Zygmunt Pruffer

Statyka Wykreślna

według wykładów

prof. I. RADZISZEWSKIEGO

w Politechnice Warszawskiej

WYDANIE DRUGIE

przejrzane i uzupełnione

Rok 1923.

№ Wyd. 145.

Nakładem Komisji Wydawniczej T-wa Br. Pom. Stud. Polit. Warszawskiej.
Drukarnia i Litografja „SATURN“ Marszałkowska 91.

ROZDZIAŁ WSTĘPNY.

1. O BADANIU METODĄ WYKREŚLNĄ. Metoda wykreślna rozwiązywania zagadnień znajduje szerokie zainteresowanie w wielu gałęziach wiedzy, zarówno stosowanej, jak i teoretycznej. Wspomnimy tu choćby tylko o znanych sposobach wykreślnych wykonywania działań: algebraicznych, całkowania, rozwiązywania zawiłych równań i in.

Do badania metodą wykreślną nadają się również wszelkie zjawiska funkcjonalne, to jest takie, które są uwarunkowane zjawiskami innemi. Zastosowania metody wykreślnej są tu tak rozległe, że wystarczyły do stworzenia specjalnej nauki, zwanej monografją.

Należy zwrócić uwagę na to, że wyniki rachunku graficznego są dostatecznie dokładne, szczególnie, gdy chodzi o zastosowanie praktyczne. - Mając, bowiem, pewną wprawę do władania cyrklem i linją, można uniknąć błędów, przekraczających 2 - 3 % . Ponadto zauważmy, że dane otrzymane zapomocą rachunku wykreślnego, stosujemy zazwyczaj w zagadnieniach, do których wchodzi zwykle szereg wielkości, w rodzaju spółczynników wy-

wytrzymałościowych, ciężarów właściwych i t.p. niedość ścisłych, wobec niedokładności ich nikną omyłki, otrzymane metodą wykreślną; stąd przekonywamy się, że zarzut niedokładności, stawiany metodzie wykreślnej, jest zbyt surowy.

Przypuśćmy, naprzykład, że chodzi o wyznaczenie ciężaru pewnej bryły ziemi, której objętość możemy wyliczyć drogą wykreślną, nie popełniając przytem błędu, większego niż 2 - 3 % . Aby znaleźć ciężar tej bryły, trzeba objętość znalezioną pomnożyć przez ciężar właściwy, który waha się w granicach od 1600 do 2000 kg./m^3. Widzimy stąd, że w danym razie niedokładność odpowiedzi spadnie raczej na karb nieścisłej wartości ciężaru właściwego, a nie będzie spowodowana niedość dokładnem obliczeniem objętości.

Podobnie, obliczając pręt żelazny na rozciąganie, wprowadzamy we wzór stosowny liczbę, wyrażającą naprężenie bezpieczne, zawartą w szerokich granicach, bo od 900 do 1200 kg/cm^2. Niedokładność tej liczby pokrywa z dużym zapasem omyłkę, którą popełniamy, wyznaczając wykreślnie siłę rozciągającą pręt.

Wskażemy jeszcze kilka innych zalet metody wykreślnej.

Jedną z nich jest przejrzystość wykonywanych działań, co pozwala łatwiej znaleźć przypadkowe omyłki, niż w tym razie, gdy posiłkujemy się szeregiem operacyj analitycznych.

Dalej, zwrócimy uwagę na to, że rozwiązania wykreślne dają się zwykle wykonywać w dużym stopniu mechanicznie, na zasadzie pewnych reguł ogólnych, nie nużą więc umysłu tak, jak rachunek analityczny.

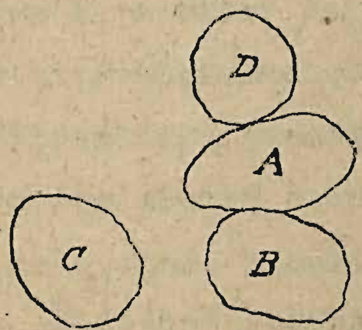
Wspomnimy, wreszcie, o pozornej trudności, którą sprawia początkującym metoda wykreślna. Gdy badamy rozwiązania analityczne jakiegoś zagadnienia, widzimy wówczas stopniowy rozwój rozwiązania; widzimy, jak jedna myśl wynika z poprzednich i t.d. Gdy zaś spojrzymy na rysunek, przy którego pomocy rozwiązujemy to zagadnienie, praca wówczas przedstawi się nam nieraz jako bardzo złożona i chaotyczna, jako rzecz pozornie trudna do po ania.

Unikniemy jednak tego wrażenia, gdy wychodząc z paru linji zasadniczych i opierając się na wskazówkach, podanych w rozwiązaniu, stopniowo sami rysunek ten tworzyć i uzupełniać będziemy.

2. PRZEDMIOT STATYKI WYKREŚLNEJ I POJĘCIE SIŁY. STATYKA WYKREŚLNA JEST NAUKĄ, KTÓRA BADA DROGĄ WYKREŚLNA STOSUNKI, ZACHODZĄCE POMIĘDZY SIŁAMI, BĘDĄCEMI W RÓWNOWADZE.

POD NAZWĄ SIŁY ROZUMIEMY ODDZIAŁYWANIE, KTÓREMU PODLEGA JEDNO CIAŁO POD WPŁYWEM CIAŁA INNEGO.

Oddziaływania takie mogą zachodzić bądź dzięki związkowi chemicznemu, panującemu pomiędzy ciałami, bądź przez działanie z odległości, jak to mamy np. przy ciałach magnetycznych. Tak więc np. ciała B i D przedstawione na rys.1 działają na A przez zetknięcie, C może działać na poprzednie ciało z odległości.



RYS. 1.

Siłę wyznaczają następujące

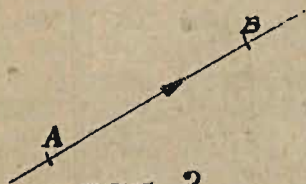
elementy.

1. Punkt ciała, na który siła działa, czyli jej PUNKT PRZYŁOŻENIA.

2. Prosta, wzdłuż której siła działa, czyli jej LINJA DZIAŁANIA.

3. LOT SIŁY, to jest cecha, odróżniająca siłę, zwróconą ku pewnemu punktowi, położonemu na linji działania, od innej siły, zwróconej od tego punktu.

4. WARTOŚĆ siły w stosunku do pewnej siły, obranej jako jednostkę. Za jednostkę taką przyjmować będziemy zwykle kilogram /kg/, lub tonnę /= 1000 kg./.



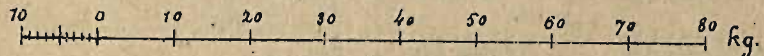
RYS. 2.

Opierając się na tych znamionach, możemy każdą siłę przedstawić w postaci odcinka, wziętego na linji działania, o pewnym locie, o początku, przypadającym w punkcie przyłożenia i długości, wyrażającej w pewnej skali wartość siły.

Lot oznaczamy zapomocą strzałki

Długość odcinka, przedstawiającego siłę

bierzemy zwykle ze SKALI SIŁ, którą wykreśla-my w sposób następujący: rysujemy dowolną prostą i obieramy na niej kaikolwiek punkt O



RYS. 3.

/rys.3/ jako początkowy. Od tego punktu odmierzamy w prawo szereg równych odcinków, z których każdy reprezentuje jednakową liczbę jednostek siły, np. 10 kg. Taki sam odcinek odmierzamy również w lewo od punktu O i dzielimy go na określoną liczbę równych części, najczęścoej na 10 części. W ten sposób każda działka tego odcinka wyrazi, jak na rys.3,1 kg.

Choąc odmierzyć z wykreślonej skali siłę, równą np. 54 kg., stawiamy jedną nóżkę cyrkla w punkcie, oznaczonym przez 50, drugą zaś przesuwamy o 4 działki w lewo od punktu O .Odległość między końcami nóżek cyrkla wyraża żądaną siłę.

3. PEWNIKI STATYKI WYKREŚLNEJ. Zagadnienia statyki wykreślnej rozwiązywać będziemy na podstawie trzech PEWNIKÓW lub AKSJOMATÓW, to jest

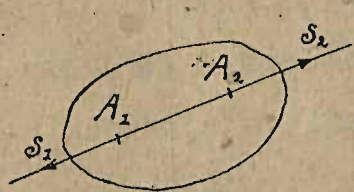
prawd, opartych na doświadczeniu; pewni te są dla każdego tak oczywiste, że nie wymagają dowodu.

4. Pierwszym pewnikiem jest ZASADA RÓWNOŚCI DZIAŁANIA I PRZECIWDZIAŁANIA. Głosi ona, że SIŁY, Z KTÓRYMI DZIAŁAJĄ NA SIEBIE DWA CIAŁA, POSIADAJĄ WSPÓLNĄ LINJĘ DZIAŁANIA, SĄ RÓWNE, LECZ ODWROTNIE SKIEROWANE.

Nie znaczy to bynajmniej, że te siły znoszą się lub równoważą się. Nie może być o tem mowy, gdyż każda z nich pochodzi od jednego ciała, a działa na drugie.

Zasada ta jest ważną niezależnie od tego, czy ciała działają na siebie bezpośrednio, czy też z odległości.

5. Drugi pewnik polega na następującem: wyobraźmy sobie dowolne ciało sztywne, to jest takie, które nie ulega odkształceniom pod działaniem sił, przyłożonych do tego ciała. Obierzmy w tem ciele dwa

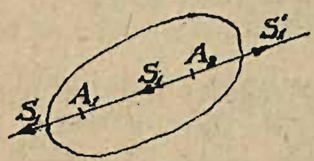


RYS. 4.

dowolne punkty A_1 i A_2 /rys.4/; przypuśćmy, że do tych punktów przyłożone są siły S_1 i S_2 - równe ze wspólną linją działania, przechodzącą przez punkty przyłożenia; loty sił są odwrotne.

Doświadczenie wskazuje, że takie dwie siły są zawsze w równowadze. Przytem odległość A_1A_2 nie gra tu żadnej roli tak, że można ją zmieniać dowolnie, a w szczególnym przypadku można uważać, że jest ona równa zeru; siły S_1 i S_2 działają wówczas na jeden punkt danego ciała.

6. Przypuśćmy teraz, że na punkt A_1 danego ciała /rys.5/ działa siła S_1. Obieramy na linji działania tej siły dowolny punkt A; przyłóżmy do niego dwie siły równe S_1, działające wzdłuż prostej A_1A_2, lecz odwrotnie skierowane. Z poprzedniego wnosimy, że takie 2 siły nie wpłyną na zachowanie się ciała.



RYS.5.

Z drugiej strony można uważać, że siła S_1, przyłożona do A_1, znosi się z siłą S_1, przyłożoną do A_2, wówczas możemy powiedzieć, że siła S_1 przył. do A_2 sprawia ten sam skutek, co siła

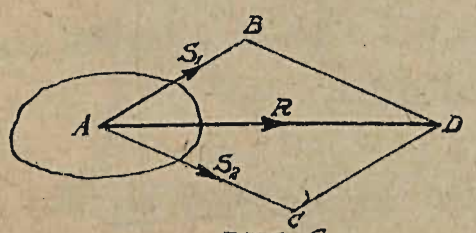
S_1 przyłożoną do A_1.

Z tego wynika, ŻE SIŁĘ S_1 MOŻNA PRZESUWAĆ DOWOLNIE WZDŁUŻ JEJ LINJI DZIAŁANIA.

Zwróćmy tu uwagę na to, że nieraz zachodzi potrzeba przesunięcia siły do punktu, położonego na zewnątrz ciała. W tym jednak razie trzeba omówić i zaznaczyć, że punkt ten jest związany z ciałem za pomocą dodatkowej konstrukcji sztywnej. Często będziemy mówili wprost, że punkt taki należy do ciała. Wymieniony pewnik dotyczy, oczywiście, także tego przypadku, gdy siły są skierowane nie od siebie, jak na rys.4 i 5, lecz ku sobie.

W pierwszym razie siły te mają dążność do rozciągania, w drugim do ściskania ciała; skutku jednak nie osiągną, gdyż ciało z założenia uważamy za sztywne, nieodkształcalne.

7. Ostatni pewnik zwiemy ZASADĄ RÓWNOLEGŁOBOKU SIŁ.



RYS. 6.

Przypuśćmy, że do dowolnego punktu A ciała /rys. 6/ są przyłożone dwie siły: S_1 i S_2.

przedstawione odpowiedniemi odcinkami AB i AC. Zbudujmy równoległobok, którego bokami są właśnie te odcinki.

Doświadczenie nas uczy, że dane dwie siły S_1 i S_2 mogą być zastąpione jedną siłą, która da się przedstawić pod względem wartości i kierunku przekątną $AD = R$ tego równoległoboku; lot siły będzie od A do D

Siły S_1 i S_2 zwać będziemy w tym przypadku SIŁAMI SKŁADOWEMI, zaś R - ich WYPADKOWĄ.

Dowodzenia zasady równoległoboku na drodze rozumowej są zawiłe, tyle wprowadzają nowych warunków, że lepiej jest przyjąć tę zasadę wprost na wiarę, tembardziej, że doświadczenia potwierdzają ją w sposób zupełnie pewny. Ściśle dowodzenie tej zasady da się uskutecznić na podstawie "dynamiki".

ROZDZIAŁ I.

SKŁADANIE I ROZKŁADANIE SIŁ DO JEDNEGO PUNKTU PRZYŁOŻONYCH.

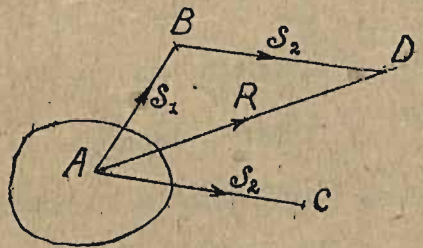
8. SKŁADANIE SIŁ. WARUNKI RÓWNOWAGI. Gdy na dowolny punkt ciała działać będą dwie siły,

wówczas na zasadzie metody równoległoboku /rys.6/, wyznaczymy ich wypadkową.

Wskazaną wyżej konstrukcję można uprościć, zważywszy, że koniec D siły wypadkowej R możemy także otrzymać, prowadząc z punktu B, jako z początku, odcinek BD równy i równoległy do siły S_2 ; koniec tego odcinka jest punktem szukanym. Widzimy więc, że można się obejść bez prowadzenia linji CD, poprzestając na zbudowaniu TRÓJKĄTA SIŁ.

W tym celu możnaby skorzystać również z trójkąta ACD.

Z powyższego wynika następujące prawidło. Aby znaleźć wypadkową dwóch sił S_1 i S_2, przyłożonych do ciała w punkcie A, należy wykreślić siłę S_1, z końca jej wykreślić odcinek równy i równoległy do siły S_2 i zaopatrzyć go w lot; punkt D, koniec siły S_2, będzie końcem wypadkowej R ; początkiem



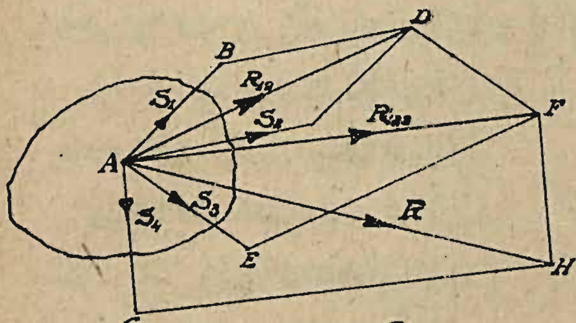
RYS. 7.

jej zaś będzie punkt A .

Podkreślić należy: idąc wzdłuż boków trójkąta ABD za biegiem lotów sił S_1 i S_2 ZNAJDUJEMY, ŻE LOT WYPADKOWEJ JEST PRZECIWNY LOTOWI SIŁ S_1 i S_2 .

Do tego samego wyniku, co poprzednio, dojdziemy, jeśli siłę S_1 wykreślimy równolegle tak, że początek jej upadnie w końcu siły

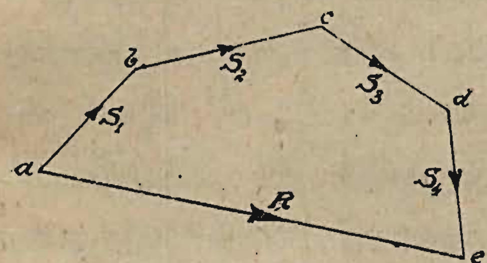
9. Przejdźmy teraz do przypadku, gdy na ciało działa więcej sił, niż dwie; zakładamy poza tem, że posiadają one wspólny punkt przyłożenia A /rys.8/ i że są położone w płaszczyźnie rysunku.



RYS. 8.

Przypuśćmy, dla przykładu, że na ciało działają 4 takie siły; oznaczymy je przez S_1, S_2, S_3, S_4, Aby znaleźć ich wypadkową postępujemy w sposób taki: Na zasadzie równoległóboku sił wyznaczamy wypadkową R_{12} składowych S_1 i S_2 ; następnie, budując równoległobok, o bokach równych R_{12} i S_3 otrzymamy, jako przekątną AF, wypadkową R_{123} sił R_{12} i S_3 /albo też sił S_1, S_2, S_3/. Postępując podobnie z R_{123} i S_4 otrzymamy wreszcie wypadkową $AH = R$ danego układu sił.

Zauważmy, że można dojść do tej samej wypadkowej, nie kreśląc wcale linji CD, AD, AF, EF i GH; mianowicie odcinki BD, DF, FH są odpowiednio równe, równoległe do składowych sił S_2, S_3, S_4. Jeżeli tym odcinkom nadamy lot, właściwy siłom, otrzymamy możność znalezienia punktu H bez uciekania się



RYS. 9.

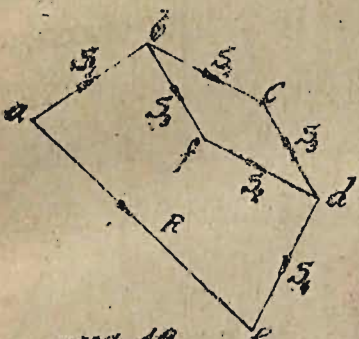
do budowy szeregu równoległoboków; będziemy mogli wypadkową tę wyznaczyć na rysunku pomocniczym /rys. 9/, a następnie przenieść ją równolegle tak, aby początek jej przypadł w punkcie A.

Umówmy się nazywać rysunek pomocniczy $abcde$

WIELOBOKIEM SIŁ. W tym wieloboku poszczególne boki przedstawiają odpowiednie siły, które tak wykreślamy, że koniec siły poprzedniej jest początkiem siły następnej. Skutkiem tego loty sił, w wieloboku tym są we WSPÓLNYM OBIEGU, w danym przykładzie od a do e . Prostą, łączącą początek pierwszej siły z końcem ostatniej, nazwiemy BOKIEM ZAMYKAJĄCYM, wykreślonego wieloboku sił. Bok zamykający, uważany z lotem od a do e - a więc z lotem przeciwnym obiegowi wspólnemu sił, przedstawia siłę wypadkową co do wartości, kierunku i lotu.

Z poprzedniego wynika następujące prawidło: aby wyznaczyć wypadkową sił $S_1, S_2, S_3 \ldots$, działających na ciało w punkcie A , obieramy w płaszczyźnie rysunku dowolny punkt a ; prowadzimy z niego odcinek równy i równoległy do siły S_1 i nadajemy mu lot taki, jaki posiada ta siła; z końca tego odcinka b prowadzimy odcinek bc , przedstawiający co do kierunku, wartości i lotu siłę S_2 i t.d. Postępując tak samo ze wszystkiemi pozostałemi siłami układu, otrzymamy wielobok sił. Jeżeli połączymy początek pierwszego boku a z końcem ostatniego e, wykreślimy BOK ZAMYKAJĄCY ae, który da nam szukaną wypadkową co do lotu, kierunku i wartości. Linja działania siły wypadkowej przejdzie przez punkt A równolegle do ae.

10. Łatwo dowieść, że PORZĄDEK DODAWANIA SIŁ NIE WPŁYWA NA WYNIK.



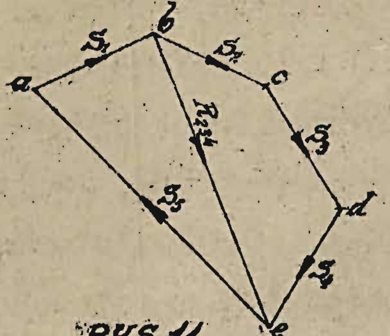
RYS. 10.

Istotnie, przypuśćmy, że R jest wypadkową sił S_1, S_2, S_3, S_4 /rys. 10/, dodawanych w wymienionym porządku. Dodajmy teraz w innym porządku np. S_1, S_3, S_2, S_4. Zmieni się wskutek tego tylko to, że zamiast wieloboku $abcde$, który mieliśmy poprzednio, otrzymamy wielobok $abfde$. Z rozpatrzenia rysunku jest oczywisto, że zmiana ta nie wpłynie wcale na wypadkową. Tworząc inne przestawienia sił, otrzymamy zawsze ten sam wynik, co świadczy o słuszności twierdzenia, o które chodzi.

11. Przy dodawaniu sił przy pomocy wieloboku może zdarzyć się tak, że koniec ostatniego boku wieloboku sił zbiegnie się z początkiem boku pierwszego: określimy tę okoliczność, mówiąc, że wielobok sił sam się zamknął. W tym razie wypadkowa całego układu sił będzie równa zeru, a ciało pod działaniem takiego układu sił będzie w równowadze. Możemy powiedzieć też odwrotnie, że UKŁAD SIŁ, PRZYŁOŻONYCH DO JEDNEGO PUNKTU, i DZIAŁAJĄCYCH W JEDNEJ PŁASZCZYŹNIE, BĘDZIE W RÓWNOWADZE, JEŚLI WIELOBOK SIŁ BĘDZIE SAM PRZEZ SIĘ ZAMKNIĘTY.

12. Na zasadzie poprzedniego można rozwiązać zagadnienie takie: jaką siłę trzeba dodać do danego układu sił S_1, S_2, S_3, S_4, przyłożonych do punktu A /rys.8/, aby zachodziła równowaga? Zrozumiałem jest, że siła szukana musi zrównoważyć wypadkową danych sił, a więc będzie nią siła, przyłożona w punkcie A, równa co do wartości i kierunku wypadkowej R, lecz posiadająca lot odwrotny, niż ta ostatnia.

13. Wskażemy jeszcze inną właściwość zamkniętego wieloboku sił.



RYS. 11.

Przypuśćmy, że siły S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 /rys. 11/ przyłożone do jednego punktu, tworzą wielobok zamknięty, zatem równoważą się. Gdy zmienimy lot którejkolwiek z sił wieloboku, to będziemy mogli uważać, że ta siła odwrócona jest wypadkową wszystkich sił pozostałych, jak to wynika bezpośrednio z rozważań poprzedzających. Tak więc np. odwróconą siłę S_3 można traktować, jako wypadkową sił S_1, S_2, S_4, S_5.-

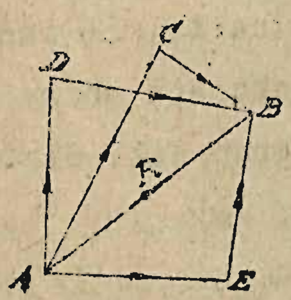
14. Zwróćmy jeszcze uwagę na to, że każdą przekątną zamkniętego wieloboku sił można uważać jako wypadkową jednej z grup sił, dla których jest ona bokiem zamykającym.

Tak więc np. przekątna be /rys.11/ z lotem od b do e przedstawia wypadkową sił S_2 S_3, S_4; też można ją traktować, jako równoważącą siły S_1 i S_5.

15. Dotychczas mówiliśmy o płaskim układzie sił, działających na pewien punkt ciała. Gdyby siły układu, do jednego punktu przyłożone, miały jakiekolwiek kierunki w przestrzeni, rozumowania nasze nie uległyby istotnej zmianie. W tym razie poszczególne równoległoboki sił składowych leżałyby w różnych płaszczyznach, nie w jednej, jak to widzimy na rys.8, zaś wielobok sił byłby wichrowaty. Co do warunków dodawania, równowagi i znaczenia przekątnych, art 10,11,12,13,14 pozostają tu w mocy.

16. ROZKŁADANIE SIŁ. Często spotyka się zagadnienie odwrotne do rozważanego dotychczas. Chodzi, mianowicie, o rozłożenie danej siły na składowe.

Jeśli nie mamy zadanych pewnych warunków, którym te składowe mają czynić zadość, to w rozwiązaniu tego zagadnienia mieć będziemy wielką dowolność i odpowiedzi będziemy mogli dać bez liku.



RYS.12.

Przypuśćmy np., że należy rozłożyć siłę R /rys.12/ na dwie składowe. Oczywiście, składowe te mogą być wyrażone jakiemikolwiek dwoma odcinkami, które wraz z $AB=R$ utworzą trójkąt i mieć będą stosowne loty.

Widzimy, że odpowiedzi mamy bardzo wiele, gdyż trójkątów takich jak ABC, ABD, ABE i t.d. możemy wykreślić dowolną liczbę.

Podamy kilka /z bardzo wielu/ przykładów, w których będziemy mieli pewne ograniczenia w rozkładzie:

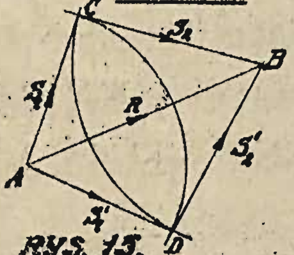
a/ Dajmy na to, że dana jest siła R, przyłożona w punkcie A /rys.13/, i że trzeba rozłożyć ją na dwie składowe, których linje działania L_1 i L_2 są dane.

W tym celu, mając wykreśloną prostą L_1, z końca B siły R prowadzimy równoległą do linji L_2; w przecięciu z prostą L_1 otrzymamy punkt C. Odcinek AC z lotem od A do C i odcinek CB z lotem od C do B wyrażają szukane składowe S_1 i S_2.

Rys.13.

b/ Przypuśćmy, że innym razem dana jest siła $R=AB$ i jedna ze składowych np. $S_1=AC$ /rys 14/, oczywiście drugą składo

RYS. 14.

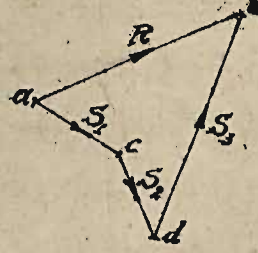


RYS. 15.

S_2 określimy pod względem wartości i kierunku jako odcinek CB; siła S_2 posiada lot od C do B.

c/ Załóżmy, wreszcie, że dana jest siła $R=AB$ i dane są wartości obydwóch składowych, mianowicie S_1 i S_2 /rys.15/. Aby znaleźć kierunki i loty szukanych sił, zataczamy z punktów A i B łuki, promieniami, równemi odpowiednio S_1 i S_2. Łuki te przecinają się w dwóch punktach C i D. Łącząc je z punktami A i B otrzymamy dwie odpowiedzi, czyniące zadość naszym warunkom. Jedną stanowią siły, przedstawione odcinkami AC i CB, drugą - AD i DB.

17. Gdy chodzi o rozkład jednej siły na większą liczbę składowych do tegoż punktu przyłożonych, to mamy jeszcze większą dowolność, niż poprzednio, i trzeba mieć jeszcze więcej warunków, ograniczających tę dowolność, jeśli zadanie ma być określone. Tak więc np. gdy mamy rozłożyć

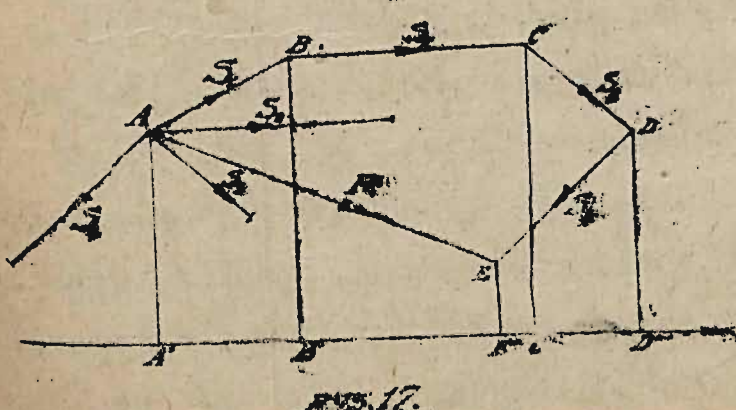


RYS. 16.

siłę $R = ab$ /rys.16/ na trzy składowe, to możemy za takie uważać dowolne trzy siły, przedstawione odcinkami, tworzącemi wielobok, w którym ab jest bokiem zamykającym.

18. WARUNEK ANALITYCZNY RÓWNOWAGI SIŁ DO JEDNEGO PUNKTU PRZYŁOŻONYCH. Przypuśćmy, że do punktu A /rys.17/ są przyłożone 4 siły: S_1, S_2, S_3, S_4.- Znanym sposobem wieloboku sił wyznaczmy ich wypadkową R . Obierzmy następnie w przestrzeni dowolną oś i pewien kierunek jej uważajmy za dodatni /na rys. jest on wyznaczony strzałką/.

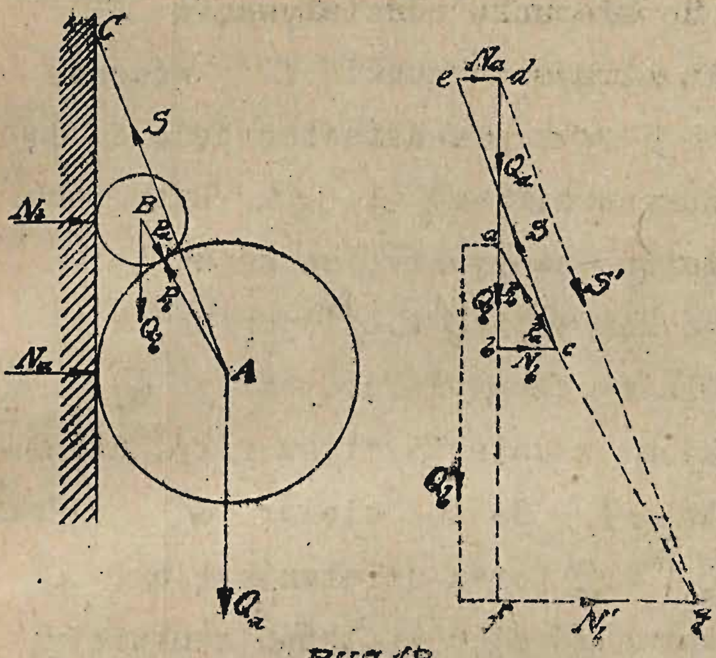
Wykonajmy teraz rzut całego wieloboku na tę oś. Rzutem siły S_1 będzie odcinek $A'B'$, a rzuty pozostałych sił będą kolejno $B'C'$, $C'D'$, $D'E'$, przyczem pierwsze trzy z tych rzutów są dodat-



RYS. 17.

nie, czwarty jest ujemny. W rezultacie można powiedzieć, że rzutem wieloboku $ABCDE$ jest odcinek AE. Bezpośrednio z rys. widać, że rzut boku zamykającego $AE = R$, też jest równy $A'E'$; z tego wynika twierdzenie następujące: SUMA RZUTÓW POSZCZEGÓLNYCH BOKÓW WIELOBOKU SIŁ NA DOWOLNĄ OŚ JEST RÓWNA RZUTOWI BOKU ZAMYKAJĄCEGO. Gdy wielobok sił jest zamknięty, wówczas bok zamykający jest równy zeru i rzut jego na każdą oś równa się zeru. Z tego widać, że: GDY UKŁAD SIŁ, PRZYŁOŻONYCH DO JEDNEGO PUNKTU CIAŁA JEST W RÓWNOWADZE, TO SUMA RZUTÓW SIŁ TAKIEGO UKŁADU NA KAŻDĄ OŚ JEST RÓWNA ZERU.

19. PRZYKŁAD. Kula A, o ciężarze Q_a, opiera się o gładką ścianę i jest przywiązana za pomocą linki do ściany w punkcie C. Na kulę tę kładziemy inną kulę B, o ciężarze Q_b. Obydwie kule są gładkie. Wyznaczyć siłę w lince, oddziaływanie ściany na każdą z kul, oddziaływania kul na siebie oraz znaleźć, jaki powinien być ciężar kuli B, aby oddziaływanie ściany na kulę A było równe zeru /rys.18/. Oznaczmy szukane oddziaływanie ściany odpowiednio przez N_a i N_b, oddziaływanie kuli B na kulę A



RYS. 18.

przez P_a wreszcie oddziaływanie A na B przez P_b. Oczywiście $P_a = P_b$ co do wartości. Ponieważ ściana jest gładka dwie pierwsze z tych sił N_a i N_b są normalne do ściany, dwie pozostałe mają kierunek linji środków, są równe i posiadają kąty przeciwne.

Rozpatrzmy naprzód kulę B. Ponieważ ma ona być w równowadze, więc siły na nią działające Q_b, P_b i N_b winny tworzyć wielobok zamknięty. Wielobok ten wykreślimy na rysunku pomocniczym, rysując naprzód odcinek ab przedstawiający co do wartości, kierunku i lotu ciężar Q_b, prowadząc następnie z punktu a równoległą do linji środków kul, a z punktu b równoległą do kierunku oddziaływania N_b. W przecięciu otrzymamy punkt c ; wówczas odcinki bc i ca przedstawiać będą co do wartości szukane siły N_b i P_b. Loty ich otrzymamy łatwo, zważywszy, że ze względu na równowagę sił Q_b, N_b i P_b powinny loty być we wspólnym obiegu z lotem siły Q_b .

Rozpatrujemy w dalszym ciągu siły, działające na kulę A . Są to: ciężar Q_a , oddziaływania N_a i P_a oraz działanie linki S . Siły te utworzą również wielobok zamknięty, gdyż kula A jest w równowadze.

Aby wielobok ten otrzymać, rozpoczynamy od wykreślenia odcinka da , wyobrażającego siłę Q_a ; z początku jej d prowadzimy równoległą do kierunku oddziaływania N_a, z końca a mamy wykreślony już odcinek ac , przedstawiający oddziaływanie $P_a = P_b$; lot P_a będzie od a do c . Z końca P_a /z punktu c / prowadzimy linję równoległą do kierunku siły S .

W przecięciu linji sił N_a i S znajdziemy punkt e i wówczas $ce = S$ i $ed = N_a$.

Loty sił Q_a, P_a, S, N_a powinny być we wspólnym obiegu.

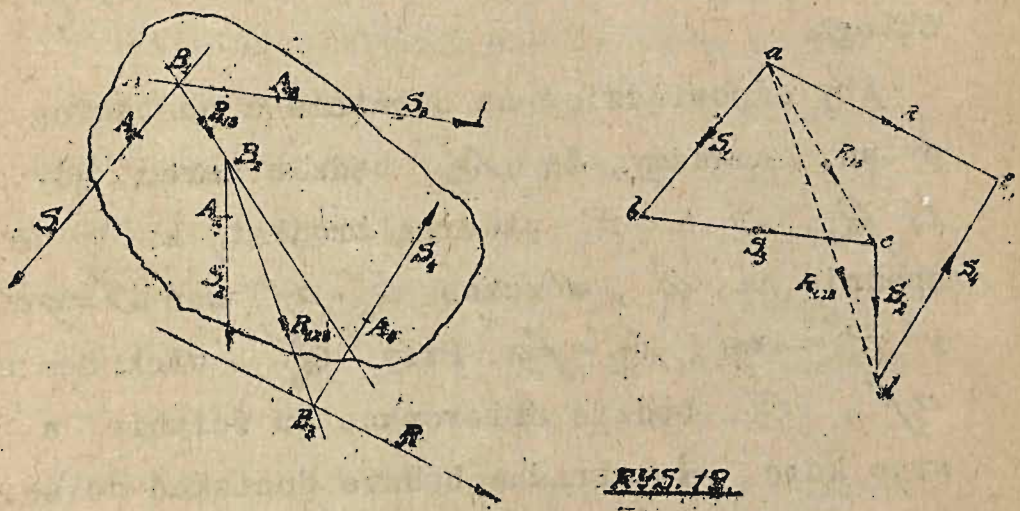
Aby odpowiedzieć na ostatnie z postawionych pytań, zauważmy, że N_a będzie zerem, gdy siły Q_a, S i P utworzą trójkąt, kiedy e upadnie na d ; wówczas $Q_b' = af$, zaś $S' = gd$ i $P_a' = ag$, $N_b' = fg$. Przy Q_b' większem niż af, N_a będzie skierowane ku ścianie, a więc kulę A trzeba będzie dociskać do ściany.

ROZDZIAŁ II.

SKŁADANIE I ROZKŁADANIE SIŁ PRZYŁOŻONYCH DO RÓŻNYCH PUNKTÓW I DZIAŁAJĄCYCH W JEDNEJ PŁASZCZYŹNIE. WIELOBOK VARIGNONA. JEGO WŁASNOŚCI. WARUNKI RÓWNOWAGI.

20. Rozpatrzymy obecnie PRZYPADEK OGÓLNY, KIEDY SIŁY SĄ PRZYŁOŻONE DO RÓŻNYCH PUNKTÓW DANEGO CIAŁA.

Przyjmiemy, że we wszystkich zagadnieniach następnych rozważać będziemy tylko płaskie układy sił, to jest takie, których siły znajdują się w jednej płaszczyźnie.



Rys. 12.

Przypuśćmy więc, że na dane ciało działają siły S_1, S_2, S_3, S_4, przyłożone odpowiednio do punktów A_1, A_2, A_3, A_4; znajdźmy wypadkową tych sił.

Wyznaczymy naprzód wypadkową sił S_1 i S_3. Możemy na zasadzie § 6 uważać, że te dwie siły są przesunięte do wspólnego punktu B_1, w którym przecinają się ich linje działania; wypadkową tych sił R_{13} znajdziemy z łatwością, na zasadzie § 8. Na rysunku pomocniczym kreślimy więc trójkąt sił abc, w którym odcinki ab i bc wyrażają pod względem wartości, kierunku i lotu siły S_1 i S_3. Bok zamykający ac jest równy wypadkowej R_{13}

linją jej działania jest prosta, równoległa do tego boku i przechodząca przez punkt B_1.

W taki sam sposób wyznaczymy wypadkową sił R_{12} i S_2 czyli R_{123}; przejdzie ona przez punkt B_2, przecięcia się dwóch tych składowych, a co do wartości, kierunku i lotu otrzyma się jako odcinek ad na rysunku pomocniczym.

Wreszcie, wyznaczymy w ten sam sposób wypadkową sił R_{123} i S_4, które się przecinają w punkcie B_3; jest to, oczywiście, szukana wypadkowa R całego układu zadanego. Linja jej działania przechodzi przez punkt B_3, a wartość, kierunek i lot wyznacza odcinek ae.

Sposób postępowania przy wykreślaniu wieloboku $abcde$, jak widzimy, jest zupełnie podobny do tego, jaki stosowaliśmy przy siłach, przyłożonych do jednego i tego samego punktu /§ 10/.

Przy powyższem postępowaniu mogą zajść trzy przypadki, mianowicie:

a/ Dany układ sił sprowadza się do wypadkowej R, całkowicie określonej i skończonej. Ten przypadek mamy na rys.19.

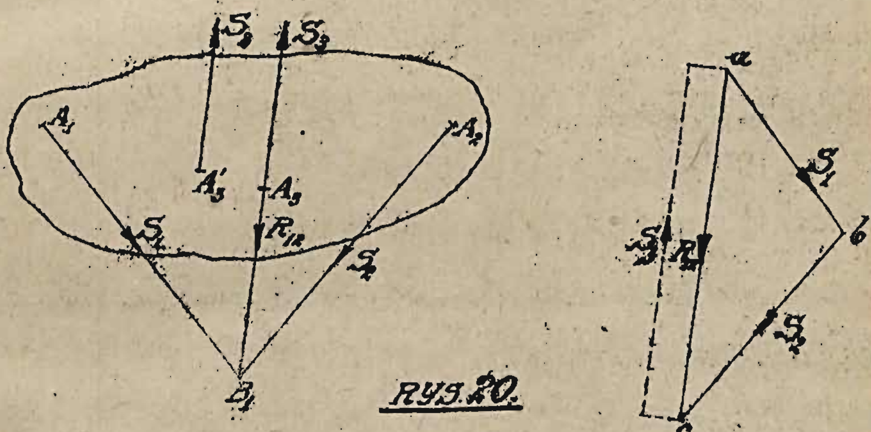
b/ Przedostatnia wypadkowa i ostatnia z sił składowych są równe, mają WSPÓLNĄ linję działania, lecz loty ich są różne. W wieloboku sił nie będzie wówczas miejsca na bok zamykający, czyli powiemy, że wielobok sił sam się zamknął. W tym razie wypadkowa danego układu sił staje się równą zeru; układ taki będzie w równowadze.

c/ Przedostatnia wypadkowa i ostatnia z sił składowych są równe, lecz linje działania ich są RÓWNOLEGŁE i loty różne. Mówimy, że w tym razie dany układ sił sprowadza się do PARY SIŁ. Wówczas wielobok sił też będzie się zamykał sam przez się.

21. Na zasadzie powyższego możemy odpowiedzieć na takie pytanie: o czem świadczy zamknięcie się wieloboku sił, działających na różne punkty ciała sztywnego?

Przedewszystkiem wnosimy stąd, że wypadkowa danego układu sił jest równa zeru, a więc układ ten albo sprowadza się do pary sił albo jest w równowadze. O tem, który z tych dwóch przypadków zachodzi, wielobok sił nic nam więcej nie powie. Możemy sprawę rozstrzygnąć jedynie na podstawie tego, czy linje działania przed-ostatniej wypadkowej i ostatniej siły składowej są równoległe, czy też pokrywają się. W pierwszym razie mamy układ, sprowadzony do pary sił, w drugim - równowagę układu sił.

22. NA CIAŁO DZIAŁAJĄ TRZY SIŁY. Przypuśćmy, że na dane ciało działają trzy siły S_1, S_2, S_3 przyłożone w punktach A_1, A_2, A_3. Jakim warunkom muszą odpowiadać te siły, aby ich równowaga była możliwa?



RYS. 20.

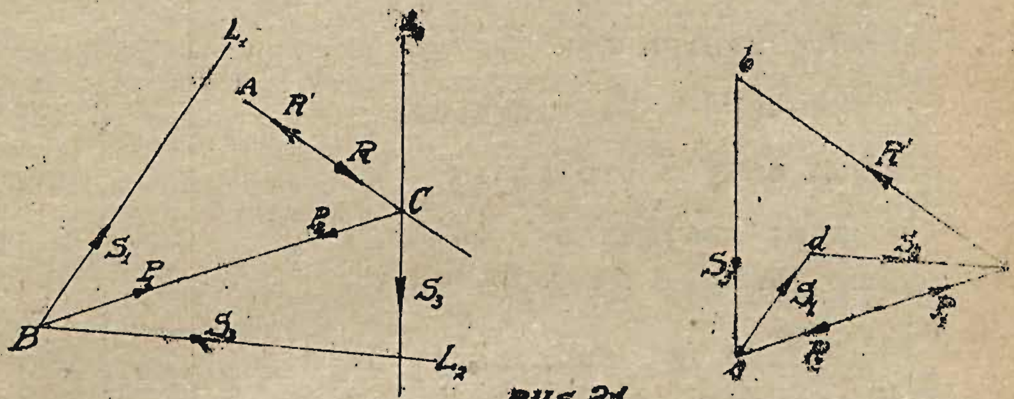
Postępując zgodnie z § 20 znajdźmy naprzód wypadkową sił S_1 i S_2, czyli R_{12}. Otrzymamy ją na rys. pomocniczym, jako bok zamykający trójkąta abc, w którym $\overline{ab} = S_1$ i $\overline{bc} = S_2$. Aby równowaga sił S_1, S_2 i S_3 mogła zachodzić, wypadkowa sił R_{12} i S_3 /p.§ 21/ powinna być równa zeru i siły te winny mieć wspólną linję działania.

Pierwszy z tych warunków wymaga, aby WIELOBOK SIŁ $S_1 S_2 S_3$ BYŁ ZAMKNIĘTY, t.j. aby siła S_3 była równa co do wartości, a przeciwna co do lotu wypadkowej R_{12}, drugi - żąda, aby WSZYSTKIE TRZY SIŁY PRZECHODZIŁY PRZEZ JEDEN PUNKT, gdyż linja działania wypadkowej przechodzi przez punkt przecięcia się sił S_1 i S_2, zaś ta sama prosta ma być linją działania siły S_3.

O ileby siła S_3 była równa i RÓWNOLEGŁA do R_{12} i posiadała lot, przeciwny do tej ostatniej, to dany układ sprowadzałby się do pary. Byłoby to np. wtedy, gdyby siła S_3 była przyłożona do punktu A_3' /rys.20/.

23. ROZKŁAD SIŁY NA TRZY SKŁADOWE, O DANYCH LINJACH DZIAŁANIA. Dana jest siła R; rozłożyć ją na trzy składowe S_1, S_2, S_3, których linjami działania są proste $L_1 L_2 L_3$.

Aby to uczynić, zmieńmy naprzód lot siły R i tę siłę odwróconą oznaczmy przez R'. Oczywiście, siły R' i R albo R' i owe trzy szukane składowe S_1, S_2, S_3 powinny być w równowadze. Przypuśćmy teraz, że siły S_1 i S_2 zastąoiliśmy przez ich wypadkową P_1, o której wiemy, że przejdzie przez punkt B, zaś siły R' i S_3 - przez wypadkową P_2, która prze-



RYS.21

dzie przez punkt C; ponieważ ma być równowaga wszystkich sił, więc siły P_1 i P_2 powinny być równe, mieć loty przeciwne i muszą posiadać wspólną linję działania. Jest rzeczą oczywistą, że tą linją może być tylko prosta BC /rys.21/. W celu znalezienia samych sił rozpatrzmy siły R' i S_3, działające na punkt C-. P_2 jest ich wypadkową, zatem z wieloboku abc /p.rys.pomocniczy/, możemy otrzymać wartości nieznanych S_3 i P_2. Będzie, mianowicie, $\overline{bc} = S_3$, $\overline{ac} = P_2$. Loty tych sił są takie, jak na rysunku: R' i S_3 są składowemi, zaś P_2 jest ich wypadkową.

Na punkt B działają siły S_1 i S_2. Wypadkową ich $P_1 = -P_2$ już wyznaczyliśmy, a więc wypada obecnie rozłożyć tę wypadkową na składowe w kierunkach L_1 i L_2. Rozkład ten mamy w trójkącie acd, na rys. pomocniczym; znajdujemy, że $S_1 = \overline{cd}$, $S_2 = \overline{da}$ i z poprzedniego $S_3 = \overline{bc}$.

Widzimy, że zadanie daje się rozwiązać jednoznacznie. Rozwiązań może być kilka, np. można składać siłę R' z S_1 i S_2 z S_3, lub jeszcze inaczej zależnie od tego, jak się na rysunku układają przecięcia się sił, wziętych po dwie. Wynik zawsze będzie ten sam.

24. SKŁADANIE SIŁ ZAPOMOCĄ WIELOBOKU SZNUROWEGO. Sposób składania sił, podany w § 20, jest nieprzydatny w tym razie, gdy siły nie przecinają się w granicach rysunku. Ten wypadek jest szczególnie ważny, gdyż siły ciężkości, z któremi przeważnie mieć będziemy do czynienia, do takich właśnie sił należą.

Niedogodność powyższą omijamy przy innej metodzie składania sił, którą poznamy obecnie.

Przypuśćmy, że w punktach $A_1, A_2, A_3, \ldots$ są przyłożone odpowiednio siły $S_1, S_2, S_3, \ldots$; trzeba wyznaczyć ich wypadkową R. Ograniczmy zagadnienie np. do trzech sił, nie zmniejszając przez to ogólnego charakteru tej metody.

Obierzmy na linji działania siły S_1 dowolny punkt B_1 /rys.22/ i poprowadźmy przezeń dwie dowolne proste 1 i 2. Rozłóżmy następnie siłę S_1 na te dwa kierunki x/. Rozkład ten wykonywamy na rys. pomocniczym zapomocą trójkąta abc, w którym $\overline{ab} = S_1$, zaś boki ac i bc są odpowiednio równoległe do prostych 1 i 2. Oznaczmy szukane składowe przez P_1 i P_2, które znajdziemy z trójkąta abc
$P_1 = \overline{ac}$ i $P_2 = \overline{cb}$.

Możemy teraz zapomnieć o działaniu siły S_1 i postępować tak, jak gdybyśmy zamiast niej mieli owe dwie składowe P_1 i P_2.

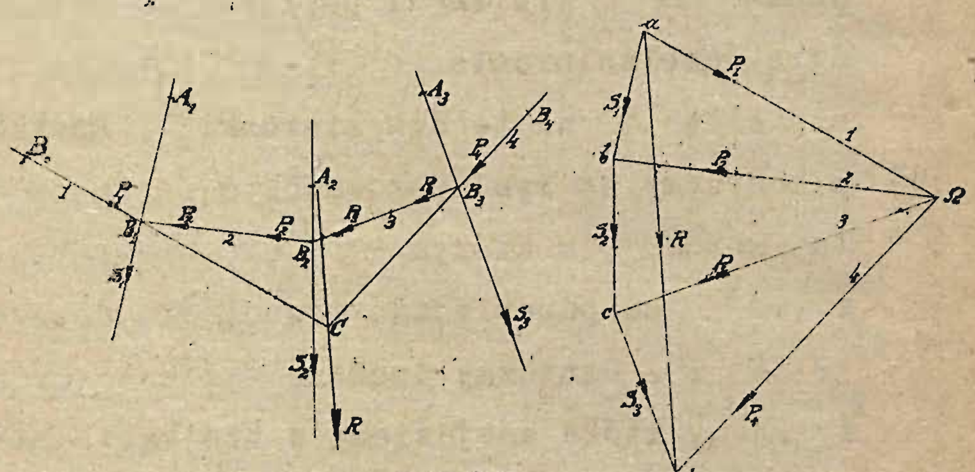
Znajdźmy teraz wypadkową sił P_2 i S_2, przenosząc punkt przyłożenia siły P_2 do punktu B_2, gdzie przecinają się prosta 2 z linją działania siły S_2. Wypadkową znajdziemy z

---

x/ Przy czytaniu radzimy zastosować się do wskazówki, podanej w samym końcu § 1.

rysunku pomocniczego, budując trójkąt $bc\Omega$, przyczem $\overline{bc} = S_2$. Szukana wypadkowa P_3 ma wartość, kierunek i lot odcinka Ωc, a jej linja działania 3 przechodzi przez punkt B_2.

Możemy teraz nasz układ sił uważać jakby złożony z sił P_1, P_3 i S_3.



RYS.22.

Dodajmy wreszcie, w zupełnie taki sam sposób, siły P_3 i S_3; wypadkową ich oznaczymy przez P_4, a linję jej działania przez 4.

W ten sposób zastąpiliśmy dany układ sił S_1, S_2 i S_3 przez dwie siły P_1 i P_4; zadanie nasze sprowadza się do wyznaczenia ich wypadkowej. Wypadkowa ta przejdzie przez punkt przecięcia C prostych $1, 4$, zaś co do kierunku, wartości i lotu wyznacza ją odcinek ad na rys. pomocniczym, jako bok zamykający trójkąt $a\mathcal{P}d$. Z rysunku pomocniczego widać też, że taką samą wypadkową dają siły S_1, S_2, S_3, bo odcinek ad może być uważany albo za bok zamykający w trójkącie $a\mathcal{P}d$, albo też za takiż bok wieloboku $abcd$.

W celu uproszczenia dalszego postępowania wprowadźmy następujące nazwy: rysunek pomocniczy nazwiemy WIELOBOKIEM SIŁ; punkt $\mathcal{P}$ - BIEGUNEM; proste $a\mathcal{P}, b\mathcal{P}, c\mathcal{P}, \ldots$ - PROMIENIAMI; wielobok, utworzony z prostych $1, 2, 3, 4$, /na rys. głównym/ nazwiemy WIELOBOKIEM VARIGNON'a lub WIELOBOKIEM SZNUROWYM; same proste $1, 2, 3, 4$ zwać będziemy BOKAMI tego wieloboku.

Którykolwiek promień wieloboku sił nazywać będziemy "promieniem przed siłą" lub "promieniem za siłą", zależnie od tego, czy ten promień w wieloboku sił idzie do początku siły omawianej, czy też do jej końca. Naprz. promień 3 jest przed siłą S_3 lub też za siłą S_2. Albo inaczej, siła S_2 naprz. ma "przed sobą" promień 2-gi, zaś "za sobą" promień 3-ci W związku z powyższem odróżniać też będziemy boki wieloboku sznurowego, mówiąc, że "przed siłą S_2 " jest bok 2 /t.j. B_1B_2 / "za siłą S_2 " jest bok 3 /t.j. B_2B_3 /, "przed układem sił S_1, S_2, S_3 " - będzie bok 1-y /t.j. B_0B_1 / - zaś "za układem tych sił" znajdzie się bok 4-y, który też nazywać będziemy ostatnim.

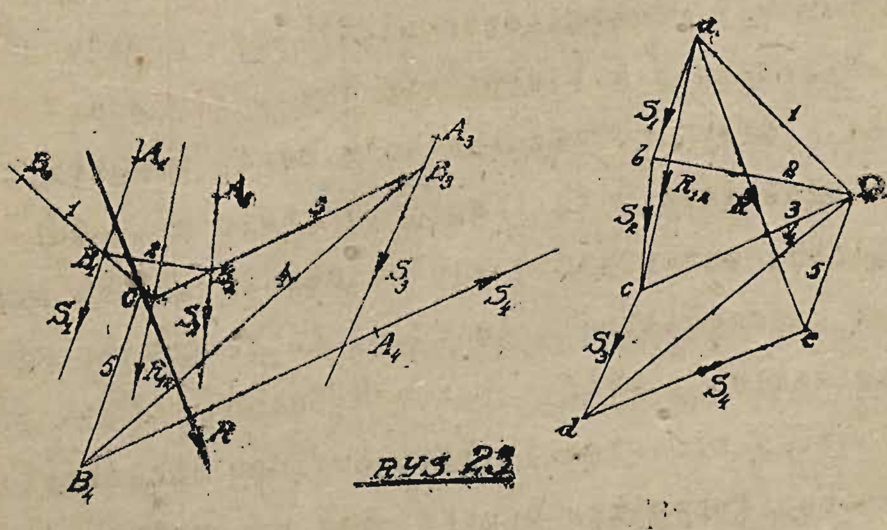
25. Postaramy się teraz zmechanizować podany tu sposób składania sił. Zwróćmy więc naprzód uwagę, że boki 1 i 2 wieloboku sznurowego poprowadziliśmy d o w o l n i e , a kierunki tych boków wyznaczyły biegun Ω .

Z tego wynika, że położenie bieguna jest również dowolne. Wobec tego przy wyznaczaniu wypadkowej możemy postępować tak:

Wykreślamy wielobok sił $abcd$; zamykający bok jego ad przedstawi nam co do kierunku, wartości i lotu szukaną wypadkową, następnie obieramy dowolny biegun - punkt Ω i łączymy go z wierzchołkami wieloboku sił $a, b, c, d,$ promieniami $1, 2, 3, 4$; przez dowolny punkt B_1 obrany na sile pierwszej, kreślimy równolegle do 1 promienia $a\Omega$ prostą 1 , a punktu przecięcia się prostej 1 z siłą S_1 prowadzimy prostą 2, równoległą do 2 promienia bO — i t.d.; w ten sposób otrzymamy wielobok Varignona; wypadkowa przechodzić powinna przez punkt C przecięcia się jego boków: pierwszego i ostatniego; przez ten punkt prowadzimy prostą równoległą do ad; będzie to linja działania wypadkowej.

Tę samą wypadkową otrzymamy i wtedy, gdy za biegun obierzemy jakiś inny punkt, lub też gdy skorzystamy z tego samego bieguna, lecz obierzemy początkowo jakikolwiek inny punkt B_1 na sile S_1.

Podczas całej tej budowy wykresu możemy



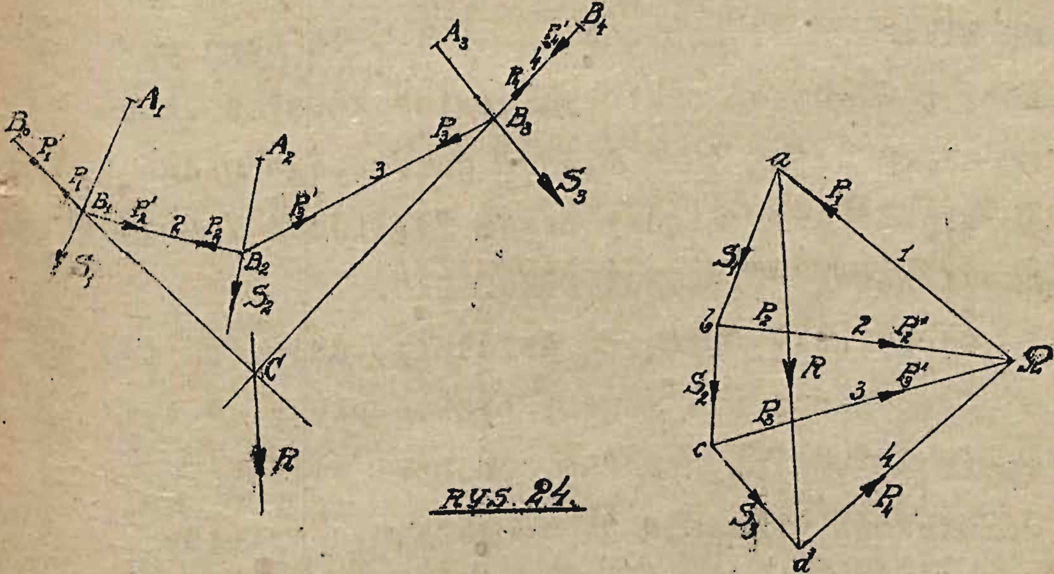
RYS. 23

nie pamiętać o promieniach wieloboku sił, albo o bokach wieloboku Varignona, jako o linjach działania pewnych sił; możemy je traktować wyłącznie z punktu widzenia geometrycznego.

Na rys.23 wyznaczona jest wypadkowa czterech sił takim właśnie zmechanizowanym sposobem.

26. Pamiętać należy, że znaleziony punkt C przecięcia się boku pierwszego i ostatniego w wieloboku sznurowym, jest tylko JEDNYM z punktów, należących do linji działania wypadkowej R ; przez ten punkt też prowadzimy prostą, równoległą do kierunku wypadkowej: n i e n a l e ż y traktować nigdy tego punktu C jako p u n k t u p r z y ł o ż e n i a siły R . Wynika to z tego, że siła R jest właściwie siłą fikcyjną, która przy dalszym obliczaniu zastępuje działanie układu sił, ale w rzeczywistości ta siła nie istnieje. Pozatem takich punktów, jak znaleziony C, możemy wyznaczyć więcej, kreśląc inne wieloboki sznurowe. Wszystkie punkty, jak wspomniany , powinny się znaleźć na linji działania wypadkowej R

27. Objaśnimy pochodzenie nazwy wieloboku sznurowego. Wyobraźmy sobie na pierwszym i ostatnim boku wieloboku sznurowego dwa punkty B_0 i B_4 i przypuśćmy, że w punktach tych jest zaczepiony giętki sznur, a w jego punktach B_1, B_2, B_3 działają siły S_1, S_2, S_3 /rys.24/.



Rys. 24.

Pod działaniem tych sił sznur będzie w równowadze, przybrawszy kształt wieloboku Varignona. Z wieloboku sił obliczymy te siły, z któremi sznur będzie rozciągany: węzeł B_1 jest w równowadze pod działaniem sił P_1, P_2' i S_1. Loty i wartości sił P_1 i P_2' znajdziemy z trój kąta sił abS . Toż samo w węźle B_2 : zachodzi tu równowaga sił P_2, P_3' i S_2 ; loty i wartości sił P_2 i P_3' znajdziemy z trójkąta sił bcS . Część sznura B_1B_2 działa na węzeł B_1 z siłą P_2' /lot naprawo/, zaś na węzeł B_2 z siłą P_2 /lot nalewo/; siły te są sobie równe, mają loty przeciwne; stąd wniosek, że część sznura na odstępie B_1B_2 , będąc w równowadze, jest rozciągana siłą P_2 , względnie P_2' . To samo możemy powiedzieć o którymkolwiek kawałku sznura B_0B_1 , B_2B_3 , B_3B_4 . Z powyższego widać ścisły związek między nazwą "WIELOBOK VARIGNONA" i nazwą "WIELOBOK SZNUROWY".

Gdyby siły S_1, S_2, S_3 działały, dajmy na to, w górę, sznur nie mógłby być tu użyty. W tym razie należałoby uważać, że boki wieloboku sznurowego wykonane są ze sztywnych prętów, połączonych ze sobą PRZEGUBAMI; dwa skrajne boki powinny być zamocowane w takiż sam sposób w punktach B_0 i B_4 . Wtedy siły S_1, S_2, S_3 , skierowane ku górze i przyłożone w przegubach, nadadzą układowi owych prętów kształt, o który chodzi.

W tym przypadku możnaby nazwać wielobok Varignona "WIELOBOCZKIEM PRZEGUBOWYM".

28. Wykreślone wieloboki sznurowe pozwalają także wyznaczać wypadkowe niektórych grup sił z pośród danego układu. Tak więc np. wypadkowa sił S_1 i S_2, czyli R_{12} /rys.23/ ma kierunek, wartość i lot, taki, jak odcinek ac, zaś jej linja działania przechodzi przez punkt przecięcia się boków 1 i 3 w wieloboku sznurowym. Tak samo znaleźlibyśmy, że wypadkowa sił S_2 i S_3 jest równa $\overline{bd} = R_{23}$; punkt przecięcia się boku PRZED siłą S_2 /t.j. 2 / z bokiem ZA siłą S_3 /t.j. 4 /, leży na linji działania tej wypadkowej.

Należy zwrócić uwagę na to, że z wykreślonego wieloboku sznurowego można korzystać przy składaniu częściowem sił układu tylko wtedy, gdy składowe następują bezpośrednio po sobie. Zapomocą wykreślonego wieloboku $B_0 B_1 \ldots \ldots B_5$ nie możnaby np. znaleźć wypadkowej sił S_1 i S_4, albo S_2, S_4.-

29. NIEKTÓRE WŁASNOŚCI WIELOBOKU SIŁ I WIELOBOKU SZNUROWEGO. Ze sposobu kreślenia,

który stosujemy przy wyznaczaniu wypadkowej układu sił zapomocą wieloboku sznurowego, wynikają wprost następujące wnioski:

1. LICZBA PROSTYCH WIELOBOKU SIŁ JEST TAKA SAMA, JAK LICZBA PROSTYCH WIELOBOKU SZNUROWEGO.

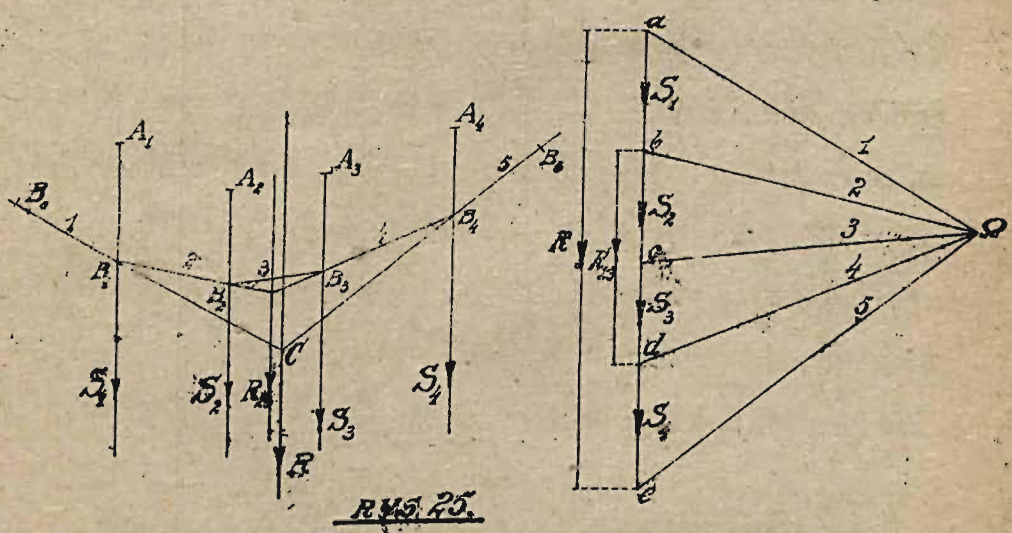
2. KAŻDA PROSTA W WIELOBOKU SIŁ MA ODPOWIEDNIĄ RÓWNOLEGŁĄ DO NIEJ PROSTĄ W WIELOBOKU SZNUROWYM; tak więc np. promieniowi $a\Omega$ /rys. 23 i 24/ odpowiada bok 1, promieniowi Ωc - bok 3 i t.d.

3. KAŻDY PUNKT PRZECIĘCIA SIĘ TRZECH LUB WIĘKSZEJ LICZBY PROSTYCH WIELOBOKU SIŁ MA ODPOWIEDNI TROJKĄT LUB WIELOBOK, UTWORZONY Z PROSTYCH, RÓWNOLEGŁYCH DO TAMTYCH, W WIELOBOKU SZNUROWYM - I ODWROTNIE.

A więc np. punktowi B_1, w którym spotykają się proste 1, 2 i S_1, odpowiada trójkąt $a\Omega b$, złożony z boków, równoległych do $1, 2$ i S_1, tak samo np. w wieloboku sił punktowi c przecięcia się prostych S_1, S_2 i prom. 3 odpowiada w wieloboku sznurowym trójkąt, którego bokami są linje działania sił S_2, S_3 oraz bok 3 ; punktowi Ω wieloboku sił odpowiada wielobok sznurowy.

Z powodu tych zależności wielobok sił i wielobok sznurowy noszą nazwę FIGUR WZAJEMNYCH.

30. SKŁADANIE SIŁ RÓWNOLEGŁYCH. Składanie sił równoległych zapomocą wieloboku sznurowego można uważać za przypadek szczególny poprzednich rozważań w § 24 i następnych. W tym przypadku wielobok sił staje się odcinkiem prostej, równoległej do sił danego układu, a wypadkowa, mając linję działania równoległą do sił zadanych, jest równa sumie algebraicznej tych sił składowych.

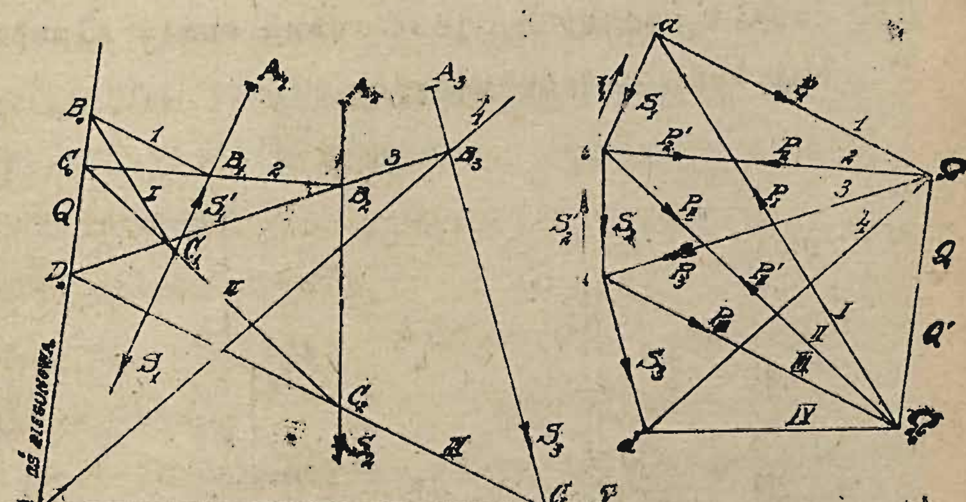


RYS. 25.

Na rys. 25 mamy wyznaczoną wypadkową R czterech sił równoległych, mianowicie S_1, S_2, S_3, S_4; prócz tego jest tam znaleziona wypadkowa R_{23} sił S_2 i S_3.

31. INNE WŁASNOŚCI WIELOBOKU SIŁ I WIELOBOKU SZNUROWEGO. ZMIANA BIEGUNA. Wyobraźmy sobie w jednej płaszczyźnie trzy siły S_1, S_2, S_3 przyłożone do punktów A_1, A_2, A_3 dowolnego ciała sztywnego /rys. 26/.

Wykreślmy wieloboki: sił i sznur zy



RYS. 26.

dowolnym biegunie Ω. Promienie pierwszej z tych figur i odpowiednie boki drugiej oznaczmy kolejno przez 1, 2, 3, 4.

Obierzmy następnie biegun w jakim innym punkcie, dajmy nato $\mathfrak{P}'$; wykreślmy teraz nowy wielobok sznurowy; nowe promienie i boki oznaczymy w tym samym porządku, co poprzednio, lecz liczbami rzymskiemi: I, II, III, IV.

Weźmy pod rozważanie siłę S_1 , a o pozostałych zapomnijmy narazie. Przypuśćmy, dalej, że prócz siły S_1 mamy jeszcze inną siłę S_1' , której linja działania jest ta sama, co i siły S_1 , co do wartości siła S_1' jest równa sile S_1 , zaś co do lotu jest wprost przeciwna lotowi siły S_1 . Jeżeli będziemy rozpatrywali tylko takie dwie siły, działające na ciało, to ciało, rzecz prosta, żadnej zmiany w swym stanie spoczynku /lub ruchu/ nie dozna, bowiem siły S_1 i S_1' wzajemnie się równoważą. Wiedząc o tem, rozłóżmy siłę S_1 na dwie składowe o kierunkach boków 1 i 2 . Rozkład ten mamy dokonany w trójkącie $ab\mathfrak{P}$, gdzie są również wskazane loty szukanych składowych P_1 i P_2.-

Bierzemy obecnie siłę S_1' , działającą wzdłuż linji siły S_1 . Rozłóżmy siłę S_1' na dwie siły o kierunkach boków I i II . Rozkład ten musimy uważać za dokonany w trójkącie baR', gdyż przy pomocy odcinka $\overline{ba}$ możemy przedstawić siłę S_1'. Składowe tej siły będą P_I i P_{II} o lotach, wskazanych na rysunku.

Ponieważ siły S_1 i S_1' są w równowadze, zatem równoważą się też grupy sił P_1, P_2 i P_I, P_{II}, albo grupa P_1, P_I z grupą P_2, P_{II}. Wypadkowa sił P_1 i P_I jest równa co do wartości, kierunku i lotu odcinkowi $R'R$, a linja jej działania przechodzi przez punkt B_0, w którym przecinają się boki $1, I$ wieloboku sznurowego. Oznaczamy tę wypadkową przez Q /lot do góry/.

Podobnie znajdziemy wypadkową sił P_2 i P_{II}; będzie ona równa i odwrotna do siły Q, przechodzić będzie przez punkt przecięcia się boków $2, II$, czyli przez C_0. Oznaczmy tę wypadkową przez Q. Ponieważ pomiędzy układami sił P_1, P_I i $P_2 P_{II}$ zachodzi równowaga, zatem obie wypadkowe powinny być równe i mieć loty odwrotne, co jest słuszne, gdyż siłę Q przedstawia odcinek RR', zaś Q' przedstawia odcinek RR'; pozatem posiadać powinny wspólną linję działania, która przejść musi, oczywiście, przez punkty B_o i C_o

Ponieważ kierunek tych wypadkowych wyznacza prosta $\Omega\Omega'$, zatem prosta B_oC_o powinna być równoległą do prostej, łączącej bieguny Ω i Ω'

Zwróćmy się następnie do siły S_2; - przypuśćmy, że na nasze ciało działają tylko dwie siły S_2 i S_2'. Ta ostatnia ma wspólną linję działania z siłą S_2, co do wartości jest jej równa, zaś lot ma wręcz odwrotny. Mając tylko takie dwie siły, znajdziemy, że ciało pozostaje bez zmiany stanu, gdyż siły przyłożone równoważą się. Będą też w równowadze i składowe sił S_2 i S_2', mianowicie siły $P_2', P_3, P_{II}', P_{III}$, a więc i wypadkowa sił $P_2'P_{II}'$ oraz wypadkowa sił P_3 i P_{III}.

Dalsze rozważanie doprowadzi nas do wyniku, podobnego do tego, jaki otrzymaliśmy przy rozważaniu równowagi sił S_1 i S_1'. Mianowicie, że punkt C_o /przecięcie się boków 2 i II wieloboków sznurowych/ leżą na prostej równoległej do prostej, łączącej bieguny Ω i Ω'.

Podobny wynik otrzymamy, kiedy będziemy rozważać siły S_3 i nową siłę S_3'; znajdziemy wówczas, że punkty D_0 i E_0 znajdą się na prostej równoległej do prostej, łączącej bieguny Ω i Ω'.

Naturalnie, że dowodzenie powyższe, przeprowadzone dla trzech sił, jest ważne również dla jakiejkolwiek ich liczby /byleby tylko siły leżały w jednej płaszczyźnie/.

Wynika stąd następujące twierdzenie: WIELOBOKI SZNUROWE, WYKREŚLONE DLA TEGO SAMEGO UKŁADU SIŁ PRZY DWÓCH RÓŻNYCH BIEGUNACH POSIADAJĄ TĘ WŁASNOŚĆ, ŻE ODPOWIEDNIE ICH BOKI PRZECINAJĄ SIĘ NA J E D N E J PROSTEJ, KTÓRĄ NAZWIEMY O S I Ą B I E G U N O W Ą ; TA PROSTA JEST RÓWNOLEGŁA DO PROSTEJ ŁĄCZĄCEJ BIEGUNY.

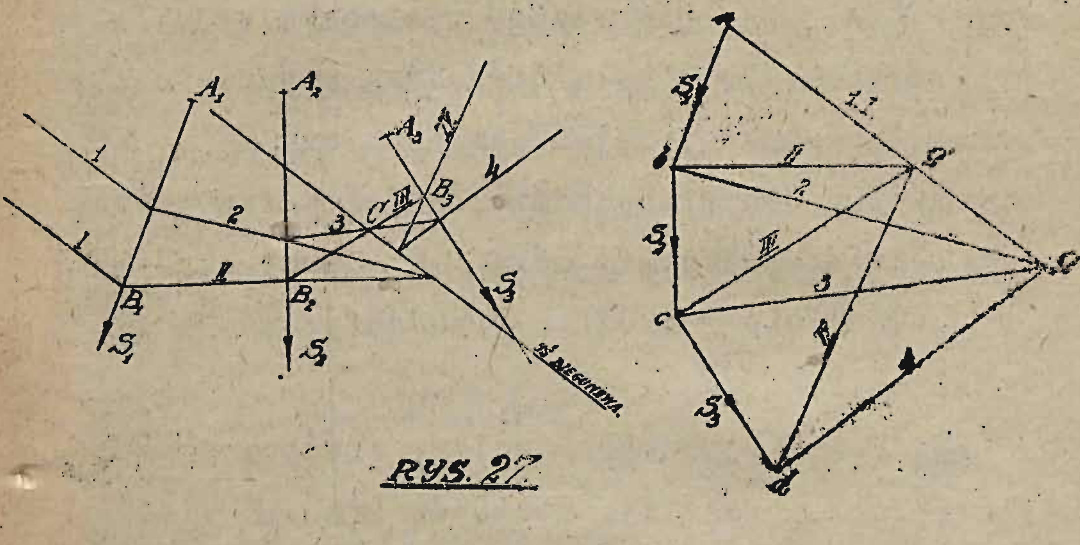
32. ZASTOSOWANIE I. Dla danego układu sił WYKREŚLIĆ WIELOBOK SZNUROWY TAK, ABY JEDEN Z BOKÓW OTRZYMAŁ POŁOŻENIE Z GÓRY ZADANE.

Niech będą 3 siły S_1, S_2, S_3, przyłożone do punktów A_1, A_2, A_3; żądamy, aby bok drugi był na prostej $B_1 B_2$ /rys.27/.

Wykreślamy naprzód dowolny wielobok sznurowy 1,2,3,4 przy biegunie Ω. Następnie tak obieramy nowy biegun Ω', aby dany bok $\overline{II}$ mógł być jednym z boków nowego wieloboku sznurowego. Oczywiście, biegun ten musi leżeć na promieniu równoległym do zadanego boku II i przechodzącym przez punkt b koniec siły S_1. Innego ograniczenia dla bieguna Ω nie mamy; przypuśćmy, że leży on na promieniu 1, a więc znajduje się on na przecięciu się tego promienia z nowym promieniem II.

Wielobok sznurowy, zbudowany dla nowego bieguna Ω' odpowiada postawionemu warunkowi.

Możnaby zadanie nasze dokończyć w inny sposób: wiemy, że boki szukanego wieloboku sznurowego muszą przecinać się z odpowiedniemi bokami poprzednio wykreślonego wieloboku na osi biegu-



RYS. 27

nowej. Jeden punkt tej prostej znamy, jest nim nowiem przecięcie się boków 2 z II, kierunek osi biegunowej znamy /jest ona // do OB'/, a zatem prosta ta jest całkowicie określona.

Wykreśliwszy ją, dopełniamy następnie szukany wielobok sznurowy, nie zwracając już zupełnie uwagi na wielobok sił. Tak więc np. bok I spotyka się z bokiem II na sile S_1, pozatem przechodzi on przez punkt przecięcia się boku 1 z osią biegunową, czyli przez punkt nieskończenie odległy na tej prostej, gdyż oś biegunowa jest równoległa do boku 1. Innemi słowy, bok I jest równoległy do boku 1.

Przechodzimy następnie do wyznaczenia boku III. Bok 3 pierwszego wieloboku sznurowego przecina się z osią biegunową w punkcie C; przez ten punkt przejść powinien bok III; ponieważ ten bok przechodzi również przez punkt B_2, zatem położenie boku III jest określone całkowicie $B_2 B_3$. W podobny sposób wykreślimy bok IV.

33. Zadanie powyższe możemy zresztą rozwiązać jeszcze prościej: Ponieważ bok II jest zadany jako prosta $B_1 B_2$, a więc jest znany

również kierunek promienia II. Zatem w wieloboku sił prowadzimy promień II z punktu b ponieważ ten punkt jest końcem siły S_1 i początkiem siły S_2, zaś bok B_1B_2 znajduje się między siłami S_1 i S_2. Na promieniu II obieramy DOWOLNY punkt jako biegun Ω'. Z tego bieguna prowadzimy promienie pozostałe: I II, III, a równolegle do tych promieni wykreślamy boki w wieloboku sznurowym: przez punkt B_1 - bok I // do promienia III, przez punkt B_2 - bok III // do promienia III aż do siły S_3, a więc do punktu B_3, a dalej przez B_3 - bok IV // do promienia IV.

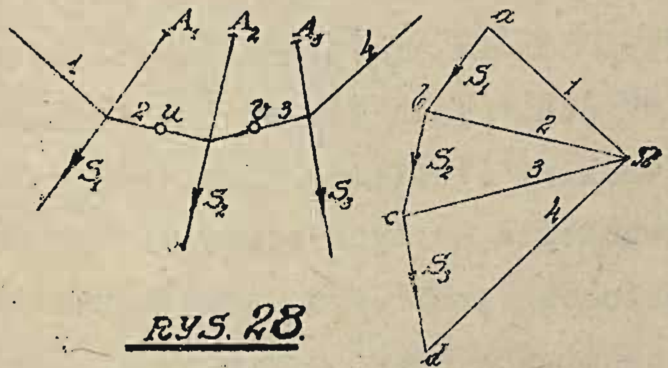
Rozwiązanie jest więc skończone.

Łatwo dostrzeżemy, że wieloboków sznurowych, czyniących zadość postawionemu w zadaniu warunkowi, możemy wykreślić n i e s k o ń c z e n i e w i e l e. Wszystkie będą miały bieguny w różnych punktach na p r o m i e n i u II.

34. ZASTOSOWANIE II.

POPROWADZIĆ WIELOBOK SZNUROWY PRZEZ DWA Z GÓRY ZADANE PUNKTY u i v.

Rozwiążmy to zadanie naprzód w tym przypadku, gdy dane są siły S_1, S_2, S_3 /rys.28/, przyczem punkty u i v są oddzielone od siebie tylko JEDNĄ siłą np. S_2.



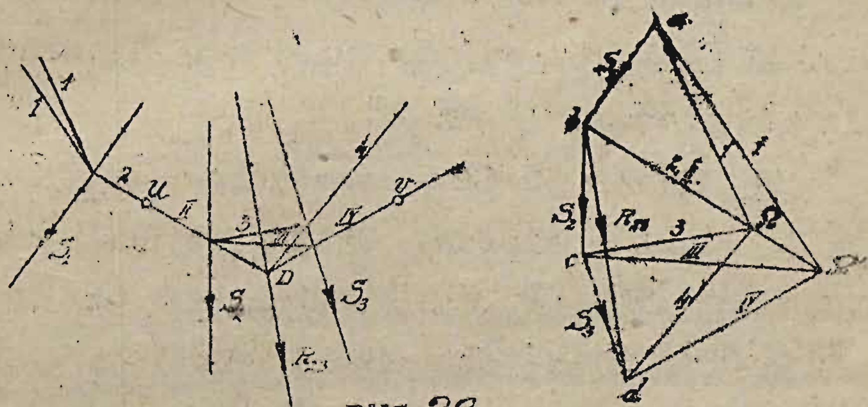
RYS. 28.

W tym razie zadanie jest niezmiernie proste. Wiadomo, bowiem, że dwa boki wieloboku sznurowego można obrać dowolnie; niech więc będą niemi boki 2 i 3, z których pierwszy przechodzi przez punkt u, drugi przez v, zaś ich punkt przecięcia się leży na linji działania siły S_2. Wykreślamy następnie wielobok sił i prowadzimy promienie 2 i 3, których kierunek został już obrany. Punkt przecięcia się tych promieni jest biegunem Ω; łącząc biegun z pozostałemi wierzchołkami wieloboku sił a i d, otrzymujemy promienie; mając promienie uzupełniamy wielobok sznurowy w sposób znany. Rozwiązań możemy mieć, oczywiście, b e z l i k u.

35. W tym razie gdy między punktami u i

V mamy więcej, niż jedną siłę, np. dwie, jak na rys.29, lub więcej, wówczas zastępujemy owe siły, zawarte między U i V, ich wypadkową; sprowadzamy zatem nasze zadanie do przypadku szczególnego, dopiero co rozważonego.

Na rys.29 mamy rozwiązany taki właśnie przykład dla sił S_1, S_2, S_3.



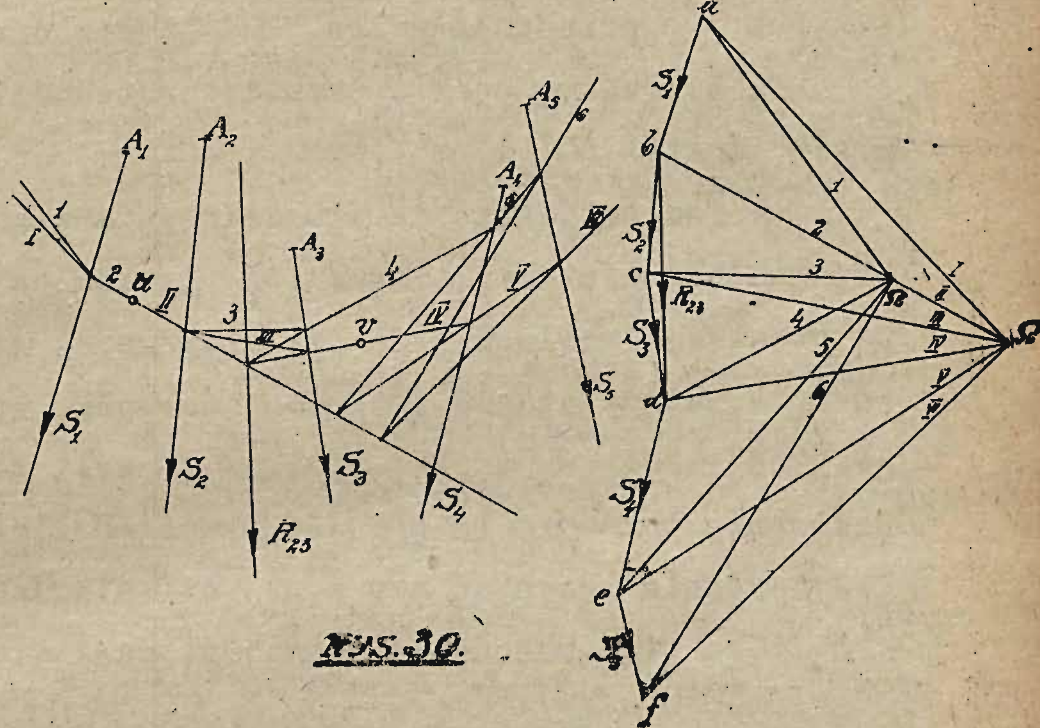
RYS.29.

Kreślimy naprzód dowolny wielobok sznurowy 1, 2, 3, 4. Aby rzecz nieco uprościć, postępujemy tak, żeby bok 2 przechodził przez punkt U. Znajdujemy, dalej, wypadkową sił S_2 i S_3, czyli R_{23}, co uskuteczniamy znanym już sposobem.

Oznaczmy punkt przecięcia się boków 2 i 4 przez D ; przez punkt D prowadzimy bok V tak, aby przechodził również przez punkt v. Dwa te boki II i IV dają możność wyznaczenia nowego bieguna $\mathfrak{P}'$ na promieniu II. Znalazłszy nowy biegun, uzupełniamy już z łatwością nowy wielobok sznurowy.

Możnaby tu znowu skorzystać z własności wieloboków sznurowych, opisanej w § 31, nie wykreślając promieni I, III, IV.

36. Na rys.30 jest rozwiązano zadanie bardziej jeszcze złożone. W tym przypadku mamy pięć sił S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, zaś punkty u i v są od siebie oddzielone siłami S_2 i S_3. Postępujemy podobnie, jak poprzednio; dodajemy siły S_2 z S_3 ; wypadkowa ich niech będzie R_{23}. W sąsiedztwie bezpośredniem z naszemi punktami mamy już tylko trzy siły, mianowicie S_1, R_{23} i S_4 i możemy do nich zastosować wprost rozważanie przytoczone poprzednio w § 34, dopełniając wielobok sznurowy i poza siłą S_4, S_5. Zresztą, rys.30 w dostatecznej mierze rzecz tę wyjaśnia



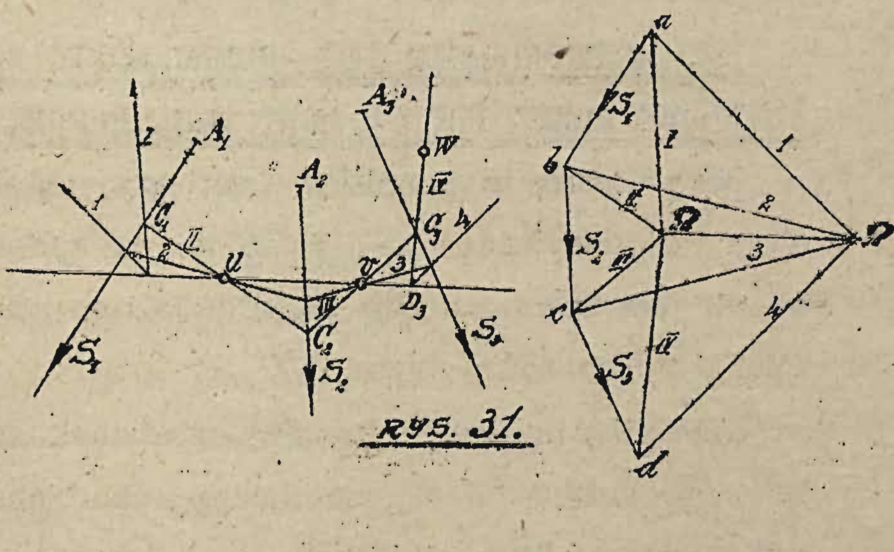
Rys.30.

37. ZASTOSOWANIE III. POPROWADZIĆ WIELOBOK SZNUROWY PRZEZ TRZY Z GÓRY ZADANE PUNKTY.

Rozpatrzmy z początku taki przypadek, gdy dane są trzy siły S_1, S_2, S_3 w ten sposób, że każde dwa dane punkty są oddzielone od siebie JEDNĄ tylko siłą /rys.31/.

Kreślimy naprzód dowolny wielobok sznurowy, którego boki 2 i 3 przechodzą przez punkty u i v. Biegunem będzie punkt Ω. Następnie wielobok ten przekształcamy tak, aby nowe położenie boków 2 i 3 przecinały się z poprzedniemi w tych właśnie punktach u i v, zaś bok 4 przeszedł przez W. Stąd widać, że osią biegunową będzie prosta, przechodząca przez punkty u i v.

Jest rzeczą jasną, że dla dokonania tego przekształcenia nowy biegun Ω' trzeba obrać na prostej równoległej do osi biegunowej uv, bo tylko wtedy będzie spełniony warunek, wymagany od boków 2 i 3. Bok IV /czyli nowe położenie boku 4/ ma przejść przez W i winien jednocześnie przeciąć się z 4 osi biegunowej uv, a więc położenie jego jest całkowicie

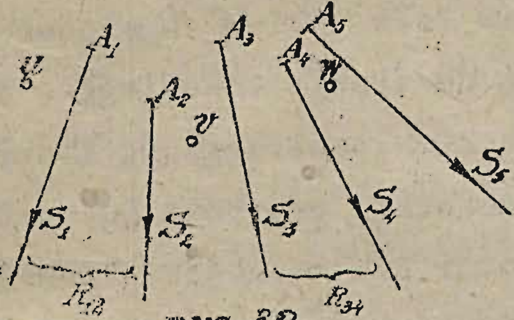


RYS. 31.

określone. Nowy biegun znajduje się zatem w przecięciu się prostej $\parallel$ do osi biegunowej z promieniem IV, odpowiadającym bokowi IV. Wykreślając z tego bieguna pozostałe promienie I, II, III, albo też opierając się na własności osi biegunowej UV, możemy uzupełnić nowy wielobok sznurowy.

38. Gdy punkty U, V, W są oddzielone jeden od drugiego więcej niż jedną siłą, to postępujemy podobnie, jak w odpowiednich zadaniach, w których chodziło o poprowadzenie wieloboku sznurowego przez dwa punkty rys. 29 i 30.

Przypuśćmy, dla przykładu, że punkty U, V, W są położone tak, jak to wskazuje rys.32. W tym razie znajdujemy naprzód wypadkową R_{12} sił S_1 i S_2 oraz wypadkową R_{34} sił S_3 i S_4 i w ten sposób zadanie nasze sprowadzamy do poprzedzającego, bo mamy zadane trzy punkty, oddzielone pojedyńczemi



RYS.32.

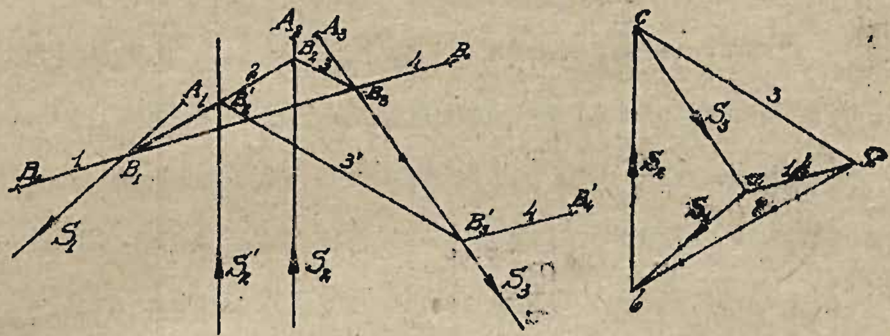
siłami: R_{12}, R_{34}, S_5.

39. BADANIE RÓWNOWAGI CIAŁA SZTYWNEGO ZAPOMOCĄ WIELOBOKU SZNUROWEGO

Dany jest układ trzech sił S_1, S_2, S_3, przyłożonych do punktów A_1, A_2, A_3 - /rys.33/.

Niech będzie wiadome zgóry, że siły te są w równowadze, że więc przecinają się w j e d n y m p u n k c i e, a wielobok sił, utworzony z nich, jest z a m k n i ę t y. Chodzi o to, jak się zaznaczy równowaga tego układu na dowolnym wieloboku sznurowym, wykreślonym dla danego układu sił.

Aby to zbadać, obieramy dowolny biegun Ω, prowadzimy promienie $1, 2, 3, 4$ i budujemy odpowiedni wielobok sznurowy. Wielobok sił jest zamknięty; zatem promienie pierwszy i ostatni /t.j. 1 i 4 / leżą na jednej prostej; z tego dalej wynika, że boki 1 i 4 wieloboku sznurowego albo są do siebie równoległe, albo też pokrywają się. Aby rozstrzygnąć, który z tych przypadków zachodzi, przypomnijmy sobie, że pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego można uważać za linje działania dwuch sił, które zastępują sobą układ sił danych /rys.24/; ponieważ zaś z góry wiemy, że układ ten jest w równowadze, więc owe siły zastępcze powinny być równe, mieć zwroty przeciwne i posiadać wspólną linję działania. Pierwsze dwa warunki są spełnione, jak to widać bezpośrednio z wieloboku sił; trzeci warunek wymaga, aby BOKI 1, 4 /pierwszy i ostatni/ w wieloboku sznurowym



RYS. 33.

LEŻAŁY NA JEDNEJ PROSTEJ. Umówmy się, aby ten przypadek, kiedy boki pierwszy i ostatni wieloboku sznurowego leżą na jednej i tej samej prostej, określać zdaniem: "wielobok sznurowy sam się zamknął".

Oczywiście, wyprowadzone trzy warunki dotyczą również tych zagadnień, w których dany układ zawiera więcej, niż trzy siły, bo i wtedy możemy taki układ sił zastąpić dwiema siłami, skierowanemi wzdłuż pierwszego i ostatniego boku wieloboku sznurowego. Zatem możemy wypowiedzieć twierdzenie, że GDY UKŁAD SIŁ, ZNAJDUJĄCYCH SIĘ W JEDNEJ PŁASZCZYŹNIE, DO RÓŻNYCH PUNKTÓW PRZYŁOŻONYCH, JEST W RÓWNOWADZE, WÓWCZAS WIELOBOK SIŁ ORAZ WIELOBOK SZNUROWY ZAMYKAJĄ SIĘ SAME PRZEZ SIĘ.

40. Przypuśćmy teraz, że siła S_2 /rys.33/ została przesunięta równolegle do swego położenia pierwotnego tak, że zajęła położenie S_2', zachowując poprzednią wartość oraz lot. Co się stanie przez to z wielobokiem sił oraz z wielobokiem sznurowym?

Widoczne jest, że pierwszy z nich nie ulegnie żadnej zmianie; również boki 1 i 2 wieloboku sznurowego pozostają na swych miejscach; jedynie punkt B_2 przesunie się do B_2', a boki 3 i 4 otrzymają położenia $3'$ i $4'$ równoległe do poprzednich. Naturalnie boki 1 i $4'$ nie utworzą już teraz jednej prostej, lecz będą do siebie równoległe.

Z tego wynika, że siły, zastępujące dany układ S_1, S_2, S_3 i działające wzdłuż prostych 1 i $4'$ są równe, loty mają przeciwne i linje działania równoległe - tworzą więc PARĘ SIŁ. Łatwo wyrozumieć, że podobnych par sił możemy znaleźć tyle, ile możemy pomyśleć wieloboków sznurowych dla danego układu sił, czyli nieskończenie wiele.

41. Zestawmy wyniki, otrzymane w § 40 i 41 i poprzednio w § 25 i następnych; wówczas będziemy mogli powiedzieć:

a/ GDY DANY WIELOBOK SIŁ ORAZ WIELOBOK SZNUROWY SĄ ZAMKNIĘTE, TO DANY UKŁAD SIŁ JEST W RÓWNOWADZE. Wynik nie zależy od sposobu wykreślenia wieloboku sznurowego.

b/ GDY ANI WIELOBOK SIŁ, ANI WIELOBOK SZNUROWY NIE SĄ ZAMKNIĘTE, TO DANY UKŁAD SIŁ SPROWADZA SIĘ DO JEDNEJ SIŁY WYPADKOWEJ, KTÓREJ LINJA DZIAŁANIA JEST RÓWNOLEGŁA DO BOKU ZAMYKAJĄCEGO WIELOBOK SIŁ I PRZECHODZI PRZEZ PUNKT PRZECIĘCIA SIĘ BOKÓW SKRAJNYCH WIELOBOKU SZNUROWEGO. CO DO WARTOŚCI I ZOTU OKREŚLA JĄ BOK ZAMYKAJĄCY. Odpowiedź będzie jedna jedyna.

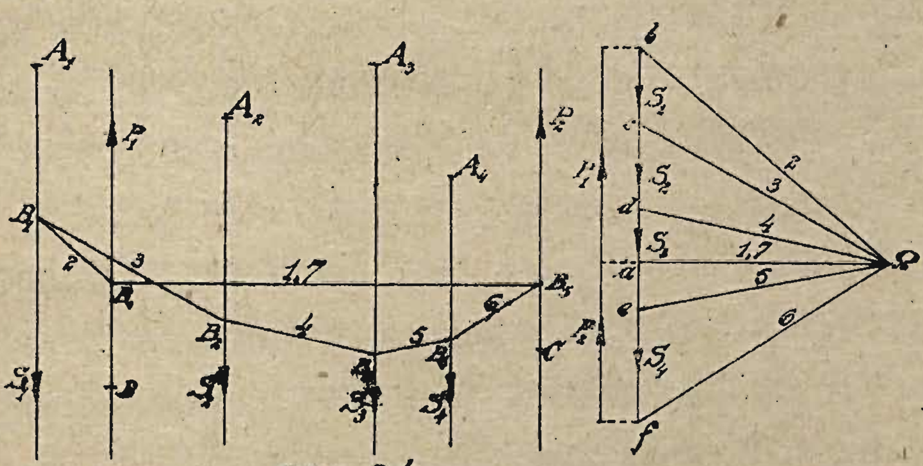
c/ GDY WIELOBOK SIŁ JEST ZAMKNIĘTY, WIELOBOK SZNUROWY ZAŚ NIE, WÓWCZAS DANY UKŁAD SIŁ SPROWADZA SIĘ DO JEDNEJ PARY WYPADKOWEJ. Odpowiedzi będziemy mieli bez liku.

42. ZASTOSOWANIE POWYŻSZEGO. Dane są siły S_1, S_2, S_3, S_4 do siebie równoległe, przyłożone

w punktach A_1, A_2, A_3, A_4. Pragniemy zrównoważyć je dwiema siłami P_1 i P_2, z których pierwsza przechodzi przez punkt B i jest równoległa do sił danych, a druga przechodzi przez punkt C /rys.34/.

Zauważymy naprzód, że siła P_2 również musi być równoległa do sił danych, co wynika z takiego rozumowania: wypadkowa sił S_1, S_2, S_3, S_4, P_1 jest do tych sił równoległa; siła P_2 i ta wypadkowa mają być w równowadze, zatem muszą mieć wspólną linję działania, a więc siła P_2 jest do zadanych sił równoległa.

Przystępujemy do wykreślenia wieloboku sił. Siły P_1 i P_2 są pod względem wartości nieznane,



RYS. 34.

możemy więc wykreślić jedynie odcinki, wyraża- jące siły S_1, S_2, S_3, S_4. Aby konstrukcję mmc móc posunąć jaknajdalej, dogodnie jest ułożyć siły w szereg i siły P_1, P_2 ustawić na począt- ku i końcu tego szeregu. Rozważajmy więc s i w takim porządku: $P_1, S_1, S_2, S_3, S_4, P_2$.-

Zatem bok pierwszy wieloboku sił przedstawia siłę P_1; początek jej, oznaczmy go przez a jest nieznany, koniec P_1 przypada, dajmy na to, w b i w tym samym punkcie rozpoczyna się bok, wyobrażający siłę S_1; koniec siły S_1 niech będzie w punkcie c; stąd rozpoczynamy siłę S_2 i t.d., aż do siły S_4. Dochodzimy wreszcie do punktu f, gdzie kończy się siła S_4 i zaczyna P_2. Aby była równowa- ga, wielobok sił musi się zamknąć, czyli koniec siły P_2 winien upaść w początku siły P_1, t.j. w punkcie a. Ponieważ punkt ten jest nieznany, więc budowy wieloboku sił nie możemy na razie dokończyć.

Obieramy, dalej, dowolny biegun O i prowa- dzimy promienie $2, 3, 4, 5, 6$.-

Promienie 1 i 7 idą do owego nieznanego punktu a /początku pierwszej i końca ostatniej/, nie wykreślamy więc ich i przystępujemy do budowy wieloboku sznurowego.

Na linji działania siły P_1 obieramy dowolny punkt B_0 i prowadzimy przezeń bok 2 ; przez ten sam punkt przechodzi również nieznany n a r a z i e bok 1 . Dalsza budowa wieloboku sznurowego nie nastręcza żadnych trudności; łatwo więc wykreślamy boki $3, 4, 5, 6$, aż w końcu dochodzimy do punktu B_5 , przez który należy poprowadzić bok 7 . Ma być równowaga układu sił, a więc wielobok sznurowy powinien być zamknięty. pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego muszą tworzyć jedną prostą, albo, innemi słowy: boki 1 i 7 powinny się pokrywać. Ponieważ bok 1 przechodzi przez punkt B_0 , a bok 7 - przez B_5 , więc boki te powinny się ułożyć wzdłuż prostej $B_0 B_5$. Mając tym sposobem znalezione boki skrajne / 1 i 7 /, możemy uzupełnić wielobok sił, prowadząc przez Ω równoległą do $B_0 B_5$. Będzie to promień 1 /wzgl. 7/ i wyznaczy nam na prostej bf szukany punkt a , który jest początkiem P_1 i końcem P_6 .

Tak więc $\overline{ab} = R_1$, $\overline{fa} = R_2$.

43. ZASTOSOWANIE ROZKŁAD SIŁY NA SKŁADOWE.

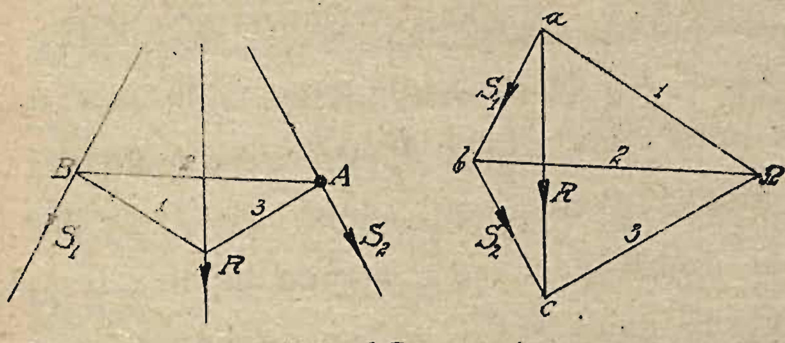
Rozłożyć siłę R na dwie składowe, z których jedna / S_1 / posiada daną linję działania, a druga / S_2 / przechodzi przez dany punkt A /rys 35/.

Zadanie to rozwiązuje się bardzo prosto w tym przypadku, kiedy dana siła R przecina się z zadaną linją działania siły S_1 w granicach rysunku. Dajmy na to, że tym punktem będzie punkt C; wówczas siła S_2 powinna przejść przez ten punkt C; a że z warunku zadania przechodzić ma jeszcze przez punkt zadany A, zatem linja działania siły S_2 jest wyznaczona przez prostą AC. Dalszy rozkład R na dwie siły o wskazanych linjach działania jest sprawą prostą, omówioną już w § 16.

Trudniejsza jest sprawa, kiedy powyższego punktu C n i e m o ż e m y otrzymać w granicach rysunku.

Wówczas postępujemy tak:

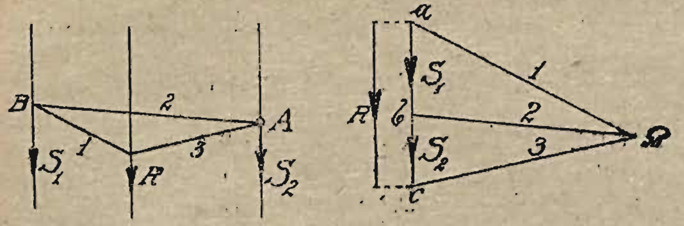
Budujemy naprzód wielobok sił. Odcinek ac przedstawia zadaną siłę R; przez a przechodzi bok, równoległy do S_1, przez c - bok, równoległy do S_2. Gdybyśmy znali koniec b



RYS. 35.

siły S_1, to wypadałoby tylko połączyć go z c; odcinek bc wyznaczyłby nam siłę S_2. Jednak punktu b nie znamy; trzeba budowę wieloboku sił narazie przerwać. Obieramy dowolny biegun Ω; prowadzimy promienie 1 i 3; promień 2, który idzie do nieznanego jeszcze punktu b jest więc nieznany. Wykreślamy następnie wielobok sznurowy, a właściwie jedynie jego boki 1 i 3, przytem robimy to tak, aby bok 3 przeszedł przez A, jako przez jeden jedyny znany punkt linji działania siły S_2. Bok 1 przecina siłę S_1 w punkcie B; oczywiście, prosta AB musi być bokiem 2, gdyż bok ten powinien przejść zarówno przez punkt A, jak i przez B.

Mając bok 2 wykreślamy z Ω promień 2, który wyznaczy nam na prostej równoległej do S_1 nieznany punkt b; wówczas ab i bc przedstawią nam siły S_1 i S_2 co do kierunku, wartości i lotu.

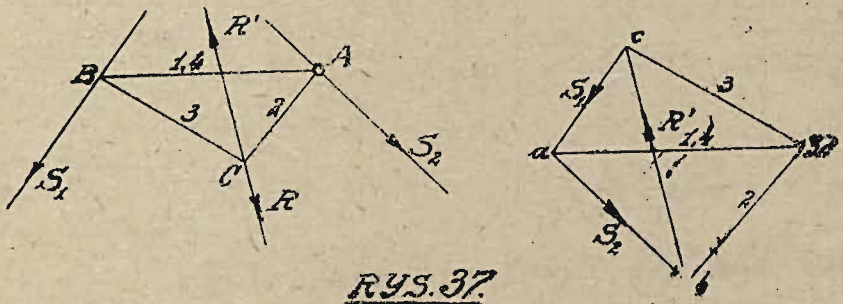


RYS.36.

Na rys. 36 widzimy sposób rozkładu sił, R na dwie składowe do niej równoległe. Wypadek ten nie różni się zasadniczo od przytoczonego poprzednio.

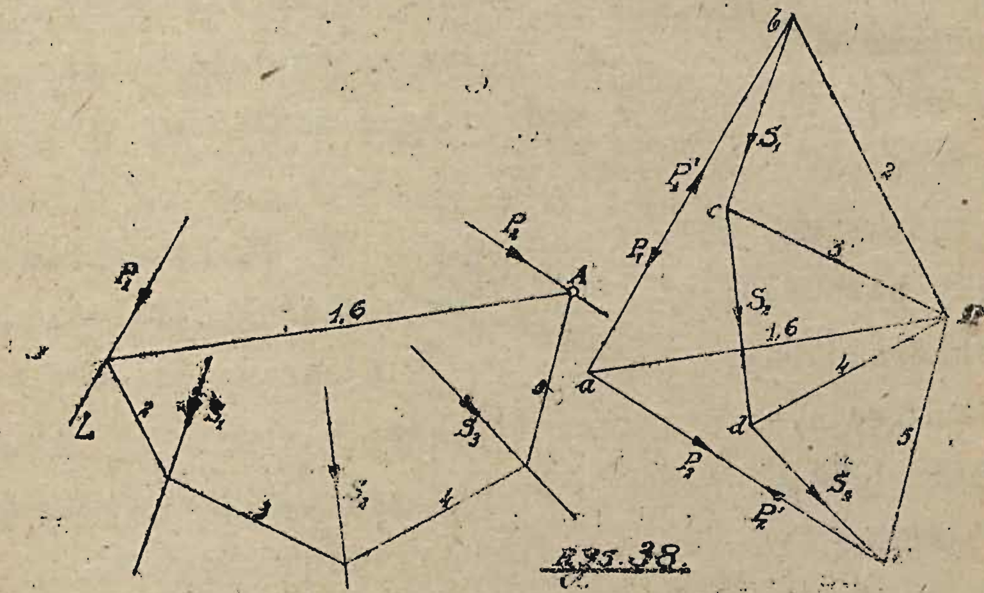
44. W celu rozłożenia siły R na dwie składowe S_1, S_2 /dla jednej z nich jest dana linja działania, dla drugiej punkt/ można rozumować jeszcze nieco inaczej, można mianowicie uważać, że siły S_1, S_2 mają zrównoważyć odwróconą siłę R czyli R' /rys. 37/.

Ustawiamy siły w szereg: S_1, R', S_2 /nieznane siły po brzegach/ i budujemy wielobok sił i wielobok sznurowy. W danym razie nieznane są położenia skrajnych promieni i boków, a więc 1 i 4. Wiemy jednak, że te boki pokrywają się wzajemnie, a ponieważ pierwszy z nich przechodzi przez punkt B, a drugi przez A, za AB jest ich wspólnym kierunkiem. Łatwo już teraz wykreślić brakujące promienie 1, 4 i tym sposobem znaleźć szukane składowe S_1 i S_2.



RYS.37.

45. ZASTOSOWANIE: ROZKŁAD DANEGO UKŁADU SIŁ NA DWIE SIŁY. Niech będzie dany układ sił $S_1, S_2, S_3, \ldots$ /rys.38/. Zastąpić go dwiema siła-



RYS.38.

mi P_1 i P_2, z których P_1 ma zadaną linję działania L, zaś P_2 przechodzi przez punkt A. Ogólność rozwiązania nic nie ucierpi na tem, że dany układ ma tylko 3 siły.

Zadanie powyższe możemy rozwiązać na podobieństwo tego, jak to było podane w § 43, albo też, sprowadzić je można do zagadnienia o równowadze sił, jak to było pokazane w § 44. Ponieważ to drugie rozwiązanie znajdzie częstsze zastosowanie, na niem też uwagę swą zatrzymamy. Rozumujemy tak: siły P_1 i P_2 mają zastąpić dany układ sił; jeśli więc loty sił P_1 i P_2 odwrócimy, pozostawiając wartości i linje działania tych sił bez zmiany, wówczas siły o lotach odwróconych, oznaczmy je przez P_1' i P_2', będą z danym układem sił S_1, S_2, S_3 w równowadze. Ustawiamy wszystkie siły w szereg taki, aby niewiadome siły P_1' i P_2' były na końcach, a więc porządek sił przyjmujemy taki: $P_1', S_1, S_2, S_3, P_2'$.

Zbudujmy dla tych sił wielobok sił i wielobok sznurowy. Obydwa te wieloboki powinny się zamknąć same przez się.

Przy budowie wieloboku sił rozpoczynamy od siły P_1', dla której tylko linja działania jest znana. Zatem w wieloboku sił początku P_1' możemy nie oznaczać, natomiast możemy przyjąć, że punkt 6, wzięty na prostej $\parallel$ do L jest końcem siły P_1'. Punkt 6 jest jednocześnie początkiem siły S_1, a więc prowadzimy przez b prostą // do S_1 i odkładamy taki odcinek bc, aby przedstawiał nam siłę S_1; z końca siły S_1, z punktu c, wykreślamy odcinek cd // do S_2 i t.d. aż dojdziemy do końca ostatniej żądanej siły, w naszym przykładzie, siły S_3, - do punktu e. Punkt e będzie początkiem siły P_2'. Samej siły prowadzić dalej nie możemy; wiemy tylko, że jej koniec upaść musi w punkcie a, gdzie jest początek siły P_1'. Na tem musimy przerwać wykreślanie wieloboku sił. Obieramy dowolnie biegun $\mathcal{P}$ i prowadzimy do punktów b, c, d, e promienie 2, $3, 4, 5$; promieni zaś 1 i 6, które powinny być prowadzone do punktu a, narazie nieznanego, nie możemy wykreślić.

Przystępujemy teraz do budowy wieloboku sznurowego, rozpoczynając wykreślanie jego tak, aby bok odpowiedni przeszedł przez jeden jedyny znany punkt siły P_2', t.j. przez punkt A. Przez ten punkt prowadzimy bok 5, a następnie wykreślamy boki $4, 3, 2$. Linja działania siły P_1' przecina wielobok sznurowy w punkcie B. Prowadząc prostą przez punkty A i B znajdziemy w wieloboku sznurowym bok zamykający 1 wzgl. 6. To nam pozwoli na przeprowadzenie promienia 1 wzgl. 6.

Promień ten przetnie prostą // do siły P_1' w punkcie a, który, jak wyżej zaznaczyliśmy, jest początkiem siły P_1' i końcem siły P_2'. Zatem odcinek ab wskazuje nam na wartość i lot siły P_1', zaś odcinek ea na wartość i lot siły P_2'. Ponieważ w zadaniu szukamy sił P_1 i P_2, więc znajdziemy je równe odpowiednio siłom P_1' i P_2' z lotami: dla siły P_1 od b do a i dla siły P_2 - od a do e. Na rysunku, przedstawiającym układ sił, prowadzimy przez punkt A prostą // do ae : będzie to linja działania siły P_2. Wreszcie, na linjach działania sił P_1 i P_2 zaznaczamy loty tych sił. W ten sposób zadanie mamy rozwiązane.

ROZDZIAŁ III

MOMENTY STATYCZNE SIŁ.

46. OKREŚLENIE MOMENTU STATYCZNEGO SIŁY. Przypuśćmy, że odcinek AB /rys.39/ przedstawia co do wartości, kierunku i lotu siłę S