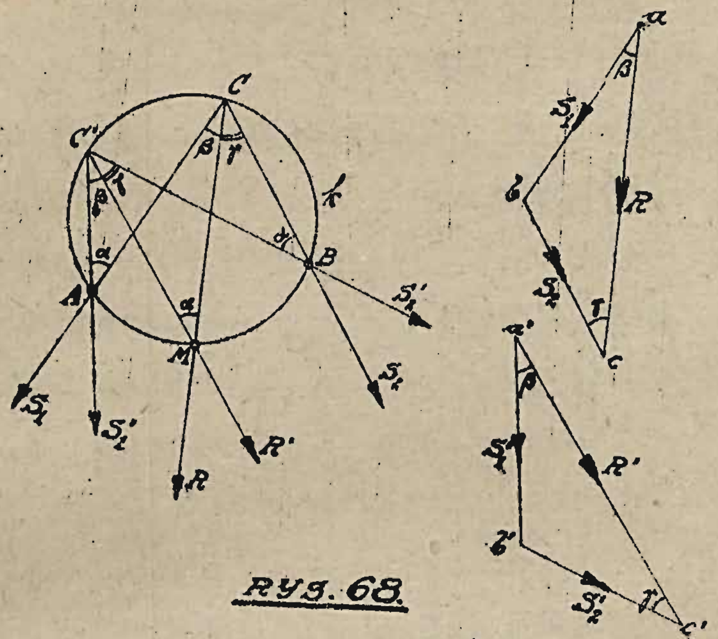
86. ŚRODEK DWÓCH SIŁ. Przypuśćmy, że do punktów A i B dowolnego ciała sztywnego są przyłożone dwie siły S_1, S_2 /rys. 68/. Niech siły te będą jakiekolwiek, byleby tylko leżały w jednej płaszczyźnie. Znajdźmy ich wypadkową.

Zapomocą wieloboku sił abc znajdujemy wartość wypadkowej $R = \overline{ac}$; linja działania wypadkowej, jest, oczywiście, równoległa do ac i przechodzi przez punkt C przecięcia się linij działania sił składowych.

Poprowadźmy teraz okrąg koła k przez punkty A, B i C. Punkt, w którym okrąg koła będzie przecięty linją działania wypadkowej R, oznaczmy przez M.

Dowiedziemy, że GDY SIŁY S_1 i S_2 OBRÓCĄ SIĘ OKOŁO PUNKTÓW A i B O JEDNAKOWE KĄTY W JEDNĄ I TĘ SAMĄ STRONĘ, TO ICH WYPADKOWA R WYKONA OBRÓT O TAKIŻ SAM KĄT I W TĘ SAMĄ STRONĘ OKOŁO PUNKTU M.

Aby tego dowieść, zwróćmy uwagę na to, że przy wskazanym obrocie ani wartości sił S_1 i



Rys. 68.

S_2, ani kąt, zawarty między niemi, zmianie nie ulegają, a zatem nie zmienia się również pod względem wartości wypadkowa R, nie zmienią się też kąty pomiędzy tą wypadkową a siłami składowemi.

Widać to wprost z wieloboku sił $a'b'c'$, który możemy wykreślić dla nowego położenia sił S_1' i S_2'. Wynika stąd także, że jeśli siły S_1, S_2 zostały odchylone o kąt α, to również i wypadkowa R' odchyli się, tworząc ze swem położeniem pierwotnem takiż sam kąt α. Trzeba jeszcze tylko dowieść, że wypadkowa R' przechodzi przez punkt M, znaleziony na okręgu koła.

W tym celu zbadajmy, gdzie będzie po obrocie sił punkt C przecięcia się nowych linij działania sił składowych. Rozumujemy tak: kąty ACB i $AC'B$ powinny być podczas obrotu boków wciąż równe, zatem punkt C musi znajdować się na okręgu koła k, przechodzącym przez punkty A, B, C. Następnie powiemy: ponieważ kąt ACM równa się kątowi $AC'M$ i ponieważ wierzchołek kąta C posuwa się po okręgu koła k, więc i punkt M, otrzymany jako przecięcie się R' z R, będzie leżał na okręgu tego samego koła k. Widzimy więc, że punkt, oznaczony poprzednio przez M, jest środkiem obrotu wypadkowej R. Punkt ten nazwiemy ŚRODKIEM SIŁ S_1 i S_2.

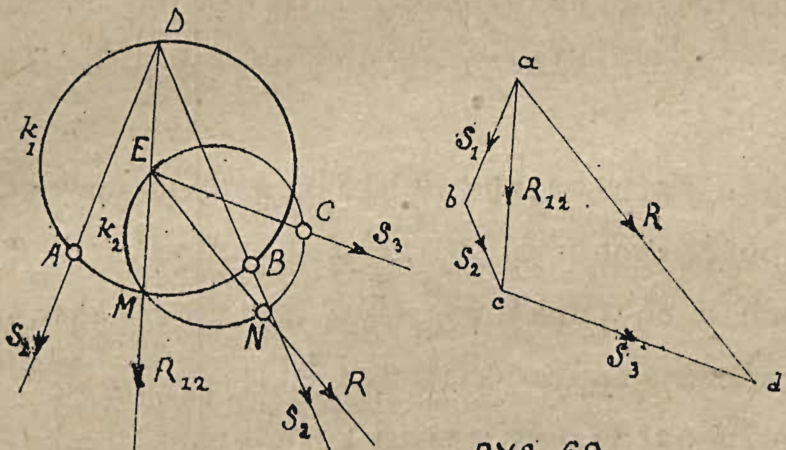
87. ŚRODEK ILUKOLWIEK SIŁ. Rozważania poniższe dotyczą dowolnej liczby sił, jakkolwiek prowadzić je będziemy dla prostoty tylko dla trzech sił S_1, S_2, S_3, /rys.69/. Mamy znaleźć taki punkt N, około którego obraca się wypadkowa R, gdy siły składowe S_1, S_2, S_3, wykonywują obroty o jednakowe kąty i w tę samą stronę około swych punktów przyłożenia A, B, C.

Punkt ten zwać będziemy, jak poprzednio, ŚRODKIEM SIŁ: S_1, S_2, S_3.

Znajdźmy środek sił S_1, S_2. Przedewszystkiem wyznaczamy punkt D, w którym przecinają się siły S_1 i S_2; następnie wykreślamy wypadkową

R_{12} z wieloboku abc, zataczamy przez punkty A, B, D okrąg koła k_1 i przez D prowadzimy równoległą do R_{12} : przecięcie się linji działania R_{12} z okręgiem k_1 daje punkt M , szukany środek sił S_1 i S_2 .

Możemy teraz przyjąć, że mamy już tylko dwie siły: R_{12} i S_3 ; środek tych dwóch sił bę-



RYS. 69.

dzie jednocześnie środkiem sił S_1, S_2, S_3. Znajdziemy go jak poprzednio: wyznaczamy wypadkową R sił R_{12} i S_3 z wieloboku acd; przez punkty M, C, E zataczamy okrąg koła k_2; wreszcie kreślimy przez E równoległą do R; przecięcie się tej równoległej z okręgiem koła k_2 daje nam szukany środek N sił S_1, S_2, S_3.

Gdy chodzi o środek większej liczby sił, to postępujemy zupełnie tak samo, jak poprzednio wyznaczamy środek dowolnych dwóch sił z danego układu, następnie środek wypadkowej tych dwóch oraz jakiejkolwiek trzeciej, potem środek wypadkowej trzech poprzednich i dowolnej czwartej i t.d.

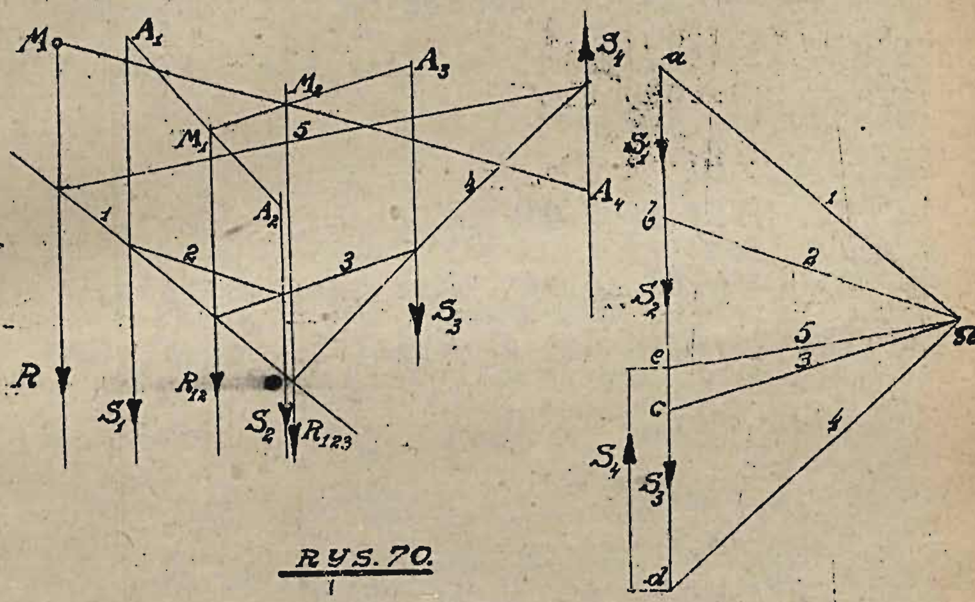
88. ŚRODEK SIŁ RÓWNOLEGŁYCH. Środek sił równoległych można wyznaczyć, stosując do tego przypadku szczególnego sposób ogólny, objaśniony. §§ 86 i 87

Niech będzie trzeba znaleźć środek czterech sił równoległych S_1, S_2, S_3, S_4, przyłożonych odpowiednio do punktów A_1, A_2, A_3, A_4 /rys 70/.

Wyznaczamy naprzód środek sił S_1 i S_2. W tym celu zataczamy okręg koła przez punkty A_1 i A_2 oraz przez punkt przecięcia się linij działania tych dwóch sił, czyli przez punkt, znajdujący się nieskończenie daleko. Zatem będzie to okrąg koła, którego promień jest nieskończenie wielki; więc łuk tego koła między A_1 i A_2 staje się prostą A_1A_2.

Następnie wyznaczamy wypadkową R_{12} sił S_1 i S_2. Uskuteczniamy to zapomocą wieloboku sił oraz wieloboku sznurowego, przyczem budowę wieloboków prowadzimy odrazu dla wszystkich czterech sił, gdyż, jak później zobaczymy, przyda się to w następstwie.

Tak więc mamy już wypadkową R_{12} Punkt M_1 przecięcia się wypadkowej R_{12} z prostą A_1A_2

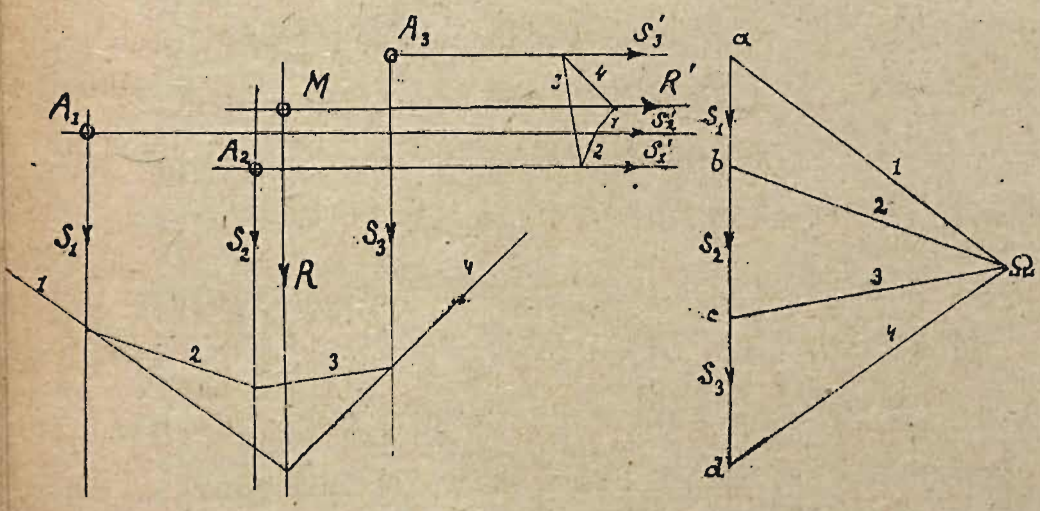


RYS. 70.

jest środkiem sił S_1, S_2. Dalej znajdujemy środek M_2 sił R_{12} i S_3. Leży on na prostej M_1A_3 jako na części łuku okręgu o nieskończenie wielkim promieniu, a następnie - na wypadkowej sił R_{12} i S_3 /czyli wypadkowej sił S_1, S_2, S_3/. Wypadkową tę otrzymamy, korzystając z wykreślonego już wieloboku sznurowego.

Wreszcie postępujemy tak samo z wypadkową R_{123} i z siłą S_4. Punkt M przecięcia się wypadkowej R tych dwóch sił /albo S_1, S_2, S_3, S_4/ prostą $M_2 A_4$ jest szukanym środkiem danego układu. Opisany powyżej sposób wykreślania środka sił nadaje się do wszelkich sił równoległych, które niekoniecznie w jednej płaszczyźnie się znajdują.

89. INNY SPOSÓB. Środek sił równoległych można znaleźć łatwo innym jeszcze sposobem, wynikającym wprost z określenia środka sił.



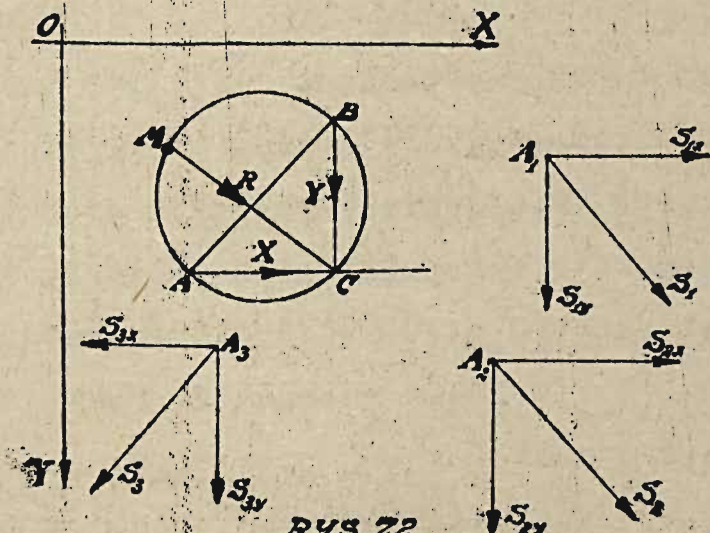
RYS. 71.

Zastosujemy ten sposób do sił S_1, S_2, S_3 /rys. 71/, przyłożonych do punktów A_1, A_2, A_3. Wyznaczamy naprzód wypadkową R tych sił, posługując się przytem wielobokiem sił i wielobokiem sznurowym. Następnie obracamy wszystkie siły składowe około ich punktów przyłożenia o dowolny kąt, naprz. o $90°$ i wyznaczamy ich wypadkową R' w tem nowem położeniu. Punkt przecięcia się wypadkowej R, znalezionej poprzednio z wyznaczoną obecnie R' jest, w myśl określenia, szukanym środkiem sił.

Przy wykreślaniu nowego wieloboku sznurowego niema potrzeby wykreślać nowy wielobok sił; możemy posiłkować się poprzednim wielobokiem, pamiętając tylko, że boki nowego wieloboku sznurowego powinny być prostopadłe do odpowiednich promieni wykreślonego wieloboku sił.

90. JESZCZE JEDEN SPOSÓB. W celu wyznaczenia środka dowolnej liczby danych sił, jakkolwiek w płaszczyźnie skierowanych, dogodnie jest nieraz stosować następujący sposób:

Obieramy w płaszczyźnie dwie dowolne, wzajemnie do siebie prostopadłe osie X i Y; /rys.72/;



RYS. 72

każdą z danych sił rozkładamy w kierunkach tych osi.

Następnie wyznaczamy wypadkowe obydwóch grup sił, równoległych do każdej z osi oraz ich środki. Przypuśćmy, że są to siły X i Y ; środki ich niech będą w punktach A i B . Wypadkowe X i Y przecinają się w punkcie C . Otóż środek danego układu sił znajdziemy jako punkt przecięcia się okręgu koła, przeprowadzonego przez punkty A, B, C, z wypadkową R sił X, Y.

91. NIEKTÓRE WNIOSKI, DOTYCZĄCE ŚRODKA SIŁ.

a/ Układ sił, przyłożonych do jednego punktu, posiada "środek sił" w tym właśnie punkcie.

b/ Jeżeli wypadkowa danego układu sił jest równa zeru, wtedy o środku sił tego układu nie można mówić. Zatem, kiedy układ sił sprowadza się do pary sił, wówczas "środka sił" niema.

c/ "Środek sił" układu danego nie zależy od porządku, w którym postępujemy, dodając poszczególne siły i odnajdując pośrednie środki 2, 3, 4 i t.d. sił; wynika to stąd, że ani lot, ani położenie wypadkowej ostatecznej nie zmieni się, jakąkolwiek drogą ją określimy.

92. ŚRODEK CIĘŻKOŚCI. Środkiem ciężkości jakiegokolwiek układu nazywamy ŚRODEK SIŁ CIĘŻKOŚCI, DZIAŁAJĄCYCH NA POSZCZEGÓLNE ELEMENTY TEGO UKŁADU, w założeniu, że układ ten jest ciężki.

Z określenia tego wynika, że do wyznaczenia środka ciężkości układów będziemy mogli stosować bezpośrednio rozważania § 88 i 89.

93. UŁATWIENIA PRZY OKREŚLANIU "ŚRODKA CIĘŻKOŚCI".

W wielu razach pewne właściwości układu, którego środek ciężkości wyznaczamy, mogą przy tem wyznaczaniu pozwalać na znaczne nieraz ułatwienia, mianowicie:

I. Jeżeli zadany układ jest tego ——→ rodzaju, że wszystkie jego elementy leżą w jednej płaszczyźnie, "środek ciężkości" tego układu znajdzie się w tej samej płaszczyźnie.

Powyższa właściwość wynika stąd: niech każdy z elementów układu będzie ciężki; przyłóżmy do tych elementów odpowiednie siły ciężkości, które będą do siebie równoległe. Szukajmy środka dwóch którychkolwiek z tych sił: środek znajdzie się na prostej, łączącej punkty przyłożenia tych sił, a więc środek ten będzie we wspomnianej płaszczyźnie.

Przyłóżmy do tego środka wypadkową dwóch powyższych sił i szukajmy środka tej wypadkowej i trzeciej siły. Ponieważ nowy środek znajdzie się na prostej, łączącej poprzedni środek i punkt przyłożenia trzeciej siły, więc nowy środek też będzie we wspomnianej płaszczyźnie. Rozumując w ten sposób dalej, przekonamy się, że powyższe twierdzenie jest słuszne.

II. Jeśli zadany układ jest taki, że wszystkie jego elementy znajdują się na jednej prostej AB, to środka ciężkości tego układu należy szukać na tej samej prostej.

Dlaczego tak będzie dowodzić tego nie potrzeba, jeśli tylko przypomnimy rozumowanie dopiero co przytoczone.

III. Jeśli zadany układ ma PŁASZCZYZNĘ SYMETRJI /rozumiemy tu symetrję w szerszem znaczeniu, prostokątną lub ukośnokątną symetrję/, środek ciężkości znajduje się w tej płaszczyźnie symetrji.

Słuszność tego twierdzenia będzie wyraźną, jeśli cały nasz układ rozbijemy na grupy, w każdej po dwa symetryczne elementy. Jeśli przyjmiemy, że elementy te są ciężkie, przyłóżmy do tych elementów, po dwa wziętych, siły ciężkości; wobec istnienia symetrji wspomnianych elementów dwie te siły będą sobie równe. Wypadkowa tych sił przetnie prostą, łączącą wspomniane elementy w połowie długości tej prostej, a więc w płaszczyźnie symetrji.

Postępując w ten sam sposób z następnemi grupami symetrycznych elementów, otrzymamy środki ich sił ciężkości w płaszczyźnie symetrji. Szukając następnie środków sił znalezionych wypadkowych, przekonamy się, że wszystkie środki będą w płaszczyźnie symetrji; a więc i ŚRODEK CIĘŻKOŚCI całego układu również będzie w tej płaszczyźnie symetrji.

IV. Jeśli zadany układ ma OŚ SYMETRJI, środek ciężkości układu znajduje się na tej osi. Rozumowanie, które wykazałoby nam słuszność tego twierdzenia, będzie zupełnie podobne do poprzedniego.

V. Jeśli zadany układ ma ŚRODEK SYMETRJI, wówczas środek ciężkości znajdzie się w tym środku symetrji. Co do dowiedzenia słuszności tego należy rozumować na wzór poprzedni.

VI. Jeśli dany układ możemy podzielić na kilka takich części, których środki ciężkości skądinąd umiemy już wyznaczać, wtedy środek ciężkości całego układu znajdziemy w taki sposób: przyjmujemy, że do środków ciężkości poszczególnych części są przyłożone wypadkowe odpowiednie; następnie szukamy środka sił tych wypadkowych. Znaleziony środek sił będzie środkiem ciężkości danego układu.

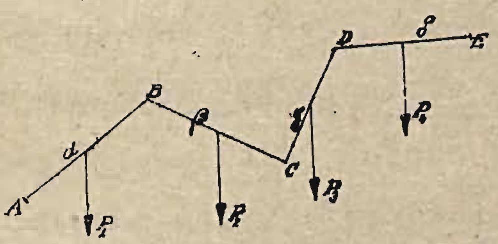
Że postępowanie powyższe jest słuszne, wynika to stąd: aby znaleźć ostateczną wypadkową i środek wszystkich sił ciężkości, przyłożonych do poszczególnych elementów układu, możemy albo dodawać te siły kolejno: pierwszą z drugą, wypadkową tych dwóch z trzecią i t.d. aż do ostatecznej wypadkowej, wyznaczając jednocześnie środki sił; albo możemy też cały układ sił pogrupować w mniejsze układy, które odpowiadać będą dokładnie tym częściom, na które dany układ podzieliliśmy. Mając w każdym mniejszym układzie środek sił już wiadomy, możemy do nich przyłożyć odpowiednie wypadkowe i szukać środka tych wypadkowych sił. Wynik nie może być zależny od tego, na ile i na jakie części dzielimy nasz układ. - Stąd widać, że twierdzenie wypowiedziane, jest słuszne.

94. Przykłady. Znaleźć środek ciężkości ODCINKA JEDNORODNEJ LINJI PROSTEJ AB. Pod określeniem "jednorodna" prostą rozumieć będziemy, że elementy tej prostej różnią się jeden od drugiego TYLKO długością.

Jeżeli jednorodny odcinek AB podzielimy w punkcie C przez pół, możemy powiedzieć, że punkt C jest ośrodkiem symetrji danego układu /odcinka AB/, zatem, zgodnie z $ 93, p.V punkt C jest środkiem ciężkości odcinka AB

95. Znaleźć środek ciężkości LINJI ŁAMANEJ. Aby wyznaczyć środek ciężkości linji łamanej

$ABCDE$ /rys.73/ postępujemy tak: Linję daną, uważaną jako ciężką, dzielimy na odcinki proste AB, BC, CD, DE. Środki ciężkości tych odcinków, jeśli linja jest jednostajnie ciężka, będą w połowie długości każdego z nich. Przyłóżmy do tych środków $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ siły P_1 P_2, P_3, P_4, — przedstawiające

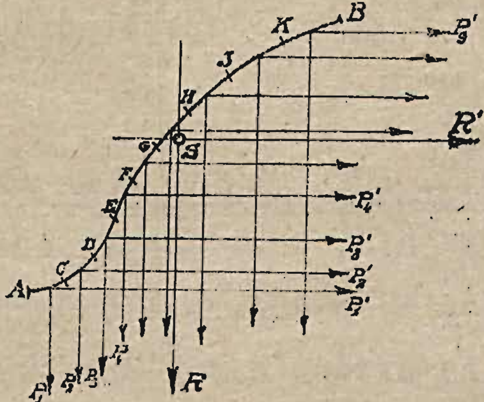


RYS. 73.

ciężary odcinków. Ponieważ siły te są proporcjonalne do długości odcinków, przeto możemy te długości przyjąć wprost, jako wartości samych sił P_1, P_2, P_3, P_4. Wyznaczmy następnie środek tych sił, opierając się na §§ 88 i 89. Znaleziony środek sił będzie szukanym środkiem ciężkości linji łamanej.

96. **ŚRODEK CIĘŻKOŚCI LINJI KRZYWEJ.** Wyznaczmy środek ciężkości łuku AB krzywej, przedstawionej na rys. 74.

W tym celu uważając, że łuk AB jest jedno-



RYS. 74.

stajnie ciężki dzielimy go na szereg części, które niewiele różnią się od odcinków prostych i w środku każdego z nich przykładamy ciężar jego

Tak więc otrzymujemy układ sił

$$P_1, P_2, P_3, \ldots\ldots, P_9,$$

Następnie wyznaczamy za pomocą wieloboku sznurowego wypadkową sił $P_1, P_2, \ldots\ldots$ Przypuśćmy, że będzie nią siła R

Obracamy teraz każdą z sił $P_1, P_2, \ldots\ldots$ około jej punktu przyłożenia o 90° i w tem nowem położeniu wyznaczamy wypadkową. Oznaczmy ją przez R'. Punkt S, w którym przecina się R' z wypadkową R jest, na zasadzie § 90, szukanym środkiem ciężkości.

Ponieważ siły $P_1, P_2, \ldots$ są proporcjonalne do długości odcinków $AC, CD, DE,$ i t.d., możemy przyjąć, że siły te wyrażają się temi właśnie odcinkami. W wieloboku sił możemy zatem odkładać zamiast sił $P_1, P_2, \ldots$ wprost długości odcinków $AB, BC, \ldots$.

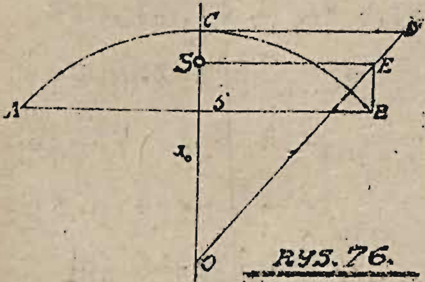
97. ŚRODEK CIĘŻKOŚCI ŁUKU OKRĘGU KOŁA /rys. 76/, wyznaczamy wykreślnie, korzystając przedewszystkiem z twierdzenia, podanego w § 93 - I i IV. Powiemy więc, że środek ciężkości łuku AB znajdzie się na prostej OC prostopadłej do cięciwy. Odległość tego środka od punktu obliczymy ze wzoru:

$$x_0 = \frac{r \cdot c}{l}$$

gdzie x_0 oznacza odległość szukanego środka ciężkości S od środka okręgu, r - promień okręgu, c - długość cięciwy rozważanego łuku, a l - długość tego łuku *).

*) Wzór przytoczony otrzymamy na zasadzie twierdzenia, że moment wypadkowej równa się sumie momentów sił składowych. Moment którejkolwiek składo-

Rys. 75.



RYS. 76.

Aby znaleźć punkt S wykreślnie, odkładamy na stycznej do łuku w punkcie C odcinek CD równy $\frac{l}{2}$, łączymy punkt D ze środkiem O, a przez punkt B prowadzimy równoległą do OC. Z punktu E przecięcia się prostych OD i BE prowadzimy równoległą do stycznej CD; w przecięciu z promieniem OC otrzymamy szukany środek ciężkości S.

Wzór powyższy otrzymamy z podobnych trójkątów OSE i OCD

---

wej względem y:

$$=r.d\varphi.x = r.d\varphi.r\cos\varphi = r^2\cos\varphi.d\varphi$$

Suma momentów wszystkich składowych:

$$=\int_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} r^2\cos\varphi.d\varphi = 2r^2\sin\frac{\alpha}{2}$$

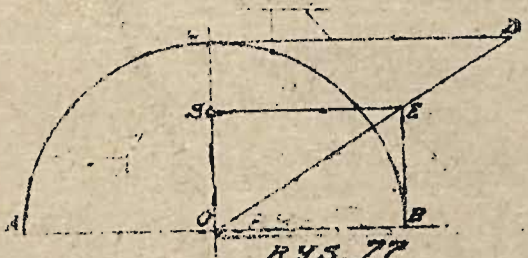
Moment wypadkowej $= r.\alpha.x_0$; zatem

$$2r^2\sin\frac{\alpha}{2} = r.\alpha.x_0$$

stąd

$$x_0 = \frac{2r\sin\frac{\alpha}{2}}{\alpha} = \frac{c}{\alpha} = \frac{c.r}{l}$$

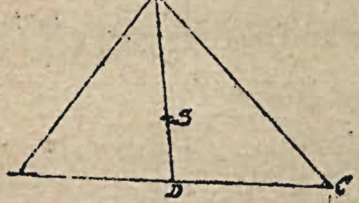
98. Szczególny przypadek poprzedniego przykładu otrzymamy, kiedy będzie do znalezienia ŚRODEK CIĘŻKOŚCI PÓŁOKRĘGU. Sposób wyznaczenia tego środka ciężkości pokazany jest na rys. 77. Odcinek $CD = \frac{1}{2}$ długości półokręgu $= \frac{\pi . r}{2} = \frac{11}{7} r$.



RYS. 77

Oznaczenia są takie same, jak na rys. 76

99. ŚRODEK CIĘŻKOŚCI POLA TRÓJKĄTA ABC /rys. 78/ wyznaczymy, odmierzając na którejkolwiek środkowej /np. BD/ odcinek $BS = \frac{2}{3} BD$. Punkt S jest szukanym środkiem ciężkości. Dowodzenie tego jest znane z kursu geometrji elementarnej.



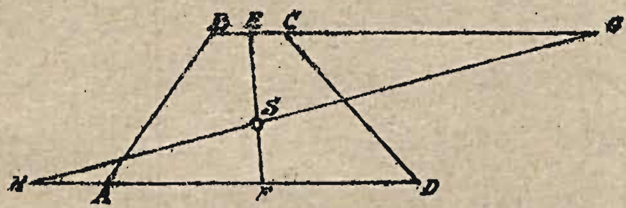
RYS. 78

100. ŚRODEK CIĘŻKOŚCI POLA TRAPEZU.

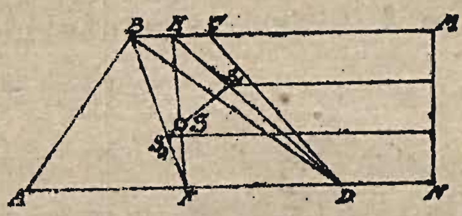
SPOSÓB I-szy /rys. 79/

Przedłużamy podstawę BC w prawo i odmierzamy odcinek $CG = AG$ następnie przedłużamy podstawę

AD w lewo i odmierzamy odcinek $AH = BC$. Prosta GH, łącząca otrzymane stąd punkty G i H przecina się ze środkową EF w punkcie S, który jest szukanym środkiem ciężkości. Dowodzenie powyższego jest znane z geometrji elementarnej.



rys. 79.

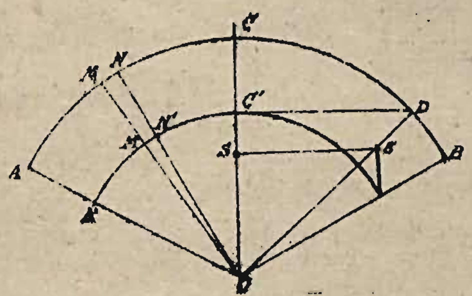


rys. 80.

101. SPOSÓB 2-gi /rys.80/. Dzielimy dany trapez na dwa trójkąty zapomocą przekątnej BD i wyznaczamy według § 99 środek ciężkości każdego z nich z osobna. W przecięciu się prostej S_1S_2, łączącej te środki ciężkości ze środkową EF, otrzymamy szukany środek ciężkości trapezu S.

Wysokość MN, podzielona na 3 równe części, ułatwia odmierzenie na środkowych ED i BF odcinków ES_1 i FS_2, równych $\frac{1}{3}ED$ i $\frac{1}{3}BF$.

102. ŚRODEK CIĘŻKOŚCI WYCINKA KOŁA Rys.81/. Dzielimy dany wycinek $ACBO$ na szereg wycinków elementarnych. Jednym z nich niech będzie OMN. Można przyjąć, że ciężar takiego wycinka, jako bardzo nieznacznie różniącego się od trójkąta, jest skupiony w środku łuku $M'N'$, odległego od łuku MN o $\frac{1}{3}$ promienia OM. To samo dotyczy każdego innego wycinka elementarnego.

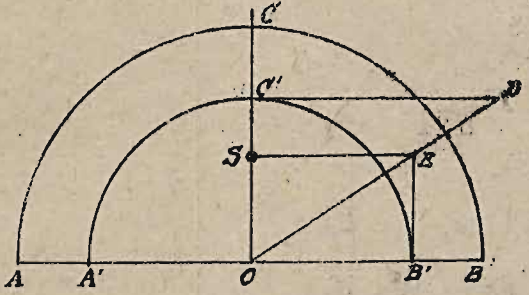


RYS. 81.

Stąd wynika, że ciężar całego wycinka AOB można przyjąć jakgdyby skupiony na łuku $A'C'B'$ o promieniu $= \frac{2}{3} OM$.

Oczywiście środek ciężkości $/S/$ łuku $A'C'B'$ będzie jednocześnie środkiem ciężkości danego wycinka. Zadanie nasze sprowadziliśmy więc do rozwiązanego już w § 97.

103. Podobnie postępujemy przy wyznaczeniu ŚRODKA CIĘŻKOŚCI PÓŁKOLA /rys.82/. Jest to oczy



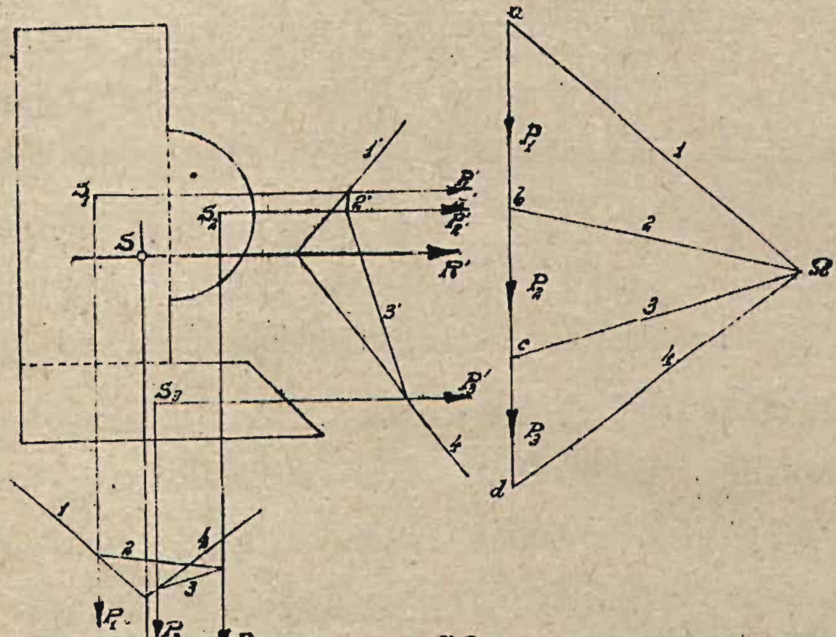
RYS. 82.

wiście szczególny przypadek zadania poprzedniego.

104. ŚRODEK CIĘŻKOŚCI DOWOLNEGO POLA PŁASKIEGO. Aby wyznaczyć środek ciężkości pola, przedstawionego na rys. 83, dzielimy je na kilka, w danym przypadku na 3 części: prostokąt, trapez i półkole; wyznaczamy środki ciężkości każdej z nich, w środkach tych przykładamy siły równoległe, proporcjonalne do odpowiednich pól, i wyznaczamy wypadkową R tych sił.

Następnie obracamy każdą z sił około odpowiedniego środka ciężkości o 90^0 i znowu wyznaczamy wypadkową R'. Punkt S przecięcia się wypadkowych R i R' jest szukanym środkiem ciężkości.

Zauważmy, że do wyznaczenia wypadkowej R' nie potrzeba budować nowego wieloboku sił; należy tylko pamiętać, że promienie tego wieloboku

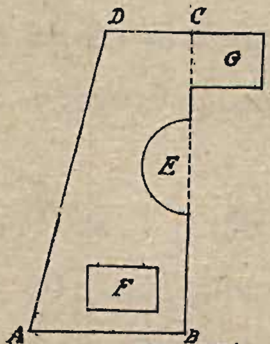


RYS. 83.

są prostopadłe do odpowiednich promieni poprzedniego wieloboku sił, za pomocą którego wyznaczyliśmy wypadkową R, w założeniu, że biegun Ω nie zmieni swego położenia względem odcinka ad.

105. ŚRODEK CIĘŻKOŚCI POLA "Z WYKROJAMI".

Niech dane będzie pole, przedstawione na rys 84

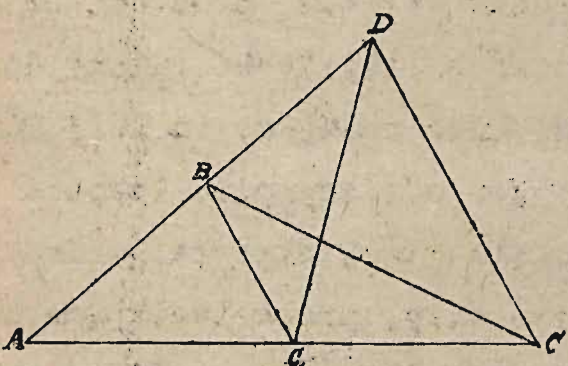


Rys. 84.

Aby wyznaczyć środek ciężkości takiego pola, najdogodniej będzie uważać je jako: pole $ABCD$ + pole G — pole E - pole F. Obliczywszy wartości tych pól, należy je następnie traktować jako siły, które będą przyłożone w środkach ciężkości poszczególnych pól: trapezu $ABCD$, prostokątów F i G i półkola E. Siły te kierujemy do siebie równolegle, lecz nadajemy im LOTY RÓŻNE: siły, przedstawiające ciężary pól: trapezu $ABCD$ i prostokąta G, otrzymać winny lot w jedną stronę, zaś siły, przedstawiające pola prostokąta F i półkola E - w stronę przeciwną. Dla takiego układu sił przy jednym ich kierunku szukamy wypadkowej, następnie siły obracamy o 90^0 /wszystkie w jedną i tę samą stronę/ i szukamy nowej wypadkowej. Punkt przecięcia się otrzymanych wypadkowych wskaże środek ciężkości zadanego pola.

106. RÓWNOWAŻNOŚĆ WIELOBOKÓW. Przekształcanie wieloboków na równoważne im trójkąty znajduje częste zastosowanie przy rozwiązywaniu zagadnień statycznych. Z tego względu podajemy tu kilka ważniejszych przypadków tego przekształcenia, jakkolwiek sprawa ta należy właściwie do geometrji.

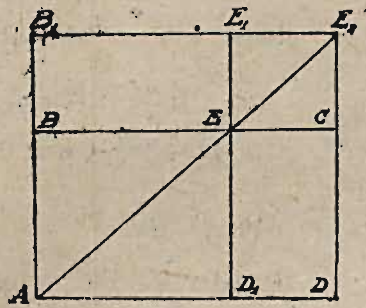
PRZEKSZTAŁCENIE TRÓJKĄTA. Dany jest trójkąt ABC /rys.85/; należy przekształcić go na równoważny mu trójkąt o podstawie zadanej $= AC_1$.



RYS. 85.

W tym celu łączymy punkty B i C i przez wierzchołek C prowadzimy prostą, równoległą do BC_1. Punkt D przecięcia się tej prostej z przedłużeniem boku AB łączymy z punktem C_1. Otrzymamy trójkąt ADC_1, który jest trójkątem szukanym. W istocie: trójkąty ABC i ADC_1 mają część ABC_1 wspólną, zaś pozostałe części; BCC_1 i BDC_1 mają pola równe /podstawa BC_1 jest wspólna, wysokości zaś [illegible] ...ne

107. PRZEKSZTAŁCENIE PROSTOKĄTA. Dany jest prostokąt $ABCD$/rys.86/; należy przekształcić go na równoważny mu prostokąt, którego jeden z boków jest zadany i $= AD_1$.



RYS. 86.

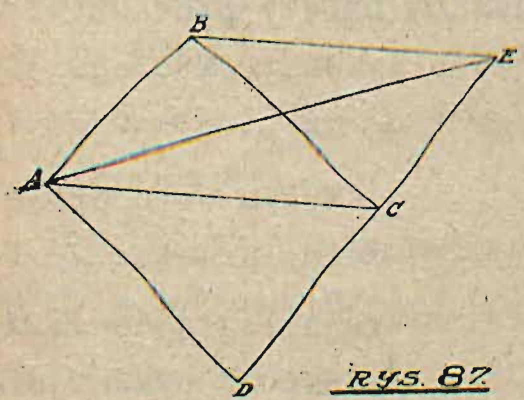
W tym celu prowadzimy prostą D_1E równoległą do AB; punkt E przecięcia się jej z bokiem BC łączymy z wierzchołkiem A. Przedłużamy następnie bok CD i prostą AE i przez punkt E_2 przecięcia się ich prowadzimy prostą E_2B_1 równolegle do AD. Otrzymamy stąd szukany prostokąt $AD_1E_1B_1$. Jest to słuszne, gdyż

$$\frac{AD_1}{AD} = \frac{D_1E}{DE_2} = \frac{CD}{D_1E_1},$$

a więc

$$AD.CD = AD_1.D_1E_1. -$$

108. PRZEKSZTAŁCENIE CZWOROKĄTA. Dany jest dowolny czworokąt $ABCD$/rys.87/; należy go przekształcić na równoważny mu trójkąt, posiadający z tym czworokątem wspólny bok AD.



Rys. 87

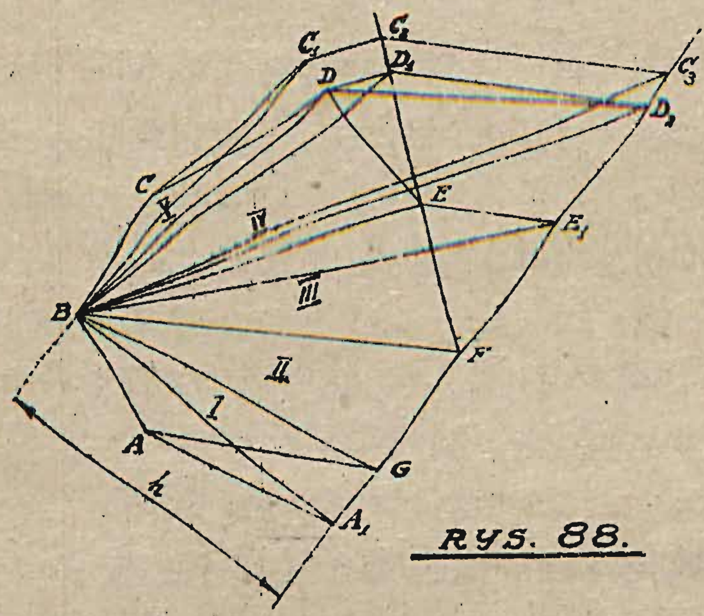
W tym celu dzielimy czworokąt na dwa trójkąty zapomocą przekątnej AC; przez wierzchołek B prowadzimy do niej równoległą, a punkt E przecięcia się tej równoległej z przedłużeniem boku CD łączymy z wierzchołkiem A. Otrzymamy stąd trójkąt szukany ADE.

Dowieść tego można podobnie, jak w § 106.

109. PRZEKSZTAŁCENIE DOWOLNEGO WIELOBOKU.

Dany jest dowolny wielobok $ABCDEG$/rys.88/; należy go podzielić na szereg trójkątów, któreby miały wspólną wysokość, zaś podstawy niech będą na prostej GF.

W tym celu dzielimy dany wielobok na trójkąty zapomocą przekątnych, wychodzących naprz. z wierzchołka B. Trójkąty te są oznaczone na rys.88 przez I, II, III, IV, V; pola ich oznaczymy odpowiednio przez $F_I, F_{II}, F_{III}, F_{IV}, F_V$.



RYS. 88.

Trójkąt I przekształcimy, prowadząc prostą AA_1 równolegle do BG i łącząc punkty B i A_1. Jest rzeczą oczywistą, że pole $\triangle A_1BG$ jest równe polu $\triangle ABG$, a więc $= F_I$.

Trójkąta II nie ma potrzeby przekształcać, gdyż odpowiada wymaganym warunkom.

Trójkąt III przekształcimy podobnie, jak $\triangle I$: przez punkt E prowadzimy równoległą EE_1 do przekątnej BF, poczem łączymy punkty B

i E. Trójkąt FBE_1 posiada takie samo pole, jak $\triangle FBE$, a więc $= F_{III}$. Wobec tego mamy: $F_I : F_{II} : F_{III} = A_1G : GF : FE_1$.

Trójkąt IV zastępujemy naprzód przez równoważny trójkąt BED_1, posiadający bok ED_1 na prostej FE. Następnie przez punkt D_1 prowadzimy prostą D_1D_2, równoległą do EE_1 i punkt D_2 łączymy z B. Otrzymamy stąd trójkąt E_1BD_2. Z trójkątów BEF i BED_1 mamy: $F_{III} : F_{IV} = EF : ED_1$, następnie z trójkątów FEE_1 i FD_1D_2: $EF : ED_1 = FE_1 : E_1D_2$, zatem $F_{III} : F_{IV} = FE_1 : E_1D_2$. Stosunek ostatni razem z poprzedniemi daje: $F_I : F_{II} : F_{III} : F_{IV} = A_1G : GF : FE_1 : E_1D_2$.–

Podobnie postępujemy z trójkątem V: zastępujemy go przez równoważny trójkąt DBC_1, mający bok DC_1 na prostej ED, prowadzimy prostą C_1C_2, równolegle do DD_1, a przez punkt C_2 przecięcia się jej z prostą FE – równoległą do D_1D_2 /a więc i do EE_1/; w przecięciu się z prostą GF otrzymamy punkt C_3; łącząc go z wierzchołkiem B, znajdziemy trójkąt D_2BC_3.

Wobec równych wysokości trójkątów BED i BDC_1 możemy napisać:

$$F_{IV} : F_{V} = ED : DC_1 \quad ,$$

a że

$$ED : DC_1 = ED_1 : D_1 C_2 \quad ,$$

więc

$$F_{IV} : F_{V} = ED_1 : D_1 C_2 \quad .-$$

Ponieważ

$$ED_1 : D_1 C_2 = E_1 D_2 : D_2 C_3 \quad ,$$

więc

$$F_{IV} : F_{V} = E_1 D_2 : D_2 C_3 \quad .-$$

Z zestawienia ostatniego stosunku razem z poprzedniemi wypadnie ostatecznie:

$$F_{I} : F_{II} : F_{III} : F_{IV} : F_{V} = A_1 G : GF : FE_1 : E_1 D_2 : D_2 C_3 \, .$$

Jeżeli oznaczymy przez h wspólną wysokość trójkątów A_1BG, GBF, FBE, E_1BD_2 i D_2BC_3 wówczas

$$F_{I} : F_{II} : F_{III} : F_{IV} : F_{V} = A_1 G \cdot \frac{h}{2} : GF \cdot \frac{h}{2} : FE_1 \cdot \frac{h}{2} : E_1 D_2 \cdot \frac{h}{2} : D_2 C_3 \cdot \frac{h}{2}$$

Ponieważ $GF \cdot \frac{h}{2} = F_{II}$,

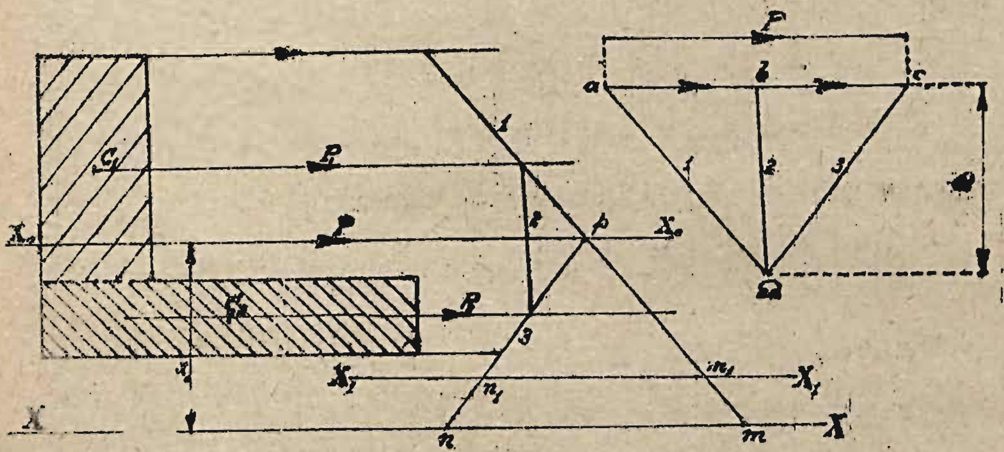
więc :

$$A_1 G \cdot \frac{h}{2} = F_{I} \quad ; \quad FE_1 \cdot \frac{h}{2} = F_{III}$$

$$E_1 D_2 \cdot \frac{h}{2} = F_{IV} \quad ; \quad D_2 C_3 \cdot \frac{h}{2} = F_{V}$$

zatem pole wieloboku $ABCDEFG = \frac{1}{2} h (A_1 G + GF + FE_1 + E_1 D_2 + D_2 C_3) = \frac{1}{2} h \cdot A_1 C_3 =$ polu trójkąta $A_1 B C_3$.

110. MOMENT STATYCZNY POLA. MOMENTEM STATYCZNYM POLA WZGLĘDEM DOWOLNEJ OSI NAZYWAMY ILOCZYN Z TEGO POLA PRZEZ ODLEGŁOŚĆ JEGO ŚRODKA CIĘŻKOŚCI OD TEJ OSI. Pokażemy na przykładzie, w jaki sposób wykreślnie wyznaczają się momenty statyczne pól. Przypuśćmy, że mamy znaleźć moment statyczny przekroju kątownika



RYS. 89.

/rys.89/ względem osi XX . W tym celu dzielimy dane pole na prostsze pola, w naszym przykładzie, na dwa prostokąty i do środka ciężkości każdego z nich przykładamy siły P_1 i P_2 , proporcjonalne do odpowiednich pól cząstkowych i równoległe do osi XX . Moment statyczny tych wielkości /sił/ względem osi XX będzie równocześnie momentem statycznym danego pola względem tej osi. Wyznaczymy go sposobem, wyłożonym w § 50: budujemy więc wielobok sił, o dowolnym biegunie Ω oraz odpowiedni wielobok sznurowy. Jeżeli pierwszy i ostatni bok tego wieloboku przecina oś XX w punktach m i n, a odległość biegunowa jest = ω, wówczas szukany moment statyczny, według wymienionego paragrafu, otrzymamy:

$$M_s = mn \cdot \omega$$

Łatwo dostrzedz, że wynik nie zależy od te-.., na ile części dzielimy zadane pole; gdyż moment statyczny zależy wyłącznie od wartości odcinka mn, odciętego na osi XX przez pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego; a te boki, przecież, zostaną bez zmiany, niezależnie od tego, na ile części dane pole podzielimy.

Za pomocą tego samego wieloboku sznurowego można wyznaczyć również momenty statyczne względem innych osi, równoległych do XX. Np. moment statyczny względem osi X_1X_1 wynosi $\overline{m_1n_1} \cdot \omega$ i t.d.

111. Z rysunku też wprost wynika, że MOMENT STATYCZNY POLA WZGLĘDEM OSI X_0X_0, PRZECHODZĄCEJ PRZEZ ŚRODEK CIĘŻKOŚCI DANEGO POLA, JEST RÓWNY ZERU

ROZDZIAŁ VI.

MOMENT BEZWŁADNOŚCI.

112. MOMENT BEZWŁADNOŚCI SIŁ RÓWNOLEGŁYCH.

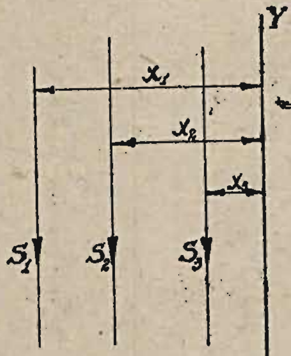
Momentem bezwładności sił S_1, S_2, S_3 względem osi YY rys. 90/ umówimy się nazywać sumę iloczynów z tych sił przez kwadraty ich odległości od osi YY. Przyjmować będziemy, że siły i oś YY są zawsze do siebie równoległe.

Jeśli więc oznaczymy ów moment przez J_y, a odpowiednie odległości przez x_1, x_2, x_3, otrzymamy:

$$J_y = S_1 . x_1^2 + S_2 . x_2^2 + S_3 . x_3^2$$

Poznamy dwa sposoby wykreślnego wyznaczania momentów bezwładności sił, mianowicie sposób Culmanna i sposób Mohra.

113. SPOSÓB CULMANNA wyznaczmy dla przykładu



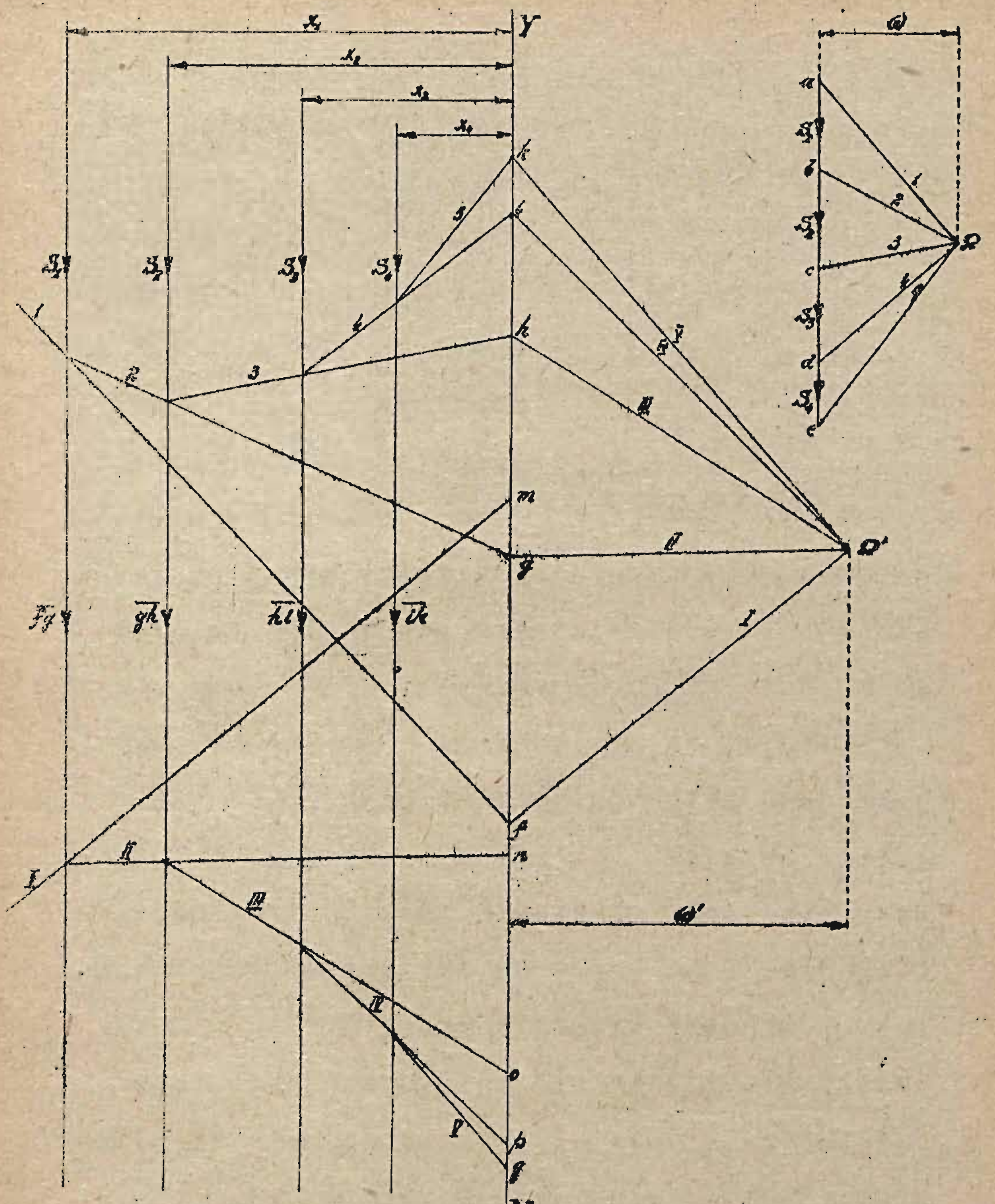
Rys. 90.

moment bezwładności J_y 4 sił równoległych: S_1, S_2, S_3, S_4 względem dowolnej osi YY /rys.91/. W tym celu budujemy dla tych sił wielobok o dowolnym biegunie Ω z odległością biegunową ω. Następnie wykreślamy odpowiedni wielobok sznurowy, a punkty przecięcia się kolejnych boków tego ostatniego z osią YY oznaczmy literami f, g, h, i, k.

Uważajmy, dalej, odcinki $\overline{fg}, \overline{gh}, \overline{hi}, \overline{ik}$ jako nowe siły, działające według tych samych linij, co siły S_1, S_2, S_3, S_4 i zbudujmy dla nich nowy wielobok o biegunie Ω' z odległością biegunową ω' oraz odpowiedni wielobok sznurowy. Oznaczmy wreszcie przez m, n, o, p, q punkty przecięcia się kolejnych boków tego ostatniego z osią YY i zobaczmy, jakie znaczenie mają odcinki $\overline{mn}, \overline{no}, \overline{op}, \overline{pq}$.

W myśl § 112 możemy napisać:

$$J_y = S_1 \cdot x_1^2 + S_2 \cdot x_2^2 + S_3 \cdot x_3^2 + S_4 \cdot x_4^2 \quad \ldots \ldots (1)$$



RYS. 91.

albo

$$J_y = S_1 . x_1 . x_1 + S_2 . x_2 . x_2 + S_3 . x_3 . x_3 + S_4 . x_4 . x_4 \quad . \ . \ . \ (2)$$

Iloczyny $S_1 . x_1$, $S_2 . x_2$, $S_3 . x_3$, $S_4 . x_4$ są to momenty statyczne sił S_1, S_2, S_3, S_4 względem osi YY. Zatem, na zasadzie § 50 będzie:

$$S_1 . x_1 = \overline{fg} . \omega$$
$$S_2 . x_2 = \overline{gh} . \omega$$
$$S_3 . x_3 = \overline{hi} . \omega$$
$$S_4 . x_4 = \overline{ik} . \omega$$

Podstawiając te wartości w równanie (2) otrzymamy:

$$J_y = \omega (\overline{fg} . x_1 + \overline{gh} . x_2 + \overline{hi} . x_3 + \overline{ik} . x_4) \quad . \ . \ . \ . \ (3)$$

Iloczyny $\overline{fg} . x_1$, $\overline{gh} . x_2$, $\overline{hi} . x_3$, $\overline{ik} . x_4$ są to znów momenty statyczne wielkości, wyrażonych odcinkami $\overline{fg}, \overline{gh}, \overline{hi}, \overline{ik}$ względem osi Y. Zatem

$$\overline{fg} . x_1 = \overline{mn} . \omega'$$
$$\overline{gh} . x_2 = \overline{no} . \omega'$$
$$\overline{hi} . x_3 = \overline{op} . \omega'$$
$$\overline{ik} . x_4 = \overline{pq} . \omega'$$

Gdy podstawimy te wartości w (3) znajdziemy:

$$J_y = \omega . \omega' (\overline{mn} + \overline{no} + \overline{op} + \overline{pq}) = \omega . \omega' . \overline{mq}$$

Z wzoru tego wynika, że SZUKANY MOMENT BEZWŁADNOŚCI SIŁ S_1, S_2, S_3, S_4 WZGLĘDEM OSI YY JEST RÓWNY ILOCZYNOWI ODLEGŁOŚCI BIEGUNOWYCH ω I ω' DWÓCH WIELOBOKÓW SIŁ, POMNOŻONEMU PRZEZ WARTOŚĆ ODCINKA mq, OTRZYMANEGO MIĘDZY PUNKTAMI PRZECIĘCIA SIĘ Z OSIĄ YY PIERWSZEGO I OSTATNIEGO BOKU WTÓRNEGO WIELOBOKU SZNUROWEGO.

114. SPOSÓB MOHRA. Na rys. 92 mamy wyznaczony moment bezwładności sił S_1, S_2, S_3, S_4 względem osi YY sposobem Mohra.

Budujemy naprzód wielobok sił $S_1 S_2 S_3 S_4$, obieramy biegun Ω o odległości biegunowej $= \omega$ i wykreślamy odpowiedni wielobok sznurowy.

Punkty przecięcia się kolejnych boków tego ostatniego z osią YY oznaczmy literami f, g, h, i, k.

Na zasadzie § 112 jest:

$$J_y = S_1 . x_1^2 + S_2 . x_2^2 + S_3 . x_3^2 + S_4 . x_4^2 \quad . . . . (1),$$

albo

$$J_y = S_1 . x_1 . x_1 + S_2 . x_2 . x_2 + S_3 . x_3 . x_3 + S_4 . x_4 . x_4 \quad . . . (2).$$

Iloczyny zaś $S_1 . x_1, \ldots, S_4 . x_4$ są to momenty statyczne sił $S_1, \ldots, S_4$ względem osi YY zatem

$$S_1 . x_1 = \overline{fg} . \omega$$
$$S_2 . x_2 = \overline{gh} . \omega$$
$$S_3 . x_3 = \overline{hi} . \omega$$
$$S_4 . x_4 = \overline{ik} . \omega$$

Podstawiamy to w (2)

$$J_y = \omega (\overline{fg} . x_1 + \overline{gh} . x_2 + \overline{hi} . x_3 + \overline{ik} . x_4)$$

Iloczyny $\overline{fg} . x_1, \overline{gh} . x_2, \overline{hi} . x_3, \overline{ik} . x_4$ są odpowiednio równe podwójnym polom trójkątów flg, gmh, hni, iok. Oznaczmy te pola przez F_1, F_2, F_3, F_4. Wówczas będzie:

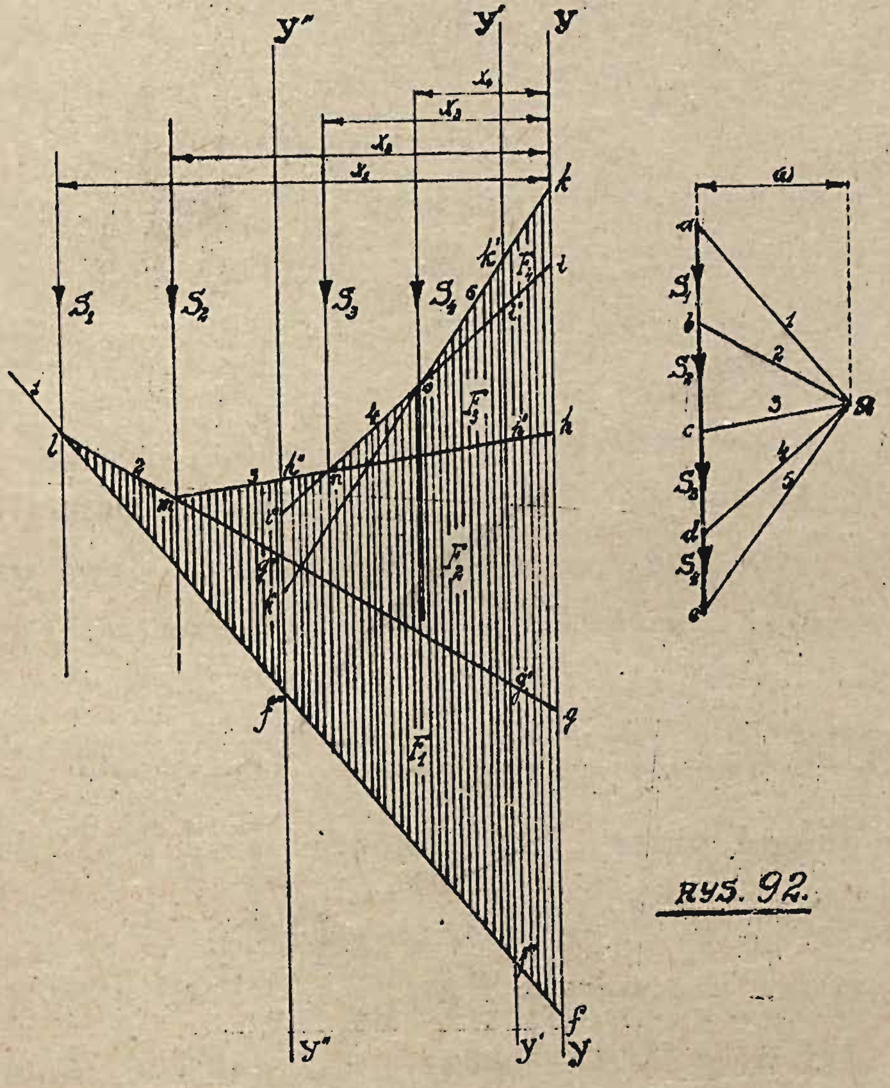
$$J_y = \omega (2F_1 + 2F_2 + 2F_3 + 2F_4) = 2\omega . (F_1 + F_2 + F_3 + F_4)$$

Jeżeli przez F oznaczymy pole wieloboku $flmnok$ wówczas:

$$\underline{J_y = 2\omega . F}$$

Tak więc SZUKANY MOMENT BEZWŁADNOŚCI JEST RÓWNY PODWÓJNEMU ILOCZYNOWI Z ODLEGŁOŚCI BIEGUNOWEJ ω PRZEZ POLE FIGURY, ZAWARTEJ MIĘDZY OSIĄ YY, WIELOBOKIEM SZNUROWYM I SKRAJNEMI JEGO BOKAMI.

Pole to jest na rys. 92 zakreskowane.



RYS. 92.

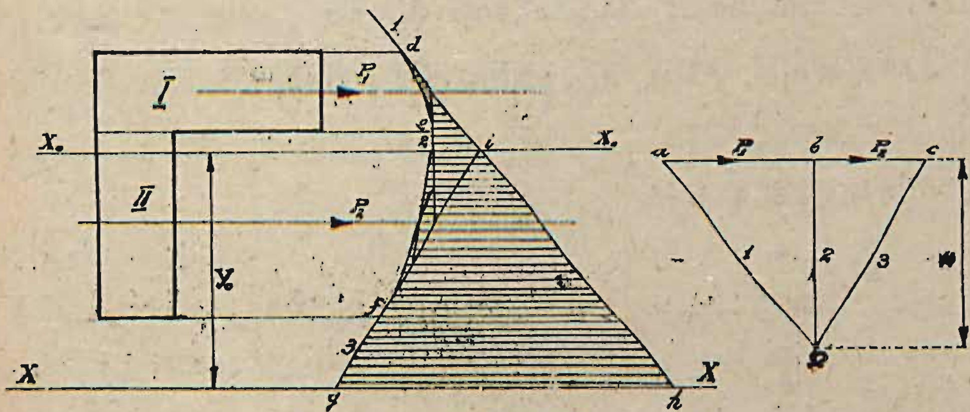
115. Przy pomocy wykreślonego wieloboku sznurowego możemy z łatwością wyznaczyć momenty bezwładności tych samych sił względem innych osi, równoległych do *YY*. Np. moment bezwładności zadanych sił względem osi $Y'Y'$ jest równy podwójnemu iloczynowi z odległości biegunowej przez pole figury $f'lmnok'$, a moment względem osi $Y''Y''$ wynosi

$$2\omega \cdot \text{pole figury } f''lmnok'' .-$$

Rozpatrując wartości pól F przy różnych położeniach osi, dojdziemy do wniosku, że MOMENT BEZWŁADNOŚCI JEST NAJMNIEJSZY, GDY OŚ PRZECHODZI PRZEZ ŚRODEK SIŁ S_1, S_2, S_3, S_4 t.j. WZDŁUŻ WYPADKOWEJ TYCH SIŁ.

116. MOMENT BEZWŁADNOŚCI PÓL. Znajdziemy dla przykładu moment bezwładności pól przekroju kątownika /rys.93/ względem osi XX, stosując sposób MOHRA.

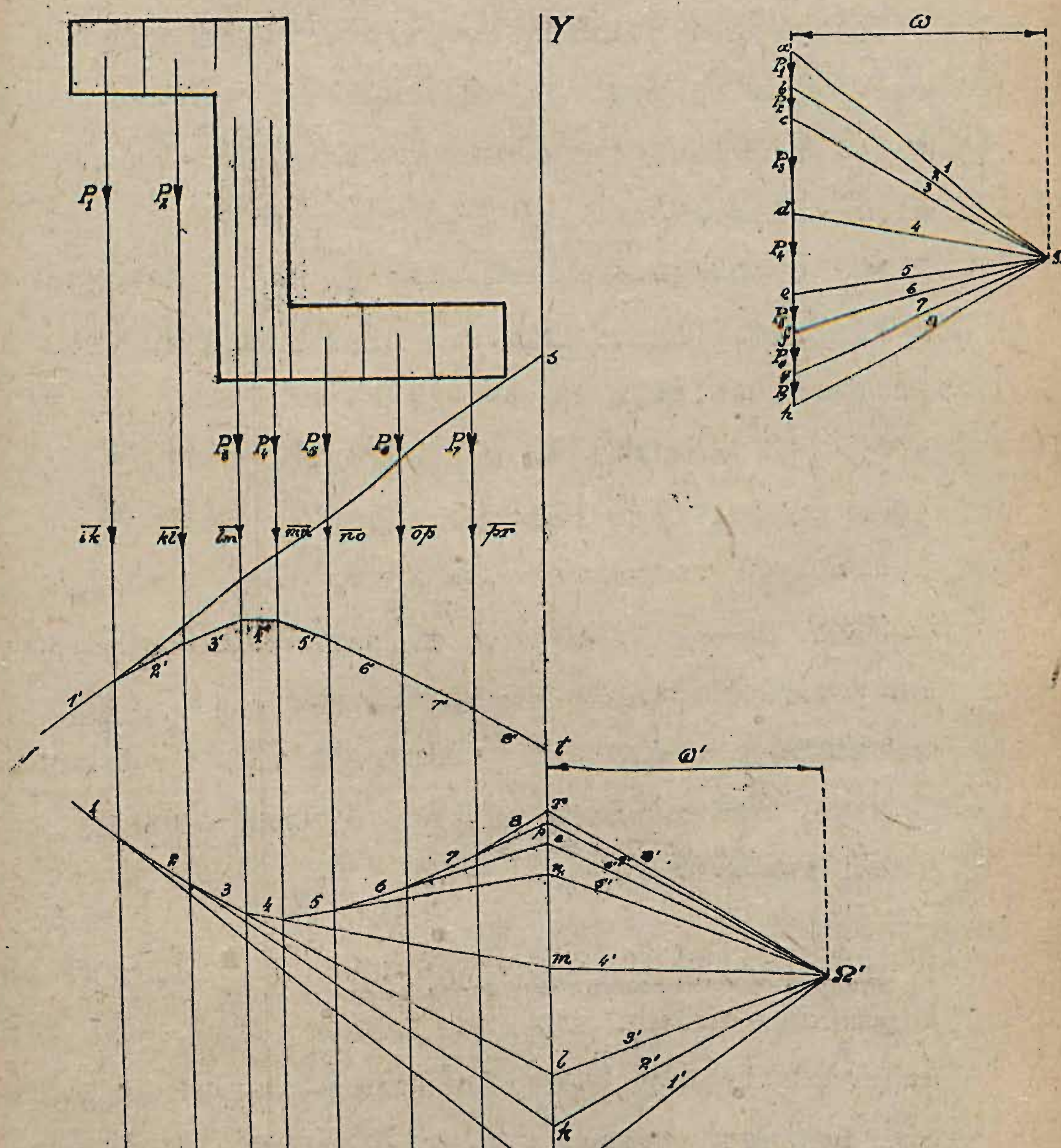
W tym celu dzielimy pole kątownika prostą, RÓWNOLEGŁĄ DO OSI XX na dwa prostokąty / I i II /; przyjmujemy, że do środka ciężkości każdego z nich jest przyłożona siła proporcjonalna do odpowiedniego pola i równoległa do osi XX. Dla sił tych budujemy wielobok z odległością biegunową równą ω oraz wielobok sznurowy. W wieloboku tym należy zbudować parabolę pomiędzy punktami d, e i e, f, albowiem mamy w danym razie do czynienia właściwie nie z siłami skupionemi, lecz ciągłemi. Pole, zawarte pomiędzy osią XX, a linją sznurową $gfed$ i bokami skrajnemi gf i dh, pomnożone przez 2ω jest równe szukanemu momentowi. Najmniej-



RYS. 93.

szy moment bezwładności, oczywiście, otrzymamy względem osi X_oX_o, przechodzącej przez środek ciężkości pola /§ 115/.

117. Na rys. 94 jest wyznaczony moment bezwładności zetownika względem osi YY sposobem CULMANNA. Pole zetownika należy podzielić w tym razie na pewną liczbę części prostemi równoległemi do osi, przyczem dokładność obliczenia jest tem większa, im liczba części podziału jest większa.



RYS. 94.

W środku ciężkości każdego pola przykładamy siłę, proporcjonalną do pola i równoległą do osi, a dalej postępujemy zupełnie tak samo, jak w przykładzie, rozpatrzonym w § 113. Budujemy więc wielobok sił $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_7$ o biegunie $\mathfrak{O}$ i odległości biegunowej ω, następnie wykreślamy odpowiedni wielobok sznurowy, którego boki odcinają na osi YY odcinki $\overline{ik}, \overline{kl}, \overline{lm}, \ldots \overline{pr}$. Odcinki te uważamy jako siły, działające wzdłuż tych samych linij, co $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_7$ i dla tych nowych sił budujemy nowy wielobok /odleg. bieg. = ω' / oraz odpowiedni wielobok sznurowy /wtórny/. Niech skrajne boki tego ostatniego wieloboku przecinają oś w punktach s i t; wówczas szukany moment wynosi

$$J_y = \omega.\omega'. \overline{st}.$$

118. SKALA MOMENTÓW BEZWŁADNOŚCI. Moment bezwładności układu sił, względnie pola, jako iloczyn z siły, czy też pola przez kwadrat odległości, posiada wymiar $kg.m^2 (kg.cm^2)$, jeśli mówimy o momencie bezwładności pola. Wymiar będzie $m^2.m^2 = m^4$ (cm^4).—

Przy wyznaczaniu momentu sposobem Culmanna skale, przy których pomocy mierzymy odległości biegunowe ω, ω' oraz odcinek $\overline{mq}$ /por. § 113/ powinny być tak obrane, aby iloczyn wymiarów tych wielkości dał $kg.m^4 (kg\,cm^4)$ albo $m^4 (cm^4)$. Wobec powyższego KONIECZNE JEST MIERZENIE DWÓCH KTÓRYCHKOLWIEK ODCINKÓW W SKALI DŁUGOŚCI I JEDNEGO W SKALI SIŁ /względnie w skali pól/.

Stosując sposób Mohra, znajdziemy moment bezwładności, jako iloczyn $2\omega F$. Tu mamy do wyboru: albo 1/ ω mierzyć w skali sił /lub pól/, a poszczególne odcinki, służące do wyznaczenia pola F - w skali długości, albo 2/ ω - w skali długości, a wtedy wymiar pola będzie kgm /albo m^3/, to znaczy, że odcinki do wyznaczenia pola F, równoległe do sił, należy mierzyć w skali sił /lub pól/, zaś odcinki prostopadłe do tamtych - w skali długości, lub też odwrotnie.

Najdogodniej będzie mierzyć ω W SKALI SIŁ /WZGLĘDNIE PÓL/, ZAŚ ODCINKI DO WYZNACZENIA POLA F W SKALI DŁUGOŚCI.

119. W końcu § 115 powiedziano, że najmniejszy moment bezwładności jest wówczas, kiedy oś przechodzi przez środek ciężkości danej figury.

Zwracając się do rys. 93 łatwo wskazać zależność między momentami bezwładności, obliczonemi jeden względem osi X_oX_o, przechodzącej przez środek ciężkości danego pola i drugi względem dowolnej osi XX, równoległej do poprzedniej. Oznaczmy pierwszy moment przez $\mathfrak{J}_o$, drugi przez $\mathfrak{J}_x$. Z poprzedniego wiemy, że $\mathfrak{J}_x = 2\omega . F$, gdzie F jest pole figury $defghd$. Pole to możemy uważać jako sumę dwóch pól: $deficd = F_o$ i $gih = F_1$. Wówczas

$$\mathfrak{J}_x = 2\omega(F_o + F_1) = 2\omega F_o + 2\omega F_1$$

$2\omega F_o$ jest to moment bezwładności pola zadanej figury względem osi X_oX_o, zatem $= \mathfrak{J}_o$, a więc

$$\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_o + 2\omega . F_1 ;$$

Z trójkątów $a\Omega c$ i ghi znajdziemy:

$$\frac{P_1 + P_2}{\omega} = \frac{gh}{y_o}, \text{ stąd } \omega = \frac{(P_1 + P_2) . y_o}{gh}$$

następnie $F_1 = \frac{1}{2} gh . y_o$, zatem

$$\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_o + 2 \cdot \frac{P_1 + P_2}{gh} . y_o \cdot \frac{1}{2} gh . y_o = \mathfrak{J}_o + (P_1 + P_2) y_o^2$$

Ponieważ $P_1 + P_2 = P$ całemu polu zadanej figury, więc

$$\underline{\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_o + P . y_o^2} \text{ .-}$$

Stąd otrzymujemy twierdzenie: MOMENT BEZWŁADNOŚCI POLA WZGLĘDEM DOWOLNEJ OSI X X JEST RÓWNY MOMENTOWI BEZWŁADNOŚCI WZGLĘDEM OSI, PRZECHODZĄCEJ, RÓWNOLEGLE DO OSI X X, PRZEZ ŚRODEK CIĘŻKOŚCI DANEGO POLA, WIĘCEJ ILOCZYN POLA PRZEZ KWADRAT ODLEGŁOŚCI ŚRODKA CIĘŻKOŚCI TEGO POLA OD OSI X X.

120. UWAGI. Przytoczymy tu jeszcze kilka wskazówek, o których należy zawsze pamiętać przy wyznaczaniu momentów bezwładności pól.

PRZY STOSOWANIU SPOSOBU MOHRA MOŻNA DZIELIĆ POLE JEDYNIE PROSTEMI, RÓWNOLEGŁEMI DO OSI TAK, ABY W KIERUNKU OSI POLA CZĄSTKOWE NIE ZAKRYWAŁY SIĘ JEDNO DRUGIEM; w przeciwnym razie przy obliczeniu pól, utworzonych przez wielobok sznurowy, napotkamy trudności, nie łatwe do przezwyciężenia. Warunek powyższy nie jest konieczny w sposobie Culmanna, ponieważ tu pól nie obliczamy. STOSUJĄC SPOSÓB MOHRA, MOŻEMY PRZY TYM SAMYM WIELOBOKU SIŁ I WIELOBOKU SZNUROWYM WYZNACZAĆ MOMENTY WZGLĘDEM RÓŻNYCH OSI RÓWNOLEGŁYCH DO SIEBIE - trzeba tylko każdorazowo obliczyć stosowne pole.

NIE POZWALA NA TO SPOSÓB CULMANNA. Sposób ten wymaga nowego wieloboku sił i nowego wieloboku sznurowego - wtórnego dla każdego położenia osi.

Co się tyczy dokładności, to pozornie wyznaczenie momentu sposobem Culmanna jest prostsze, gdyż do otrzymania odpowiedzi nie trzeba obliczać pól. Jednakże na niedokładność wpływa tu zawilsza, niż u Mohra, budowa wykresu, oraz trudność, która powstaje przy znaczniejszej liczbie pól cząstkowych, na które zadane pole dzielimy.

W sposobie Mohra dokładność odpowiedzi zależy z jednej strony od dokładności, z jaką możemy wykreślić odpowiednie krzywe sznurowe, i z drugiej strony od ścisłości, z jaką umiemy obliczać pola, ograniczone częściowo linjami krzywemi.