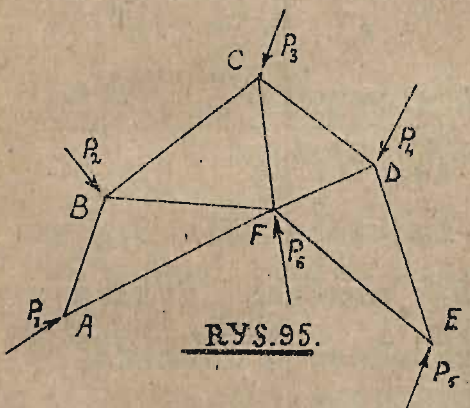
ROZDZIAŁ VII.

KRATOWNICE.

121. OKREŚLENIA. KRATOWNICĄ NAZYWAMY SZTYWNY UKŁAD PRĘTÓW PROSTYCH, POŁĄCZONYCH ZE SOBĄ PRZEGUBAMI /rys.95/.

Punkty, w których zbiegają się pręty, nazywamy WĘZŁAMI.



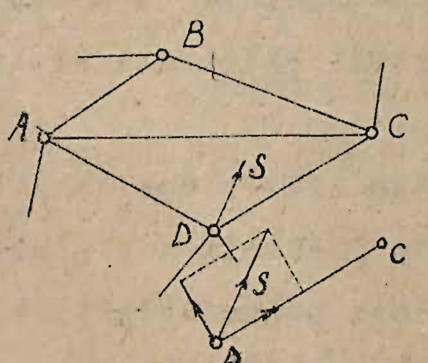
RYS.95.

Jeśli wszystkie pręty, tworzące kratownicę, leżą w jednej płaszczyźnie, kratownicę taką nazywamy PŁASKĄ; w przeciwnym razie mamy do czynienia z kratownicą PRZESTRZENNĄ. W dalszym ciągu będziemy rozpatrywali wyłącznie kratownice płaskie.

W rozdziale niniejszym będzie nam chodziło o wyznaczenie sił, które powstają w prętach, gdy na kratownicę działają pewne siły zewnętrzne. Będziemy uważali przytem, że siły zewnętrzne działają w płaszczyźnie kratownicy i że są przyłożone wyłącznie do węzłów. W § 133 podamy sposób obliczenia tych sił, tymczasem będziemy przyjmowali, że są one zadane.

Kratownice można podzielić na: STATYCZNIE WYZNACZALNE I STATYCZNIE NIEWYZNACZALNE. Do grupy pierwszej zaliczymy takie kratownice, dla których siły w prętach dają się wyznaczyć wyłącznie zapomocą twierdzeń statyki, bez uciekania się do innych wiadomości. Gdy zaś to nie daje się uczynić, to kratownica jest statycznie niewyznaczalną.

122. DLACZEGO POŁĄCZENIA PRĘTÓW MAJĄ BYĆ PRZEGUBOWE ? Przypuśćmy, że ..ABCD.../rys.96/ jest częścią kratownicy, na którą działają siły zewnętrzne, przyłożone w węzłach. Załóżmy, że kratownica jest w równowadze; w równowadze będzie też każdy jej pręt, a więc i pręt CD. Przypuśćmy, że przy węźle D odcinamy wszystkie pręty, za wyjątkiem CD; aby ten pręt był teraz w równowadze,



RYS. 96.

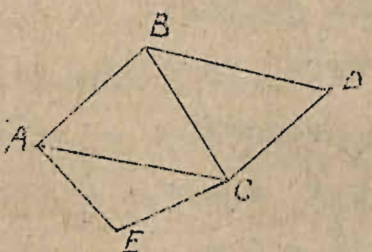
trzeba do punktu D przyłożyć pewną siłę, z jaką odcięte pręty na ten węzeł działały. Niech to będzie siła S, tworząca pewien kąt z osią pręta CD.

Siłę tę możemy rozłożyć na dwie składowe: na jedną w kierunku osi pręta i na drugą w kierunku prostopadłym. Pierwsza z nich wywołuje ściskanie pręta /przy innym kierunku siły S - rozciąganie/, druga dąży do obrócenia go około C, ta ostatnia siła mogłaby pręt zgiąć wówczas, gdyby on był w węźle C sztywno umocowany. Jeżeli za węzeł C będzie przegubowym, wówczas składowa normalna do osi pręta istnieć nie może, boć niema ruchu tego pręta; zatem na dany pręt może wtedy działać tylko siła skierowana wzdłuż jego osi, czyli że pręt może być tylko ściskany lub rozciągany. Przy połączeniu sztywnem w pręcie powstaćby mogły naprężenia zginające. Ponieważ obliczenie sił, zginających pręty, jest złożone i nie może być wykonane przy pomocy zasad statyki, natomiast siły, działające wzdłuż osi pręta, dają się łatwo znaleźć, przeto dla uproszczenia zadania przyjmujemy, że węzły są przegubowe.

Tak więc POŁĄCZENIA PRZEGUBOWE PRĘTÓW KRATOWNICY MAJĄ NA CELU USUNIĘCIE NAPRĘŻEŃ ZGINAJĄCYCH

W PRĘTACH; natomiast zapewniają powstawanie w prętach JEDYNIE SIŁ ROZCIĄGAJĄCYCH LUB ŚCISKAJĄCYCH.

123. WARUNEK STATECZNOŚCI KRATOWNICY. Zobaczymy, wiele trzeba najmniej prętów przy danej liczbie węzłów, aby kratownica była sztywna.



Rys. 97.

Przypuśćmy naprzód, że mamy kratownicę ABC/rys. 97/, złożoną z 3-ch węzłów; oczywiście, że do tego, aby kratownica była sztywna, niezbędne są 3 pręty.

Jeżeli następnie będziemy chcieli połączyć z kratownicą ABC czwarty węzeł D, trzeba będzie do tego już tylko dwóch prętów AD i CD; to samo dotyczy każdego następnego węzła. Zatem, gdy liczba węzłów wynosi n, to pierwsze 3 węzły wymagają 3 prętów, pozostałe $(n-3)$ węzły wymagają każdy po 2 pręty, zatem ogółem potrzeba prętów $(n-3)2$. Widzimy więc, żeby przy n węzłach budowla była sztywna wymagana jest liczba prętów

$$m = 3 + (n-3).2$$

albo

$$m = 2n - 3$$

124. WARUNEK, ABY KRATOWNICA BYŁA STATYCZNIE WYZNACZALNA. Zbadajmy teraz, wiele może być prętów przy n węzłach, aby kratownica poddana działaniu sił zewnętrznych, była statycznie wyznaczalna, t.j. aby można było znaleźć siły, działające w poszczególnych prętach przy pomocy statyki.

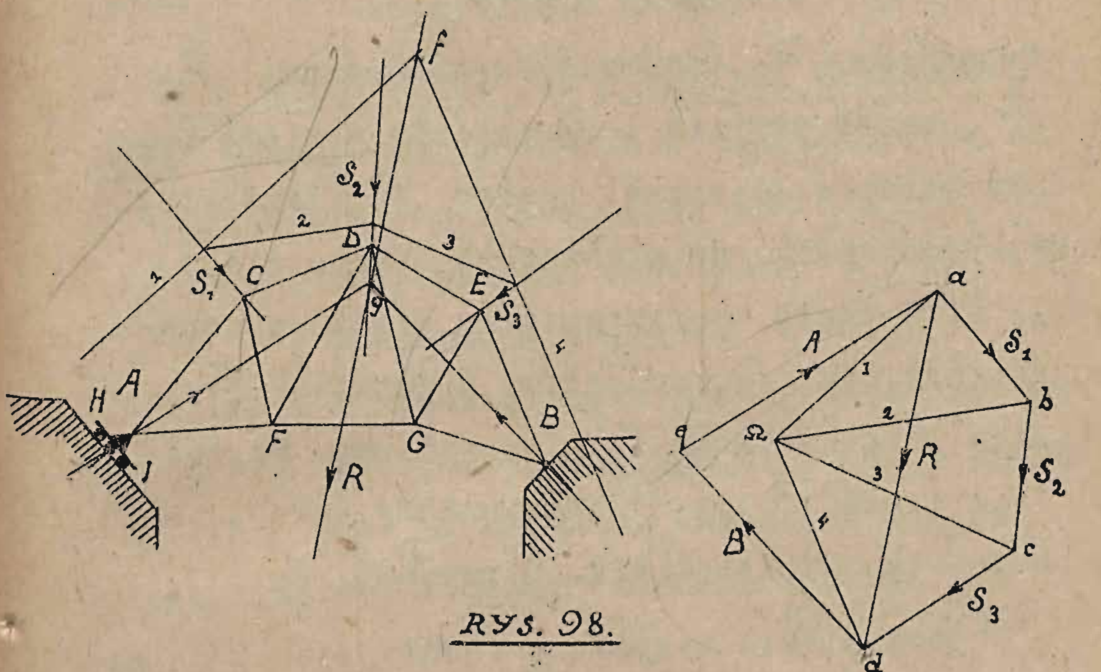
Szukaną liczbę prętów oznaczmy przez m.

Przetnijmy pręty, zbiegające się w jednym z węzłów. Żeby przy tem założeniu węzeł pozostał w równowadze, trzeba do niego prócz sił zewnętrznych przyłożyć jeszcze takie siły, które działały nań wzdłuż przeciętych prętów. Dla wszystkich sił, działających na badany węzeł, i będących w równowadze, możemy napisać dwa równania równowagi: sumy rzutów sił na dwie dowolne osi mają być zosobna równe zeru /trzecie równanie - momentów - nie ma wartości/. Napiszmy podobne równanie dla drugiego węzła badanego, przy założeniu podobnem do poprzedniego. To samo zróbmy z trzecim, czwartym i t.d., wreszcie z ostatnim n -tym węzłem. Ogółem będziemy mogli ustawić $2n$ równań. W tych równaniach znajdzie się tyle niewiadomych, ile sił działa w prętach kratownicy, t.j. m niewiadomych. Z powyższych $2n$ równań nie wszystkie są niezależne. Mianowicie siły zewnętrzne, działające na kratownicę, nie mogą być dowolnie obrane, powinny czynić zadość trzem warunkom równowagi; zatem dla wyznaczenia sił w prętach będziemy mieli nie $2n$ równań, lecz o 3 mniej, czyli $(2n-3)$ równań; tyleż możemy znaleźć niewiadomych sił w prętach; zatem może być tylko $m = (2n-3)$. Gdyby liczba prętów była większa niż $(2n-3)$, to kratownica byłaby statycznie niewyznaczalna.

Z powyższego i z § 123 wynika, że KRATOWNICA O NAJMNIEJSZEJ LICZBIE PRĘTÓW, KTÓRA WYSTARCZA DO SZTYWNOŚCI, JEST JEDNOCZEŚNIE KRATOWNICĄ STATYCZNIE WYZNACZALNĄ.

125. WYZNACZANIE ODPORÓW. Rozpatrzmy kratownicę /rys. 93/, obciążoną siłami S_1, S_2, S_3, przyłożonemi do węzłów C, D, E i opartą o mur w punktach A i B. Mamy wyznaczyć oddziaływa-

nia /odpory/ muru w tych punktach.



RYS. 98.

Co do charakteru podpór, załóżmy, że A jest podporą 1-go rodzaju /por. § 79/ i że może wywierać jedynie oddziaływanie normalne do płaszczyzny podparcia HJ , zaś B - jest podporą II-go rodzaju.

Aby znaleźć odpory A i B , wyznaczamy wypadkową R sił S_1 , S_2 , S_3 , budując dla nich wielobok sił $abcd$ oraz wielobok sznurowy. Szukana wypadkowa pod względem wartości, kierunku i lotu jest przedstawiona odcinkiem

ad ; jej linja działania przechodzi przez punkt f , w którym przecinają się boki skrajne 1 i 4 wieloboku sznurowego.

Wypadkowa R równoważy się odporami: A i B , zatem powinna przeciąć się z niemi w jednym punkcie. Kierunek odporu A jest wiadomy, prostopadły do płaszczyzny podparcia, jeśli więc punkt g przecięcia się tego odporu z wypadkową R połączymy z punktem B , to otrzymamy kierunek drugiego odporu. Wartości i łoty sił A i B wyznaczymy łatwo, uzupełniając wielobok sił. Otrzymamy, że $A = \overline{ea}$, $B = \overline{de}$.

126. WYZNACZANIE SIŁ W PRĘTACH. Zobaczymy teraz, jak wyznacza się siły, które powstają w prętach kratownicy, statycznie wyznaczalnej, pod działaniem sił zewnętrznych.

Podamy tu trzy sposoby, zmierzające do tego celu, mianowicie: sposób: L.CREMONY, A.RITTERA i C.CULMANNA.

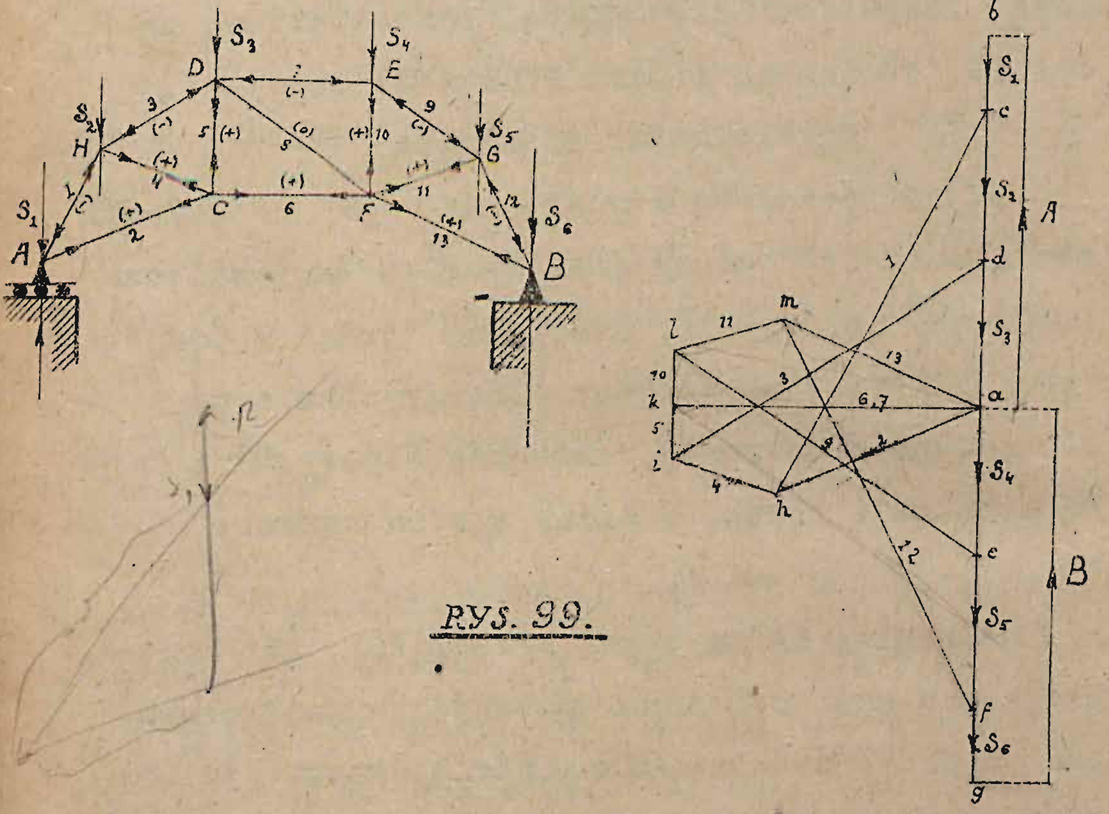
Sposób Cremony, jak zobaczymy niżej, jest dogodny wtedy, gdy chodzi o znalezienie sił we wszystkich prętach kratownicy; dwa pozostałe zaś sposoby - gdy chcemy wyznaczyć siłę, działającą tylko w jednym lub w niektórych prętach.

127. WYZNACZANIE SIŁ W PRĘTACH SPOSOBEM L.CREMONY. Rozpatrzmy kratownicę, przedstawioną na rys.99, obciążoną siłami PIONOWEMI $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$, przyłożonemi do węzłów A, H, D, E, G, B i podpartą w punktach A i B. Jeśli obciążenie kratownicy jest symetryczne względem środkowej osi, jeśli, następnie, jedna z podpór /np. A / jest na wałkach, toczących się po płaszczyźnie poziomej, wówczas odpory A i B są pionowe i równe, a każdy z nich wynosi:

$$\frac{1}{2}\left(S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6\right)$$

Założenia, które wyżej zrobiliśmy, nie zmieniają w niczem ogólności podanych niżej rozwiązań. W przypadku sił, dowolnie zadanych /byleby to był układ sił płaski/, działających na kratownicę nie koniecznie symetryczną, na kratownicę, opartą na podporze, której oddziaływanie jest inne niż pionowe, - sposoby rozwiązania będą zupełnie podobne do tych, które podamy niżej. O tem, zresztą, każdy łatwo może się sam przekonać.

Założenia, powyżej przytoczone, mają tę, jednak, wartość, że w praktyce właśnie najczęściej je przyjmujemy.



RYS. 99.

Wykreślamy wielobok sił, wprowadzając doń $\overline{ab} = A$ i $\overline{ga} = B$. Wyznaczywszy odpory, przechodzimy do rozpatrzenia sił w prętach; bierzemy naprzód pod uwagę węzeł A. Ponieważ kratownica jest w równowadze, przeto każdy z węzłów, oddzielnie rozpatrywany, jest w równowadze. Przetnijmy pręty, zbiegające się w węźle A. Dla równowagi tego węzła, poza siłą A i S_1, należy jeszcze przyjąć siły, działające według prętów 1 i 2. Te cztery siły A, S_1 i siły w prętach 1 i 2 są w równowadze. Zatem wielobok, utworzony z tych sił, musi być zamknięty. Siły A i S_1 są już w wieloboku sił wykreślone, należy tylko z końca c siły S_1 poprowadzić równoległą do pręta 1, a z początku a siły A - równoległą do pręta 2. Oznaczając punkt przecięcia się tych równoległych przez h, otrzymamy, że $\overline{ch}$ /z lotem od c do h / określa siłę w pręcie 1, a $\overline{ha}$ /z lotem od h do a / - siłę w pręcie 2. Otrzymane loty oznaczamy na rysunku kratownicy, notując je na prętach w pobliżu węzła A.

Widzimy, że w pręcie 1 na węzeł A działa siła, zwrócona do niego; pręt ten jest zatem ściskany; oznaczamy to, stawiając przy pręcie znak "minus" /-/.

W pręcie 2 siła jest skierowana od węzła A; to oznacza, że pręt 2 jest rozciągany; zaznaczamy to znakiem "plus" /+/, postawionym przy pręcie.

Przejdziemy teraz do innego węzła. W węźle spotykają się cztery pręty, mianowicie: $2, 4, 5, 6$. Pręt 2 jest rozciągany, zatem działa siła od węzła C; siła ta jest określona poprzednio i jest równa, co do wartości i kierunku, wyznaczonej poprzednio sile $2 = \overline{ah}$, lot zaś posiada przeciwny, niż to było w stosunku do węzła A. Nieznane są zatem tylko siły w prętach $4, 5, 6$, równoważące się z siłą $\overline{ah}$ /siły zewnętrzne na węzeł C nie działają/. Dane te nie wystarczają do znalezienia tych sił, bo na odcinku, przedstawiającym siłę $\overline{ah}$, możemy zbudować nieskończenie wiele wieloboków, o bokach równoległych do prętów $4, 5, 6$. Z tego wynika, że narazie węzła C rozpatrywać nie możemy, i że należy przejść do takiego węzła, w którym mamy w prętach tylko dwie siły niewiadome.

Takim jest węzeł H. Zbiegają się w nim pręty $1, 3, 4$ i działa nań siła zewnętrzna S_2. Siła w pręcie 1 jest $= \overline{hc}$; ponieważ ten pręt jest ściskany, zatem na węzeł H działa siła ku niemu /zaznaczamy to na osi pręta strzałką zwróconą do H/. Pozostają więc do wyznaczenia siły w prętach 3 i 4 . Wykonywamy to, korzystając z poprzednio rozpoczętego wieloboku sił: Siła w pręcie 1 /siła $\overline{hc}$ / wraz z siłą S_2 tworzą część wieloboku hcd ; z końca d siły S_2 prowadzimy równoległą do pręta 3 , a z początku h siły hc - równoległą do pręta 4 . Jeżeli punkt przecięcia się tych prostych oznaczymy przez i , to odcinki $\overline{di}$ i $\overline{ih}$ wyznaczą odpowiednio siły w prętach 3 i 4 . Dla węzła H otrzymaliśmy więc wielobok zamknięty z obiegiem $cdihc$. Znacząc na rysunku kratownicy zwroty sił 3 i 4 , zobaczymy, że pręt 3 jest ściskany, zaś pręt 4 - rozciągany, w pierwszym bowiem pręcie siła działa <u>ku</u> węzłowi, w drugim <u>od</u> węzła.

Zauważmy, że otrzymalibyśmy bardziej złożony wykres sił, gdybyśmy poprowadzili równoległą do pręta 4, przez punkt d /a nie przez b /, a przez h /a nie przez d / równoległą do pręta 3 . W następstwie bylibyśmy zmuszeni do powtórzenia tych samych odcinków po parę razy.

Uniknąć podobnej niedokładności pozwoli nam uwaga, że rysunek kratownicy i wielobok sił są figurami wzajemnemi, które mają tę własność /por.§29/, że LINJE, PRZECINAJĄCE SIĘ NA JEDNEJ Z FIGUR, NP. NA RYSUNKU KRATOWNICY W JEDNYM PUNKCIE, MUSZĄ TWORZYĆ NA FIGURZE DRUGIEJ WIELOBOK ZAMKNIĘTY I ODWROTNIE. Tak więc np. pręty $1, 2, 4$ na rysunku kratownicy tworzą trójkąt, a zatem linje równoległe do nich w wieloboku sił przecinać się muszą w jednym punkcie. Na rysunku kratownicy siły S_2, S_3 i pręt 3 tworzą trójkąt /o wierzchołku ∞ dalekim/, przeto w wykresie sił - siła S_2, S_3 i siła w pręcie 3 wychodzą z jednego punktu d. I tak dalej.

Po tej ogólnej uwadze możemy przejść do węzła C, w którym obecnie mamy już tylko 2 niewiadome: siły w prętach 5 i 6. Pozostałe bowiem 2 siły, mianowicie 2 i 4, zostały już wyznaczone przed chwilą.

Przedewszystkiem dodajemy znane siły w pręcie 2-gim i 4-ym; suma wyraża się odcinkami ahi. Pręty $3, 4, 5$ tworzą trójkąt, zatem w myśl uwagi poprzedzającej, równoległe do nich siły w wieloboku sił powinny się przecinać w jednym punkcie. Należy zatem przez punkt i , w którym przecinają się równoległe do prętów 3 i 4 poprowadzić równoległą do pręta 5 , a przez punkt a /początek siły w pręcie 2 / równoległą do pręta 6 . Otrzymamy wówczas, że siłę w pręcie 5 wyznaczy odcinek $\overline{ik}$, a w pręcie 6 odcinek $\overline{ka}$; bieg lotów wskazuje, że obydwa pręty są rozciągane. Dla węzła C mamy wielobok zamknięty z obiegiem $ahika$.

Przechodzimy teraz do węzła D , na który działają siły w prętach $3,5,8,7$ oraz siła zewnętrzna S_3 . Niewiadome są tylko dwie, mianowicie siły 8 i 7 . Naprzód dodajemy znane dla tego węzła siły przy pomocy wieloboku $kida$. W celu wyznaczenia sił 7 i 8 prowadzimy, podobnie jak poprzednio, przez punkt k równoległą do pręta 8 , a przez a - równoległą do 7 . Wypadnie stąd, że siła w pręcie 8 jest równa zeru, a siła w pręcie 7 jest co do wartości równa sile w pręcie 6 ; jednocześnie znajdujemy, że pręt 7 jest ściskany.

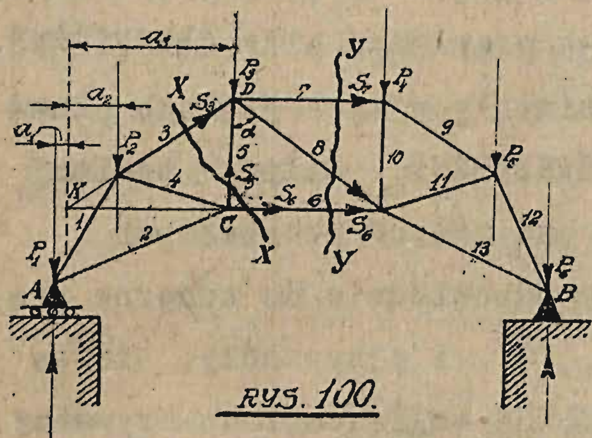
Dla węzła D mamy wielobok sił z obiegiem

Zupełnie podobnie rozważać będziemy kolejno węzły E, F, G. W każdym z nich spotkamy tylko dwie niewiadome, będziemy więc mogli je wyznaczyć. Kiedy, wreszcie, przyjdziemy do węzła B, znajdziemy tu, że siły w prętach $12, 13$, poprzednio wyznaczone, oraz siły S_6 i B powinny być w równowadze. Rzeczywiście wielobok, utworzony dla tych sił $amfga$ jest zamknięty.

Tym sposobem otrzymamy ostatecznie wielobok sił, zwany WYKRESEM CREMONY. Możemy z niego znaleźć z łatwością wartość siły w którymkolwiek pręcie kratownicy; o tem zaś, czy ten pręt jest ściskany, czy rozciągany, powie nam lot siły, wskazany na rysunku kratownicy.

Zauważmy, że, jeśli przy budowie wykresu Cremony stosować się będziemy ściśle do wyłożonych zasad kolejności postępowania, to żadna linja w wykresie tym nie będzie się powtarzała dwa razy, lecz każda, raz wykreślona, będzie użyta dwukrotnie z przeciwnemi lotami. Z tego względu w celu uniknięcia pomyłek na wykresie Cremony lotów <u>nie</u> wyznaczamy.

128. WYZNACZANIE SIŁ W PRĘTACH SPOSOBEM A.RITTERA. Mówiliśmy wyżej, że sposobem Rittera posługujemy się wtedy, gdy chodzi o siłę, działającą w pewnym pręcie kratownicy, a nie o siły we wszystkich prętach.



RYS. 100.

Sposób ten polega na zastosowaniu jednego z 3-ch warunków równowagi sił, rozważanej w statyce, mianowicie twierdzenia o sumie momentów statycznych układu sił, znajdujących się w równowadze. Aby wyjaśnić sposób Rittera przypuśćmy, że mamy znaleźć siłę w pręcie 5 tej samej, co poprzednio, kratownicy /rys.100/. W tym celu wyobrażamy sobie, że kratownica została rozcięta tak, aby przecięciu uległy tylko TRZY pręty, śród których znajduje się pręt 5 . Przypuśćmy, że przecięcie to zostało wykonane po linji XX i że prawa część kratownicy została odrzucona.

Aby mimo przecięcia pozostała część /lewa/ pozostała w równowadze, należy do prętów w miejscach przecięcia ich przyłożyć siły ZEWNĘTRZNE, równe tym, które działały w tych prętach przed przecięciem jako WEWNĘTRZNE. Siły te powinny działać w kierunku osi prętów przeciętych.

Oznaczmy te siły odpowiednio do numerów prętów przez P_3, P_5, P_6. i przypuśćmy, że są one zwrócone NAZEWNĄTRZ względem rozpatrywanej części kratownicy. Jeśli przypuszczenie to nie jest słuszne, błąd wyjdzie na jaw później.

Tak więc na lewą część kratownicy działają siły zewnętrzne $A, S_1, S_2, P_3, P_5, P_6$; siły te są w równowadze. Z tego wynika, że suma ich momentów statycznych względem dowolnego punktu płaszczyzny kratownicy jest równa zeru.

Weźmy momenty względem punktu K, w którym przecinają się przedłużenia prętów 3 i 6. Oznaczając odległości sił A, S_1, S_2, P_5 od punktu K przez a_1, a_1, a_2, a_3 otrzymamy:

$$A a_1 - S_1 a_1 + S_2 a_2 - P_5 a_3 = 0;$$

momenty sił P_3 i P_6 względem punktu K są równe zeru. Zwrócimy tu uwagę na to, że, pragnąc znaleźć siłę P_5, obraliśmy punkt K na przecięciu się pozostałych dwóch sił nieznanych P_3 i P_6. Skutkiem tego momenty tych sił zginęły, zaś w równaniu otrzymanem mamy tylko jedną niewiadomą P_5.

Z poprzedniego równania znajdujemy:

$$P_5 = \frac{A a_1 - S_1 a_1 + S_2 a_2}{a_3}$$

albo, ponieważ $A = \frac{1}{2}\left(S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6\right)$

$$P_5 = \frac{\left(S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 - S_1\right) a_1 + 2 S_2 a_2}{2 a_3}$$

ze względu na symetrję sił: $S_1 = S_6$, $S_2 = S_5$, $S_3 = S_4$ więc:

$$P_5 = \frac{a_1 \left(S_2 + S_3\right) + a_2 S_2}{a_3}$$

Temu jest więc równa szukana siła P_5 w pręcie 5.

Gdyby chodziło o siłę w jakimś innym pręcie, np. 6, to należałoby wziąć momenty względem punktu przecięcia się przedłużeń prętów 3 i 5 t.j. względem węzła D.

Z otrzymanej odpowiedzi wynika: ponieważ

$S_5 > 0$ lot siły S_5 obraliśmy trafnie /siła działa od węzła C /, - pręt jest więc rozciągany. Gdyby lot był założony mylnie, to ujawniłoby się to tem, że w odpowiedzi dla S_5 wypadłaby wartość ujemna. Wówczas byłby pręt ściskany.

129. Sposób Rittera nieraz musi być zastosowany w postaci odmiennej od poprzedniej. Naprz. niech będzie wymagane znalezienie siły w pręcie 8 poprzedniej kratownicy /rys.100/.

W tym celu przecinamy kratownicę wzdłuż linji yy tak, aby przeciętych prętów znów było najwyżej trzy i aby między niemi był pręt 8 . Gdybyśmy chcieli pójść tą samą drogą, co w paragrafie poprzednim, należałoby znaleźć sumę momentów statycznych wszystkich sił, działających na lewą część kratownicy /siły te są: $A, S_1, S_2, S_3, P_6, P_7, P_8$/ względem punktu, znajdującego się w przecięciu się prętów 6 i 7 . Ponieważ w danym przypadku pręty 6 i 7 są równoległe, przeto punktu przecięcia się nie znajdziemy i o momentach statycznych nie będziemy mogli mówić. Wobec tego zastosujemy inne twierdzenie ze statyki, głoszące, że, jeśli układ sił jest w równowadze, suma rzutów wszystkich sił na jakąkolwiek oś jest równa zeru.

W danym przypadku obieramy oś pionową, skierowaną dajmy na to, na dół.

Suma rzutów wspomnianych sił będzie:

$$-A + S_1 + S_2 + S_3 + P_8 \cos\alpha = 0$$

Rzuty sił P_6 i P_7 są, oczywiście, równe 0 i w równanie nie wejdą; dlatego też, nawiasem mówiąc, taki kierunek osi /pionowy/ obraliśmy.

Z ostatniego równania znajdujemy:

$$P_8 = \frac{1}{\cos\alpha}\left(A - S_1 - S_2 - S_3\right);$$

Ponieważ $A = \frac{1}{2}\left(S_1 + S_2 + \ldots + S_6\right)$,

więc

$$P_8 = \frac{1}{2\cos\alpha}\left(-S_1 - S_2 - S_3 + S_4 + S_5 + S_6\right)$$

Ze względu na założoną symetrję sił

$$S_1 = S_6 \; ; \quad S_2 = S_5 \quad ; \quad S_3 = S_4$$

więc

$$P_8 = \frac{1}{2\cos\alpha} \cdot 0 = 0$$

Oczywiście wynik, że $P_8 = 0$ jest tylko szczególnym przypadkiem.

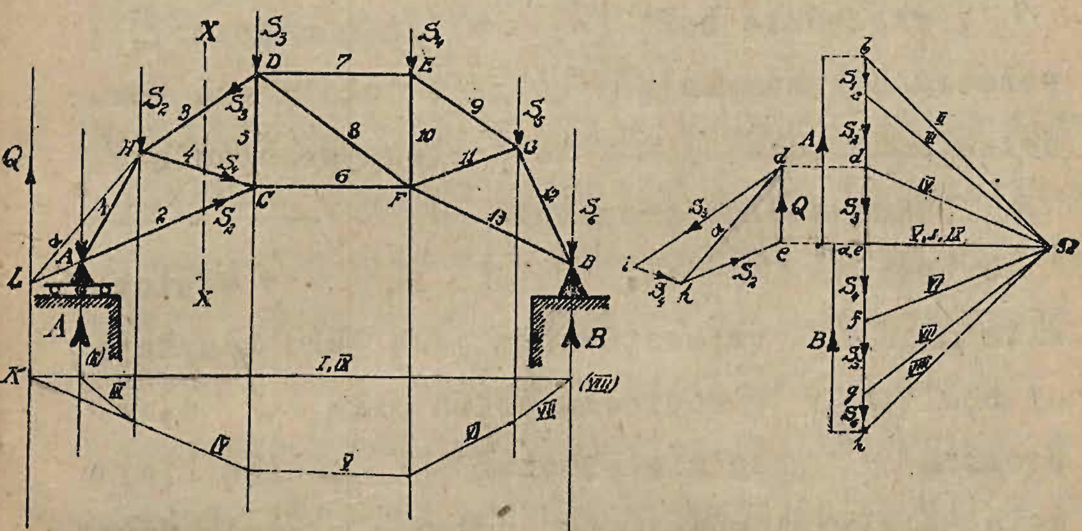
Wogóle otrzymalibyśmy pewną wartość na P_8.

Gdyby otrzymana wielkość była dodatnią, lot siły P_8, założony na początku zadania, byłby słuszny, czyli pręt byłby rozciągany; gdyby zaś z ostatniego równania otrzymana wielkość była ujemną, byłoby to wskazówką, że lot siły jest odwrotny do założonego, czyli, że pręt byłby ściskany.

130. WYZNACZANIE SIŁ W PRĘTACH SPOSOBEM C.CULMANNA. Sposób Culmanna również pozwala obliczać siłę, działającą w dowolnym pręcie kratownicy, bez wyznaczania sił, w poprzedzających prętach. Różni się ten sposób od sposobu Rittera tem, że posługujemy się w nim rozkładem siły na trzy składowe wykreślnie, a nie metodą momentów statycznych lub rzutów sił - rachunkowo, jak w sposobie Rittera.

Na rys.101 wskazane jest zastosowanie sposobu Culmanna do wyznaczenia siły w pręcie Przedewszystkiem znajdujemy odpory A i B wykreślając wielobok sił i wielobok sznurowy.

Dalej, jak w metodzie Rittera, wyobrażamy sobie przecięcie XX tak, aby zostały przecięte tylko 3 pręty / $3, 4, 2$ / i między niemi pręt 4.



RYS. 101.

Znajdujemy następnie wypadkową Q sił zewnętrznych A, S_1, S_2, działających na lewą część kratownicy; wreszcie wypadkową Q równoważymy trzema siłami w kierunkach prętów $2, 3$ i 4.

Wypadkową Q znajdujemy wykreślnie zapomocą wieloboku sił i wieloboku sznurowego.

Postępujemy tu w sposób, objaśniony w §§ 26,

30. Wobec symetrji kratownicy i sił S_1, S_6, przyłożonych w podporach, otrzymujemy niektóre osobliwości w wykresie wieloboku sznurowego: bok $\overline{II}$ i $\overline{VIII}$ giną, zamieniając się w punkty, w których przecina się bok $\overline{III}$ z linją odporu A, względnie bok $\overline{VII}$ z linją odporu B; pozatem bok zamykający $\overline{I}$, $\overline{IX}$ ułoży się równolegle do boku $\overline{V}$ i wobec tego promienie $\overline{I}$, $\overline{IX}$ pójdą wzdłuż promienia $\overline{V}$.

Wypadkowa Q sił A, S_1, S_2 - w wieloboku sił $abcd$ przedstawiona jest jako zamykający bok ad. Ponieważ przed siłą Q mamy promień $\overline{I}$, za nią promień $\overline{IV}$, więc linja działania wypadkowej Q przejdzie przez punkt K, w którym przecinają się bok $\overline{I}$ i $\overline{IV}$.

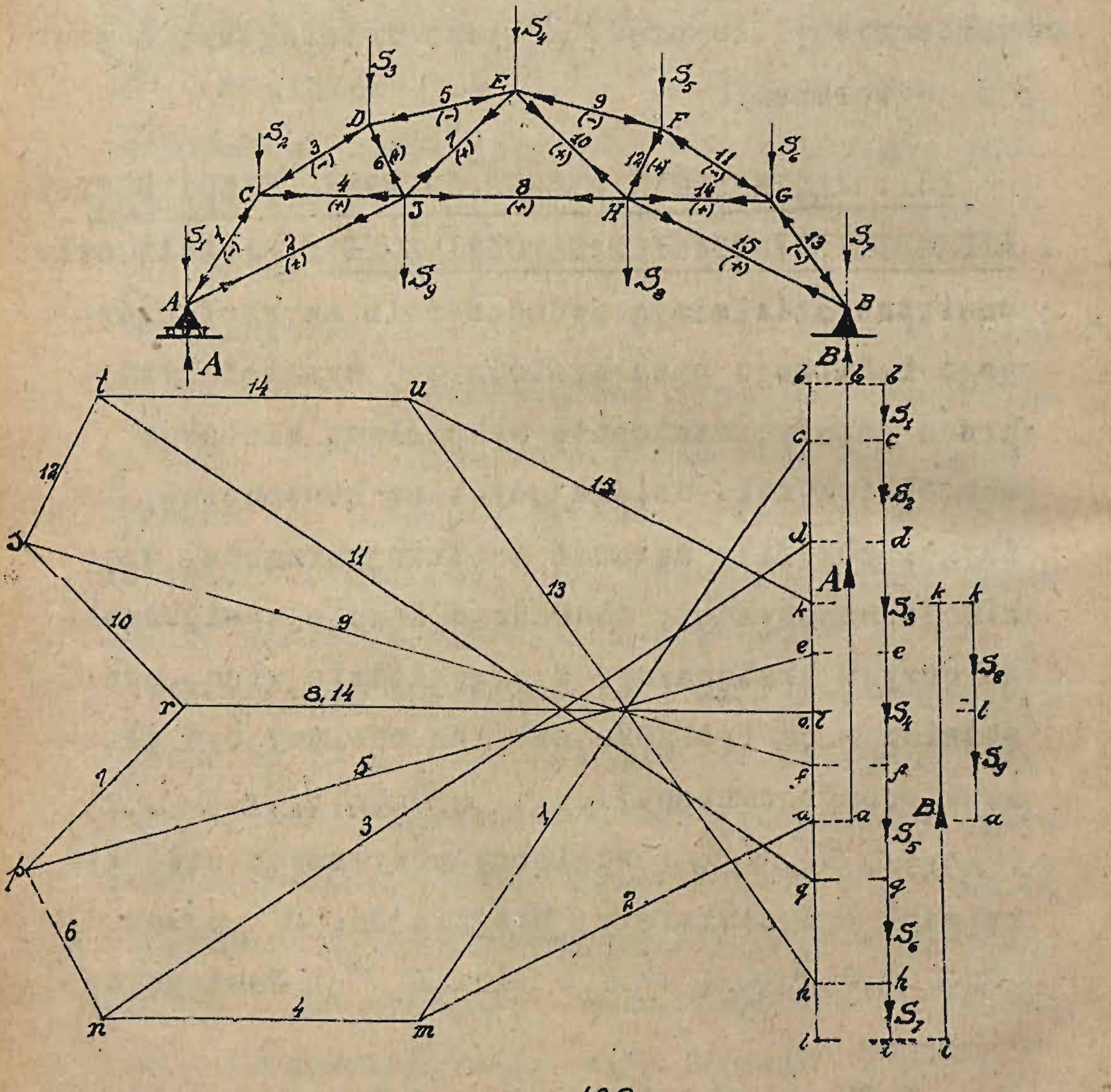
Znalezioną wypadkową Q należy zrównoważyć siłami 2, 3 i 4. Postępujemy tu zgodnie ze wskazówkami, podanemi w § 24; przedłużamy linję działania siły 2 do przecięcia się z siłą Q w punkcie L i łączymy punkty H z L prostą α. Na wykresie - w sąsiedztwie wieloboku sił - równoważymy siłę Q siłami 2, 3 i 4, budując w znany sposób wielobok $edih$; z niego znajdujemy siłę 4 równą odcinkowi $\overline{ih}$. Siła ta w pręcie 4 działa na prawo od rozpatrywanej części lewej, czyli, że pręt 4 jest z taką siłą rozciągany. Wreszcie, jednocześnie, znajdujemy siły w prętach 2 i 3, przyczem wnioskujemy, że pręt 2 jest rozciągany, a pręt 3 - ściskany.

131. JAK WYKONAĆ WYKRES CREMONY, KIEDY WSZYSTKIE WĘZŁY KRATOWNICY SĄ OBCIĄŻONE ? Jeżeli siły zewnętrzne działają jednocześnie na węzły górnego i dolnego pasa kratownicy, wyznaczamy naprzód odpory; następnie wykreślamy wielobok wszystkich sił, działających na kratownicę, zważając, aby siły ustawić w takim porządku, w jakim je napotykamy, obchodząc dokoła zewnętrznego obrysu kratownicy. W przykładzie więc, przedstawionym na rys.102, siły te powinny być złożone w sposób następujący: $A, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, B, S_8, S_9$; wielobok powyższych sił, który musi być zamknięty, biegnie od a przez $b, c, d, e, f, g, h, i, k, l$ do a x/. Następnie

---

x/ Dla większej wyrazistości wielobok ten, który właściwie stanowi jedną prostą, schematycznie rozłożony jest na kilka części tak, aby siły, biegnące w różnych kierunkach, nie zakrywały się wzajemnie.

budujemy właściwy wykres Cremony, zaczynając od węzła A. Siły zewnętrzne, działające na ten węzeł są to A i S_1, wypadkowa ich jest równa odcinkowi $\overline{ac}$, a więc, kreśląc z koń-



RYS. 102.

ców jego równoległe do prętów 1 i 2, otrzymamy, że szukane siły w tych prętach wynoszą $\overline{cm}$ i $\overline{ma}$.

Dalej przechodzimy do węzłów C, D, J, E, F, G, H, B postępując według prawideł, wyłożonych w § 127, bez żadnych trudności. Łatwo przekonać się, że, gdybyśmy siły ułożyli w wieloboku sił w innym, niż wskazany porządku, otrzymalibyśmy wykres sił bardzo zawiły i nieprzejrzysty, przytem trzebaby było na wykresie powtarzać niektóre siły.

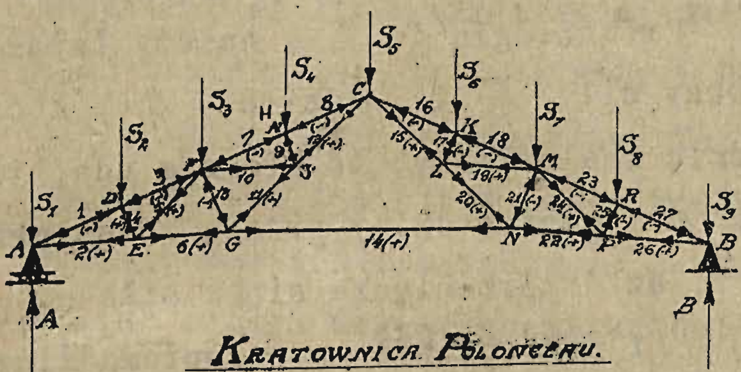
132. KRATOWNICA POLONCEAU. Sposób Cremony może być zastosowany do każdej kratownicy, statycznie wyznaczalnej, naogół bez trudności. Zdarzają się jednak pewne zadania, które szablonowo rozwiązać się nie dają. Do tych, właśnie, należy kratownica dachowa syst. Polonceau, "trzykrotnie podpięta" //kratownica Polonceau "raz podpięta" żadnych trudności nie nastręcza/. Kratownicę Polonceau trzykrotnie podpiętą mamy przedstawioną na rys. 103. Wykres sił w prętach wykonywamy w taki sposób: rozpoczynamy budowę wykresu Cremony, jak zwykle, od węzła A,

przechodzimy następnie do D , dalej do E , a stąd należałoby przejść do G lub do F . Lecz w G mamy trzy nieznane siły $11, 13, 14$; w F - również trzy - $7, 10, 13$. Wobec tego nie możemy prowadzić dalej wykresu i trzeba uciec się do wykresu pomocniczego.

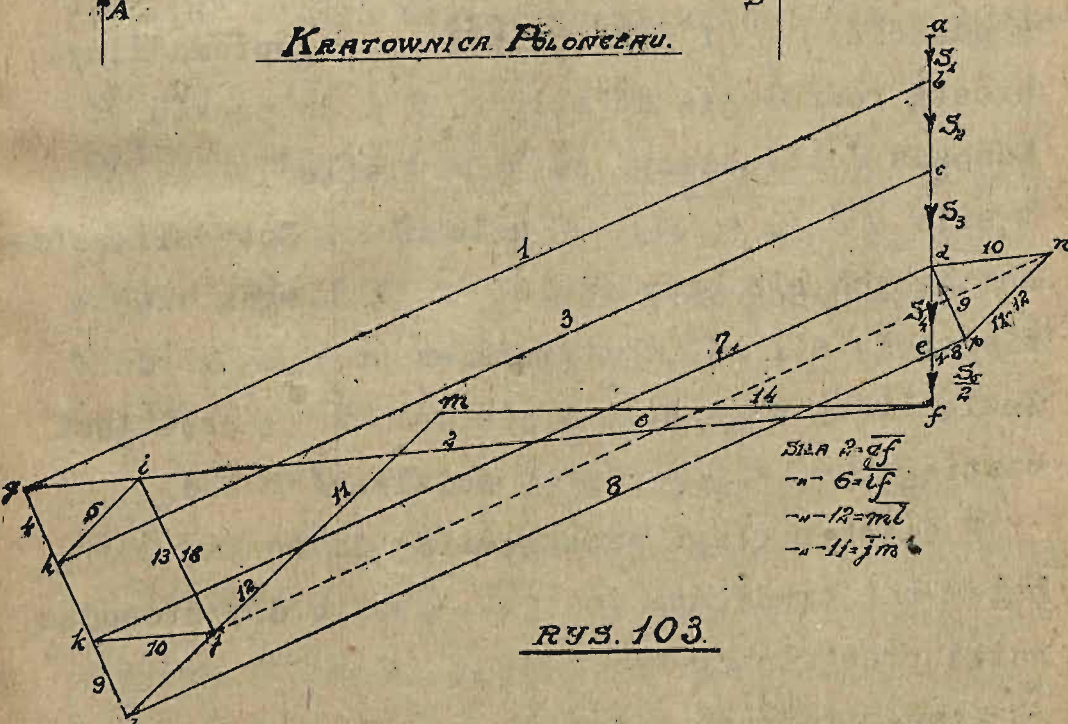
Rozpatrujemy, mianowicie, węzeł H . Działa nań siła zewnętrzna S_4 oraz siły w prętach $7, 8, 9$. Rozważymy ową siłę S_4 trzema siłami, z których dwie mają wspólną linję działania, równoległą do prętów 7 /lub 8 /, trzecia jest równoległa do pręta 9 . Działanie to mamy wykonane na rozpoczętym poprzednio wykresie po lewej stronie wieloboku sił. Odcinek $\overline{ep}$ przedstawia oczywiście RÓŻNICĘ sił w prętach 7 i 8 , a $\overline{dp}$ jest to siła, działająca w pręcie 9 . Siła 9 ma lot od p do d , czyli że pręt 9 jest ściskany.

Dalej rozpatrujemy węzeł J . Działają nań cztery siły w prętach $9, 10, 11, 12$. Z tych pierwsza siła jest już znana. Zrównoważmy siłę 9 siłami $10, 11, 12$, z których dwie: 11 i 12 mają wspólną linję działania. Otrzymamy w trójkącie dpn : siłę pn równą RÓŻNICY sił w prętach 11 i 12 , a nd - siłę w pręcie 10 . Lot siły 10 jest od n do d , czyli że pręt 10 jest rozciągany.

Tak więc znaleźliśmy już siłę w pręcie 10 ; możemy teraz wrócić do węzła F , w którym pozostają obecnie dwie niewiadome 7 i 13 ,



KRATOWNICA POLONCEAU.



RYS. 103.

dające się wyznaczyć zwykłą drogą. Należy tylko wskazać, jak się wstawia znaleziony odcinek nd /= sile 10 / do rozpoczętego wykresu. Siły $3, 5, S_3$ razem z siłami $10, 7$ i 13 mają tworzyć wielobok zamknięty; zatem przez punkt i prowadzimy równoległą do pręta 13, a przez d - równoległą do 7; należy teraz wstawić między siły 7 i 13 siłę 10, którą już poprzednio znaleźliśmy; to się nam uda, jeśli z punktu n poprowadzimy prostą równoległą do siły 7, aż do przecięcia się z siłą 13 w punkcie j i następnie z j poprowadzimy prostą równoległą do siły 10 do punktu k. Wówczas dostrzeżemy, że $\overline{kj}$ = sile 10, ji = = sile 13, a dk = sile 7. Loty sił, równoważących się przy węźle F, biegną więc w wieloboku sił od c przez d, k, j, i, h do c. Znaleźliśmy więc siły w pręcie 5 /pręt jest rozciągany/, w 13 /pręt ściskany/ i t.d.

W dalszym ciągu przechodzimy do węzła G, potem bez trudności do J, H, C i t.d., stosując wciąż prawidła ogólne.

Pewną trudność w powyższem zadaniu, pochodzącą stąd, że po rozwiązaniu węzłów A, D, E natrafiliśmy na takie węzły G i F, w których schodzą się po 3 pręty nieznane, ominęliśmy w ten sposób, że przeszliśmy do dalszego węzła H. Jakkolwiek w węźle tym spotykamy również 3 siły nieznane, to jednak dwie z nich mają WSPÓLNĄ linję działania; mamy zatem możność znalezienia trzeciej siły i RÓŻNICY dwóch pierwszych, jako jednej siły. Takich dogodnych warunków nie zastajemy ani w węźle F, ani w G. Następnie w węźle J korzystamy z takich samych dogodnych warunków, jak w węźle H.

133. WIĄZARY DACHOWE, SIŁY PIONOWE. W paragrafach poprzednich przyjmowaliśmy, że siły zewnętrzne, działające na poszczególne węzły kratownicy, są zadane. Należy teraz wskazać, w jaki sposób obliczamy te siły.

Przedewszystkiem rozróżniamy dwa rodzaje sił zewnętrznych /poza odporami/: siły PIONOWE i UKOŚNE. Pierwsze siły są uwarunkowane działaniem ciężarów, ukośne zaś działaniem wiatru.

W paragrafie tym pomówimy o siłach pionowych, przyłożonych do kratownic dachowych, zwanych inaczej **WIĄZARAMI** dachowemi.

Wiązar każdy, złożony z prętów, wykonanych z żelaza lub z drzewa o różnych przekrojach, ma pewien ciężar. Przystępując do zaprojektowania wiązaru dachowego, nie znamy zwykle wymiarów /przekrojów/, a zatem ciężarów pręta, z których kratownica ma być wykonana. Korzystamy więc z danych, otrzymanych z wiązarów już wykonanych.

W "Techniku", w kalendarzach technicznych znajdziemy stosowne dane, z których przytaczamy tylko kilka liczb dla przykładu:

a/ **CIĘŻAR WŁASNY WIĄZARÓW.** Ciężar ten zależny jest od rozpiętości i od odległości jednego wiązaru od drugiego. Zwykle ciężar ten odnosimy do m^2. rzutu poziomego powierzchni, przypadającej na 1 wiązar.

Przy rozpiętościach do 25 - 30 m. dla wiązarów lekkiej konstrukcji można przyjmować ciężar $p_w = 15 \backsim 20$ kg/m^2, zaś dla cięższej konstrukcji $p_w = 20 \backsim 30$ kg/m^2; przy rozpiętościach $30 \backsim 60$ m. można przyjąć $p_w = 40$ do 100 kg/m^2. rzutu poziomego.

b/ CIĘŻAR KRYĆBY I STROPU. Wiązary dachowe służą do podtrzymywania kryćby /pokrycia dachowego/, która się składa z konstrukcji, utworzonej z belek, beleczek, desek, łat i właściwego pokrycia /dachówka, blacha, szkło/; całość kryćby wspiera się na wiązarach w węzłach górnego pasa.

Strop, złożony z konstrukcji złożonej z belek, beleczek, desek, tynku, zawieszony jest zwykle do węzłów dolnego pasa wiązara dachowego.

Ciężar kryćby zwykle przyjmujemy w zależności od 1 m^2 powierzchni pochyłej dachu.

Np. ciężar kryćby (p_k) przy zastosowaniu pokrycia

pojedyńczego dachówką p_k =	90	kg.	na	1	m^2	pochyłej	połaci.
podwójnego "	120	"	"	"	"	"	
blachą żelazną ocynkowaną							
lub blachą cynkową	40	"	"	"	"	"	
łupkiem	85	"	"	"	"	"	
szkłem . . . . 20 ∽	30	"	"	"	"	"	
tekturą smołowcową	35	"	"	"	"	"	
"holocementowego"	180	"	"	"	"	"	

W podobny sposób mamy dany CIĘŻAR STROPU (p_s)

zależnie od wykonania od 200 do 350 kg/m^2 rzutu poziomego.

c/ Prócz poprzednich ciężarów, stale działających na wiązar, należy jeszcze uwzględnić CIĘŻAR ŚNIEGU (p_s). Dla naszych warunków klimatycznych można przyjmować $p_s = 75 . \cos\alpha$ kg/m^2 rzutu POZIOMEGO, gdzie α jest kątem pochylenia dachu do poziomu.

Nadmienić należy, że na dachach, których połacie tworzą z poziomem kąt $\alpha \geqslant 50^\circ$, śnieg utrzymuje się z trudnością; dla takich dachów ciężaru śniegu uwzględniać nie potrzeba.

Również podczas wiatru śnieg nie utrzymuje się na dachu z tej strony, z której wiatr wieje; w tym też przypadku można nie brać pod uwagę ciężaru śniegu.

Kiedy ustaliliśmy ciężary zarówno wiązaru, jak krycia, stropu i śniegu, można będzie łatwo obliczyć siły, przypadające na którykolwiek wiązar.

Niech rozpiętość wiązara $= l$ metrów; odstęp między dwoma sąsiedniemi wiązarami $= b$ metrów, oznaczmy, następnie, ciężar własny wiązaru /na 1 m² rzutu poziomego/ przez p_w ; ciężar kryćby /na 1 m² powierzchni pochyłej/ przez p_k ; stropu /na 1 m² rzutu poziomego/ przez p_s ; śniegu /na 1 m² rzutu poziomego/ - p_s' ; wreszcie długość obrysu górnego kryćby przez l_o.

Przy powyższych oznaczeniach znajdziemy ciężary, przypadające na którykolwiek z więzarów:

a/ od własnego ciężaru wiązara i kryćby:

$$Q_1 = b(lp_w + l_o p_k)$$

b/ od ciężaru stropu:

$$Q_2 = blp_s$$

c/ od ciężaru śniegu, pokrywającego tylko części dachu, np. połowę:

$$Q_3 = \frac{1}{2} blp_s'$$

Każdą z sił Q_1, Q_2, Q_3 należy rozłożyć na poszczególne węzły wiązara. Jakkolwiek na każdy z węzłów przypadać może inny ciężar, to zwykle jednak:

a/ Siłę Q_1 rozkładamy na górne węzły, przytem na wszystkie węzły, z wyjątkiem dwóch skrajnych, przyjmujemy jednakowe siły, na skrajne zaś po połowie tej siły; jeśli, dajmy na to, górnych węzłów będzie n_1, wtedy na każdy pośredni węzeł przyjmujemy siłę $S_1 = \frac{Q_1}{n_1 - 1}$

zaś na każdy skrajny - siłę $= \frac{S_1}{2} = \frac{Q_1}{2(n_1-1)}$.
Gdybyśmy chcieli zrobić założenie bliższe do prawdy, możnaby ciężar wiązara rozłożyć na wszystkie węzły górne i dolne, lecz nierównomiernie: więcej /np. 2/3 całego ciężaru/, na górne, mniej /np. 1/3 całego ciężaru/ na dolne; zaś ciężar kryćby - tylko na górne węzły.

b/ Siłę Q_2 - rozkładamy na dolne węzły; jeśli węzłów dolnych mamy n_2, wówczas na każdy pośredni węzeł przyjmujemy siłę $S_2 = \frac{Q_2}{n_2-1}$, zaś na każdy skrajny siłę $= \frac{S_2}{2} = \frac{Q_2}{2(n_2-1)}$.

c/ Siłę Q_3 rozkładamy na górne węzły tej części wiązara, nad którą przyjmujemy śnieg. Na skrajne węzły tej części przyjmujemy 1/2 siły, przypadającej na każdy z pośrednich węzłów.

Dla uproszczenia roboty bardzo często przyjmujemy, że śnieg działa na całą powierzchnię kryćby i wówczas siłę $Q_3 = b\,l\,p_s'$ łączymy z siłą $Q_1 = b(lp_w + l_o p_k)$; sumę tych sił $Q_1 + Q_3$ rozkładamy na górne węzły wiązaru tak, jak to było powiedziane w p. a/.

Przy tem założeniu pręty wiązara znajdą się wogóle w gorszych warunkach, niż, gdyby założyć rozkład sił bliższy rzeczywistości; skutkiem tego wymiary prętów otrzymują się większe, bezpieczniejsze.

134. Na przykładzie wiązara dachowego, przedstawionego na rys.104, obliczone zostały siły, wywołane w prętach wiązara ciężarem własnym i śniegu.

Siły te, obliczone z wykresu, zebrane zostały w tabelce, pomieszczonej w § 138. W tabelce tej podane są jeszcze inne dane, o czem będzie mowa niżej.

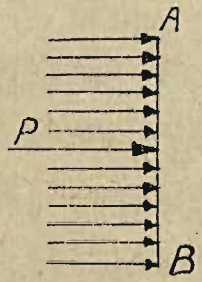
135. SIŁY UKOŚNE. PARCIE WIATRU NA WIĄZARY DACHOWE. Oprócz sił pionowych, powstających od ciężaru własnego wiązara, kryćby, stropu i śniegu, na wiązar dachowy działają jeszcze siły ukośne wiatru. Przy obliczeniu kratownicy siły te uwzględnia się w sposób cokolwiek odmienny, niż siły pionowe, i dlatego wypada sprawę tę omówić oddzielnie.

Kierunek wiatru tworzy z poziomem kąt, wynoszący około 10°. Chcąc uprościć sobie rachunek będziemy przyjmowali, że siła ta jest pozioma, nie popełnimy przez to znacznego błędu, a natomiast ułatwimy sobie wykonanie wykresów. Zresztą, żadnej zasadniczej trudności, prócz niedogodności o charakterze kreślarskim, nie napotkalibyśmy, gdybyśmy chcieli uwzględnić owo pochylenie wiatru do poziomu.

Wyobraźmy sobie płaszczyznę AB /rys.105/ o polu F, ograniczoną dowolną krzywą zamkniętą; przypuśćmy, że płaszczyzna ta jest pionowa, a więc prostopadła do przyjętego kierunku wiatru. Doświadczenie wskazuje, że siła, z którą wiatr działa na tę płaszczyznę, wynosi:

$$P = pF$$

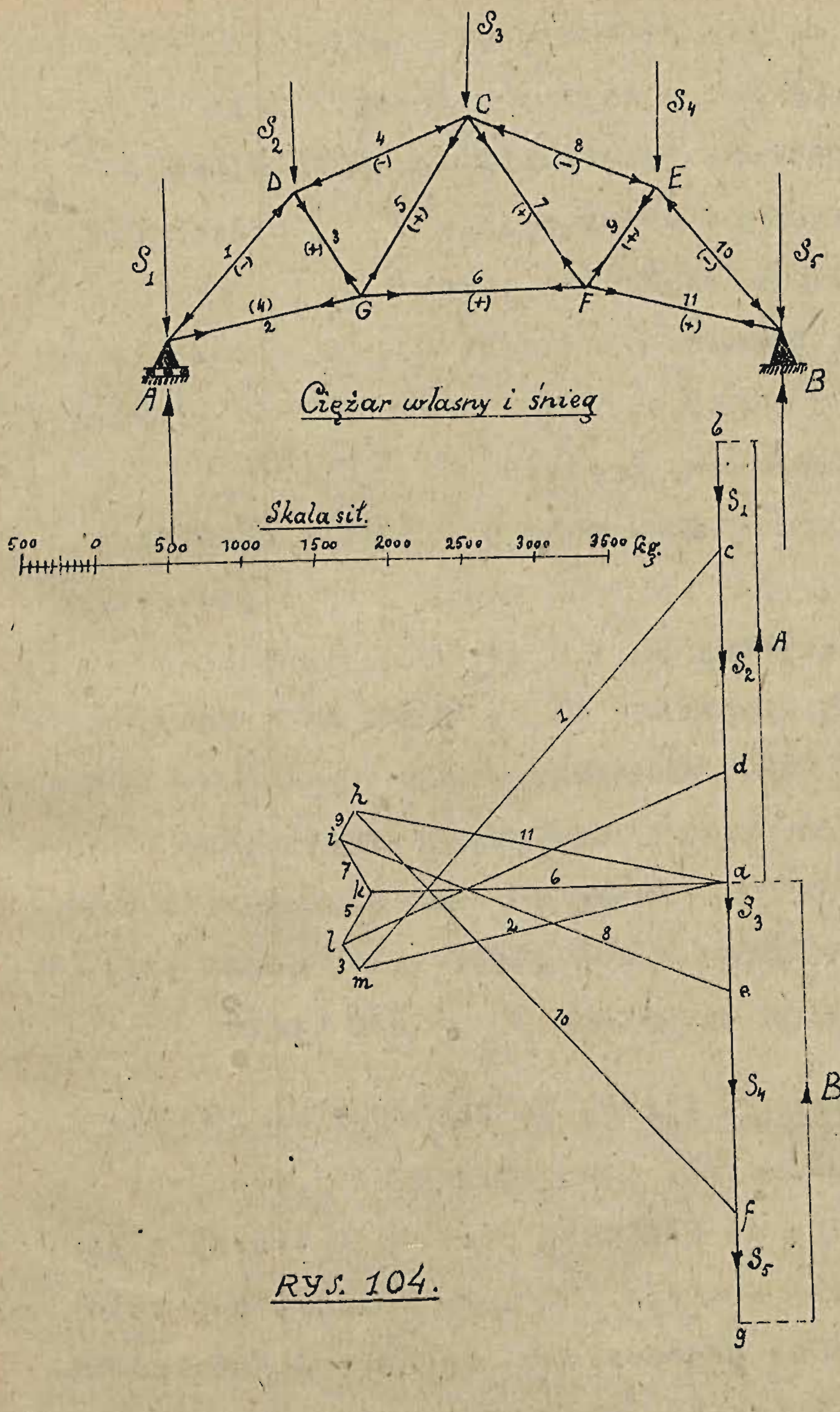
gdzie p oznacza t.zw. CIŚNIENIE JEDNOSTKOWE t.j. siłę parcia wiatru na jednostkę pola. Dalej z doświadczenia otrzymujemy, że



Rys. 105

$$p = \varphi . v^2$$

gdzie v oznacza prędkość wiatru w m/sek., zaś φ jest to pewien stały spółczynnik, który fi-


Ciężar własny i śnieg
Skala sił.
500 0 500 1000 1500 2000 2500 3000 3500 kg.

RYS. 104.

zycznie wyraża ciśnienie na jednostkę pola przy prędkości wiatru = 1 m/sek. Siła P jako wypadkowa parcia wiatru, RÓWNOMIERNIE rozłożonego na płaszczyźnie F, przechodzi przez środek ciężkości pola F.

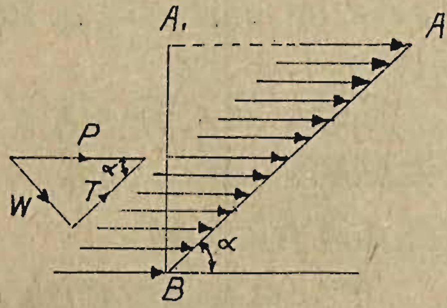
Różni badacze otrzymali dla φ rozmaite wartości, wahające się w nieznacznych granicach. Przyjmiemy średnio $\varphi = 0,13$.

Prędkość wiatru może być różna: od 0 do 50 m/sek. Gdy v = 50 m/sek., to z powyższego wzoru otrzymamy $p = 0,13.2500 = 325$ kg/m^2. W naszych warunkach silny wiatr ma prędkość najwyżej 30 - 35 m/sek. Stąd otrzymujemy p = = 120 - 160 kg/m^2. Zazwyczaj przyjmujemy p = 125 $\backsim$ 150 kg/m^2. Nad morzem siła wiatru jest większa niż w głębi lądu; można przyjąć w takich warunkach p = 250 kg/m^2.

<u>136. PARCIE WIATRU NA PŁASZCZYZNĘ POCHYŁĄ DO POZIOMU.</u> Jeśli płaszczyzna F nie jest prostopadła do kierunku wiatru, a tworzy z poziomem kąt α /rys.106/, to całkowite parcie wiatru na tę płaszczyznę, zgodnie z doświadczeniem, jest takie, jak gdyby wiatr działał na

pole, będące rzutem danej płaszczyzny na płaszczyznę pionową.

Tak więc $P = p \cdot \overline{A_1 B} = p \cdot AB \cdot \sin\alpha$.



Rys. 106.

albo, oznaczając pole AB przez F, otrzymamy:

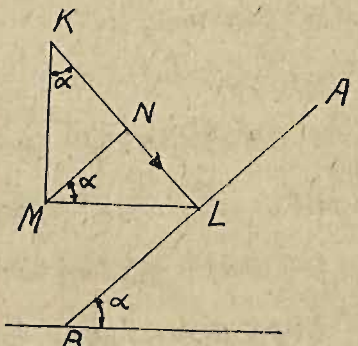
$$P = p F \sin\alpha.$$

Całkowite parcie P rozłóżmy na dwie składowe: styczną /T/ do płaszczyzny i normalną /W/ do niej. Pierwsza składowa powoduje tylko ślizganie się cząstek powietrza po danej płaszczyźnie i niema dla kratownicy żadnego znaczenia. Ważne jest jedynie działanie składowej NORMALNEJ, która wynosi $W = P \sin\alpha$, albo

$$W = p F \sin^2\alpha.$$

Wzór ten można łatwo zbudować wykreślnie /rys.107/ w ten sposób: odmierzamy na prostopadłej do danej płaszczyzny AB o polu F odcinek KL, równy iloczynowi $p \cdot F$. Przez punkt L prowadzimy poziomą, przez K - pionową, a przez ich punkt przecięcia się M -

prostopadłą do KL ; otrzymamy punkt N . Z rysunku widzimy, że $ML = pF \sin\alpha$, zaś $NL = ML \sin\alpha = pF \sin^2\alpha = W$. Z tego wynika, że odcinek NL jest równy szukanej normalnej sile parcia wiatru W.



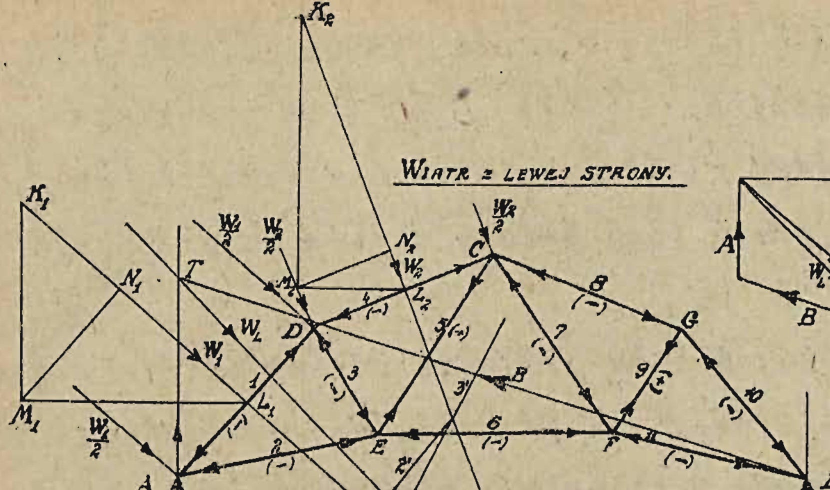
Rys. 107.

137. OBLICZANIE WIĄZARA, PODDANEGO DZIAŁANIU WIATRU.

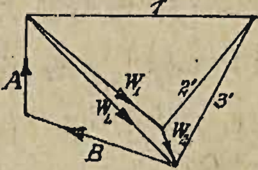
Dla przykładu rozpatrzymy wiązar, przedstawiony na rys. 108-114.

Kryóba opiera się na szeregu wiązarów /I, II, III/, ustawionych równolegle jeden do drugiego, zwykle w jednakowych odstępach /rys.110/.

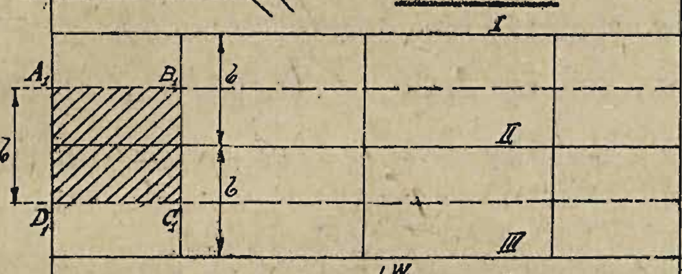
Pokrycie tworzy powierzchnię, składającą się z 4-ch płaszczyzn, przedstawionych w rzucie pionowym prostemi AD, DC, CG, GB , pochylonych do poziomu pod różnemi kątami. Wiatr działa na każdą z nich z inną siłą; należy więc do każdej z tych części zastosować sposób wyznaczenia siły, wskazany na rys.107. Przypuśćmy, że wiatr dzia-



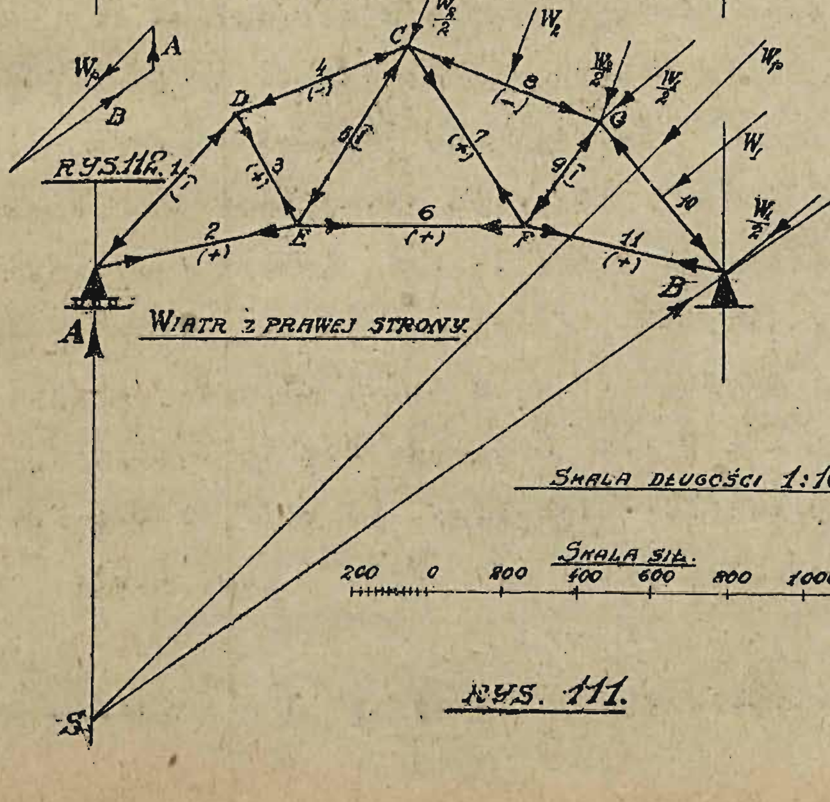
RYS. 108.



RYS. 109.



RYS. 110.



SKALA DŁUGOŚCI 1:100.

SKALA SIŁ.

200 0 200 400 600 800 1000 1200 1400 kg.

RYS. 111.

ła z lewej strony wiązara, zatem działa tylko na płaszczyzny AD i DC - na pozostałe płaszczyzny wiatr działania nie wywiera. Obliczmy, jakie jest parcie wiatru na płaszczyzny AD i DC.

Na każdy wiązar przypada połowa parcia wiatru, wywieranego na płaszczyznę, zawartą pomiędzy dwoma przyległemi wiązarami /rys.110/. Na skrajne wiązary przypada mniejsze obciążenie, niż na wewnętrzne, dlatego też dla bezpieczeństwa należy rozpatrzeć wiązar wewnętrzny.

Jeśli odstępy między wiązarami są $= b$ metrów, siła wiatru, która działa na płaszczyznę AD, należącą do jednego wiązara, wynosi $p.b.AD$. Odcinek, równy temu iloczynowi /zmierzonemu w skali sił/, trzeba odmierzyć na prostopadłej do rozpatrywanej płaszczyzny w jej środku L_1, a dalej należy postąpić zgodnie z § 136. Stosując się do wyłożonego tam prawidła, otrzymamy, że siła, którą istotnie wywiera wiatr na AD, jest równa

$$W_1 = N_1 L_1$$

Podobnie dla płaszczyzny DC otrzymamy

siłę $W_2 = N_2 L_2$. Parcie całkowite wiatru, dmącego z lewej strony, znajdziemy jako wypadkową sił W_1 i W_2. Wypadkową W_L wyznaczamy łatwo zapomocą wieloboku sił i wieloboku sznurowego, co jest wykonane na rys.108 i 109.

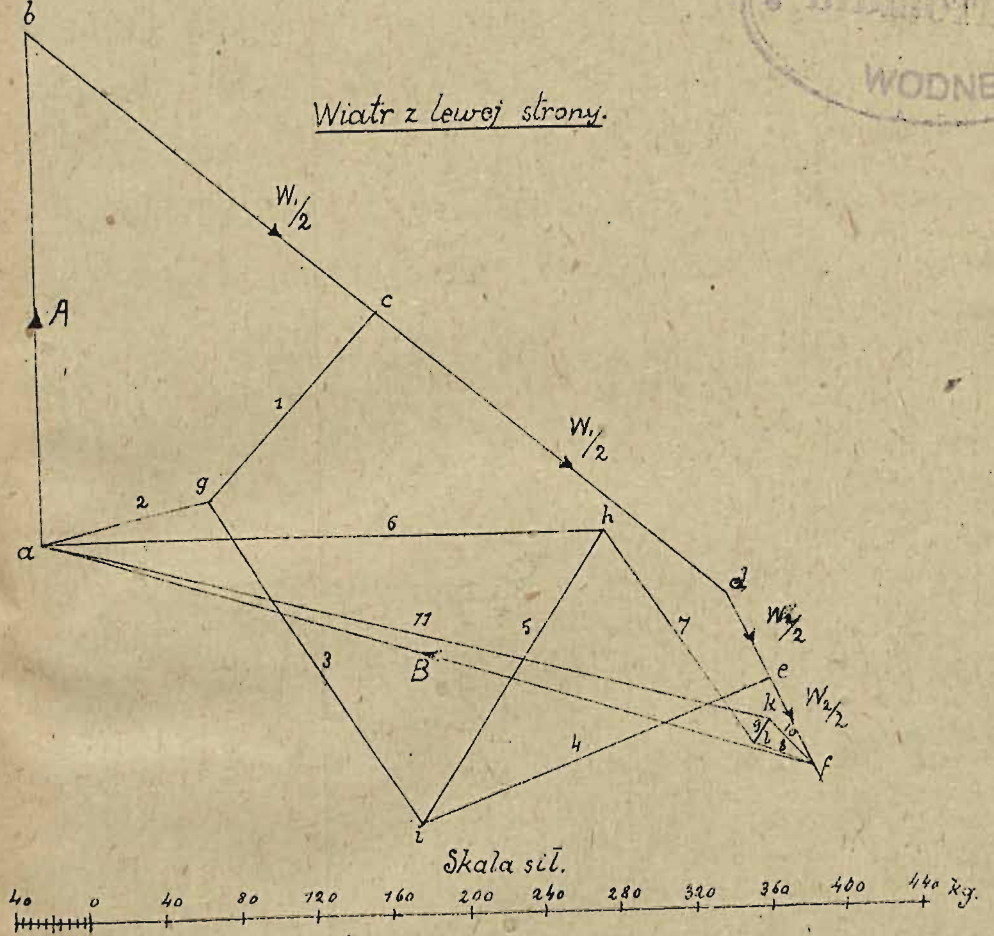
Jeśli przyjmiemy, że na wiązar działa jedynie siła wiatru, to siła ta musi się równoważyć z odporami A i B.

Pierwszy z odporów jest pionowy /podpora na wałkach/; kierunek drugiego odporu otrzymamy, łącząc punkt T przecięcia się W_L z A - z punktem B. Mając kierunki odporów A i B, wyznaczymy je co do wartości zapomocą wieloboku sił /rys.109/.

Gdy wiatr działa z prawej strony /rys.111/, wówczas działanie jego jest jedynie na płaszczyzny CG i GB. Oczywiście, działanie na pierwszą z nich wynosi W_2 /gdyż jest ona symetryczna względem DC /, a na drugą W_1. Wypadkowa W_p /tych sił W_1 i W_2 / będzie symetrycznie skierowana względem W_L. Odpory A i B znajdziemy z tego warunku, że odpór A jest pionowy i przecina się z siłą W_p punkcie S; kierunek drugiego odporu B znajdziemy, połączywszy punkt B z S. Mając obydwa kierunki odporów A i B, wyznaczymy wartości tych odporów, jak na rys.112. Widoczne jest, że odpory A i B, a wskutek tego również siły, powstające w prętach wiązara, są w tym razie inne, niż poprzednio. Wobec tego należy rozpatrywać działanie wiatru z prawej strony oddzielnie, z lewej strony oddzielnie.

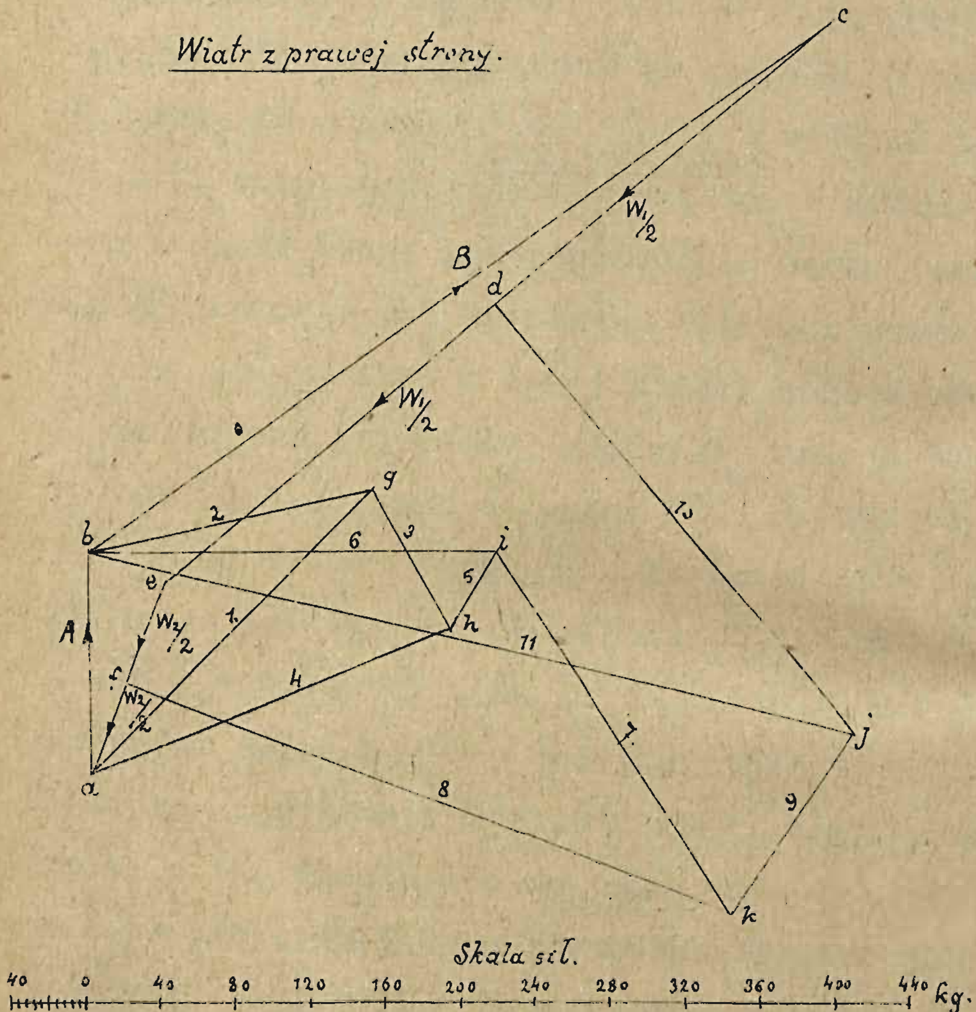
Wróćmy do przypadku, gdy wiatr dmie z lewej strony. W tym razie na węzeł A działa odpór A oraz połowa siły W_1. Na węzeł D działa druga połowa W_1 i połowa W_2; na C - - druga połowa W_2; na G, E i F nie działa żadna siła; na B - jedynie odpór B, znaleziony na wykresie rys.109. Kiedy mamy wyznaczone siły, działające na poszczególne węzły, możemy przystąpić do wykresu Cremony, co jest wykonane na rys.113. Zaczynamy, zgodnie z prawidłem, od węzła A i przechodzimy stopniowo do węzłów D, E, C, G, F, wreszcie do B. Nawiasem dodamy, że dla większej wyrazistości na rys.113 skala sił obraną została znacznie większą, niż na rys.108 i 109.

Wiatr z lewej strony.



RYS. 113.

Wiatr z prawej strony.



RYS. 114.

Zupełnie tak samo postępujemy w tym przypadku, gdy wiatr działa z prawej strony /rys. 111/. W tym razie na węzeł A działa jedynie odpór A, na D, E, F nie działają żadne siły, na $C - \frac{W_2}{2}$, na $G - \frac{W_2}{2}$ i $\frac{W_1}{2}$, wreszcie na B - odpór B i $\frac{W_1}{2}$.

Odpowiedni wykres Cremony mamy na rys.114.

138 ZESTAWIENIE WYNIKÓW OBLICZENIA WIĄZARA.

W § 134 była mowa o określeniu sił w prętach pod działaniem ciężaru własnego i śniegu; siły znaleźliśmy przy pomocy wykresu, podanego na rys.104

TABELKA.

N: pręta	Siły wywołane			Siły do oblicz. pręta	Dług. pręta	Wymiary pręta
	Cięż. wł. i śniegu	wiatrem z lewej str.	wiatrem z prawej str.			
1.	-3750	-135	-215	-3965	2,65	
2.	+2600	-90	+155	+2755	2,70	
3.	+250	-200	+85	+335	1,65	
4.	-2850	-200	-210	-3060	2,50	
5.	+425	+185	-50	+610	2,70	
6.	+2425	-295	+220	+2645	3,00	
7.	+425	-140	+230	+655	2,70	
8.	-2850	-30	-345	-3195	2,50	
9.	+250	+15	-120	+265	1,65	
10.	-3750	-30	-300	-4050	2,60	
11.	+2600	-395	+420	+3020	2,70	

W § 137 wskazane było, jak należy szukać sił, powstających w prętach pod działaniem wiatru, dmącego z prawej lub lewej strony; siły te obliczyliśmy przy pomocy wykresów na rys.113 i 114.

Wyniki, otrzymane z tych obliczeń zestawiamy w tabelce powyższej /str.243/.

Tabelka zawiera siedm kolumn: w pierwszych czterech zapisujemy wartości sił w prętach, a to z wykresów rys.103, 113 i 114. W szóstej kolumnie notujemy z rys. wiązara /rys.104, lub 108, 111/ długości prętów; w piątej piszemy największe siły, jakie się mogą okazać w prętach przy jednoczesnem działaniu ciężaru własnego oraz śniegu i wiatru. Np. dla pręta 1 wszystkie siły są ściskające. Gdy działa prócz ciężaru właściwego i śniegu wiatr z lewej strony, siła ściskająca pręta 1 jest równa 3750 +135 = 3885 kg.; przy działaniu wiatru z prawej strony siła ściskająca pręt 1 wynosi 3750 + 215 = 3965 kg. Widzimy, że ta wartość siły, jako większa, jest miarodajna do obliczenia wymiarów pręta, to też tę siłę zapisujemy w rubryce piątej. Nieraz należy pisać tam dwie wartości, mianowicie siłę ściskającą i rozciągającą, gdyż niewiadomo z góry, która z nich da większe wymiary pręta.

W ostatniej rubryce pisze się, wreszcie, wymiary pręta po obliczeniu ich na podstawie teorji "wytrzymałości materjałów". Zagadnienie to nie należy już do naszego wykładu, i na tem sprawę dźwigarów dachowych kończymy.

139. OBCIĄŻENIE DŹWIGARÓW MOSTOWYCH STAŁEMI SIŁAMI PIONOWEMI. Kratownicę, podtrzymującą pokład, po którym odbywa się ruch ludzi, wozów, pociągów i t.p., nazywamy DŹWIGAREM MOSTOWYM. Do obliczenia poszczególnych części dźwigara mostowego należy przedewszystkiem określić siły, które działają w prętach dźwigara; w tym celu musimy mieć dane siły zewnętrzne, przyłożone do węzłów dźwigara. Rozróżniamy zewnętrzne siły pionowe, wywołane ciężarem własnym wiązara i przedmiotów poruszających się po nim, oraz siły poziome, wywołane działaniem wiatru.

Siły pionowe rozumiemy jako obciążenie STAŁE i obciążenie RUCHOME.

Obciążenie stałe jest uwarunkowane ciężarem własnym dźwigara, pokładu z pomostowników lub z bali, z tłucznia lub bruku, torów kolejowych

Obciążenie stałe dźwigarów obliczamy z danych praktycznych, które znajdujemy w "Techniku", w kalendarzach technicznych lub w specjalnych dziełach.

Np. dla mostu ulicznego o rozpiętości $L\,m$, wykonanego pod jezdnię z tłucznią, znajdujemy ciężar własny:

$$q = 170 + 3{,}2L + 0{,}028L^2 \ldots /kg/m^2/.$$

L powinno być dane w m, i wtedy q otrzymamy w kg/m^2

Uwzględnić, dalej, należy ciężar pomostowników i tłucznia, wynoszący $480 + 80 = 560\ kg/m^2$

Dla innego rodzaju mostów - stosowane są odmienne wzory.

Jeżeli mamy daną rozpiętość L mostu i szerokość B, wówczas ciężar całego mostu obliczymy z wzoru:

$$Q = LB\,(q + 560)$$

Niech cały most wspiera się na m /$m > 2$/ dźwigarach; wtedy na każdy dźwigar /prócz skrajnych/ przypada ciężar $Q_o = \frac{Q}{m-1}$; jeśli $m = 2$, wtedy $Q_o = \frac{Q}{2}$

Ciężar Q_o rozrzucamy na węzły górne - kiedy $m > 2$, lub górne albo dolne, kiedy $m = 2$. Rozkład sił wykonywamy w ten sam sposób, jak to mówiliśmy o wiązarach dachowych w § 133.

140. Dźwigary mostowe, podtrzymujące konstrukcję jezdni, są ze sobą połączone w płaszczyźnie poziomej t.zw. wiatrownicami, które obliczamy jako pręty kratownicy poziomej, poddanej **DZIAŁANIU WIATRU**, dmącego prostopadle do osi mostu.

Parcie wiatru przyjmujemy wówczas równem $150\ kg/m^2$ przy moście obciążonym i $250\ kg/m^2$ przy moście nieobciążonym. Powierzchnię boczną, na którą działa wiatr, obliczamy według rzeczywistych wymiarów poszczególnych prętów, zarówno kratownicy przedniej jak i tylnej, a to w tem założeniu, że nie zawsze jedna kratownica drugą przed wiatrem zakryje; przy nieznacznem odchyleniu się wiatru, działanie jego zaznaczy się i na tylną kratownicę. Można też powierzchnię, na którą działać będzie wiatr, przyjąć równą $0,5 \backsim 0,6$ całkowitej powierzchni bocznej, zakreślonej zewnętrznym obrysem dźwigarów.

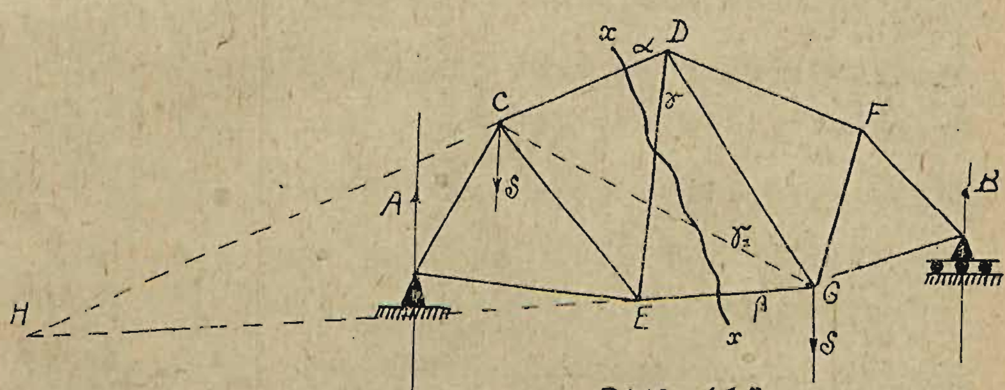
W razie, jeśli przyjmujemy, że most jest obciążony pociągiem, obliczamy dodatkowo do poprzedniej powierzchni jeszcze ścianę pociągu, jako prostokąt o wysokości = 3 m. ponad główkę szyny i długości = długości największego pociągu.

141. OBCIĄŻENIE RUCHOME DŹWIGARÓW. Obciążenie to uwarunkowane jest takiem czy innem położeniem na moście tłumu ludzi, wozów, walców szosowych, parowozów z tendrami i t.p. Dane o tem obciążeniu można znaleźć w odpowiednich podręcznikach. Np. znajdziemy tam, że tłum ludzi wywiera obciążenie, wynoszące $400\ kg/m^2$; konny walec szosowy - $6000\ kg$.; parowy walec szosowy : $10t$ na przednie koło i $13t$ na obydwa tylne /rozstęp - $2,75$ / i t.d.

Przy obciążeniu ruchomem należy zbadać, jaki układ tego obciążenia może być najbardziej niekorzystny dla tego czy innego pręta.

Przykład jak się bada wspomnianą zależność będzie treścią następnych paragrafów.

142. OBCIĄŻENIE RUCHOME NIEKORZYSTNIE DLA PRĘTÓW GÓRNEGO PASA ROZŁOŻONE. W każdym dźwigarze możemy rozróżnić: pręty, tworzące pas górny, pręty, tworzące pas dolny i pręty wewnętrzne. Załóżmy, że układ prętów jest taki, iż, przecinając dźwigar na dwie części, przecinamy po jednym pręcie z pasa górnego i z pasa dolnego i jeden pręt wewnętrzny. Załóżmy dalej, że: DŹWIGAR JEST PODPARTY W DWÓCH KRAŃCOWYCH PUNKTACH I ŻE JEDEN Z ODPORÓW MA KIERUNEK PIONOWY; obciążenie ruchome również jest pionowe. Przy takich założeniach zbadajmy sposobem Rittera,



RYS. 115.

jakie będzie działanie siły S , przyłożonej do jakiegokolwiek węzła dźwigara, na dowolny pręt α górnego pasa /rys.115/

Rozetnijmy dźwigar po linji xx na dwie części. Przypuśćmy, że siła P działa na jakikolwiek węzeł, znajdujący się z prawej strony xx , np. w G . Rozpatrując lewą część dźwigara, widzimy, że na nią działają siły: odpór A , oraz siły P_α, P_β , P_γ w prętach α, β, γ . Aby znaleźć siłę P_α napiszmy równanie momentów tych sił względem węzła E . Ponieważ siła A względem E daje moment dodatni, więc siła P_α ze względu na równowagę lewej części powinna dać moment ujemny; stąd wniosek, że siła P_α na część lewą działa KU węzłowi C , zatem, że pręt α jest ŚCISKANY. Ten sam rodzaj siły P_α otrzymamy, kiedy siła S będzie przyłożona do węzła D lub F.

Co będzie z prętem α , kiedy siłę przyłożymy do jakiegokolwiek węzła z lewej strony przekroju xx , np. do węzła C ? W tym razie rozpatrzmy prawą część kratownicy, na którą działają siły: odpór B i siły w prętach

P_α, P_β, P_γ. Znajdźmy siłę P_α; w tym celu napiszemy równanie momentów dla tych sił względem węzła E. Siła B daje moment ujemny, więc siła P_α powinna dać moment dodatni; stąd wniosek, że siła P_α na część prawą działa KU węzłowi D, czyli, że pręt α jest ŚCISKANY. To samo znajdziemy, jeśli siła S działać będzie na węzeł E.

Z powyższego rozumowania widzimy, że siła pionowa S, przyłożona do któregokolwiek węzła dźwigara, wywołuje w dowolnym pręcie pasa GÓRNEGO siłę ŚCISKAJĄCĄ ten pręt; ta sama uwaga dotyczy obciążenia ciągłego, gdyż to obciążenie możemy rozłożyć zawsze na stosowne węzły.

Stąd wnioski:

a/ Wszystkie pręty pasa górnego będą ściskane.

b/ Aby otrzymać jak największą siłę ŚCISKAJĄCĄ ten czy inny pręt PASA GÓRNEGO, należy obciążenie ruchome przyłożyć do WSZYSTKICH węzłów dźwigara, na które obciążenie to może działać.

143. W podobny do powyższego sposób rozważy-

my los prętów DOLNEGO PASA, naprzykład pręta β /rys.115/. Niech siła S działa na węzeł G. Rozpatrując lewą część kratownicy w celu znalezienia siły P_β, napiszmy równanie momentów względem D: Siła A da moment dodatni, zatem siła P_β powinna dać moment ujemny, stąd widzimy, że siła P_β na lewą część dźwigara działa OD węzła E; czyli, że pręt β jest ROZCIĄGANY. Charakter siły P_β zostanie ten sam, niezależnie od tego, do jakiego węzła z prawej strony xx siła S będzie przyłożona. Jeśli obierzemy jako punkt przyłożenia siły S którykolwiek węzeł z lewej strony xx, otrzymamy również pręt β rozciągany, co łatwo dostrzedz, zakładając, że siła S działa na węzeł C; badamy wówczas prawą część wiązara, na którą działają: odpór B i siły P_α, P_β, P_γ. Równanie momentów tych sił względem D wskazuje nam: ponieważ moment odporu B jest ujemny, więc moment siły P_β powinien być dodatni, czyli, że siła P_β działa OD węzła G; zatem, pręt będzie ROZCIĄGANY. Z powyższego rozumowania wynika, że jakakolwiek siła pionowa S, przyłożona do któregokolwiek węzła dźwigara, w każdym pręcie pasa DOLNEGO, wywołuje siłę, ROZCIĄGAJĄCĄ ten pręt.

Stąd wnioski: a/ Wszystkie pręty pasa dolnego są rozciągane, b/ aby otrzymać jaknajwiększą siłę, ROZCIĄGAJĄCĄ którykolwiek pręt PASA DOLNEGO, należy obciążenie ruchome przyłożyć do WSZYSTKICH węzłów dźwigara, na które to obciążenie może działać.

144. DZIAŁANIE OBCIĄŻENIA RUCHOMEGO NA PRĘTY WEWNĘTRZNE. Zbadajmy wpływ siły ruchomej S, przyłożonej do węzła, wziętego z prawej strony przekroju xx, na siłę w pręcie γ /rys.115/.

Niech siła S będzie przyłożona do węzła G. Na lewą część dźwigara działają siły A, P_α, P_β, P_γ; aby znaleźć siłę P_γ, ułóżmy równanie momentów względem punktu H /przecięcie się prętów α i β /, który, zwróćmy na to uwagę, znajduje się POZA linjami działania odporów A i B. Moment odporu A względem punktu H jest ujemny, zatem moment siły P_γ powinien być dodatni, to jest siła P_γ jest skierowana KU E, czyli że pręt γ jest ŚCISKANY. Jeżeliby siła S działała z LEWEJ strony przekroju xx, np. na węzeł C, wówczas, rozpatrując równowagę prawej części dźwigara, na którą działają siły B, P_α, P_β, P_γ napiszemy równanie momentów względem poprzedniego punktu H. Wtedy znajdziemy: moment odporu B względem H jest ujemny, zatem moment siły P_γ powinien być dodatni, to jest siła P_γ jest skierowana OD węzła D, zatem pręt γ jest ROZCIĄGANY.

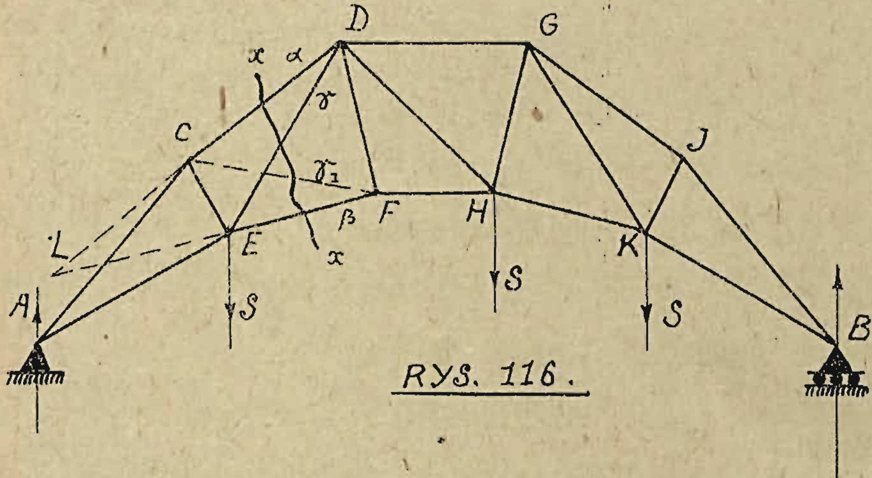
Poprzednio rozpatrywaliśmy pręt wewnętrzny γ, który nazwiemy prętem "podnoszącym się NA PRAWO", aby w ten sposób rozróżnić go od pręta innego rodzaju, jakim np. będzie pręt γ_1 /linja przerywana CG /, który nazwiemy "podnoszącym się NA LEWO".

Zbadajmy w sposób poprzednio podany wpływ siły S na taki właśnie pręt γ_1. Nie będziemy tu przytaczali poprzedniego dowodzenia, tyle razy już powtórzonego, lecz wskażemy odrazu na wynik: jeśli siła S działa z PRAWEJ strony xx , wówczas pręt γ_1 będzie ROZCIĄGANY , kiedy przeniesiemy siłę na LEWĄ stronę xx , wówczas pręt γ_1 jest ŚCISKANY. Zestawiając powyższe wyniki, wypowiemy: pręt wewnętrzny w badanej kratownicy, "podnoszący się $\frac{\text{na prawo"}}{\text{na lewo"}}$ pod działaniem siły S , przyłożonej z PRAWEJ strony od xx , jest $\frac{\text{ściskany}}{\text{rozciągany}}$, zaś pod działaniem siły S , przyłożonej z LEWEJ strony od xx , pręt ten jest $\frac{\text{rozciągany}}{\text{ściskany}}$

145. Powyższe wyniki /z § 143 i 144/ dotyczą przypadku, kiedy "punkt momentów" /skrócone określenie: punkt, względem którego obliczamy momenty sił/ wypadł POZA linjami działania odporów.

Rozważmy teraz przypadek dźwigara, kiedy "punkt momentów" znajdzie się MIĘDZY linjami odporów. Niech to będzie dźwigar, przedstawiony na rys.116.

Zbadajmy pręt γ "podnoszący się NA PRAWO", lub też, w innej konstrukcji, pręt γ_1 "podnoszący się NA LEWO". Punkt L będzie w obydwóch przypadkach "punktem momentów".



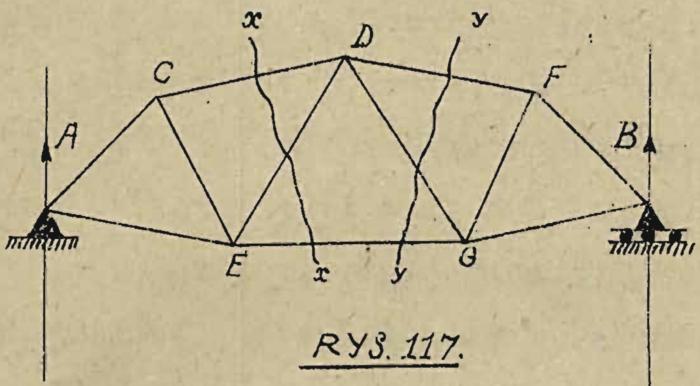
RYS. 116.

Przyłóżmy siłę S raz na prawo od xx, drugi raz na lewo od tego przekroju; wówczas przekonamy się łatwo, że pręt podnoszący się $\frac{\text{na prawo}}{\text{na lewo}}$, pod działaniem siły S, przyłożonej do któregokolwiek węzła bądź z PRAWEJ, bądź z LEWEJ strony od xx, jest $\frac{\text{rozciągany}}{\text{ściskany}}$.
Z poprzedniego też widzimy, że, gdyby w szczególnym przypadku zagadnienie odbiegało od poprzednich, łatwo wątpliwość usunąć, prowadząc rozumowanie w sposób powyższy.

146. ROZKŁAD OBCIĄŻENIA RUCHOMEGO W CELU OTRZYMANIA NAJWIĘKSZYCH SIŁ W PRĘTACH WEWNĘTRZNYCH.

Niech będzie dany dźwigar, wskazany na

rys.117.



RYS. 117.

Wiemy, że ciężar własny dźwigara z pomostem i brukiem wywoła w jednych prętach siły rozciągające, w innych ściskające. Niech dajmy na to, pręt DG od własnego ciężaru dźwigara będzie ŚCISKANY. Wówczas obciążenie ruchome, któreby wywołało w tym pręcie również siłę ŚCISKAJĄCĄ, należy, zgodnie z § 144, przyłożyć do wszystkich węzłów, znajdujących się tylko z LEWEJ strony przekroju yy. Gdyby ten sam pręt DG pod działaniem sił stałych był ROZCIĄGANY, wówczas obciążenie ruchome należałoby przyłożyć do węzłów, znajdujących się z PRAWEJ strony yy.

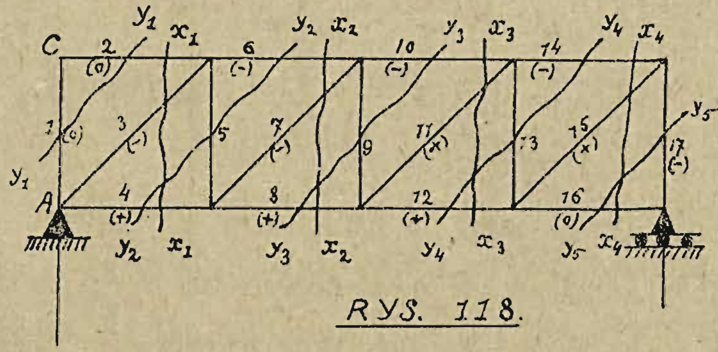
Podobnież, gdybyśmy chcieli znaleźć najniekorzystniejsze obciążenie ruchome w stosunku do pręta DE, należałoby się przekonać, czy od obciążenia stałego pręt ten jest rozciągany, czy też ściskany. W pierwszym razie należałoby obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów z LEWEJ strony przekroju xx, w drugim razie - do węzłów z PRAWEJ strony tegoż przekroju.

Jeśli będziemy mieli dźwigar, przedstawiony na rys.116, gdzie dla niektórych prętów "punkty momentów" znajdują się: MIĘDZY linjami działania odporów A i B, wówczas, jak to wynika z § 145, zarówno obciążenie stałe, jak i ruchome wywoła w prętach siły o tym samym znaku. Dlatego też w tym razie należy obciążenie ruchome przyłożyć do wszystkich węzłów, na które to obciążenie może działać, wspólnie z obciążeniem stałem.

147. PRZYKŁAD. DŹWIGAR O PASACH RÓWNOLEGŁYCH.

Niech będzie dany dźwigar, przedstawiony na rys.118.

Znaleźć niekorzystny rozkład obciążenia dla tych czy innych prętów.



RYS. 118.

a/ Pręty PASA GÓRNEGO będą ściskane /za wyjątkiem pręta 2/, czy to pod działaniem obciążenia stałego, czy też ruchomego. Dlatego też niekorzystny rozkład obciążenia dla prętów pasa górnego będzie polegał na przyłożeniu obciążenia stałego i ruchomego do wszystkich, możliwie, węzłów; przy takim rozkładzie sił zewnętrznych należy znaleźć siły w prętach pasa górnego.

b/ Pręty PASA DOLNEGO będą rozciągane /za wyjątkiem pręta 16/ zarówno pod działaniem obciążenia stałego, jak i ruchomego. Dlatego też do obliczenia sił w prętach pasa dolnego należy założyć, że do wszystkich, możliwie, węzłów są przyłożone jednocześnie obciążenia stałe i ruchome.

c/ W prętach WEWNĘTRZNYCH UKOŚNYCH, które możemy rozpatrywać jako pręty "podnoszące się NA

PRAWO", będą powstawały od obciążenia STAŁEGO w jednych prętach siły ściskające, w innych rozciągające. Np. pręty 3 i 7 będą ściskane, zaś 11 i 15 będą rozciągane.

Jeżeli teraz mamy uwzględnić obciążenie ruchome, powinniśmy je przyłożyć do takich węzłów dźwigara, aby w odpowiednich prętach powstały dodatkowe siły TEGO SAMEGO znaku, co siły, wywołane obciążeniem stałem.

A więc, aby otrzymać niekorzystne położenie obciążenia ruchomego dla prętów $\frac{3}{7}$ należy obciążenie to, zgodnie z § 146, przyłożyć do węzłów, znajdujących się NA PRAWO od przekrojów $\frac{x_1 x_1}{x_2 x_2}$; dla prętów $\frac{11}{15}$ należy obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów, znajdujących się NA LEWO od przekrojów $\frac{x_3 x_3}{x_4 x_4}$.

Tutaj nastręcza się UWAGA następująca: Jeślibyśmy przyłożyli obciążenie ruchome do węzłów, leżących NA PRAWO od $x_3 x_3$, to w pręcie 11 powstałaby siła ściskająca, która przy pewnych warunkach mogłaby się otrzymać większą, niż siła rozciągająca ten pręt pod działaniem obciążenia stałego. W rezultacie otrzymalibyśmy, że pręt 11 przy takiem obciążeniu ruchomem mógłby być ściskany.

Teorja "wytrzymałości materjałów" wskazuje nam, że pręt, obliczony na rozciąganie, wogóle nie może być uważany za dostatecznie wytrzymały względem sił ściskających, choćby nawet mniejszych od poprzednich, szczególniej, kiedy stosunek długości pręta do jego mniejszego wymiaru poprzecznego jest znaczny. Dlatego też konieczne jest zbadać takie pręty rozciągane i na ściskanie, jeśli mogą być one przy pewnych okolicznościach ściskane.

d/ Zbadajmy pręty wewnętrzne PIONOWE /słupki/; pręty te rozpatrywać możemy, jako "podnoszące się NA LEWO" /w stosunku do przekrojów yy /. Jedne z tych prętów, pod działaniem obciążenia stałego są ściskane, inne rozciągane. Do tych prętów dadzą się zastosować te same uwagi, co do prętów ukośnych. Zatem:

Ponieważ pręty 1,5 są rozciągane, zaś 9, 13, 17 są ściskane od działania obciążenia stałego,

aby więc otrzymać niekorzystne położenie obciążenia ruchomego należy:

dla prętów $\frac{1}{5}$, zgodnie z § 145, obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów, znajdujących się NA LEWO od przekrojów $\frac{y_1 y_1}{y_2 y_2}$.

zaś dla prętów 9, 13, 17 należy obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów, znajdujących się na prawo od przekrojów $y_3 y_3$, $y_4 y_4$, $y_5 y_5$.

Co się tyczy niekorzystnego rozkładu obciążenia ruchomego dla słupków, które pod działaniem obciążenia stałego są rozciągane, a pod działaniem obciążenia ruchomego mogłyby być ściskane, to należałoby dosłownie to samo powtórzyć, co było mówione o rozciąganych - ściskanych prętach ukośnych.

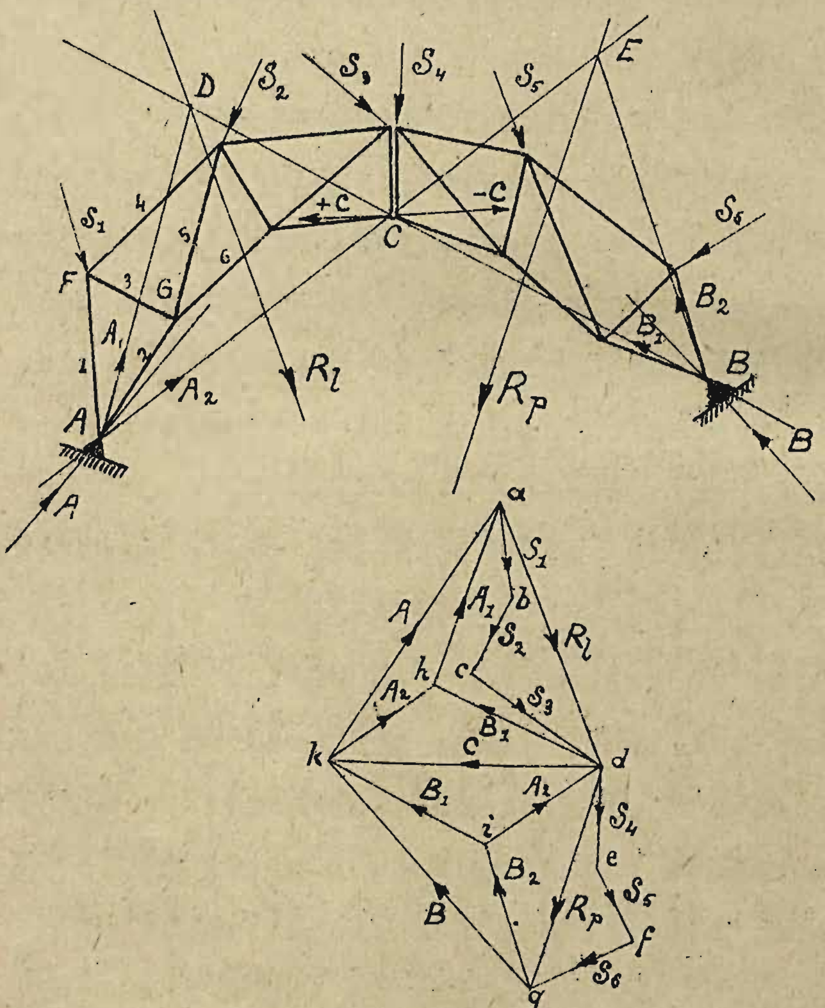
148. KRATOWNICE TRÓJPRZEGUBOWE. Do konstrukcyj statycznie wyznaczalnych należą ustroje trójprzegubowe: na taki ustrój składają się dwa stałe ciała płaskie, połączone ze sobą przegubem /przegub "zwornikowy"/ i opierające się na podporach przegubowych /przeguby "węzgłowiowe"/.

Przyjmujemy, że siły, które na taki ustrój działają, znajdują się w tej samej płaszczyźnie, co i same ciała, tworzące ustrój wraz z przegubami.

Każde z dwóch ciał płaskich może być zastąpione kratownicą i wtedy otrzymamy kratownicę trójprzegubową, inaczej nazywaną "trójprzegubowym łukiem kratowianym". Konstrukcje takie są stosowane zarówno do mostów, jak i do przegubów dachowych o dużych rozpiętościach i wzniosach, np. dla dworców kolejowych /przekrycie nad torami/.

Obliczenie kratownicy trójprzegubowej nie nastręcza trudności: byleby znaleźć oddziaływanie przegubów wezgłowiowych; dalsze odnajdywanie sił w prętach odbywa się w sposób, pokazany w poprzednich przykładach. Zajmijmy się tu zatem znalezieniem odporów w przegubach wezgłowiowych.

Przypuśćmy, że na kratownicę trójprzegubową ACB /rys.119/ działają siły $S_1, S_2 \ldots\ldots S_6$ przyłożone do poszczególnych węzłów. Siły te obliczamy tak samo, jak w poprzednich przykładach, korzystając z wzorów lub danych praktycznych. W naszem zadaniu, w celu uogólnienia rozumowania, przyjęliśmy dowolne kierunki sił $S_1, S_2 \ldots\ldots S_6$. Dajmy na to, że znanemi nam sposobami dodaliśmy siły S_1, S_2, S_3, przyłożone do lewej części kratownicy i że znaleźliśmy wypadkową R_l ; toż samo zrobiliśmy z siłami S_4, S_5, S_6, przyłożonemi do prawej części kratownicy, i otrzymaliśmy wypadkową R_p /wieloboki sznurowe, biegun i promienie nie są pokazane, aby rysunku nie gmatwać/.



RYS. 119.

Przypuśćmy teraz, że siły działają tylko na LEWĄ część kratownicy AC, prawa zaś niech będzie wolna od sił. Wówczas równowaga całości (ACB) pod działaniem sił S_1, S_2, S_3, albo, co na jedno wyniesie, pod działaniem wypadkowej R_l, powstanie w ten sposób, że przegub B działa na kratownicę AC przy pomocy kratownicy BC, jak gdyby przy pomocy pręta prostego BC z siłą B_1, skierowaną wzdłuż prostej BC. Na kratownicę AC działać będą wtedy siły R_l, odpór A i odpór B_1; dla równowagi koniecznem jest, aby siły te przecinały się w jednym punkcie, a tym będzie przecięcie się linji działania siły R_l z linją działania odporu B_1, t.j. w punkcie D. Stąd wyznaczymy linję działania odporu A_1.

Kiedy mamy linje działania odporów A_1 i B_1, w wieloboku sił $abcd$, gdzie ad jest właśnie wypadkową R_l, z punktu a prowadzimy równoległą do prostej AD, zaś z d równoległą do BD; otrzymamy wtedy trójkąt sił adh, z którego wyznaczymy odpory A_1 i B_1; $A_1 = \overline{ha}$, $B_1 = \overline{dh}$.

Toż samo, słowo w słowo, robimy z kratownicą prawą BC, zakładając, że na nią tylko działają siły S_4, S_5, S_6, albo wypadkowa R_p. Lewa kratownica /pozbawiona SIŁ/ działa na prawą wzdłuż prostej AC.

Prosta AC i linja działania wypadkowej R_p przecinają się w E; przez ten punkt E przejdzie linja odporu B_2. Znaleźliśmy zatem linje działania odporów A_2 i B_2.
W wieloboku sił $defg$ bok dg przedstawia wypadkową R_p. Jeśli z punktu d przeprowadzimy prostą równoległą do AE, zaś z g równoległą do BE, otrzymamy trójkąt dgi; stąd $A_2 = \overline{id}$, $B_2 = \overline{gi}$.

Załóżmy teraz, że siły R_l i R_p działają jednocześnie każda na właściwą kratownicę; wówczas przegub A oddziaływać będzie na lewą kratownicę z wypadkową sił A_1 i A_2; zaś przegub B na prawą kratownicę z wypadkową B_1 i B_2.

Wypadkowe te znajdziemy z poprzedniego wieloboku sił; poprowadźmy z punktów $\frac{h}{i}$ równoległe do $\frac{id}{dh}$; wówczas wypadkową A_1 i A_2 otrzymamy jako odcinek $ka = A$, wypadkową zaś B_1 i B_2, jako odcinek $gk = B$.

W ten sposób znaleźliśmy oddziaływania przegubów wezgłowicowych.

Dalsza sprawa rozwiązania zadania jest już prosta: zaczynamy od węzła A, na który działa siła A; równoważymy ją siłami w prętach 1 i 2; stąd metodą Cremony znajdujemy siły w tych prętach.

Przechodzimy do węzła F; z warunków równowagi tego węzła znajdujemy siły w prętach 3 i 4. Następnie przechodzimy do węzła G; odnajdujemy siły w prętach 5 i 6 i t.d. aż do węzła B.

Zwrócimy tu uwagę, że przy wykonywaniu wykresu Cremony w celu wyznaczenia sił w prętach poszczególnych należy starać się korzystać z wykreślonego już wieloboku sił $abcdefg$.

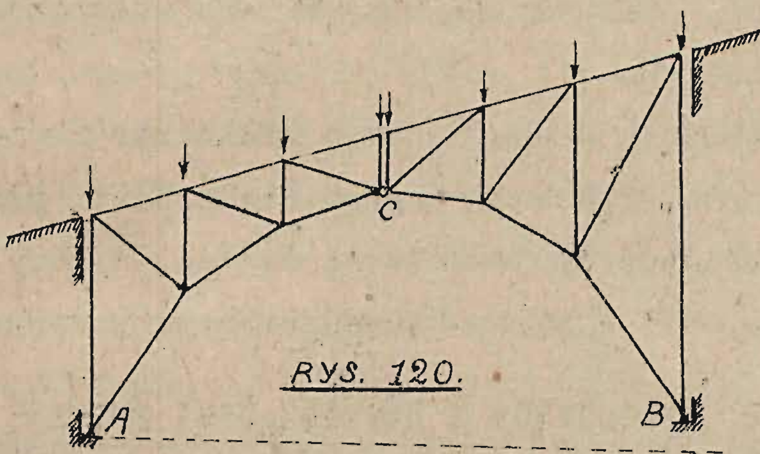
149. Dodać tu musimy, że rozpocząć wykres Cremony można nietylko od przegubu A, lecz też od przegubu B, a nawet od przegubu C.

Parę słów co do tego ostatniego wyjścia. Jeżeli mamy zamiar wyznaczyć siły w prętach lewej kratownicy, wówczas rozumujemy tak: na kratownicę AC działa odpór A /wypadkowa dwóch sił A_1 i A_2 /, siła R_l oraz działanie kratownicy prawej BC w przegubie C. To działanie wyraża się siłą B_1, powstającą wtedy, kiedy na AC działa siła R_l, zaś na BC niema żadnych sił P, oraz siłą $(-A_2)$, kiedy na AC nie działają żadne siły, zaś na BC działa siła R_p.

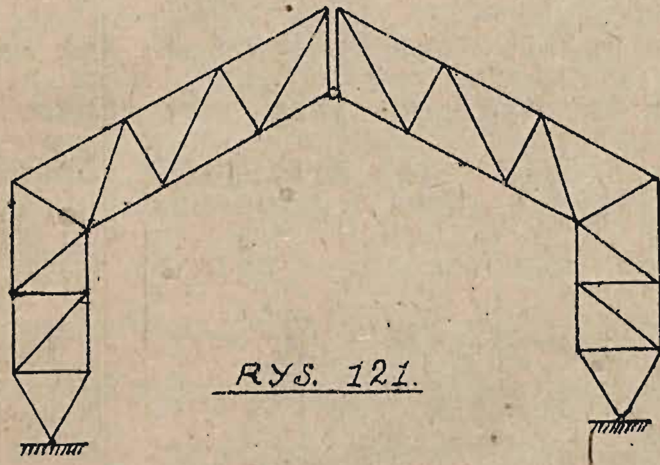
Zatem przegub C działa na część lewą AC z wypadkową sił B i $(-A_2)$. Wypadkową tę znajdziemy z wieloboku sił, łącząc punkt d z k odcinek dk jest wypadkową siły $B_1 = ik$ oraz siły $(-A_2) = di$. Znalazłszy wypadkową, można rozpocząć wykres Cremony dla części AC od węzła C.

Jeślibyśmy chcieli wykres Cremony dla części BC rozpocząć od węzła C, należałoby pierwej wyznaczyć oddziaływanie lewej części kratownicy AC na prawą BC; będzie niem wypadkowa sił A_2 i $(-B_1)$. Będzie to więc co do wartości i linji działania taka sama wypadkowa, jak w poprzednim przypadku, tylko z lotem przeciwnym.

150. Na rys.120 i 121 pokazane są dwie kratownice trójprzegubowe, z których pierwsza może mieć zastosowanie do mostu, druga do przykrycia dachowego.



RYS. 120.



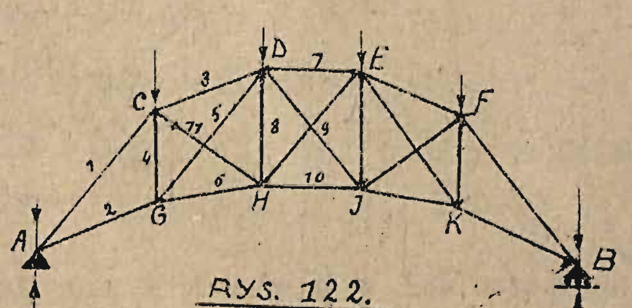
RYS. 121.

Przy wyznaczaniu sił w prętach w przypadku obciążenia ruchomego /dla mostów/ można postępować metodą, wyłożoną w §§ 140 - 146. Dodać tu jednak trzeba, że w przykładach, jak na rys. 120 i 121, odpory nie będą pionowe, jak to było poprzednio, skutkiem tego niekorzystny rozkład obciążenia ruchomego może wypaść odmienny od tego, jaki znaleźliśmy we wspomnianych paragrafach.

Ustalenie w danym razie niekorzystnego rozkładu obciążenia ruchomego nie powinno nastręczać trudności; jakkolwiek będzie to SPRAWĄ ZAWILSZĄ, niż w przypadku odporów pionowych.

151. KRATOWNICE Z ROZCIĄGANEMI PRĘTAMI WEWNĘTRZNEMI.

Niech będzie dana kratownica, jak na rys. 122. Dajmy na to, wymagane jest, aby ukośne pręty wewnętrzne były tylko ROZCIĄGANE. Znaleźć, które pręty wewnętrzne należy zostawić i określić siły, które w tych prętach



RYS. 122.

działają.

Przebieg rozwiązania może być następujący: Niech będą obciążone górne węzły kratownicy; odnajdujemy, z początku, jak zwykle, odpory; następnie, rozpocząwszy od węzła A , metodą Cremony, znajdujemy siły w prętach 1 i 2. Po-czem przechodzimy do węzła C lub G ; w każdym z tych węzłów znajdujemy po 3 pręty o nieznanych siłach. Łatwo dostrzeżemy, że z krzyżujących się prętów wewnętrznych CH lub DG , jeden tylko może być rozciągany, drugi, natomiast, będzie ściskany. Przypuśćmy, że pręt CH będzie rozciągany; w takim razie możemy nie uwzględniać pręta DG , który nie może pracować na ściskanie. Przy takiem założeniu przystępujemy do węzła G , w którym mamy teraz 2 pręty /4 i 6/ o nieznanych siłach. Z wykresu Cremony znajdujemy te siły i przechodzimy do węzła C , w którym schodzą się 4 pręty /1,4,3,11/. Nieznane są siły w prętach 3 i 11; z wykresu Cremony odnajdujemy te siły. Wówczas dostrzeżemy, że pręt 11 (CH) będzie ściskany, czyli, że założenie poprzednie jest niesłuszne. Musimy zatem przejść pierwej do węzła C, w którym zbiegają się pręty 1,3,4, dopiero później do węzła G, przyczem znajdziemy siłę, rozciągającą pręt 5 (GD).

Następnie przechodzimy do dalszych węzłów D lub H w ten sam sposób postępując, jak to poprzednio zrobiliśmy w stosunku do węzłów C i G i t.d. Przy siłach ukośnych /od wiatru/ może nieraz wypaść, że pręt np. $[5(GD)]$ /rys.122/, który przy siłach pionowych był rozciągany, tym razem będzie ściskany; wówczas należy zwrócić uwagę na wypadkową siłę w danym pręcie, obliczoną według § 139. Jeśli ta wypadkowa będzie ściskała dany pręt /np. $[5(GD)]$/ przy pewnej kombinacji sił, przy innej zaś rozciągała, będzie to wskazówką, że należy wstawić w konstrukcję krzyżujący się pręt $[5(GH)]$, któryby zluzował pręt $[5(GD)]$ wtedy, kiedy ten ostatni miałby być ściskany. Czyli, że w kratownicy należałoby utrzymać obydwa krzyżujące się pręty.

Podobny stosunek często się przytrafia w DŹWIGARACH MOSTOWYCH: przy pewnym układzie obciążenia ruchomego - pomimo obciążenia stałego - będziemy mieli jednym razem siły rozciągające, innym razem, siły ściskające ten sam ukośny pręt wewnętrzny. Wówczas, rozumie się, należy w dźwigarze utrzymać obydwa pręty krzyżujące się.

ROZDZIAŁ VIII.

LINJE WPŁYWOWE.

152. W paru poprzednich paragrafach /§§ 14? - 147/ były podane uwagi, w jaki sposób można zbadać wpływ ciężarów ruchomych na powstanie takich czy innych sił w prętach kratownicy. Łatwo jednak zauważymy, że sposób ten, co prawda prostej, daje możność poznania tylko stosunków JAKOŚCIOWYCH, kiedy tymczasem, znajomość ILOŚCIOWYCH stosunków mogłaby nieraz wskazać na inny interesujący nas rozkład sił. Szczególniej będzie to ważne wówczas, kiedy na dane ciało - bez różnicy, czy to będzie belka pełna czy kratownica - działa ruchomy układ wielu