

Żadną wartość szukaną wielkości  $X$  otrzymamy:

$$X = \frac{\Delta x}{3} \cdot g_6 \left[ r_0 + 4(r_1 + r_3 + r_5 + r_7) + 2(r_2 + r_4 + r_6) + r_8 \right]$$

Na tem sprawę obciążeń niejednostajnych w stosunku do  $\angle.W$ -wych i sprawę  $\angle.W$ -wych kończymy.

Przypuszczamy, że przykłady i objaśnienia, podane w niniejszym rozdziale, może pozornie zbyt drobiazgowo, winny osmieszyć czytelnika do samodzielnych kroków, w razie potrzeby wyznaczenia  $\angle.W$ -wej i korzystania z niej, w przypadkach tu nie rozpatrzonych, a których jest wiele.

## R O Z D Z I A Ł    IX.

### ŚCIANY OPOROWE.

180. PRZEDMIOT ROZDZIAŁU. Każdy materiał sypki, pozostawiony sam sobie, przybiera kształt pewnej, właściwej sobie powierzchni, która nie może tworzyć z poziomem kąta, większego od t.zw. KĄTA ZESYPU  $\phi$ . Kąt ten jest

różny dla rozmaitych materiałów.

Dla przykładu przytoczymy kilka wartości kąta zesypu, podając również ciężar właściwy odpowiedniego materiału.

MATERIAŁ.	Kąt zesypu. $^{\circ}$	$T_g$ $^{\circ}$	cięż. właściwy w $\text{kg/m}^3$ .
Piasek: suchy	30 - 35 $^{\circ}$	0,58-0,7	1000
" wilgotny	40	0,84	1800
Gлина sucha	40 - 45 $^{\circ}$	0,84-1,0	1500
" mokra	20 - 25	0,36-0,47	1900
Ziemia nasypowa:			
sucha	35 - 40	0,7-0,84	1400
wilgotna	45	1	1600
Żwir: suchy	35 - 40	0,7-0,84	1850
mokry	25	0,47	1860
Tłuczeń /szaber/			
mokry	35 - 40	0,7-0,84	1600
Woda	0	0	1000

Gdy chcemy którykolwiek z tych materiałów utrzymać w równowadze przy pochyłości, większej od kąta zesypu, trzeba wówczas podeprzeć materiał t.zw. SCIANA OPOROWA.



Zadaniem danego rozdziału będzie rozpatrzenie równowagi /szateczności i wytrzymałości/ tych ścian.

Rozróżniać będziemy dwa przypadki ściany oporowej:

a/ kiedy ziemia /lub inny sypki materiał/ prze na mur, dążąc do obalenia go; będziemy wtedy mówili o NAPORZE ziemi;

b/ kiedy mur opiera się o ziemię, dążąc do wyciśnięcia jej z za siebie; wówczas ziemia jakby odpiera mur; będziemy wtedy mówili o ODPORZE ziemi.

Łatwo to zrozumieć, że ODPÓR ziemi będzie zawsze większy niż NAPÓR.

### 181. WYZNACZANIE NAPORU ZIEMI NA ŚCIANĘ.

Przypuśćmy, że chodzi o utrzymanie w równowadze bryły ziemi, ograniczonej płaszczyznami  $BN$  i  $AB$  /rys.136/. DŁUGOŚĆ ściany, na którą badamy parcie, STAŁE BĘDZIEMY w dalszym wykładzie PRZYJMOWALI RÓWNĄ 1 METROWI /w kierunku prostopadłym do rysunku/.

Gdyby ściany  $AB$  nie było, wówczas ziemia, pozostawiona sama sobie, w równowadze

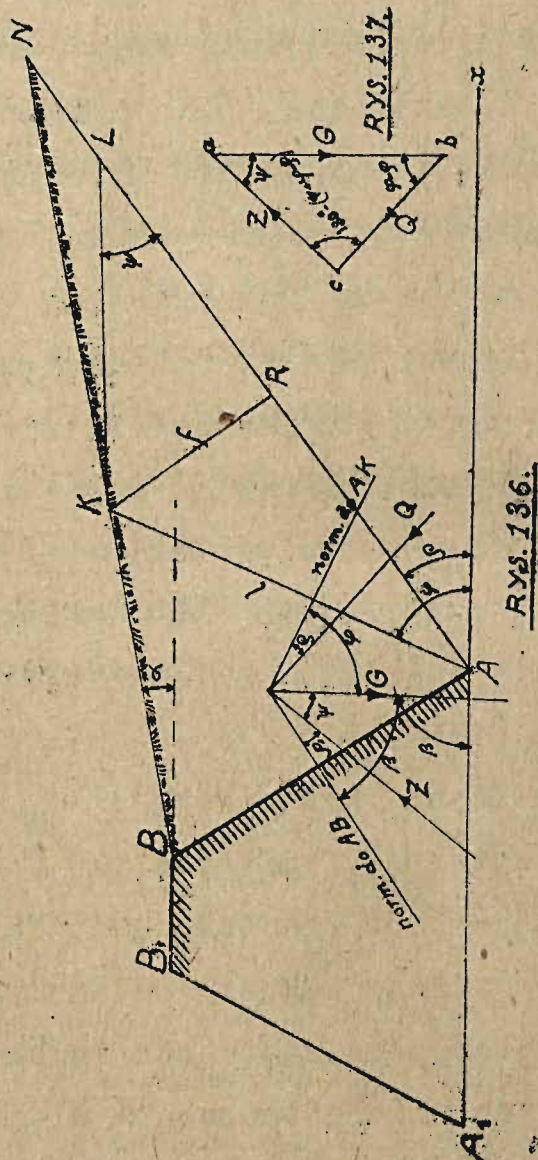
nie pozostanie; część ziemi, ograniczona od góry płaszczyzną  $AN$ , tworzącą z poziomem kąt  $\alpha AN =$  kątowi zesypu  $\varphi$ , pozostanie w równowadze sama przez się, zaś część, znajdująca się ponad płaszczyzną  $AN$ , zesunie się po niej. Ściana  $ABB, A$ , ma za zadanie zapobiedz temu zesunięciu; o nią właśnie oprze się bryła ziemi, dążąca do osunięcia się.

Oddziaływanie ściany  $(Z)$  na ziemię powinno być takie, aby mogło zrównoważyć dwie inne siły, działające na ruchomą bryłę, mianowicie: ciężar własny  $(G)$  oraz oddziaływanie  $(Q)$  ziemi pozostającej w spoczynku. Doświadczenie wskazuje, że, gdyby ścianę  $AB$  cokolwiek odsunąć, to z bryły ziemi  $\alpha ABN$  odetnie się CZĘŚĆ jej, ograniczona płaszczyzną  $AK$ , tworzącą z poziomem kąt  $\varphi$ , inny niż  $\varphi$ . /Kąt  $\varphi$  nazywamy kątem OSUWU /odłamu/, a płaszczyznę  $AK$  płaszczyzną OSUWOWĄ /odłamu/. - Reszta bryły pozostanie na razie bez ruchu.

Stąd widać, że na ścianę oporową wywiera napór bryła ziemi  $ABK$ , dążąca do osunięcia się. Wobec tego należy rozważyć równowagę następujących sił: ciężaru  $G$  bryły  $ABK$ ,



oddziaływania muru  $Z$  na tę bryłę, oraz oddziaływania  $Q$ , pozostającej w spoczynku ziemi poniżej płaszczyzny  $AK$ .



Gdyby powierzchnie ziemi i łożyska były su-

pełnie gładkie, to siły  $Z$  i  $Q$  byłyby normalne, pierwsza do  $AB$ , druga do  $AK$ . Ponieważ, jednak, powierzchnie te są chropowate, więc oddziaływania  $Z$  i  $Q$  tworzą z normalnymi do tych płaszczyzn kąty tarcia, które oznaczymy przez  $\varphi'$  i  $\varphi$ ; drugi z nich /kąt  $\varphi$  / jest, oczywiście, równy kątowi zesypu.

Trzeba tu jeszcze zwrócić uwagę na to, z której strony linii normalnej należy odłożyć kąty  $\varphi$  i  $\varphi'$ . Łatwo to ocenimy, jeśli uprzytomnimy sobie wyobrażalny ruch bryły  $BAK$  w razie nieznacznego odsunięcia się ściany  $AB$ ; bryła  $BAK$  dąży do opuszczenia się w dół, posuwając się po ścianie  $AB$  od  $B$  do  $A$ , zaś po płaszczyźnie  $AK$  od  $K$  do  $A$ . Ponieważ przy tym ruchu powstaje tarcie, a tarcie, jak zawsze, działa w kierunku PRZECIWNYM ruchowi, zatem w płaszczyźnie  $AB$  siła tarcia jest skierowana od  $A$  do  $B$ , zaś w płaszczyźnie  $AK$  od  $A$  do  $K$ . Stąd otrzymujemy, że siły  $Z$  i  $Q$ : całkowite działania muru i ziemi są pochylone do odpowiednich linii normalnych tak, jak to jest



pokazane na rysunku.

Tak więc na bryłę  $ABK$  działają trzy siły:  $Z$ ,  $G$  i  $Q$ ; ponieważ pod działaniem ich bryła ta jest w równowadze, więc trójkąt sił  $abc$  /rys.137/ musi być zamknięty. Mając wartość  $G$  oraz kierunki sił  $Z$  i  $Q$ , łatwo wyznaczymy oddziaływania tych sił  $Z$  i  $Q$ . Powyżej przyjmowaliśmy kąt  $\varphi$  jako dany; nie możemy jednak ani obliczyć ani też doświadczalnie znaleźć kąta  $\varphi$ , a od niego przecież zależy wartość  $Z$ . Dlatego też przyjmujemy, że względu na bezpieczeństwo ściany oporowej, iż kąt  $\varphi$  otrzymuje taką wartość, przy której siła  $Z$  przybiera wartość NAJWIĘKSZĄ. Taką siłę  $Z$  będziemy uważali za miarodajną przy obliczaniu ściany oporowej.

## 182. KĄT OSUWU $\varphi$ , ODPOWIADAJĄCY MAXIMUM SIŁY $Z$ .

Wprowadzając oznaczenia z rys.137, napiszemy z trójkąta sił  $abc$ :

$$\frac{Z}{G} = \frac{\sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)} \dots \dots \dots (1.)$$

gdyż  $\angle(Q, G) = \varphi - \rho$ , a  $\angle(Q, Z) = 180^\circ - (\psi + \varphi - \rho)$

Z /1/ mamy, dalej:

$$Z = \frac{G \sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)} \dots \dots \dots (2.)$$

Aby znaleźć, przy jakiej wartości  $\varphi$   $Z$  osiąga maximum, trzeba znaleźć pochodną  $\frac{dZ}{d\varphi}$ , przyrównać ją do zera i znaleźć z tego równania wartość  $\varphi$ . Należy przytem zauważyć, że jedynie  $G$  i  $Z$  są funkcjami kąta  $\varphi$ , natomiast kąt  $\psi$  wcale od  $\varphi$  nie zależy.

Będzie więc:

$$\frac{dZ}{d\varphi} = \frac{dG}{d\varphi} \frac{\sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)} + G \frac{\sin(\psi + \varphi - \rho) \cos(\varphi - \rho) - \sin(\varphi - \rho) \cos(\psi + \varphi - \rho)}{\sin^2(\psi + \varphi - \rho)} = 0$$

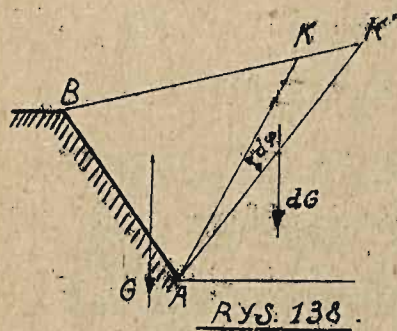
albo, sprowadzając otrzymane wyrażenie do wspólnego mianownika, znajdziemy:

$$\frac{\frac{dG}{d\varphi} \sin(\varphi - \rho) \sin(\psi + \varphi - \rho) + G [\sin(\psi + \varphi - \rho) \cos(\varphi - \rho) - \sin(\varphi - \rho) \cos(\psi + \varphi - \rho)]}{\sin^2(\psi + \varphi - \rho)} = 0$$

Ponieważ mianownik nie może być  $= \infty$ , więc licznik  $= 0$ . Jeśli ponadto zauważymy, że wyrażenie, ujęte w nawias kwadratowy, jest to sinus różnicy kątów  $(\psi + \varphi - \rho)$  i  $(\varphi - \rho)$ , to otrzymamy:

$$\frac{dG}{d\varphi} \sin(\varphi - \rho) \sin(\psi + \varphi - \rho) + G \sin \psi = 0 \dots \dots \dots (3)$$





Z rys. 138 wynika, że przyrost ciężaru  $G$  jest równy przyrostowi pola  $ABK$ , pomnożonemu przez ciężar właściwy ziemi  $= q$ , a więc

$$dG = - \frac{AK \cdot AK \cdot d\varphi}{2} q,$$

gdyż pole elementarne  $AKK'$  można w przybliżeniu przyjąć za pole wycinka koła, o kącie środkowym  $= d\varphi$  i promieniu  $= AK$ . Znak  $-$  wynika stąd, że ze wzrostem kąta  $\varphi$ , wielkość  $G$  maleje; kiedy więc  $d\varphi$  jest dodatnie,  $dG$  jest ujemne i odwrotnie.

Oznaczając  $AK$  przez  $l$ , otrzymamy:

$$dG = - \frac{l^2 \cdot d\varphi}{2} q,$$

albo

$$\frac{dG}{d\varphi} = - \frac{l^2}{2} \cdot q,$$

Podstawiając tę wartość w /3/, otrzymamy:

$$- \frac{l^2}{2} q \sin(\varphi - \rho) \sin(\varphi + \varphi - \rho) + G \sin \varphi = 0$$

albo

$$- \frac{q}{2} l \sin(\varphi - \rho) \cdot l \sin(\varphi + \varphi - \rho) + G \sin \varphi = 0 \dots (4)$$

Z trójkąta  $AKR$  /rys. 136/ widzimy, że  $l \sin(\varphi - \rho)$  jest to rzut  $AK$  na  $KR$ , prostopadłą do  $AN$ ; oznaczmy ten rzut przez  $f$  i poprowadźmy dalej prostą  $KL$  pod kątem  $\varphi$  do  $AN$ ; oznaczmy jeszcze  $Al$  przez  $b$  wtedy z trójkąta  $AKL$  znajdziemy:

$$\frac{l}{b} = \frac{\sin \varphi}{\sin (180 - (\varphi + \varphi - \rho))} = \frac{\sin \varphi}{\sin (\varphi + \varphi - \rho)}$$

Stąd  $l \sin (\varphi + \varphi - \rho) = b \sin \varphi$

Podstawiając to w /4/, znajdziemy:

$$-\frac{q}{2} f b \sin \varphi + G \sin \varphi = 0$$

a po skróceniu przez  $\sin \varphi / \neq 0$ :

$$-\frac{q}{2} f b + G = 0$$

i ostatecznie

$$G = q \cdot f \cdot \frac{b}{2} = \text{polu } \triangle AKL \cdot q$$

Z drugiej strony ciężar  $G$  jest równy iloczynowi z pola  $\triangle ABK$ , pomnożonego przez  $q$ , czyli  $G = \text{polu } \triangle ABK \cdot q$ , zatem pole  $\triangle ABK = \text{polu } \triangle AKL$ .

Tak więc widzimy, że SIŁA  $Z$  OSIĄGA MAXIMUM PRZY TAKIM KĄCIE  $\varphi$ , PRZY KTÓRYM PROSTA





Punkt przecięcia się tej ostatniej z poziomem  $BN$  oznaczmy przez  $H$ , a punkt przecięcia się kierującej z  $AN$  - przez  $J$ .

Zgodnie z poprzedniem: pola  $\triangle AKB$  i  $\triangle AKL$  mają być równe; a że pola  $\triangle AKL$  i  $\triangle AKH$  też są równe<sup>x/</sup>, więc pole  $\triangle AKB$  jest równe polu  $\triangle AKH$ .

Ponieważ, wreszcie, trójkąty  $ABK$  i  $AKH$  mają równe wysokości /względem podstaw  $BK$  i  $KH$  /, więc wobec równości pól,  $BK = KH$ .

Oznaczmy  $\overline{AJ} = \alpha$ ,  $\overline{AL} = b$ ,  $\overline{AN} = c$ , otrzymamy z trójkątów podobnych  $BJN$  i  $KLN$ :

---

$$ABJ = 180 - \psi - (180 - \beta - \rho) = \rho + \beta - \psi.$$

Na rys.136 mamy kąt zawarty między normalną do  $AB$  i siłą  $G = \beta$ , zatem z tegoż rysunku znajdujemy, że  $\beta - \psi = \rho'$ , a więc kąt  $ABJ$  /rys.139/  $= \rho + \beta - \psi = \rho + \rho'$  o.b.d.d. Zazwyczaj przyjmuje się, że  $\rho = \rho'$ , wówczas wykreślimy "kierunkową", odkładając kąt  $ABJ = 2\rho$ .

---

<sup>x/</sup> Podstawa  $AK$  jest wspólna, a wierzchołki  $L$  i  $H$  leżą na równoległej do tej podstawy.



$$\frac{BK}{KN} = \frac{JL}{LN} = \frac{b-\alpha}{c-b} \quad \dots\dots/5/$$

Zaś z trójkątów podobnych  $AKN$  i  $LHN$  mamy:

$$\frac{KH}{HN} = \frac{AL}{LN} = \frac{b}{c-b} ;$$

stąd

$$\frac{KH+HN}{KH} = \frac{b+(c-b)}{b}$$

zatem, ponieważ  $BK = KH$  , więc

$$\frac{KN}{BK} = \frac{c}{b}$$

Porównując to z /5/, otrzymamy:

$$\frac{(b-\alpha)}{c-b} = \frac{b}{c} ,$$

albo, po uproszczeniu  $b = \sqrt{\alpha c}$  .

We wzorze tym znane są wielkości  $\alpha$  i  $c$  ; możemy więc wyznaczyć zeń  $b$  , a stąd i punkt  $L$  ; następnie będziemy mogli poprowadzić prostą  $LK$  i  $AK$  ; znajdziemy w ten sposób kąt osuwu  $\varphi$  , przy którym będzie  $Z$  max.

183. Można łatwo zbudować znaleziony wzór:

$$b = \sqrt{\alpha c}$$

Zatoczmy na  $AN$  /rys.139/, jak na średnicy, półkole; przez punkt  $J$  poprowadźmy prostopadłą do  $AN$  , aż do przecięcia się z owem pół-

kolem w punkcie  $C$ , i, wreszcie, zatoczmy z punktu  $A$  promieniem równym  $AC$  łuk. Przecięcie się tego łuku z  $AN$  da nam szukany punkt  $L$ . Wynika to z twierdzenia, że cięciwa  $AC$  jest średnią geometryczną średnicy koła i przyległego odcinka.

Mając punkt  $L$ , prowadzimy przezeń równoległą do kierunkowej  $BJ$ . Przecięcie się jej z  $BN$  daje punkt  $K$ ; jeżeli poprowadzimy prostą  $KA$ , będziemy mieli położenie płaszczyzny osuwowej, przy której siła  $Z$  otrzyma wartość największą.

184. WYZNACZENIE ODDZIAŁYWANIA ŚCIANY OPO-  
ROWEJ NA ZIEMIĘ I ODWROTNIE: NAPORU ZIEMI NA  
ŚCIANĘ.

Uskutecznimy to drogą wykreślną.

W § 182 mieliśmy wzór /2/:

$$Z = G \cdot \frac{\sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)},$$

gdzie  $G$  oznacza ciężar bryły  $AKB$ , który otrzymamy jako iloczyn z trójkąta  $AKL$  przez  $l$  długości bryły i przez ciężar właściwy ziemi  $= \gamma$ . Z rys. 139 mamy:



$$\frac{KL}{AL} = \frac{\sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)},$$

więc

$$Z = \text{pole } \triangle AKL \cdot 1 \cdot q \cdot \frac{KL}{AL}.$$

Lecz pole trójkąta  $AKL = \frac{1}{2} \overline{AL} \cdot \overline{KR}$ , zatem

$$Z = \frac{1}{2} \overline{AL} \cdot \overline{KR} \cdot q \cdot \frac{KL}{AL} = \frac{1}{2} \overline{KR} \cdot KL \cdot q.$$

Oznaczając, wreszcie, wysokość  $\overline{KR}$  przez  $f$ , a  $KL$  przez  $d$ , otrzymamy:

$$Z = \frac{1}{2} \cdot f \cdot d \cdot q.$$

Iloczyn  $\frac{1}{2} f \cdot d$  wyraża pole trójkąta o podstawie  $d$  i wysokości  $f$ . Trójkąt ten możemy łatwo zbudować, zataczając łuk z punktu  $L$  promieniem  $= KL$  do przecięcia się z  $AN$  w punkcie  $M$ ; widoczne jest, że pole trójkąta  $KLM = \frac{1}{2} f d$ ; zatem oddziaływanie ściąg na ziemię, a więc napór ziemi na ściągę  $Z$ , jest równe polu trójkąta  $KLM$  pomnożonemu przez jednostkę długości i przez ciężar właściwy  $q$ .

Trójkąt „ $KLM$ ” nazywać będziemy TRÓJKĄTEM NAPORU.

Zauważmy, że w zastosowaniu praktycznem powyższego wykresu nie potrzeba prowadzić wcale linii  $LH$ ,  $AH$  i  $AK$ .

185. INNA BUDOWA. Gdy odcinek  $AN$  nie mieści się w granicach rysunku, to sposób określenia największego naporu ziemi, wskazany w § poprzedzającym, jest niewykonalny. Wówczas należy postąpić inaczej /rys. 139/, mianowicie, po przeprowadzeniu kierunkowej  $BJ$ , trzeba zatoczyć półkoło na  $AB$ , jak na średnicy, przez  $J$  poprowadzić równoległą do naziemu  $BN$  aż do punktu  $J$  przecięcia się  $JJ$ , z  $AB$ ; z  $J$  wyprowadzić prostopadłą do  $AB$ , wreszcie, zatoczyć łuk koła o promieniu  $= AD$  ze środka  $A$ ; przecięcie się  $AB$  z łukiem tym niech będzie punkt  $L$ ; równoległa do  $BN$ , przeprowadzona przez  $L$ , wyznaczy w przecięciu się z  $AN$  punkt  $L$ , ten sam, który znaleźliśmy w poprzednim paragrafie. Że tak jest istotnie, wynika wprost z tego, że trójkąty  $AJJ$ ,  $ALL$ ,  $ANB$  są podobne, a zatem pomiędzy odcinkami  $AJ$ ,  $AL$ ,  $AB$  zachodzą te same stosunki, co pomiędzy  $AJ$ ,  $AL$ ,  $AN$ .



186. ROZKŁAD CIŚNIEŃ ZIEMI NA ŚCIANĘ OPO-  
ROWĄ. Z rys. 136 i 137 i wyjaśnień w § 182  
wynika bezpośrednio, że napór  $Z$  ziemi na  
ścianę zależy od ciężaru  $G$  tej bryły ziemi,  
która może mieć dążność do osuwania się; cięż-  
zar ten zaś jest, jak wiemy, proporcjonalny  
do pola trójkąta  $ABK$ , w którym  $AK$  ozna-  
cza płaszczyznę osuwową; zatem i napór ziemi

$Z$  jest proporcjonalny do pola trójkąta  $ABK$ .

Rozważmy teraz rys. 140. Napór  $Z$  na ścianę  
 $AB$  jest, jak mówiliśmy, proporcjonalny do po-  
la trójkąta  $ABK$ , gdzie  $AK$  oznacza  
płaszczyznę osuwową.

Jeśli byśmy obliczyli napór ziemi na część  
ściany, np.  $A_y B$ , otrzymalibyśmy, że napór  
ten  $Z_y$  będzie proporcjonalny do pola trójką-  
ta  $A_y B K_y$ . Ten ostatni trójkąt jest podob-  
ny do trójkąta  $ABK$ .

Ponieważ pola trójkątów podobnych mają się  
do siebie jak kwadraty odpowiednich boków lub  
wysokości, możemy więc napisać, że

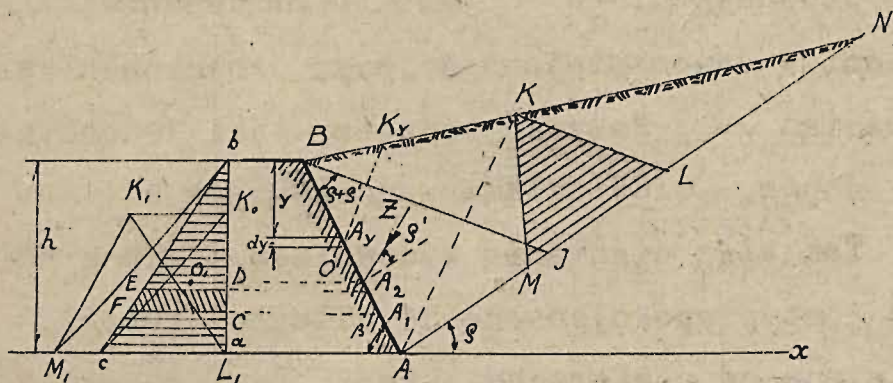
$$\frac{Z}{Z_y} = \frac{AB^2}{A_y B^2} \quad \text{lub} \quad = \frac{h^2 \sin \beta}{y^2 \sin \beta} = \frac{h^2}{y^2} \quad \text{gdzie } h \text{ i } y$$

są to odpowiednie  
wysokości.

Stosunek ostatni napiszemy inaczej:

$$\frac{Z}{h^2} = \frac{Z_y}{y^2} \quad \text{niech} \quad \frac{Z}{h^2} = \xi, \quad \text{zatem}$$

$$Z = \xi h^2 \quad \text{oraz} \quad Z_y = \xi y^2;$$



RYS. 140.

wówczas dla części ściany, odpowiadającej wysokości  $y + dy$ , napiszemy:

$$Z_{y+dy} = \xi (y + dy)^2.$$

Z tego wynika, że na element ściany na wysokości  $dy$  przypada napór:

$$Z_{dy} = Z_{y+dy} - Z_y = \xi (y + dy)^2 - \xi y^2 = \xi (dy^2 + 2y dy)$$

Odrzucając  $dy^2$ , jako nieskończoność małą drugiego rzędu, otrzymamy:



$$Z_{dy} = 2 \zeta y dy$$

albo

$$\frac{Z_{dy}}{dy} = 2 \zeta y$$

Stosunek  $\frac{Z_{dy}}{dy}$  jest to JEDNOSTKOWY NAPÓR ziemi w danem miejscu ściany, oznaczonem wysokością  $y$ . Nazywać będziemy taki jednostkowy napór - CIŚNIENIEM.

Tak więc ciśnienie w dowolnem miejscu ściany jest proporcjonalne do odległości tego miejsca od powierzchni ziemi. Powiemy, że CIŚNIENIE ZIEMI NA ŚCIANĘ ROZKŁADA SIĘ LINJOWO, i, poczynając od zera - w punkcie najwyższym  $B$ , - wzrasta do największej wartości w punkcie  $A$ .

Całkowity napór ziemi  $Z$  jest proporcjonalny do pola trójkąta  $KLM$ . Aby otrzymać ciśnienie w dowolnym punkcie ściany, trzeba trójkąt  $KLM$  przekształcić na równoważny mu trójkąt, o wysokości  $h$ .

Można to wykonać łatwo w sposób następujący:

Przenosimy trójkąt  $KLM$  tak, aby nowa podstawa jego  $L, M$ , przypadła na prostej po-

ziomej  $x$  . Przez punkt  $L$  , /albo  $\alpha$  / prowadzimy prostą pionową  $\alpha b$  , punkt  $b$  łączymy z  $M$  , i przez punkt  $K$  , przecięcia się prostej  $K.K$  , /równoległej do  $x$  / z  $\alpha b$  prowadzimy równoległą do  $M, b$  . W przecięciu się z prostą  $x$  znajdziemy punkt  $c$  , który, gdy połączymy z  $b$  , otrzymamy trójkąt  $\alpha bc$  . Trójkąt ten daje szukany rozkład ciśnienia na ścianę  $AB$  wzdłuż jej wysokości. Trójkąt  $\alpha bc$  będziemy nazywali "trójkątem rozkładu ciśnień" lub wprost "TRÓJKĄTEM CIŚNIEŃ". Z wykresu tego możemy korzystać przy wyznaczaniu działania ziemi na poszczególne części ściany; np. napór ziemi na część ściany  $A, A_2$  jest proporcjonalny do pola trapezu, wyciętego z trójkąta ciśnień  $\alpha bc$  przez dwie równoległe do  $x$  , poprowadzone przez punkty  $A$  , i  $A_2$  . Napór ten więc równa się polu  $CDEF$  pomnożonemu przez jednostkę długości i przez  $q$  .

187. PUNKT PRZYŁOŻENIA NAPORU ZIEMI NA ŚCIANĘ. Kiedy poznaliśmy rozkład ciśnień na ścianę, łatwo odpowiemy, gdzie przechodzi linja działania naporu na tę czy na inną część ściany. /Mó-



wi się wtedy nieraz o "punkcie przyłożenia naporu", co nie jest ścisłe/.

A więc, jeżeli szukamy punktu przyłożenia naporu ziemi na ścianę  $AB$  /rys. 140/, który należy traktować jako wypadkową sił ciągłych, jednostajnie wzrastających od  $A$  do  $B$ , to wypadkowa przejdzie przez środek ciężkości  $O$ , pola trójkąta ciśnień  $abc$ , czyli w odległości  $\frac{h}{3}$  od podstawy. Prowadzimy zatem przez  $O$ , równoległą do  $Ax$  aż do przecięcia się z  $AB$  w p.  $O$ . Punkt  $O$  jest punktem przyłożenia naporu. Ponieważ napór ziemi tworzy z normalną do płaszczyzny  $AB$  kąt tarcia  $= \rho'$ , więc, odłożywszy kąt  $\rho'$  naprawo od normalnej, znajdziemy linię działania naporu ziemi.

W podobny sposób znaleźlibyśmy punkt przyłożenia naporu ziemi, np. na część ściany  $A_1A_2$ . Punkt ten będzie na  $AB$  na tej wysokości, na której znajdzie się środek ciężkości pola ciśnień  $CDEF$ . Co do wyznaczenia linii działania naporu, należy powtórzyć te same uwagi, co i poprzednio dla ściany  $AB$ .



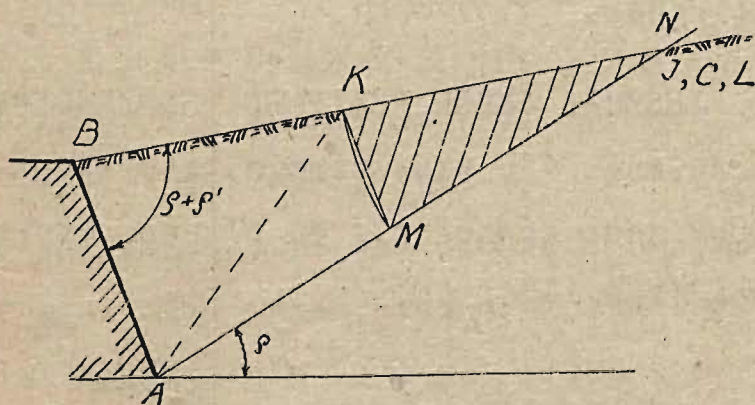


poziomą ścianą  $AB$ , wychodzi ponad naziem. Zauważmy, że odcinek  $AJ = \alpha$  i odcinek  $AN = c$  są analogiczne do takich samych odcinków na fig. 139.

W końcu § 182 otrzymaliśmy, że, aby wyznaczyć punkt  $L$ , przy którego pomocy odnajdziemy na naziemiu punkt  $K$ , należy określić odcinek  $b = \sqrt{\alpha c}$ . W tym celu, podobnie jak w § 183 na odcinku  $\alpha$ , jak na średnicy, zataczamy półkole; z punktu  $N$  /koniec odcinka  $c$  / wystawiamy do  $\alpha$  prostopadłą aż do przecięcia się w  $C$  z półkolem; wreszcie, promieniem  $AC$  zataczamy łuk  $CL$ , który na prostej  $AJ$  odcina długość  $AL = b$ . Znalazszy punkt  $L$ , prowadzimy przez niego prostą  $LK$  równoległą do kierunku  $AJ$ . Odłożywszy następnie odcinek  $LK = LM$ , znajdujemy trójkąt naporu  $KLM$ . Pole tego trójkąta pomnożone przez jednostkę długości i przez  $\gamma$  da nam wartość naporu ziemi na ścianę  $AB$ .

189. DRUGI SZCZEGÓLNY PRZYPADEK. Kiedy "kierunkowa" ułoży się wzdłuż naziemu, jak to widzimy na rys. 142. Postępujemy podług ogólnej

reguły: pod kątem  $\varphi$  prowadzimy prostą zesy-  
 sypu  $AN$ . Kierunkowa poprowadzona z  $B$  prze-  
 tnie prostą  $AN$  w punkcie  $J$ , który upad-  
 nie na punkt  $N$ . Jeśli na  $AN$  jak na  
 średnicy zatoczmy okrąg koła i z punktu  $J$   
 wystawimy prostopadłą, otrzymamy punkt  $C$   
 /i ten znajdzie się też w punkcie  $N$  /. Odcie-  
 nek  $AC$  na prostej  $AN$  wyznaczy punkt  $L$   
 /i ten punkt będzie w  $N$  /. Przez znaleziony



RYŚ. 142.

punkt  $L$  prowadzimy prostą równoległą do kie-  
 runkowej do przecięcia się z naziomem w punk-  
 cie  $K$ . Punkt ten w danym przypadku jest nie-





W tym razie punkt przecięcia się  $BN$  z  $AL$  jest nieskończenie odległy, a zatem i cały trójkąt parcia  $KLM$  leży w nieskończoności, mimo, iż ma wymiary skończone.

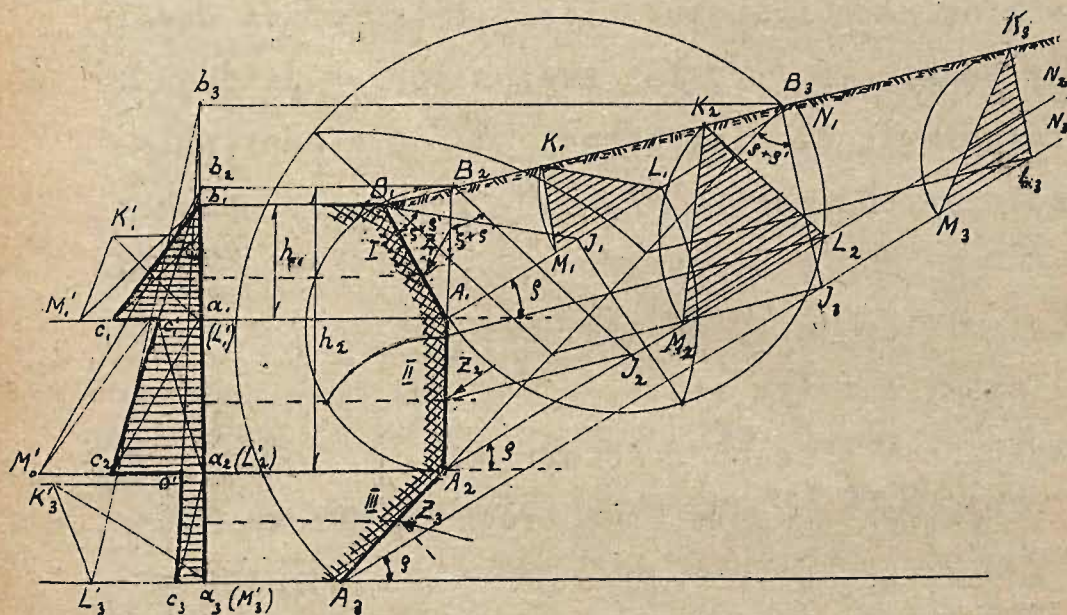
Możemy sobie łatwo wyobrazić ów trójkąt w granicach rysunku: należy tylko przez dowolny punkt  $L$  prostej zesypu poprowadzić  $KL$  równoległą do kierunkowej  $BJ$ , a następnie odłożyć odcinek  $LM = LK$  i połączyć punkty  $K$  i  $M$ . Otrzymamy wtedy trójkąt  $KLM$ . Oczywiście jest, że taki sam trójkąt otrzymalibyśmy i w tym razie, gdyby powyższą budowę wykonać w nieskończoności.

Przekształcanie tego trójkąta naporu na równoważny mu trójkąt  $\alpha bc$ , o wysokości = wysokości ściany wykonywa się tak samo, jak w przypadku ogólnym /§ 186/.

Całkowity napór  $Z$ , proporcjonalny do pola trójkąta  $\alpha bc$ , jest przyłożony w tym punkcie ściany  $AB$ , który przypada na jednej wysokości ze środkiem ciężkości trójkąta ciśnień  $\alpha bc$  i tworzy z normalną do ściany kąt  $\varphi'$ .



191. NAPÓR ZIEMI NA ŚCIANĘ O OBRISIE ŁAMA-  
NYM. Gdy ściana oporowa od strony ziemi ogra-  
niczona jest kilkoma płaszczyznami, pochylo-  
nymi do poziomu pod różnymi kątami, wówczas  
w celu wyznaczenia rozkładu ciśnień, można po-



RYS. 144.

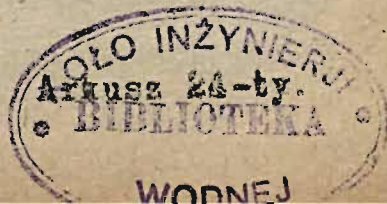
stać w sposób, który wyłożymy na przykładzie  
/rys.144/. Przypuśćmy, że ściana od strony zie-  
mi jest ograniczona trzema dowolnymi płasz-  
czyznami:  $BA_1$ ,  $A_1A_2$  i  $A_2A_3$ .

Rozpatrzmy najprzód płaszczyznę  $BA_1$  ścia-  
ny, nie zwracając wcale uwagi na dwie pozosta-  
łe dolne płaszczyzny.

Wykreślamy więc, tak samo jak w przypadku ogólnym, prostą zesypu  $A, N$ , prostą kierunkową  $BJ$ , i t.d., aż wreszcie otrzymamy trójkąt naporu  $K, L, M$ , który następnie przekształcamy na trójkąt ciśnień  $a, b, c$ , o wysokości  $= h$ . Trójkąt ten daje rozkład ciśnień na ścianę  $B, A$ .

Przechodzimy następnie do płaszczyzny  $A, A_2$ . Przedłużamy ją w myśli, aż do przecięcia się z naziemem  $B, N$ , w punkcie  $B_2$  i rozpatrujemy działanie ziemi, jak gdyby na płaszczyznę  $A_2 B_2$ . Prostą zesypu jest w danym razie prosta  $A_2 N_2$ , tworząca z poziomem kąt  $\varphi$ ; kierunkową - prosta  $B_2 J_2$ , a trójkątem naporu - trójkąt  $K_2 L_2 M_2$ <sup>x/</sup>. Trójkąt ten należy przekształcić na prostokątny, o wysokości  $= h_2$ , co może być wykonane znany już sposobem. Aby mieć wykres ciśnień na ścianę  $A, A_2$ , należy od otrzymanego trójkąta  $a_2, b_2, c_2$  odrzucić tę je-

x/ Trójkąt ten jest wyznaczony na rys. 144 sposobem wyłożonym w § 185.

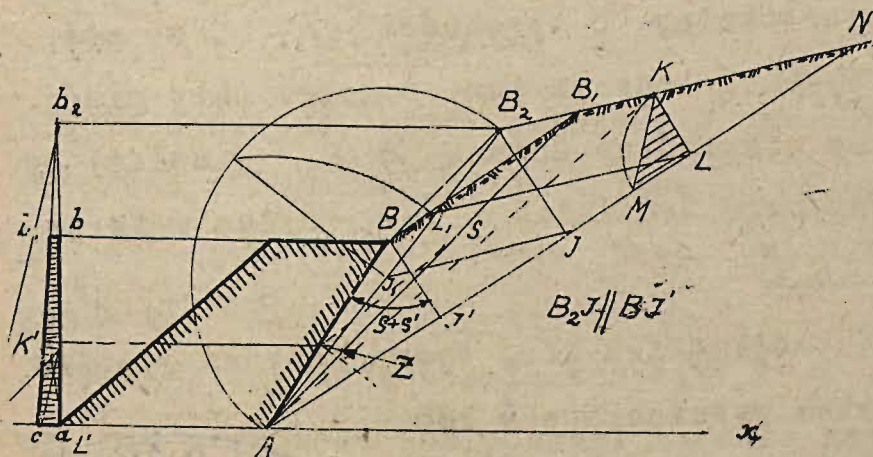




go część, która odpowiada ciśnieniu na wyobrażalną ścianę  $A, B_2$ , czyli trójkąt  $\alpha, b_2, c'_1$ . Pozostanie wówczas trapez  $\alpha, c'_1, c_2, \alpha_2$ , który przedstawia szukany rozkład ciśnień na ścianę  $A, A_2$ .

zupełnie tak samo postępujemy z płaszczyzną  $A_2, A_3$  ściany. W trójkącie ciśnień  $\alpha_2, b_3, c_3$ , który otrzymamy, nie posiada dla nas znaczenia część  $\alpha_2, b_3, c'_2$ ; pozostaje więc jedynie trapez  $\alpha_2, c'_2, c_3, \alpha_3$ . Środki ciężkości: trójkąta  $\alpha, b_1, c_1$ , trapezu  $\alpha, c'_1, c_2, \alpha_2$  i trapezu  $\alpha_2, c'_2, c_3, \alpha_3$  wskażą punkty przyłożenia naporu ziemi  $Z, Z_2, Z_3$  na płaszczyzny  $I, II, III$ .

192. POWIERZCHNIA NAZIOMU ŁAMANA. Przypuśćmy, że naziom ma kształt jak na rys. 145; wów-



RYS. 145.

osaz trójkąt naporu wyznaczymy z warunku, aby prosta osuwowa  $AK$  połowiła pole  $ABB, KLA$ , jak to dowiedziono w § 182.

W celu ułatwienia zadania zastępujemy trójkąt  $ABE$ , przez równoważny mu trójkąt, którego jeden z boków stanowi przedłużenie prostej  $B, N$ . Wykonujemy to, prowadząc przez  $B$  równoległą do prostej  $AB$ , aż do punktu  $B_2$  przecięcia się z  $B, N$ , i łącząc następnie  $B_2$  z  $A$ . Pole  $ABB$ , jest równoważne polu  $AB_2B$ . Zatem chodzić nam będzie o przepowinienie prostą  $AK$  pola  $AB_2KL$ .

Teraz uważamy, że mamy do czynienia jakby ze ścianą  $AB_2$ , na którą prze bryła ziemi  $NB_2A\alpha$  i wykreślamy dla niej drogą zwykłą trójkąt naporu  $KLM$  i równoważny mu trójkąt ciśnień  $\alpha b_2c$ . Od tego ostatniego odrzucamy część  $b b_2$ , odpowiadającą tej części ściany domniemanej, która znajduje się powyżej ściany rzeczywistej. Pozostanie wobec tego trapez  $\alpha b b_2c$ , który przedstawia rozkład ciśnienia na ścianę  $AB$ . Punkt przyłożenia naporu ziemi znajdziemy na wysokości środka ciężkości trapezu  $\alpha b b_2c$ . Nieraz wyznaczają punkt



przyłożenia naporu ziemi mniej dokładnie w taki sposób. szukamy środka ciężkości czworoboku  $ABB, KA$ , który dąży do osunięcia się; niech to będzie punkt  $S$ . Przez ten punkt prowadzimy prostą, równoległą do  $KA$ , prostej osuwu, do przecięcia się ze ścianą  $AB$ . Punkt przecięcia się tych prostych może być przyjęty jako punkt przyłożenia naporu ziemi.

**193. DODATKOWE OBCIĄŻENIE NAZIOMU.** Przy-  
puśćmy, że przez ciężar ziemi  $N. BA_x$  /rys.  
146/ na ścianę  $AB$  działa jeszcze dodatko-  
we obciążenie jednostajnie rozłożone na na-  
ziomie i wynoszące  $p \text{ kg/m}^2$ . W takim przy-  
padku możemy dodatkowe obciążenie zastąpić  
warstwą ziemi takiej grubości, aby ciężar  
tej warstwy ziemi wyniósł  $p \text{ kg/m}^2$ . A dalej  
postępujemy podobnie, jak w par. poprzedza-  
jącym; zastępujemy trójkąt  $ABB$ , przez  
 $AB, B_1$ , przyjmujemy  $AB_2$  za domniemaną  
ścianę i wykreślamy dla niej trójkąt naporu  
i trójkąt ciśnień, uważając  $B_1P$  jako  
naziom. Od trójkąta ciśnień  $\alpha, \beta, \gamma$  należy od-

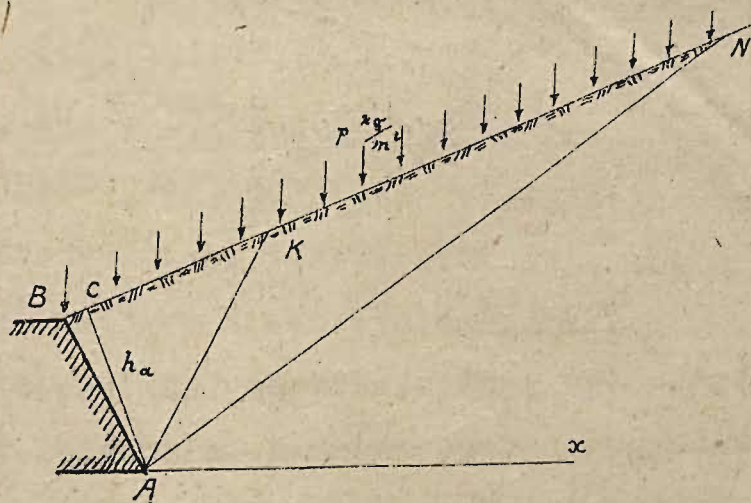




wynosi  $p \frac{2g}{m^2}$  /rys. 147/. Przypuśćmy, że należy uwzględnić dodatkowe obciążenie na dowolnej części naziomu  $BK$ . Ciężar odpowiedniej bryły ziemi  $ABK$  znajdziemy:

$\frac{1}{2} BK h_a \cdot 1 \cdot q$  ; dodatkowe obciążenie naziomu wyniesie  $BK \cdot 1 \cdot p$  ; razem otrzymamy siły, działające na bryłę  $\frac{1}{2} BK \cdot h_a \cdot 1 \cdot q + BK \cdot 1 \cdot p$ . Jeśli tę siłę mamy przedstawić jedynie jako ciężar tej bryły, wówczas, oznaczając zastępczy ciężar właściwy przez  $q'$ , otrzymamy:

$$\frac{1}{2} BK \cdot h_a \cdot 1 \cdot q + BK \cdot 1 \cdot p = \frac{1}{2} BK h_a \cdot 1 \cdot q';$$



RYŚ. 147.

a stąd

$$q' = q + \frac{2p}{h_a};$$

$h_\alpha$  odznacza tu odległość  $A$  od płaszczyzny naziomu.

Otóż, przyjmując ciężar właściwy ziemi nie  $q$ , lecz  $q'$ , możemy dodatkowego obciążenia naziomu już nie uwzględniać i traktować zadanie to, jak zadanie typowe, według tego, co było wskazane w § 184 i 185.

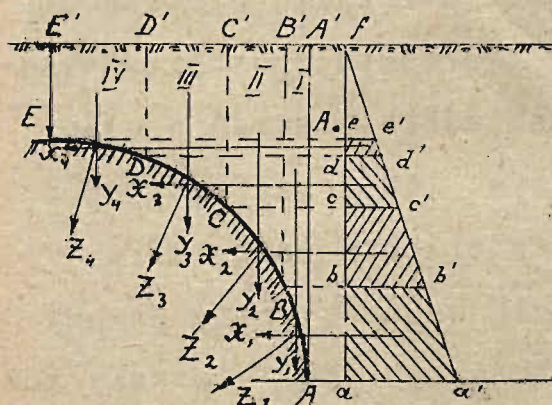
Zwrócić należy uwagę, że wyłożona dopiero co droga nie jest w zupełności słuszna. Dostrzeżemy to, rozważając rozkład ciśnień na ścianę  $AB$ . Przy pierwszym sposobie, wykazanym w § 193, o rozkładzie ciśnień pouczają nas trapez  $abcd$  /rys. 146/, zaś przy sposobie drugim, podanym w obecnym paragrafie, rozkład ciśnień będzie wskazany przy pomocy trójkąta  $abc$ , jak na rys. 140. Pierwszy rozkład należy uznać za logiczniejszy, w porównaniu z drugim.

Również punkt przyłożenia naporu ziemi na ścianę otrzymamy przy pierwszym postępowaniu wyżej, niż przy drugim. Więcej zaufania wzbudza, oczywiście, pierwsze rozwiązanie i tembardziej zasługuje na stosowanie, że, jak z



późniejszego wykładu będzie to wynikało, taki rozkład sił będzie dla muru oporowego pod względem stateczności i wytrzymałości więcej niebezpieczny, a więc bardziej godny baczniejszego rozważania.

195. NAPÓR ZIEMI NA ŚCIANĘ O POWIERZCHNI KRZYWEJ. Przypuśćmy, że należy znaleźć napór ziemi



RYS. 148.

na powierzchnię grzbietową sklepienia  $ABCDE$  /rys.148/. Nasioniech będzie poziomy  $A'E'$ . Długość sklepienia /wzdłuż tworzącej prostopadłej do rysunku/ przyjmujemy, jak zwykle

= 1 m.

Wskazemy tu na PRZYBLIŻONY, praktycznie dostatecznie dokładny sposób.

Dzielimy linję grzbietową na kilka części niekoniecznie równych:  $AB, BC, CD, DE$ . Przez

punkty  $A, B, C, D, E$  - prowadzimy proste pionowe  $AA', BB', CC', DD', EE'$ , które dzielą bryłę ziemi, opierającą się na sklepieniu, na części I, II, III, IV. Znajdujemy ciężary i środki ciężkości tych części. Przyjmujemy, że ciężary znalezione będą PIONOWEMI składcowi naporu ziemi na odpowiednie części powierzchni grzbietowej. Niech te składowe będą  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$ .

Następnie zakładamy, że składowe POZIOME naporu ziemi będą takie, jakiebyśmy otrzymali, obliczając napór ziemi na RZUTY PIONOWE części powierzchni grzbietowej, to jest tak, jak gdyby to były części pionowej  $AA_0$ . Przypuśćmy, że, postępując w sposób, podany w poprzednich paragrafach, znaleźlibyśmy trójkąt ciśnienia  $\alpha\alpha'f$ . Trapezy ciśnienia na poszczególne części rzutu sklepienia będą:  $\alpha bb'\alpha', bcc'b', cdd'c', dee'd'$ . Jeżeli obliczymy pola tych trapezów, pomnożymy je przez jednostkę długości i przez ciężar właściwy ziemi, otrzymamy napór ziemi na części płaszczyzny  $AA_0$ . Będą to składowe POZIOME  $X_1, X_2, X_3, X_4$  całkowitego naporu ziemi na



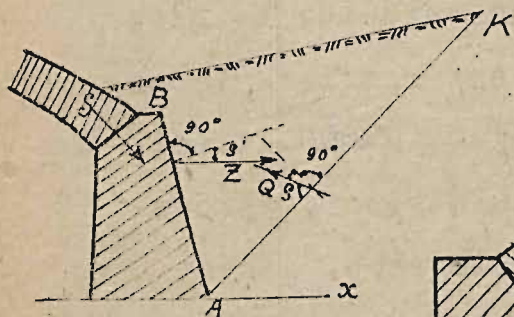
powierzchnie  $AB, BC, CD, DE$ . Linje działania tych składowych przejdą przez środki ciężkości właściwych trapezów ciśnięć.

Kiedy już znaleźliśmy siły  $X, Y$ , określimy przy pomocy trójkąta sił wypadkową ich

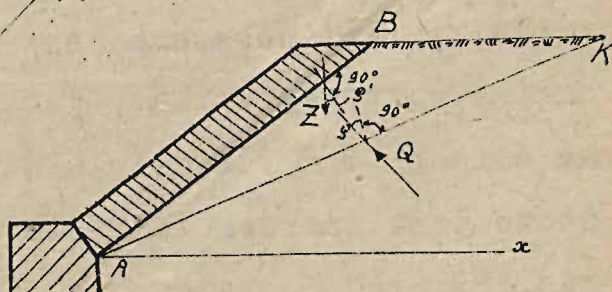
$Z$ , która będzie całkowitym naporem ziemi na powierzchnię  $AB$ . Tak samo, dodając siły  $X_2$  i  $Y_2$ , znajdziemy wypadkową  $Z_2$ , jako napór ziemi na powierzchnię  $BC$  i t.d.; wreszcie otrzymamy  $Z_3$  i  $Z_4$ . Dla zaoszczędzenia miejsca i dla większej wyrazistości rysunku wiele pomocniczych czynności nie zostały tu pokazane; zaznaczono tylko ostateczne wyniki: trójkąt  $\alpha\alpha'$ , środki ciężkości pól, wypadkowe  $Z, Z_2 \dots$  i t.p.

196. ODPÓR ZIEMI. W § 180 rozróżniliśmy działanie muru bierne od czynnego; w pierwszym przypadku ziemia wywiera na ścianę NAPÓR, w drugim przypadku ODPÓR. O naporze była mowa w §§ 181 do 195. Obecnie rozważmy odpór ziemi. Z samego charakteru odporu wynika, że; jeżeli ziemia pod naciskiem muru może być wysunięta zza niego, kierunek oddziaływania muru

na ziemię i odwrotnie, oraz ziemi na ziemię w płaszczyźnie /nazwijmy tak/ wysuwu powinny ze stosownemi normalnemi do  $AB$  i  $AK$  tworzyć kąty  $\varphi$  i  $\varphi'$ , odłożone w stronę przeciwną,



RYS. 149.



RYS. 150.

niż to było przy naporze ziemi /por. rys. 136/. Kierunek oddziaływania muru i ziemi w płaszczyźnie wysuwu wskazany jest na rys. 149, gdzie ściana  $AB$ , parta siłą  $S$  od strony, dajmy na to, sklepienia, dąży do wysunięcia zza siebie ziemi; ziemia w tym razie wywiera odpór. Na rys. 150 wskazany jest drugi przykład odporu ziemi - w przypadku muru okładzinowego. W obydwóch tych przykładach wskazany jest kierunek sił  $Z$  i  $Q$  względem normali do płaszczyzn  $AB$  i  $AK$ .



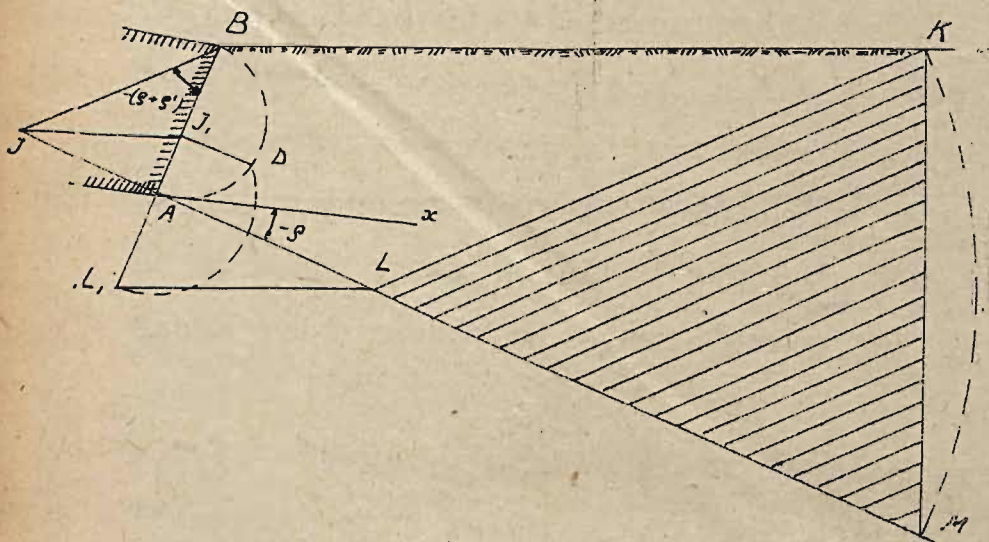
Całe zagadnienie, dotyczące ODPORU ziemi, różni się, zatem, od zagadnienia na temat NAPORU tylko znakami kątów  $\varphi$  i  $\varphi'$ ; więc i rozwiązanie odpowiednich zadań należy uskuteczyć przy uwzględnieniu tej różnicy.

Na rys. 151 pokazane jest rozwiązanie zadania, w którym szukany jest ODPÓR ziemi na ścianę  $AB$ . W celu ułatwienia wprowadzone jest znakowanie takie samo, jak na rys. 139, 140 i następnych. Postępujemy tu w taki sposób: z punktu  $A$  prowadzimy prostą "zesypu" - pod kątem  $(-\varphi)$  do poziomu  $Ax$ . Prostą zesypu przedłużamy do przecięcia się z naziomem  $BN$  w punkcie  $N$ . Oczywiście, punkt  $N$  znajdzie się z lewej strony  $AB$ , odwrotnie, niż to było w przypadku NAPORU. Z punktu  $B$  prowadzimy "kierunkową"  $BJ$ , która utworzy z  $AB$  kąt  $[-(\varphi + \varphi')]$ . Na  $AN$  zataczamy okrąg koła jak na średnicy i z punktu  $J$  prowadzimy  $JC$  prostopadłą do  $AN$ . Na prostej zesypu odkładamy odcinek  $AL =$  cięciwie  $AC$ . Przez punkt  $L$  prowadzimy prostą  $LK$  równoległą do "kierunko-





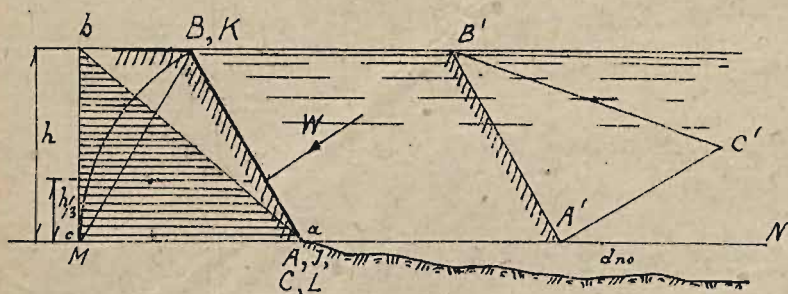
dzić, uwidoczniene jest na rys.152.



RYŚ. 152.

197. PARCIE WODY NA ŚCIANĘ PŁASKĄ. Dzia-  
łanie wody na ścianę oporową daje się wyzna-  
czyć o wiele prościej, niż działanie ziemi.  
W danym, bowiem, razie zarówno kąt tarcia wo-  
dy o ścianę, jak i kąt "zesypu" dla wody =  
zeru, a zatem linja  $AN$  będzie poziomą,  
prosta "kierunkowa" ułoży się wzdłuż ściany  
 $AB$  /rys.153/. Łatwo wobec tego zrozumieć,  
że punkty  $J$ ,  $C$  oraz  $L$  przypadają w  $A$

i że wierzchołek  $K$  trójkąta parcia znajduje się w punkcie  $B$ . Dwa inne boki tego trójkąta wyznaczamy, odmierzając  $LM = MK$  i łącząc punkt  $M$  z  $K$ . Zatem otrzymaliśmy trójkąt parcia  $KLM$ . Równoważnym trójkątem ciśnień jest trójkąt  $abc$ . Parcie całkowite wody  $W$  jest prostopadłe do ściany, jest



RYS. 153.

proporcjonalne do trójkąta  $abc$  i jest przyłożone do ściany w punkcie, znajdującym się na wysokości  $\frac{h}{3}$  od poziomu  $AN$ . Trójkąt  $abc$  daje obraz rozkładu ciśnień na rzut płaszczyzny  $AB$  na płaszczyznę pionową. Dogodniej będzie jednak mieć wykres rozkładu ciśnień wody na właściwą ścianę. W tym celu należy przekształcić trójkąt  $KLM$  na równo-



ważny mu trójkąt prostokątny, którego jedna z przyprostokątnych =  $AB$ . Aby to uczynić, odmierzamy na prostopadłej w punkcie  $A'$  do  $A'B'$  /prawa strona rys.153/ odcinek  $A'C' = x$  i łączymy punkty  $C'$  z  $B'$ ; znajdziemy wartość  $x$  z warunku, że pole  $\Delta A'B'C'$  jest równoważne polu  $\Delta KLM$ .

Pole  $\Delta A'B'C' = \frac{1}{2} \overline{A'B'} \cdot \overline{A'C'} = \frac{1}{2} \overline{A'B'} x$

pole zaś

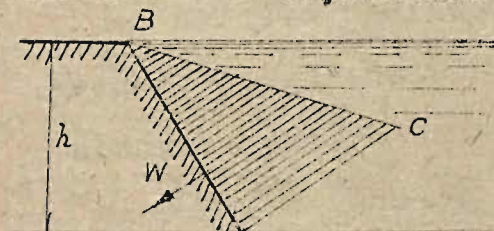
$$\Delta ABM = \frac{1}{2} \overline{AM} \cdot h$$

zatem

$$\frac{1}{2} \overline{A'B'} x = \frac{1}{2} \overline{AB} h$$

Ponieważ  $\overline{A'B'} = \overline{AB}$ , więc  $x = h$ .

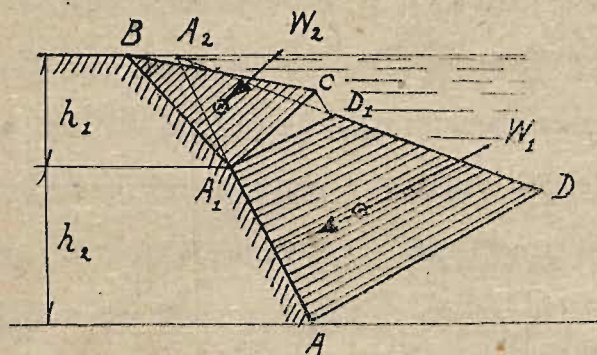
Widzimy stąd, że w CELU WYKREŚLENIA TRÓJKĄTA PARGIA DLA WODY NALEŻY, NA PROSTEJ  $AC$ , PROSTOPADŁEJ W  $A$  DO ŚCIANY  $AB$  /rys.154/ ODMIERZYĆ ODCINEK  $AC =$  GŁĘBOKOŚCI  $h$  PUNKTU  $A$  POD



RYS. 154.

ZWIERZCIADŁEM WODY I POŁĄCZYĆ PUNKTY  $B$  i  $C$ .

198. PARCIE WODY NA ŚCIANĘ ŁAMANĄ. Ściana, na którą ciśnie woda, dajmy na to, jest łamana i jest utworzona np. z dwóch płaszczyzn /rys.155/  $A_1B$  i  $AA_1$ . Zastosujemy do każdej z tych płaszczyzn wyniki, otrzymane w § poprzednim. Przedewszystkiem rozpatrzmy ciśnienie na płaszczyznę  $A_1B$ :



RYŚ. 155.

Wystawiamy prostopadłą do  $A_1B$  w punkcie  $A_1$ ; na tej prostopadłej odkładamy odcinek  $A_1C$  = głębokości punktu  $A_1$  pod zwierciadłem =  $h_1$ .

wreszcie łączymy punkt  $B$  z  $C$ . Otrzymamy w ten sposób trójkąt  $A_1BC$  parcia wody na ścianę  $A_1B$ . Zwracamy się do płaszczyzny  $AA_1$ : przedłużamy w myśli ścianę  $AA_1$ , aż do przecięcia się jej ze zwierciadłem wody i kreślimy trójkąt parcia dla wyobraźalnej ścia-



ny  $AA_2$ . Uczynimy to, odmierzając na prostej  $AD$ , prostopadłej do  $AA_2$ , odcinek  $AD = h_1 + h_2$  i, łącząc punkt  $D$  z  $A_2$ . Od trójkąta  $AA_2D$ , otrzymanego powyżej, należy odrzucić część  $A_1A_2D_1$  odpowiadającą parciu na nieistniejącą część ściany  $A_1A_2$ , reszta zaś, t.j. trapez  $AA_1D_1D$  przedstawi wykres ciśnienia na ścianę  $AA_1$ .

Kierunek ciśnienia w punkcie  $A_1$  jest zależny od tego, do jakiej płaszczyzny ten punkt zaliczamy, czy do  $A_1B$ , czy też do  $AA_1$ ; ciśnienie zawsze będzie do odpowiedniej płaszczyzny normalne i posiadać będzie ściśle określoną wartość, gdyż odcinki  $A_1C$  i  $A_1D_1$  są sobie równe / resztą, łatwo dowiedziemy, że każdy z nich jest równy wysokości  $h_1$  /.

Całkowite parcie  $W_2$  wody na płaszczyznę  $A_1B$ , przy długości ściany 1 m. w kierunku prostopadłym do rysunku, otrzymamy jako ciężar wody, zawartej w objętości graniastosłupa o podstawie  $\Delta A_1BC$  i wysokości = 1 m.

Zatem  $W_2 = \text{pole } \Delta A_1BC \cdot 1000 \text{ kg}$ , gdzie 1000 jest ciężar 1 m<sup>3</sup> wody w kg.

Parcie  $W_2$  jest normalne do  $A_1B$  i przechodzi przez środek ciężkości trójkąta  $A_1BC$ . W podobny sposób obliczymy całkowite parcie wody  $W_1$  na płaszczyznę  $AA_1$  = polu trapezu  $AA_1D_1D$   $\cdot 1000$  kg. Parcie  $W_1$  jest normalne do  $AA_1$  i przechodzi przez środek ciężkości trapezu  $AA_1D_1D$ . Wymiary pól  $A_1BC$  i  $AA_1D_1D$  powinny być wzięte, oczywiście, w metrach.

199. BADANIE RÓWNOWAGI ŚCIAN OPOROWYCH, ŚRODKI CIŚNIEŃ I LINJA ŚRODKÓW CIŚNIEŃ. Dotychczas mówiliśmy o tem, jak się wyznacza siły, które wywiera ziemia lub woda na ścianę oporową. Teraz rozpatrzmy, w jaki sposób bada się równowagę ściany oporowej, gdy te siły już mamy znalezione.

Wyobraźmy sobie ścianę oporową, złożoną z bloków I, II, III, IV, stykającą<sup>ych</sup> się ze sobą w stosugach  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$ . Długość ściany niech będzie 1 m. Nasion niech będzie  $BN$ . Przypuśćmy, dalej, że, korzystając z wywodów § 191, otrzymaliśmy, jako wykres ciśnień, figurę  $\alpha/\beta \delta' \delta'' \alpha_1 \alpha$ , z której znajdziemy napory

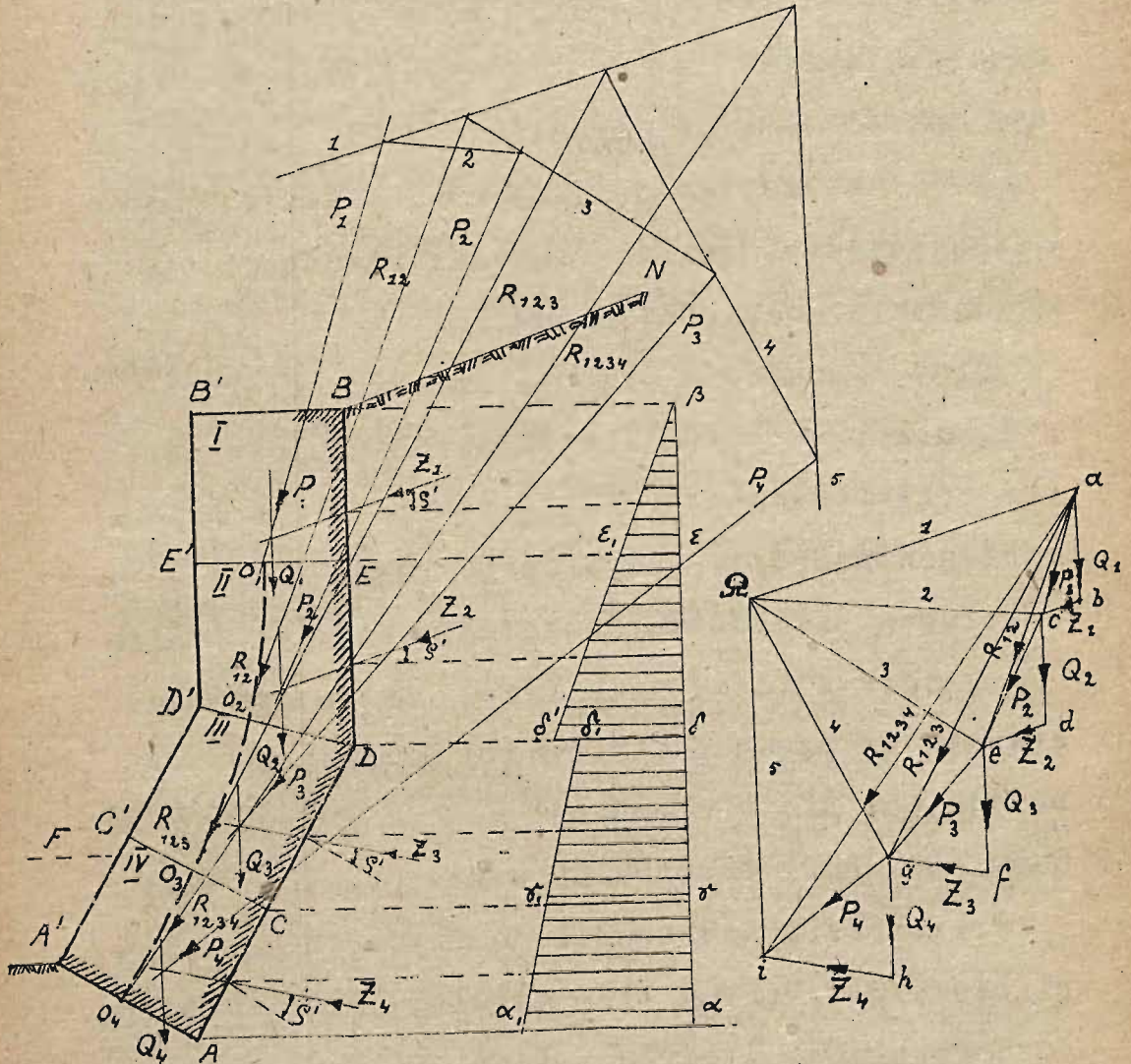


na poszczególne płaszczyzny ściany operowej,  
 a więc:  $Z_1$  na płaszczyznę  $BE$  z pola  
 $\Delta \beta \varepsilon \varepsilon_1$  ; punkt przyłożenia naporu znajdzie  
 się na ścianie  $BE$  na poziomie środka  
 ciężkości tego  $\Delta \beta \varepsilon \varepsilon_1$  ; linja działania na-  
 poru  $Z_1$  tworzy kąt  $\rho'$  z NORMALNĄ do  $BE$   
 Toż samo powiemy o następnej płaszczyźnie  
 ściany  $ED$  ; napór  $Z_2$  , który znajdziemy  
 z pola trapezu  $\varepsilon_1 \varepsilon \delta \delta'$  , przechodzi przez  
 punkt, znajdujący się na poziomie środka cięż-  
 kości trapezu  $\varepsilon_1 \varepsilon \delta \delta'$  , i tworzy kąt  $\rho'$  z  
 NORMALNĄ do  $ED$  . Dalej, na płaszczyznę  
 $\frac{CD}{AC}$  działają napory  $\frac{Z_3}{Z_4}$  , które obli-  
 czymy z pól trapezów  $\frac{\delta, \delta' r r'}{\delta, r \alpha \alpha_1}$  ; napory te  
 przechodzą przez punkty, znajdujące się na po-  
 ziomach środków ciężkości właściwych trapezów  
 i tworzą kąty  $\rho'$  z normalnemi do  $\frac{CD}{AC}$  . .

Następnie obliczymy ciężary poszczególnych  
 bloków. Ciężary te niech będą  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  ;  
 będą to siły pionowe, przyłożone w środkach  
 ciężkości pól:  $BE E'B'$ ,  $ED D'E'$ ,  
 $DC C'D'$ ,  $CA A'C'$ .

Widzimy, że na blok I działają siły  $Z_1$  i  
 $Q_1$  ; dodajemy je w jedną wypadkową  $R_1$

/rys.157/, która przechodzi przez punkt przecięcia się  $Z_1$  i  $Q_1$  /rys.156/. W podobny



RYŚ. 157.

RYŚ. 156.



sposób zamiast sił  $Z_2$  i  $Q_2$ , działających na II blok, przykładamy siłę  $P_2$ , znalezioną na rys. 157 i prowadzimy ją przez punkt przecięcia się siły  $Z_2$  z  $Q_2$  /rys. 158/. W taki sam sposób zastępujemy siły  $\frac{Z_3 + Q_3}{Z_4 + Q_4}$  siłami  $\frac{P_3}{P_4}$ . Mając tak przygotowane zadanie, przystępujemy do badania równowagi każdego bloku oddzielnie, poczynając od 1.

Blok I znajduje się pod działaniem dwóch sił: siły  $P_1$  i oddziaływania nań bloku II. Aby była równowaga, oddziaływanie bloku II na I powinno być, oczywiście, równe sile  $P_1$ , skierowane wzdłuż tej samej prostej, co i siła  $P_1$ , lecz z lotem przeciwnym. Zatem, oddziaływanie to przechodzić będzie przez punkt  $c_1$  znajdujący się w stosudze  $EE'$ . Punkt ten nazwiemy ŚRODKIEM CIŚNIENIA w stosudze  $EE'$ .

Przechodzimy następnie do zbadania równowagi bloku II. Na ten blok działa: siła  $P_1$  - od górnego bloku, siła  $P_2$  i oddziaływanie III - dolnego bloku - na II.

Dodajmy siły  $P_1$  i  $P_2$  w jedną wypadkową  $R_{12}$  /przy pomocy wieloboku sił na rys. 156

i wieloboku sznurowego na rys. 157/. Ponieważ siła  $R_{12}$  ma się równoważyć z oddziaływaniem bloku III na II, więc oddziaływanie to powinno być: równe  $R_{12}$ , mieć tę samą, co i  $R_{12}$ , linję działania i posiadać lot odwrotny. Zatem to oddziaływanie przechodzi przez punkt  $O_2$ , znajdujący się w stesudze  $DD'$ . Punkt  $O_2$  - będzie to nowy ŚRODEK ciśnień /w stesudze  $DD'$  /.

Zwracamy się w taki sam sposób do bloków  $\frac{III}{IV}$ : Na te bloki działają: z góry siły  $\frac{R_{12}}{R_{123}}$  od bloku  $\frac{II}{III}$ , siły  $\frac{P_3}{P_4}$  i oddziaływania z dołu od bloku IV. Dodajemy siły  $\frac{R_{12} + P_3}{R_{123} + P_4}$  w wypadkowe  $\frac{R_{123}}{R_{1234}}$ . Ponieważ siły  $\frac{R_{123}}{R_{1234}}$  mają być w równowadze z oddziaływaniami bloku IV fundamentu, więc te oddziaływania powinny być równe  $\frac{R_{123}}{R_{1234}}$ , mieć te same linje działania, lecz loty przeciwne.

Stąd wnioskujemy, że oddziaływania te przechodzić powinny przez punkty  $\frac{O_3}{O_4}$ , znajdujące się w stesugach  $\frac{CC'}{AA'}$ . Punkty  $O_3$  i  $O_4$  są to również ŚRODKI CIŚNIENI w stesugach  $CC_1$  i  $AA'$ .



Połączmy wszystkie środki ciśnień linją ciągłą  $o_1 o_2 o_3 o_4$  /rys.156/. Otrzymamy krzywą, którą nazywać będziemy LINJĄ ŚRODKÓW CIŚNIEŃ. <sup>x</sup> Poniżej wskazane będzie, jakie znaczenie ma ta linja przy badaniu równowagi ściany oporowej.

Na rys.156 przyjęty został naziem od lewej strony ściany na wysokości punktu  $A'$ . Gdyby naziem sięgał np. do punktu  $F$ , wówczas można by warstwy ziemi  $A'F$  nie uwzględniać, t.j. liczyć tak, jakgdyby jej nie było. Łatwo z następnego zrozumiemy, że przez to uzyskamy WIĘKSZE bezpieczeństwo ściany oporowej pod względem jej równowagi.

200. BADANIE LINJI ŚRODKÓW CIŚNIEŃ. TRZY WARUNKI STATECZNOŚCI I WYTRZYMAŁOŚCI ŚCIAN OPOROWYCH. Przypuśćmy, że  $KK'$  /rys.158/ jest którąkolwiek stosugą między dwoma blokami ściany oporowej i że oddziaływanie wzajemne tych bloków jest równe  $R$ . Wreszcie, dajmy na to,

-----  
<sup>x</sup> Uważamy za właściwe zaznaczyć, że rozróżniać będziemy pojęcie "linja środków ciśnień" o czem jest mowa, od pojęcia "linja ciśnień", które spotkamy przy sklepieniach.

że linja działania siły  $R$ , znaleziona drogą poprzednie wskazaną, tworzy kąt  $\alpha$  z normalną do płaszczyzny stosugi.

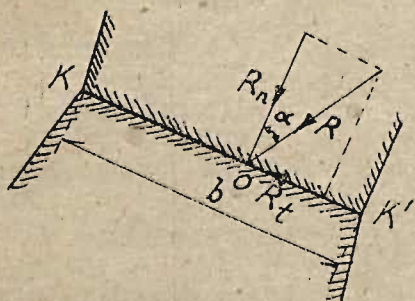
Rozłożmy siłę  $R$  na dwie składowe: jedna ( $R_n$ ) niech będzie prostopadła do stosugi, a druga ( $R_t$ ) niech leży w jej płaszczyźnie.

Rozważmy działanie każdej z tych składowych.

Składowa  $R_t$  stara się zesunąć jeden blok po powierzchni drugiego, czemu zapobiega tarcie w stosudze. Innemi słowy tarcie bloku o blok powinno być większe /a conajmniej równe/ od siły  $R_t$ . Warunek ten będzie speł-

niony tylko w tym razie, gdy kąt tarcia  $\varphi$  dla materiału, z którego są bloki wykonane, będzie większy od kąta

$\alpha$ . Jakkolwiek w stosudze mamy zaprawę wiążącą,



RYS. 158.

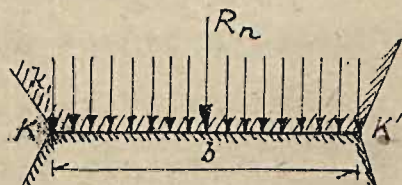
to jednak dla bezpieczeństwa nie uwzględniamy



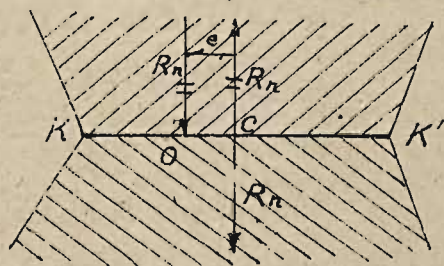
jej działania. Wynika stąd, że STATECZNOŚĆ ŚCIANY OPOROWEJ WYMAGA, ABY - W KAŻDEJ STOSUDZE - SIŁA, Z KTÓRĄ NA DOLNY BLOK DZIAŁA GÓRNY, PRZECINAŁA STOSUGĘ POD KĄTEM, MNIEJSZYM OD KĄTA TARCIA.

Przejdźmy teraz do składowej  $R_n$ . Siła ta stara się przycisnąć bloki do siebie i może skruszyć stykające się powierzchnie. Aby temu zapobiedz, NALEŻY NADAĆ BLOKOM W STOSUDZE ODPOWIEDNIE WYMIARY. Poznajmy bliżej naprężenia w stosudze:

Weźmy pod uwagę stosugę /rys. 159/, o szerokości -  $b$  w



RYS. 159.

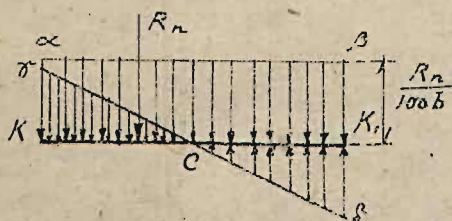


RYS. 160.

kości -  $b$  w  
cm. i długości =  $l$  m.  
/w kierunku, prostopadłym do płaszczyzny rysunku/ i  
przypuśćmy, że działa na nią siła  $R_n$ , prostopadła do niej i

przyłożona w jej ŚRODKU ciężkości. Ponieważ pole powierzchni stosugi wynosi  $100. b. \text{cm}^2$ , zatem naprężenie, wywołane przez siłę  $R_n$ , we wszystkich punktach jest jednakowe i równe  $k_z = \frac{R_n}{100. b} \text{ kg/cm}^2$ . Możemy to przedstawić za pomocą wykresu, podanego na rys. 159.

Inaczej będzie w tym przypadku, gdy siła  $R_n$  /rys. 160/ jest przyłożona w punkcie  $O$ , leżącym poza środkiem ciężkości  $C$  stosugi.



Aby wyznaczyć w tym przypadku rozkład naprężeń, należy uciec się do następującego sposobu: przykładamy w środku ciężkości  $C$

RYŚ. 161.

/rys. 160/ dwie siły

równe i odwrotne, z których każda jest  $= R_n$ . Wiemy, że dodane siły nie zmieniają wcale działania danej siły  $R_n$ , możemy więc uważać, że na stosugę, prócz tej ostatniej, działają także dwie. Jakież działanie wywrze ten układ sił? Siła  $R_n$  /nieprzekreślona/ /rys. 160/, przyłożona w środku ciężkości stosugi, wywoła

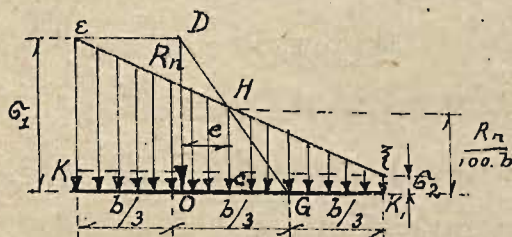


działanie, rozpatrzone już poprzednio /rys. 159/, a mianowicie, ściskanie jednakowe w całym przekroju. Naprężenia, pochodzące od niej,

równe  $\frac{R_n}{100.b}$  ,

uwidocznione są na rys.161,

prostą  $\alpha/\beta$  ,  
równoległą do  $KK'$  .



RYŚ. 162.

Prócz rozważonej siły  $R_n$  ,  
mamy jeszcze

dwie inne, zakreślone na rys.160. Tworzą one parę, o momencie  $= R_n e$  , gdzie  $e$  oznacza odległość między linjami tych sił. Para  $(R_n e)$  wywoła naprężenia, które zmieniają się linjowo<sup>x/</sup> i w danym razie są ścisające w lewej części przekroju  $(KC)$  , a rozciągające w prawej  $(CK')$  ; w środku ciężkości  $C$  naprężenie, wywołane tylko przez parę, jest  $= 0$ . Naprężenia te uwidocznione są na rys.161 prostą  $\gamma/\delta$  .

Tak więc przy działaniu rozważanego układu

<sup>x/</sup> Por. w nauce o "wytrzymałości materiałów" rozdział o gięciu płaskim..

trzech sił powstają w stosudze dwojakie naprężenia, jedno pod wpływem siły  $R_n$  i drugie pod wpływem pary sił o mom.  $R_n e$ . W rezultacie w przekroju istnieją naprężenia wypadkowe, równe sumie algebraicznej tamtych dwóch.

Na rys.161 linja  $\varepsilon\zeta$  przedstawia wykres rozkładu naprężeń wypadkowych. Ponieważ obydwa składniki, dające tę wypadkową, zmieniają się linjowo, zatem i suma ich zmienia się w sposób linjowy i, wobec tego, linja  $\alpha \varepsilon\zeta$  jest prostą.

Przy powyższem sumowaniu algebraicznem są możliwe dwa przypadki: 1/ prosta  $\varepsilon\zeta$  nie przecina stosugi  $K K'$ ; wtedy naprężenia nie zmieniają znaku; będą to naprężenia, ściskające w całym przekroju stosugi /rys.162/; 2/ prosta  $\varepsilon\zeta$  przecina stosugę  $K K'$  - wtedy naprężenia zmieniają znak i są w jednej części stosugi  $K \angle$  ściskającymi, a w drugiej  $\angle K'$  - rozciągającymi /rys.163/.

Naprężenia rozciągające w stosudze są niepożądane, gdyż na zaprawę nie należy liczyć, ab,



mogła przeciwstawić się naprężeniom rozciągającym.

Co się tyczy materiału, z którego ścianę mamy wykonać, lepiej nie obciążać naprężeniami rozciągającymi, aby nie było później niespodzianek.

Poznajmy, kiedy naprężenia w stosudze będą tylko ściskające, a kiedy mogą powstać ściskające i rozciągające.

Z teorii "wytrzymałości materiałów" wiemy, że pod działaniem pary sił o momencie  $M$ , zginającej pręt, otrzymujemy naprężenia skrajnych włókien:

$$\sigma_y = \pm \frac{M}{W},$$

gdzie  $M$  jest momentem pary  $- R_n e$ , zaś  $W$  - jest momentem wytrzymałości przekroju pręta, w naszym przypadku, pola stosugi względem osi obojętnej. Znak  $+$  dotyczy części rozciąganej, zaś znak  $-$  dotyczy części ściskanej. Ponieważ stosugę przyjmujemy jako FIGURĘ PROSTOKĄTNĄ o długości 1 m. = 100 cm. i szerokości  $b$  cm., więc  $W = \frac{100 \cdot b^2}{6}$ , zatem

$$\sigma_y = \pm \frac{6 R_n \cdot e}{100 b^2}.$$

Pod działaniem siły  $R_n$ , przyłożonej do środka ciężkości stosugi, powstają naprężenia ściskające:  $\sigma_c = -\frac{R_n}{100b}$ , zatem otrzymamy wypadkowe naprężenia włókien skrajnych; dla włókien w części ściskanej:

$$\sigma_1 = -\left(\frac{6 R_n e}{100 b^2} + \frac{R_n}{100 b}\right) = -\frac{R_n}{100 b} \left(\frac{6e}{b} + 1\right) \dots\dots\dots /1./$$

zaś dla włókien w ścianie rozciąganej:

$$\sigma_2 = +\frac{6 R_n e}{100 b^2} - \frac{R_n}{100 b} = \frac{R_n}{100 b} \left(\frac{6e}{b} - 1\right) \dots\dots\dots /2./$$

Z ostatniego wzoru /2/ na  $\sigma_2$  widzimy, że w ścianie rozciąganej powstać mogą naprężenia rozciągające, kiedy będzie  $\frac{6e}{b} - 1 > 0$ , czyli kiedy  $\frac{6e}{b} > 1$ , albo kiedy  $e > \frac{b}{6}$ , kiedy zaś  $e \leq \frac{b}{6}$ , wówczas  $\sigma_2 \leq 0$ .

Zatem, kiedy odległość punktu przyłożenia siły  $R$  /t.zw. środka ciśnięć/ od środka ciężkości przekroju  $C$  nie jest większa od  $\frac{b}{6}$  /w jedną i drugą stronę/, wówczas naprężeń rozciągających niema. Innymi słowy: W STOSUDZE NIEMA NAPRĘŻEŃ ROZCIĄGAJĄCYCH WÓWCZAS, GDY PUNKT PRZYŁOŻENIA SIŁY  $R$  LEŻY WENNA TRZ ŚRODKOWEJ TRZECIEJ CZĘŚCI PRZEKROJU



STOSUGI, CZYLI WEWNĄTRZ T.ZW. RDZENIA STOSUGI.

Wyobraźmy sobie teraz w każdej stosudze "rdzeń", t.j. trzecią jej część środkową; poprowadźmy dwie linie ciągłe przez końcowe punkty poszczególnych rdzeni, otrzymamy pasek, który nazwiemy "rdzeniem ściany".

Rozwijając, następnie, myśl, powiedzianą wyżej, dla wszystkich stosug ściany, stwierdzimy, że GDY LINJA ŚRODKÓW CIŚNIEŃ PRZEBIEGA WEWNĄTRZ RDZENIA ŚCIANY, WÓWCZAS NAPRĘŻENIA ROZCIĄGAJĄCE W ŚCIANIE NIE ZJAWIA SIĘ. Musimy wyraźnie podkreślić, że powyższe twierdzenie jest słuszne WYŁĄCZNIE DLA STOSUGI O PRZEKROJU PROSTOKĄTNYM.

Obecnie zatem możemy już wypowiedzieć, jakim warunkom powinna odpowiadać ściana oporowa:

1/ Kąt  $\alpha$  między normalną do stosugi a kierunkiem wypadkowej sił, działających między dwoma sąsiednimi blokami, powinien być mniejszy, niż kąt tarcia  $\varphi$ , właściwy danemu materiałowi; wówczas unikamy wysunięcia się części ściany. Zazwyczaj wymagane jest,

aby  $\alpha < 33^\circ - 35^\circ$

2/ Linja środków ciśnień powinna przebiegać wewnątrz rdzenia ściany; wówczas unikamy niepożądanych naprężeń rozciągających w stosugach

3/ Naprężenia w skrajnych punktach stosug nie powinny przekraczać dozwolonych naprężeń dla danego materiału, aby uniknąć skruszenia materiału i zburzenia ściany.

201. WYZNACZANIE NAPRĘŻEŃ. a/ SPOSÓB ANALITYCZNY. Gdy siła  $R_n$  jest znana, oraz mamy daną odległość środka ciśnień od środka ciężkości stosugi ( $e$ ), szerokość stosugi  $= b$  /przy długości jej 1 m./, wówczas skrajne naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  można wyznaczyć z wzorów § poprzedzającego, mianowicie: naprężenie ściskające:

$$\sigma_1 = - \frac{R_n}{100b} \left( \frac{6e}{b} + 1 \right)$$

oraz naprężenie rozciągające:

$$\sigma_2 = \frac{R_n}{100b} \left( \frac{6e}{b} - 1 \right)$$

Wytrzymałość ściany wymaga, aby  $\sigma_1 \leq k_c$ , gdzie  $k_c$  jest bezpiecznem /dozwolonem/ naprę-



żeniem ściskającym, zaś warunku, aby  $\sigma_1 \leq k_r$  /  $k_r$  jest bezpieczne naprężenie rozciągające/ pod uwagę nie bierzemy, gdyż na zdolność kamienia opierania się rozciąganiu nie liczymy.

Jeżeli siła  $R_n$  przechodzi przez brzeg rdzenia, wówczas  $e = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{3}$ , zaś naprężenia otrzymują się:  $\sigma_1 = -\frac{2 R_n}{100 b}$  i  $\sigma_2 = 0$ . Stąd widzimy, że naprężenie  $\sigma_1$  będzie dwa razy większe, niż wtedy, gdy siła  $R_n$  przechodzi przez środek ciężkości stosugi.

w/. SPOSÓB WYKREŚLNY /rys.162/. Na prostopadłej do stosugi w środku ciężkości C odmierzamy odcinek  $CH = \frac{R_n}{100 b}$ ; następnie dzielimy stosugę na trzy równe części i skrajny punkt rdzenia (G) łączymy z końcem H odcinka CH; przez punkt D przecięcia się prostej GH z linią działania siły R prowadzimy równoległą do  $KK_1$ . Jeśli punkt przecięcia się tej ostatniej z prostopadłą, wystawioną w punkcie K do  $KK_1$ , oznaczymy przez  $\varepsilon$ , to odcinek  $\varepsilon K$  przedstawi naprężenie w stosudze w punkcie K; czyli największe naprężenie  $\sigma_1$ . Łącząc następnie punkty  $\varepsilon$  i H i, przedłużając prostą  $\varepsilon H$

do punktu  $\epsilon$  przecięcia się jej z prostopadłą do  $KK_1$  w punkcie  $K_2$ , otrzymamy, że odcinek  $\epsilon K_2 = \sigma_2$  jest równy naprężeniu w punkcie  $K_2$ , czyli najmniejszemu naprężeniu w stosudze. Naprężenie  $\sigma_2$  może być ściskające, może być  $= 0$ , lub może być rozciągające. Prosta  $\epsilon \zeta$  przedstawia rozkład naprężeń w całym przekroju stosugi.

Że tak jest, zauważymy, rozpatrując dwa podobne trójkąty /rys.162/  $GHC$  i  $GDO$ , mianowicie:  $\overline{HC} : \overline{DO} = \overline{CG} : \overline{OG}$

$$\text{stad } \overline{DO} = \frac{\overline{HC} \cdot \overline{OG}}{\overline{CG}}$$

ponieważ

$$\overline{HC} = \frac{R_n}{100b}, \quad \overline{CG} = \frac{b}{\epsilon}, \quad \overline{OG} = \overline{OC} + \overline{CG} = e + \frac{b}{\epsilon},$$

zatem

$$\overline{DO} = \frac{R_n}{100b} \cdot \frac{e + \frac{b}{\epsilon}}{\frac{b}{\epsilon}} = \frac{R_n}{100b} \left(1 + \frac{\epsilon e}{b}\right)$$

Porównując otrzymany wzór z wzorem /1/ poprzedniego §, znajdziemy, że  $\overline{DO}$  co do WARTOŚCI jest równe naprężeniu  $\sigma_x$ . Ponieważ  $\overline{DO} = \epsilon \overline{K}$ , stad też wynika, że co do wartości  $\epsilon \overline{K} = \sigma_x$ .

Również łatwo można pokazać, że odcinek

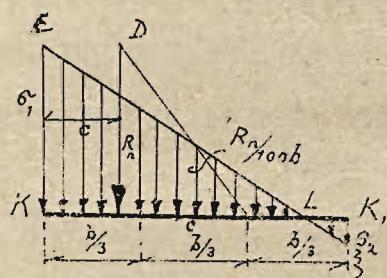


$$\bar{\varepsilon} K_1 = \sigma_2; (\varepsilon K - \bar{\varepsilon} K_1) : (Hc - \bar{\varepsilon} K_1) = K K_1 : K C = 2;$$

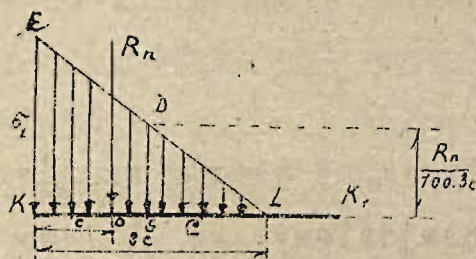
stąd  $\bar{\varepsilon} K_1 = 2 Hc - \varepsilon K$  ; podstawiając z poprzedniego wartości na  $Hc$  i  $\varepsilon K$  , otrzymamy:

$$\bar{\varepsilon} K_1 = \frac{2 R_n}{100b} - \frac{R_n}{100b} \left(1 + \frac{6e}{b}\right) = \frac{R_n}{100b} \left(1 - \frac{6e}{b}\right),$$

czyli odcinek  $\bar{\varepsilon} K_1$  , co do wartości bezwzględnej, równa się naprężeniu  $\sigma_2$  , c. b. d. d.



RYS. 163.



RYS. 164.

202. Nieraz trzeba się pogodzić z tem, że siła, działająca na stosugę, jest przyłożona w punkcie, leżącym POZA rdzeniem. Jak należy postąpić w tym razie?

Wiemy z poprzedzającego, że w części  $\angle K_1$  /rys.163/ powstaną wtedy naprężenia rozciągające. To samo daje nam wykres: część prostej  $\varepsilon$  znajduje się POD prostą  $KK_1$ , czyli na części stosugi  $\angle K_1$  powstaną naprężenia odmiennego znaku, niż na części  $K\angle$ . Pod wpływem naprężeń rozciągających mur się może rozejść a wtedy owe naprężenia znikną i będzie tak, jak-gdyby siła  $R_n$  działała na stosugę o innej - mniejszej szerokości.

Szerokość ta powinna być taką, aby siła  $R_n$  przechodziła przez brzeg rdzenia zwężonej stosugi.

Jeśli, zatem, siła  $R_n$  przecina stosugę  $KK_1$  w odległości  $c$  od bliższej krawędzi ściany, to całkowita szerokość zwężonej stosugi powinna być  $= 3c$  /rys.164/.

Otrzymujemy więc: stosuga ma mniejszą, niż pierwotnie, szerokość - równą  $3c$ ; siła  $R_n$  działa w odległości  $c$  od krawędzi, a więc na



brzegu rdzenia, wywołuje w stosudze naprężenia wyłącznie ściskające; największe naprężenie będzie przy krawędzi ściany  $K$ , najmniejsze przy końcu stosugi /w punkcie  $L$  / będzie równe zeru.

Zgodnie z tem, co było powiedziane w § 201 przy wyznaczaniu naprężeń sposobem analitycznym, otrzymamy, że największe naprężenie ściskające przy  $K$  :

$$\sigma_1 = \frac{2 R_n}{3c \cdot 100}$$

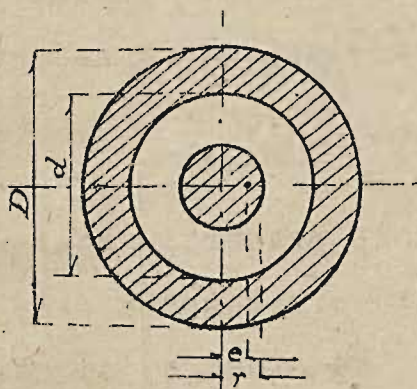
W danym razie  $\sigma_1$  nie powinno przekraczać bezpiecznego naprężenia dla danego materiału  $R_c$ .

Jeżeli chodzi o wykreslne wyznaczenie  $\sigma_1$  postępujemy w ten sposób:

Obliczamy wartość  $\frac{R_n}{100 \cdot 3c}$ , odkładamy /rys.164/ na prostopadłej do  $KK_1$ , wystawionej w  $S$  - w połowie  $3c$  - odcinek

$SD = \frac{R_n}{100 \cdot 3c}$  i przez  $L$  i  $D$  prowadzimy prostą, która na prostej  $K\varepsilon$  odetnie długość, przedstawiającą największe naprężenie ściskające  $\sigma_1$ .

czas można tak samo, jak ścianę oporową. Rolę parcia ziemi gra tu siła wiatru. Podobnie, jak ścianę oporową, dzielimy komin na poszczególne części, stykające się ze sobą



RYS. 165.

w stosugach, i wykreślamy linje środków ciśnień. - Jeśli przytem zostaną spełnione trzy warunki, które otrzymaliśmy dla ściany oporowej, wówczas komin bę-

dzie stateczny i wytrzymały.

Parcie wiatru należy obliczać, rozpatrując każdą część komina jako walec kołowy o średnicy  $d$  /w metr./, wysokości  $h$  /w metr./ze wzoru:  $P = 0,67 p \cdot d \cdot h$ , gdzie  $p$  jest to ciśnienie wiatru na jednostkę pola  $\frac{kg}{m^2}$ . Zwykle przyjmujemy  $p = 150 \frac{kg}{m^2}$ .

Z rozważań analitycznych, których tu nie będziemy przytaczali<sup>x/</sup>, wypada, że rdzeń prze-

-----  
x/ Por. Teorję wytrzymałości materiałów



kroju pierścieniowego jest kołem, którego środek przypada na osi komina, o promieniu

$$r = \frac{D}{8} \left[ 1 + \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right],$$

gdzie  $r$ ,  $D$ ,  $d$  są oznaczone na rys.165.

Dla największego naprężenia mamy zaś wzór:

$$\sigma_1 = \frac{R}{F} \left( 1 + \frac{8 D e}{D^2 + d^2} \right),$$

przyczem  $F$  oznacza pole przekroju komina, a  $e$  - odległość punktu przyłożenia siły wypadkowej, działającej na stosugę, od osi komina;  $\sigma_1$  powinno być  $\leq k_c$ . Największe naprężenie  $\sigma_1$  można też znaleźć droga wykreślną: por. "Technik" tom I. str:409.

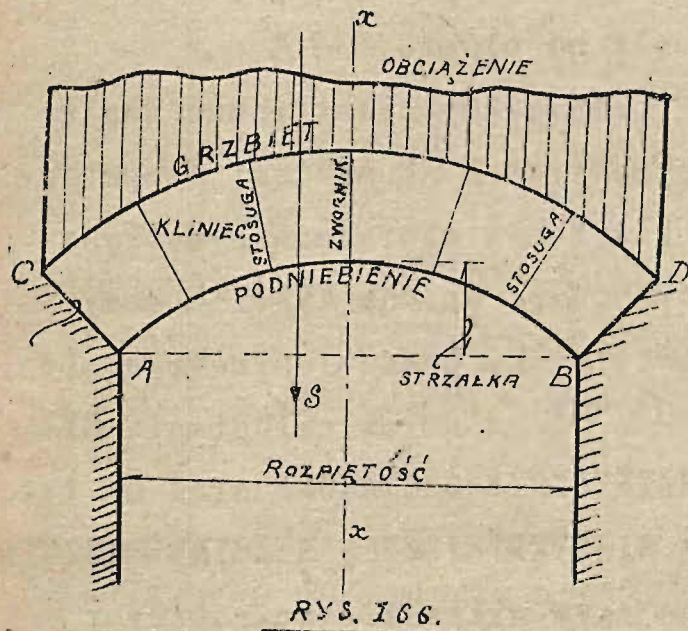
## R O Z D Z I A Ł X.

### SKLEPIENIA.

#### 204. OKREŚLENIA. PRZEDMIOT ROZDZIAŁU.

SKLEPIENIEM NAZYWAMY KONSTRUKCJĘ, UTWORZONĄ Z BLOKÓW, KAMIENI LUB CEGIEŁ, SŁUŻĄCĄ DO PRZEKRYCIA PRZESTRZENI, O PEWNEJ ROZPIĘTOŚCI: SKLEPIENIE PODTRZYMUJE ZAZWYCZAJ /OPRÓCZ CIEP-

ŻARU WŁASNEGO/ OBCIĄŻENIE DODATKOWE W POSTACI  
MURU, NASYPU, CIĘŻARÓW STAŁYCH I RUCHOMYCH  
i t.d.



Na rys.  
166 widzi-  
my typowe  
sklepienie  
"beczułko-  
we". Kombi-  
nując kilka  
sklepień  
beczułko-  
wych otrzy-  
many skle-  
pienie  
"krzyżowe",

"klasztorne" i t.p.

Poszczególne kamienie, tworzące sklepie-  
nie, nazywamy KLINCAMI; powierzchnie ich ze-  
tknięcia STOSUGAMI; miejsce, w którym skle-  
pienie opiera się o ścianę, nosi nazwę WEZGŁO-  
WIA; najwyższy kliniec nazywamy ZWORNIKIEM;  
dolną powierzchnię sklepienia - PODNIEBIENIEM



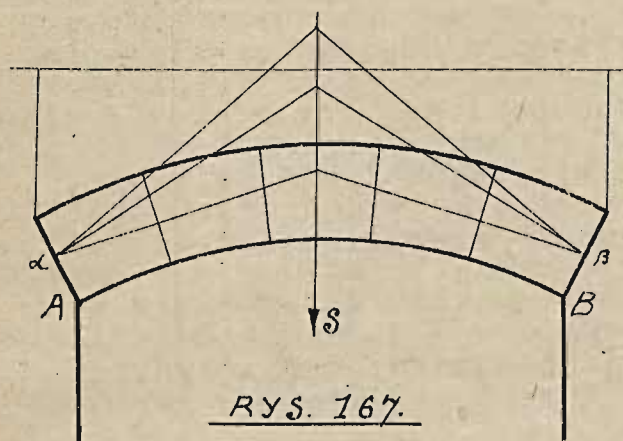
górną - GRZBIETEM; pod ROZPIĘTOŚCIĄ sklepienia rozumiemy odległość poziomą, mierzoną w świetle między podporami sklepienia. Wreszcie STRZAŁKĄ zwiemy odległość najwyższego punktu sklepienia od prostej  $AB$ .

Sklepienia rozróżniamy symetryczne względem osi i niesymetryczne. Poza temi rozpatrywać będziemy sklepienia obciążone symetrycznie i niesymetrycznie. Np. na rys. 165 mamy sklepienie symetryczne, lecz niesymetrycznie obciążone. Na rys. 167 widzimy sklepienie SYMETRYCZNE, SYMETRYCZNIE OBCIĄŻONE oraz na rys. 168 SKLEPIENIE NIESYMETRYCZNE, NIESYMETRYCZNIE OBCIĄŻONE. W dalszym wykładzie rozpatrzymy każde z nich oddzielnie.

Mówiąc o DŁUGOŚCI SKLEPIENIA będziemy mieli na myśli wymiar jego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku. Długość tę przyjmujemy zwykle równą 1 metrowi.

205. ODDZIAŁYWANIA W WEZGŁOWIACH. Mur, o który opiera się sklepienie, będące w równowadze, wywiera nań oddziaływanie. Jakiż jest kierunek i wartość oddziaływania? Aby odpo-

wiedzieć na to pytanie weźmy pod uwagę skle-



pienie, przed  
stawione na  
rys. 167. Przy-  
puśćmy, że  
wypadkowa  
sił zewnętrz-  
nych, dzia-  
łających na  
to sklepie-  
nie, jest  
=  $S$  Siła  
ta w przypad-

ku równowagi sklepienia musi się zrównoważyć  
z odporami muru, powstającymi w węzłach  
 $A$  i  $B$ , a więc te dwa oddziaływania i si-  
ła  $S$  powinny przecinać się w jednym punk-  
cie. Punktem tym może być dowolny punkt, le-  
żący na linii działania siły  $S$ , gdyż kie-  
runki oddziaływań nie są niczem określone.  
I nie tylko kierunki! Nie wiemy nawet, gdzie  
znajdują się punkty przyłożenia  $\alpha$  i  $\beta$   
tych oddziaływań, bo, rzecz jasna, mogą być  
nimi dwa którekolwiek punkty węzłowi  $A$



i B .

Ta nieoznaczoność kierunków i punktów przyłożenia oddziaływań stoi na przeszkodzie do ścisłego rozwiązania naszego zagadnienia.

Brak nam danych po temu, aby z pośród nieskończenie wielu kierunków linii działania i punktów przyłożenia w węzłowiach wybrać te lub inne linje i punkty, a tem samem nie możemy w sposób jednoznaczny wyznaczyć oddziaływań.

Możnaby tu skorzystać z pomocy "teorii sprężystości", która rozważa podobne przypadki, lecz temat ten, z jednej strony, nie należy do naszego kursu, a z drugiej strony wyniki, do których ta teoria prowadzi, nie zawsze mogą mieć szersze zastosowanie praktyczne. Wynika to stąd, że własności materiału, rozważanego w teorii, bardzo daleko nieraz odbiegają od tych, jakie spotykamy w materiale, stosowanym do sklepień, jak kamień, cegła, beton /nie żelazobeton/.

Niżej zobaczymy, że można sobie z góry zadać w węzłowiach punkty  $\alpha$  i  $\beta$  tak, aby oddziaływania musiały przez nie przejść, ale

to nie rozwiąże jeszcze sprawy, bo pozosta-  
ną nieznane kierunki oddziaływań. Zatem, kie-  
dy mamy zamiar budować sklepienie, należy iść  
drogą doświadczalną, korzystając z wzorów i  
przykładów sklepień już zbudowanych, które wy-  
kazały stateczność i wytrzymałość. Przytem wzo-  
rujemy się zwykle na dobrze poznanych sklepie-  
niach, oddawna będących w służbie.

Pomimo, jednak, że do budowy sklepień przy-  
stępujemy, korzystając z wzorów starych, istnieje  
je w nas żądza sprawdzenia dostępnymi środkami,  
czy i o ile projektowane sklepienie może być  
stateczne i wytrzymałe.

Badanie to, jak zobaczymy, polega na pozna-  
niu możliwości wykreślenia wewnątrz sklepienia  
t.zw. linii ciśnień i następnie na wysnuciu  
wniosków, jakie wykreślona linja ciśnień dostar-  
czy. Zresztą, bliższe szczegóły później.

206. WYKREŚLNE SPRAWDZANIE SKLEPIEŃ W OGÓL-  
NYM PRZYPADKU. SKLEPIENIE NIESYMETRYCZNE, NIE-  
SYMETRYCZNIE OBCIĄŻONE. Sklepienie takie widzi-  
my na rys.168. Przypuśćmy, że sklepienie jest  
obciążone warstwą ziemi  $\angle A.C.B.M$  i dajmy na



to, że ciężar właściwy ziemi ( $q_1$ ) jest mniejszy niż ciężar właściwy kamienia, z którego są wykonane klince ( $q_2$ ). Sklepienie dzielimy płaszczyznami stosug na klince  $AA.D.D$ ,  $DD.E.E$  i t.d.

Aby uprościć sobie zadanie zastępujemy warstwę ziemi  $LA.C.B.M$  inną, o ciężarze właściwym takim, jaki mają klince. Aby zachować przytem pierwotny ciężar, należy nadać zastępozej warstwie inną, w naszym przykładzie mniejszą wysokość. Oczywistą jest rzeczą, że wysokość ta jest równa wysokości pierwotnej, zmniejszonej w stosunku  $\frac{q_1}{q_2}$ . Zmniejszając w ten sposób wszystkie rzędne pola

$LA.C.B.M$  otrzymamy nową linię obciążeń, t.zw. SPRAWDZONĄ linię obciążeń  $L_1M_1$ .

Obecnie będziemy postępowali tak, jakgdyby sklepienie było obciążone bryłą kamienia

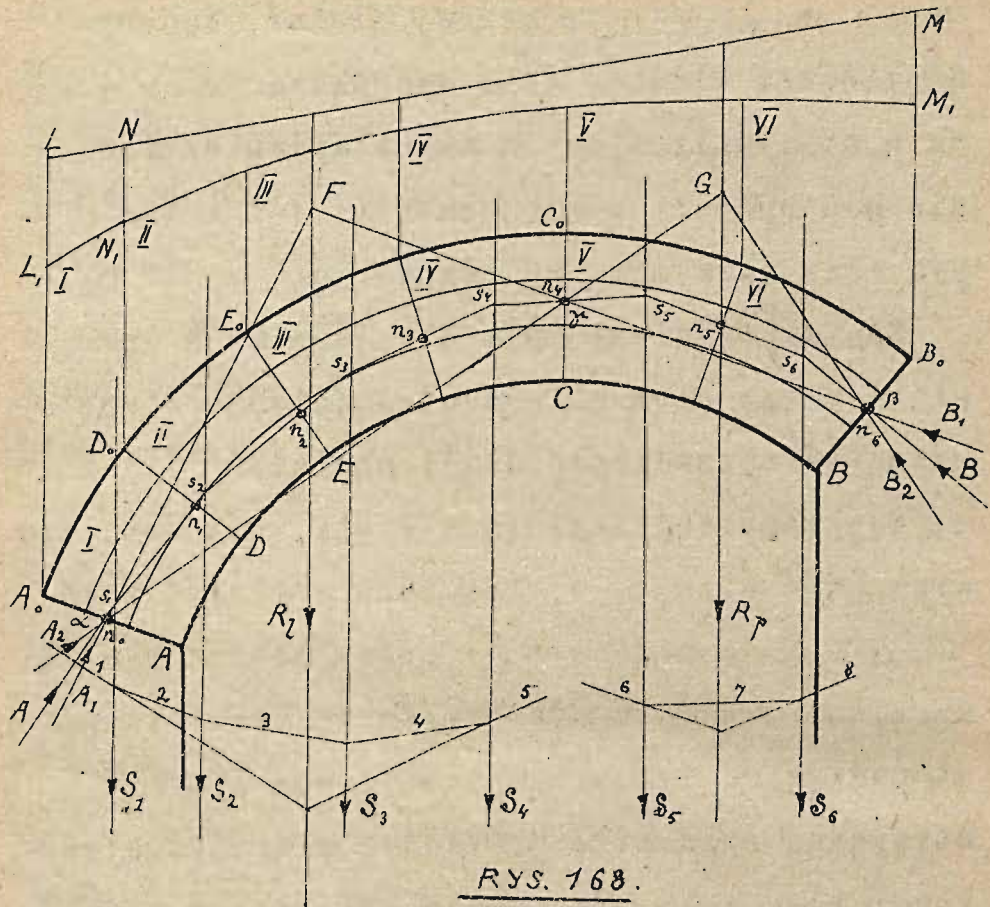
$L_1A.C.B.M_1$ . Na każdy kliniec przypada część tej bryły, zawarta pomiędzy dwiema płaszczyznami pionowymi, poprowadzonymi przez górne krawędzie odpowiednich klinców. Tak więc np. kliniec I jest obciążony warstwą muru kamien-

nego  $A. L, N, D.$ , której ciężar, dodany do ciężaru klinca, daje wypadkową  $S_1$  - jedną z sił, działających na sklepienie. Podobnie postępujemy z klincami II, III i t.d., przyczem otrzymamy wypadkowe  $S_2, S_3, \dots, S_6$ .

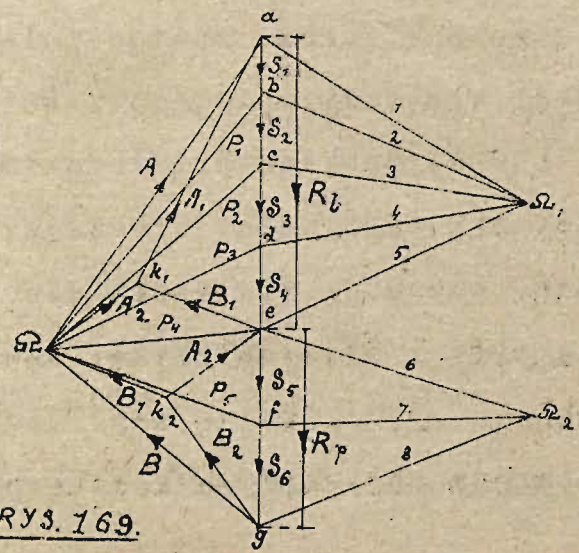
Zanim pójdziemy dalej, wyjaśnimy w paru słowach, na czem polega udogodnienie z zastosowania "sprawdzonej linii obciążeń".

Gdybyśmy tej linii nie mieli, wówczas, aby wyznaczyć siłę  $S_1$ , trzebaby obliczyć pole  $A. L N D.$ , pomnożyć je przez ciężar właściwy ziemi  $\gamma_1$  /długość bryły - w kierunku prostopadłym do rysunku - jest równa 1 m./ i otrzymaną stąd siłę przyłożyć w środku ciężkości tego pola. Następnie należałoby zrobić to samo z klincem, mnożąc pole  $A. D. DA$  przez ciężar właściwy  $\gamma_1$ ; otrzymalibyśmy nową siłę, której punktem przyłożenia byłby środek ciężkości tego pola; wreszcie, musielibyśmy dodać, zapomocą wieloboku sznurowego, owe dwie siły i otrzymalibyśmy wówczas siłę wypadkową  $S_1$ . Mając zaś "linję sprawdzoną" wystarczy obliczyć całkowite pole obciążeń





RYS. 168.



RYS. 169.

$L_1, A, ADD, N_1$  i pomnożyć je przez  $q_2$ . Wypadnie stąd ciżaru ta sama siła  $S_1$ , której punkt przyłożenia znajdzie się w środku ciężkości tego pola. To samo dotyczy sił  $S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ .

Przypuśćmy więc, że już mamy obliczone wszystkie siły zewnętrzne, działające na sklepienie. Siły te wywołują oddziaływania /odpory/  $A$  i  $B$  w obu węzłowiach. Zobaczymy teraz, jak się te odpory wyznacza.

Przypuśćmy, że podzieliliśmy zadane sklepienie na dwie części stosugą  $CC_0$ ; założmy, że części te dotykają się ze sobą tylko w jednym, z góry zadany punkcie  $\gamma$  /w stosudze  $CC_0$  / i że zetknięcie się skrajnych kłińców z węzłowami zachodzi także TYLKO w punktach  $\alpha$  i  $\beta$ . Oczywiście przez punkt  $\gamma$  przechodzą oddziaływania wzajemne części prawej i lewej sklepienia, a przez punkty  $\alpha$  i  $\beta$  - odpory węzłowi  $A$  i  $B$ .

Rozpatrzmy naprzód lewą część sklepienia, uważając część prawą wyłącznie, jako konstruk-



cję geometryczną, NIEWAŻKĄ, lecz mogącą wywierać odpór ( $B_1$ ) na pozostałą część sklepienia. Odpór ten przechodzi, oczywiście, przez punkty  $\beta$  i  $\gamma$  i musi się przeciąć z odporem  $A_1$  w węzłowie  $A$  na wypadkowej  $R_1$  sił  $S_1, S_2, S_3, S_4$ , działających na lewą część sklepienia. Wyznaczymy więc zapomocą wieloboku sił i wieloboku sznurowego /rys.168 i 169/ ową wypadkową; połączmy punkt  $\alpha^2$  z punktem  $F$  przecięcia się wypadkowej  $R_1$  z prostą  $\beta\gamma$ , otrzymamy linię działania odporu  $A_1$ . Wartość i lot jego znajdziemy z wieloboku sił /rys.169/, w którym  $\overline{\alpha e} = R_1$ ,  $\overline{ek_1} = B_1$ ,  $k_1\overline{\alpha} = A_1$ .

Zupełnie tak samo rozpatrzmy część prawą sklepienia, przyjmując, lewą jako nieważką i wywierającą jedynie odpór ( $A_2$ ) na część pozostałą. Odpór ten przejdzie przez punkty  $\alpha$  i  $\gamma$  i przetnie się z odporem  $B_2$  w węzłowie  $B$  w punkcie  $G$  wypadkowej  $R_p$  sił  $S_5$  i  $S_6$ ; należy więc przedewszystkiem wyznaczyć wypadkową  $R_p$ , zapomocą wieloboku sznurowego i wieloboku sił /rys.168 i 169/. Prosta  $\beta G$  będzie linią działania

odporu  $B_2$ . Wartość i lot jego wyznaczymy z nowego wieloboku sił /rys.169/, gdzie  $e\bar{g} = R_p$ ,  $g\bar{k}_2 = B_2$ , a  $k_2\bar{e} = A_2$ .

Ostatecznie znaleźliśmy cztery oddziaływania  $A_1, A_2, B_1$  i  $B_2$ ; z nich  $A_1$  i  $B_1$  wywierają wezglowia, gdy prawa część sklepienia jest nieważką i bez obciążenia, a  $A_2$  i  $B_2$  - gdy część lewa jest w takich warunkach.

W rzeczywistości obydwie części sklepienia są obciążone jednocześnie, a więc wszystkie cztery siły działają jednocześnie  $A_1, A_2, B_1, B_2$ , przyczem oddziaływania  $A_1$  i  $A_2$  wywiera wezglowie  $A$ , zaś  $B_1$  i  $B_2$  - wezglowie

$B$ . Aby więc wyznaczyć całkowite odpory wezglowi, trzeba odpowiednie siły dodać. Wykonujemy to zapomocą wieloboku sił na rys. 169, prowadząc przez punkt  $k_2$  równoległą do  $e\bar{k}_2 = A_2$ , a przez  $k_2$ , równoległą do  $e\bar{k}_1 = B_1$ . W przecięciu tych dwóch równoległych otrzymamy punkt  $\Omega$ ; odcinki  $\Omega\alpha$  i  $g\bar{\Omega}$  są odpowiednio równe szukanym odporom całkowitym wezglowi  $A$  i  $B$ . Ich linje działania przechodzą przez punkty  $\alpha$  i  $\beta$  wezglowi  $A$  i  $B$ .



Kiedy wyznaczyliśmy oddziaływania wezglowi, przechodzimy do rozpatrzenia równowagi poszczególnych klinców, postępując w sposób podobny, jak przy ścianach oporowych /§ 199/.

Bierzemy więc naprzód pod uwagę kliniec I. Działają nań siły  $A$  i  $S_1$  oraz oddziaływanie klinca II  $P_2$ . Wartość i kierunek siły  $P_2$  wyznaczymy z warunków równowagi, z trójkąta sił  $\triangleq ab$  /rys.169/, w którym boki  $\triangleq a$  i  $ab$  są znane, mianowicie są one równe siłom  $A$  i  $S_1$ , trzeci bok  $b\triangleq$  /zamykający/ daje oddziaływanie klinca II na I, t.j. siłę  $P_2$ . Linja działania siły  $P_2$  przechodzi przez punkt  $s_1$ , przecięcia się siły  $A$  z  $S_1$  i jest równoległa do  $b\triangleq$ . Linja działania  $P_2$  przecina stosugę  $DD$  w punkcie  $n_1$ , który, podobnie, jak dla ściany oporowej, nazywamy ŚRODKIEM CIŚNIENIA w tej stosudze. Dalej rozważamy kliniec II. Działa nań siła  $S_2$ , o której była mowa poprzednio, oraz oddziaływanie klinców I i III. Pierwsze oddziaływanie jest już z poprzedniego znane: co do wartości i linji działania jest równe  $P_2$ , lecz lot ma odwrotny; w wieloboku sił odcinek  $\triangleq b$  właśnie

tę siłę wyznacza /rys.169/. Siłę  $S_2$  wyobraża odcinek  $b'c = S_2$  ; oddziaływanie zaś klinca III na II znajdziemy jako odcinek  $c\overline{R} = R_2$  , budując trójkąt  $S_2 b'c$  . Linja działania siły  $R_2$  przechodzi przez punkt  $s_2$  przecięcia się sił  $S_2$  i  $P_2$  i jest równoległa do odcinka  $c\overline{R}$  . Siła ta przecina stosugę, odgraniczającą kliniec II od III w punkcie  $n_2$  , który jest nowym środkiem ciśnień.

Tak samo postępując z klincami III, IV, V i VI, otrzymamy nowe środki ciśnień  $n_3$ ,  $n_4$ ,  $n_5$  i  $n_6$  . Jeśli budowa jest wykonana prawidłowo, to środki ciśnień  $n_4$  i  $n_6$  powinny upaść na punkty  $\beta$  i  $\gamma$

Połączmy ze sobą kolejne środki ciśnień linją ciągłą, otrzymamy wówczas LINJE CIŚNIENÍ rozważanego sklepienia.

207. Linja ciśnień odgrywa w sklepieniach podobną rolę, jaką posiada przy badaniu ścian oporowych linja środków ciśnień.

A zatem:

1/ Stateczność sklepienia wymaga, aby linja ciśnień przecinała stosugę, tworząc z normalną do stosug kąty nie większe od kąta tarcia



klinica o kliniec.

2/ Należy nadać sklepieniu takie wymiary, żeby największe naprężenia, wywołane w stosugach, nie przekraczały granic dozwolonych.

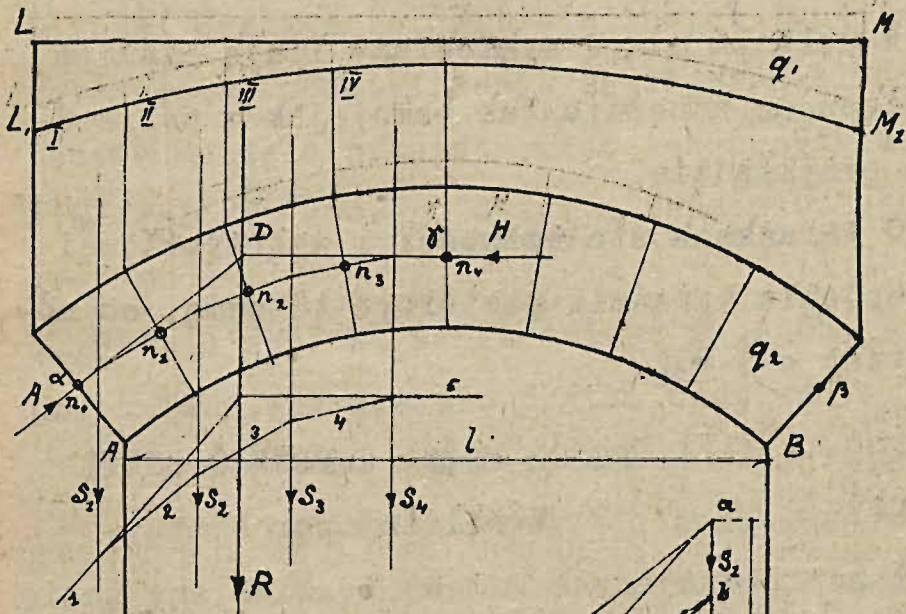
3/ Naprężenia w stosugach powinny być wyłącznie ściskającymi; będzie to wówczas, gdy linja ciśnień przebiega wewnątrz rdzenia sklepienia, t.j. wewnątrz środkowej trzeciej części sklepienia /dla stosugi o przekroju prostokątnym/.

W przykładzie, przedstawionym na rys.168, ostatni warunek dla części sklepienia między II i III klinicem nie jest spełniony.

208. SKLEPIENIE SYMETRYCZNE, SYMETRYCZNIE OBCIĄŻONE. /rys.170 i 171/. W tym przypadku sposób postępowania jest prostszy niż poprzednio, a to ze względu na symetrię zarówno sklepienia, jak i obciążenia.

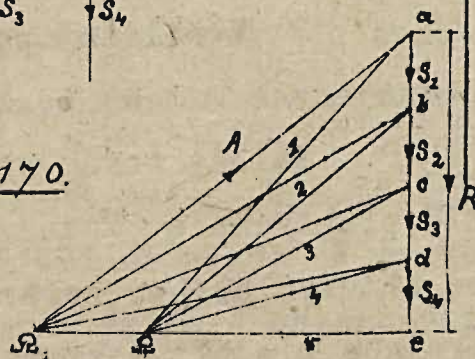
Wystarczy wobec tego rozpatrzyć tylko jedną połowę sklepienia, np. lewą. Działają na nią następujące siły: siły  $S_1, S_2, S_3, S_4$  /pochodzące od ciężaru własnego klinców I, II, III, IV oraz obciążenia zewnętrznego/, odpór we-

zgięcia  $A$  i oddziaływanie  $H$  prawej połowy sklepienia. Zakładamy, że siła  $H$  przechodzi przez punkt  $\gamma$ . Siła  $H$ , którą nazywamy też rozporem, musi być pozioma, gdyż tego wymaga symetria<sup>x/</sup>. Siły  $S_1, S_2, S_3, S_4$  zastępujemy wypadkową  $R$ , otrzymaną przy pomocy wieloboku sznurowego 1,2,3,4,5 i wielo-



RYS. 170.

RYS. 171.



<sup>x/</sup> Zresztą wynika to także z przypadku ogólnego, który rozpatrywaliśmy poprzednio.



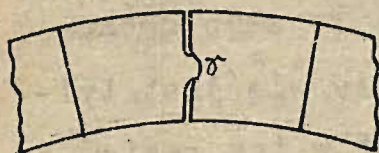
boku sił  $\alpha e$  z biegunem  $\Omega$ . Łącząc punkt  $D$ , w którym przecina się rozpór  $H$  z wypadkową  $R$ , z obranym z góry punktem  $\alpha$ , otrzymamy linię działania odporu  $A$ . Wartość i lot jego znajdziemy z wieloboku sił  $\alpha e \Omega$ , /rys.171/, w którym  $\alpha e = R$ ,  $e \Omega = H$ , a  $\Omega \alpha = A$ . W ten sposób znaleźliśmy  $H$  i  $A$ .

W dalszym ciągu wykreślamy linię ciśnień, postępując zupełnie tak samo, jak w poprzednim przykładzie.

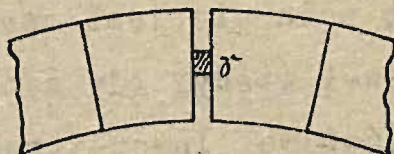
O warunkach stateczności i wytrzymałości sklepienia wypadnie powtórzyć to samo, co mówiliśmy w § 207.

209. W JAKI SPOSÓB MOŻNA ZAPEWNIĆ SOBIE PUNKTY  $\alpha, \beta, \gamma$ ? Mówiliśmy parokrotnie w §§ poprzedzających o tem, że zadajemy sobie punkty  $\alpha, \beta, \gamma$ . Należy teraz wskazać, jak to można zrobić praktycznie. Można na przylegające klince nałożyć pochwy żelazne lub też wykuć dotykające się płaszczyzny klinców tak, aby jedna płaszczyzna miała występ /rys.172/, a druga odpowiednio wgłębienie. Jeśli występ będzie nieco wyższy od wgłębienia, to zetknię-

cie będzie zachodziło, praktycznie, prawie w jednym punkcie, a nie na całej powierzchni



RYS. 172.



RYS. 173.

klińca. Oczywiście, z braku innych punktów zetknięcia, oddziaływanie sąsiednich kłińców będzie musiało przejść przez ten punkt, a więc cel, do którego dążymy, będzie osiągnięty.

Nieraz zamiast poprzedniego sposobu, pomiędzy kłińce wstawia się płytkę ołowianą /rys. 173/, zaś w celu zabezpieczenia się przed wypłynięciem ołowiu pod wpływem znacznego ciśnienia, ujmuje się ołów w miedzianą koszulkę.

210. PUNKTY  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  NIE SĄ ZAPEWNIONE. ZAUFAŃIE DO LINJI CIŚNIEŃ. W praktyce rzadko korzysta się z umyślnego zaznaczania punktów  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  w sposób poprzednio podany, gdyż jest to połączone z trudnościami technicznymi. Jeśli, bowiem, kłińce stykają się



z całą powierzchnią, to oddziaływanie ich rozkłada się na duże pole i ciśnienie na jednostkę pola nie jest znaczne. To samo zachodzi nawet wtedy, gdy zetknięcie się jest tylko częściowe. Inaczej zaś jest w tym razie, gdy zastosujemy jeden z wymienionych w par. poprzedzającym sposobów. Zetknięcie będzie się odbywało tylko w jednym punkcie<sup>x/</sup>, a więc ciśnienie, przypadające na jednostkę pola, może być bardzo duże; może ono przekraczać naprężenia bezpieczne dla danego materiału.

Gdy punktów  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  konstrukcyjnie nie zaznaczamy, wówczas, jak wiemy, nie można zgóry przewidzieć, przez które punkty przejdą oddziaływania wezglowi, wobec tego nie jesteśmy w stanie wskazać właściwej linii ciśnień.

W tym razie wykreślamy szereg linii ciśnień, odpowiadających różnym punktom  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , wziętym dowolnie jako punkty, przez które może przechodzić linja ciśnień.

JEŚLI CHOĆ JEDNA Z TYCH LINIJ CIŚNIEŃ ODPOWIADA WARUNKOM PRZYTOCZONYM W § 207, WÓWZAS PRZYJMUJEMY, ŻE MOŻEMY MIEĆ NADZIEJĘ, IŻ SKLEPIENIE BĘDZIE MOGŁO BYĆ STATECZNE I WYTRZYMAŁE.

IM WIĘCEJ TAKICH LINIJ MOŻNA ZNALEŹĆ, TEM NA-  
DZIEJĘ NASZA UWAŻAMY ZA BARDZIEJ UGRUNTOWANĄ,  
BARDZIEJ ZISZCZALNĄ.

Jest to, oczywiście, przypuszczenie, nie  
oparte na żadnem obliczeniu, lecz poparte wię-  
lokrotnem doświadczeniem.

### 211. LINIE CIŚNIEŃ: MINIMALNA I MAXIMALNA.

Jeśli będziemy badali sklepienie sposobem,  
wyłożonym w § poprzedzającym, to może się zda-  
rzyć, iż uda się nam poprowadzić cały szereg  
linij ciśnień wewnątrz rdzenia. Która z tych  
linij jest jednak najbardziej miarodajna do  
obliczania wymiarów sklepienia, albo, innemi  
słowy, która z nich daje najbezpieczniejsze  
i najpewniejsze wymiary sklepień? Postarajmy  
się na to pytanie odpowiedzieć.

W tym celu rozpatrzmy sklepienie symetryczne,  
symetrycznie obciążone /rys.174/. Przypuśćmy,  
że  $R$  jest wypadkową ciężaru własnego i ob-  
ciążenia zewnętrznego, które działają na lewą  
połowę sklepienia. Wypadkowa ta pozostaje w rów-  
nowadze z odporem  $A$  w wierzchołku  $A$  i z roz-  
porem  $H$  w zworniku  $C$ . Zatem te trzy siły





trójkąta sił  $\alpha b R_2$ , w którym  $\overline{\alpha b} = R$ ,  $b\overline{R_2} = A_2$ .  
a  $R_2\overline{\alpha} = H_2$ .

Przypuśćmy teraz, że punkt  $\gamma$  obieramy w stosudze zwornikowej coraz niżej, zaś punkt  $\alpha$  w stosudze wezglowia  $A$  - coraz wyżej. Wtedy z wieloboku sił zobaczymy, że zarówno siła  $A$ , jak i siła  $H$  - będą wzrastały.

Największą wartość osiągną one wtedy, gdy linja ciśnień przejdzie przez punkty  $\alpha_1$  i  $\gamma_1$ . Wówczas oddziaływania w  $A$  i  $C$  będą:

$$R_1\overline{\alpha} = H_1 \quad \text{i} \quad b\overline{R_1} = A_1$$

Większych oddziaływań nie otrzymamy przy żadnym innym układzie linji ciśnień, możliwych do wykreślenia wewnątrz rdzenia.

Z rozważań poprzedzających, oraz z rys. 174 wyprowadzimy kilka wniosków:

1/ SKŁADOWA PIONOWA ODPORU  $A$  JEST STAŁA I RÓWNA WYPADKOWEJ  $R$ , NIEZALEŻNIE OD PRZEBIEGU LINJI CIŚNIEŃ.

2/ SKŁADOWA POZIOMA ODPORU  $A$  JEST RÓWNA ROZPOROWI  $H$  W ZWORNIKU.

3/ CAŁKOWITY ODPÓR W WEZGŁOWIU ORAZ ROZPÓR W ZWORNIKU ( $H$ ) OSIAGAJĄ WARTOŚCI  $\frac{\text{najmniejsze}}{\text{największe}}$  GDY LINJA CIŚNIEŃ PRZECHODZI PRZES



$\frac{\text{najniższy}}{\text{najwyższy}}$  --- PUNKT RDZENIA W WEZGŁOWIU  $A$  I  
 PRZEZ  $\frac{\text{najwyższy}}{\text{najniższy}}$  --- PUNKT RDZENIA W ZWORNIKU  $C$ .

Z tego powodu linję  $\alpha_2 \gamma_2$  nazywamy LINJĄ  
 CIŚNIEŃ MINIMALNĄ, zaś  $\alpha_1 \gamma_1$  - LINJĄ CIŚNIEŃ  
 MAXIMALNĄ.

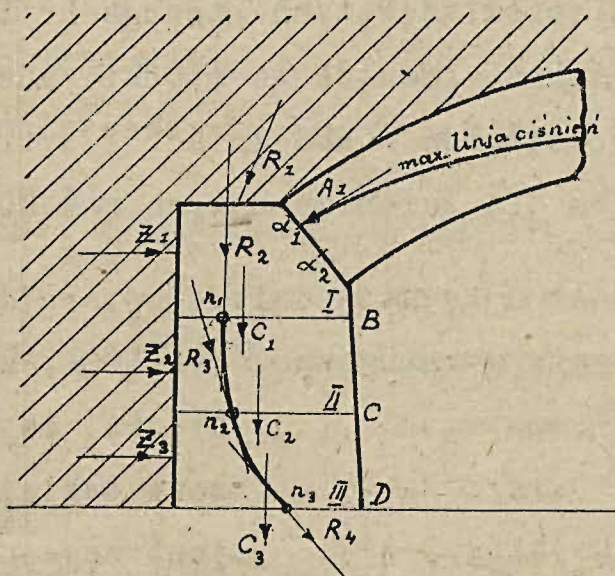
Ponieważ nie mamy pewności, w jaki sposób  
 rzeczywiście przebiegać będzie w sklepieniu  
 linja ciśnień, należy założyć, że jest nią  
 linja maksymalna, gdyż ta daje największe war-  
 tości sił, działających między poszczególnymi  
 kłębami. Otrzymane siły powinny być podstawą  
 do obliczenia wymiarów bezpiecznych sklepie-  
 nia.

Poza tem należy wykreślić linję ciśnień  
 minimalną, aby upewnić się co do granic, w  
 których linje ciśnień mogą być w sklepieniu  
 zmieniane.

**212. PODPORY SKLEPIEŃ** muszą tak samo, jak  
 sklepienia, czynić zadość warunkom statecznoś-  
 ci i wytrzymałości. Podpory te obliczamy na  
 zasadzie teorii ścian oporowych.

Dzielimy więc ścianę na kilka bloków i roz-

patrujemy równowagę każdego z nich oddzielnie



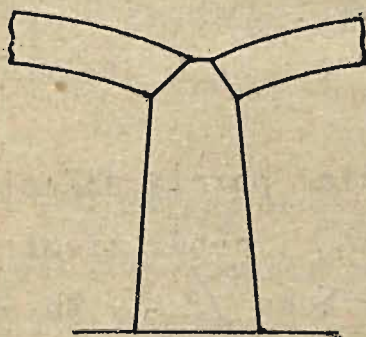
RYS. 175.

Na blok I /rys.175/ działa: parcie sklepienia ( $A_1$ ), ciężar własny ( $C_1$ ), napór ziemi z góry ( $R_1$ ) i napór ziemi z boku ( $Z_1$ ). Te cztery siły dają wypadkową  $R_2$ , z którą blok I działa na blok II. Na blok II działają: siła  $R_2$ , ciężar własny  $C_2$  i parcie ziemi  $Z_2$ . Wypadkowa  $R_3$  sił  $R_2, C_2, Z_2$  jest równa oddziaływaniu bloku II na III. Podobnie postępujemy wreszcie z blokiem III: działają nań siły  $R_3, C_3, Z_3$ ; ich wypadkowa jest równa  $R_4$ .



Kolejne wypadkowe  $R_1, R_3, R_4$  przecinają stosugi  $B, C, D$  w punktach  $n_1, n_2, n_3$ , które są środkami ciśnień w tych stosugach. Linja środków ciśnień, łącząca te środki, musi oczywiście zadość warunkom stateczności i wytrzymałości, podanym dla ścian oporowych w § 200.

213. Jeśli o tę samą ścianę opierają się dwa sklepienia symetryczne /rys.176/, zdawałoby się, że stateczność takiej ściany jest zapewniona.



RYS. 176.

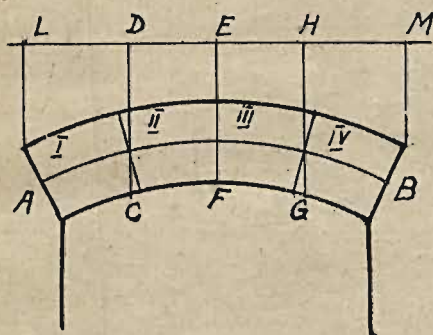
Byłoby to w istocie, gdyby owa symetria nigdy nie była naruszona. Tak jednak nie jest, np. przy budowie, kiedy może się zdarzyć, że naprzód

zostanie wykonane jedno sklepienie, a potem drugie. Może też zajść wypadek taki, że jedno ze sklepień się zawali, a wtedy ściana będzie pozostawała wyłącznie pod naporem drugiego

sklepienia.

Aby zapobiedz w tym razie zawaleniu się i drugiego sklepienia, należy obliczać ścianę w ten sposób, jak gdyby miało być wykonane tylko jedno sklepienie i jak gdyby z drugiej strony ściana nie miała żadnego oparcia.

214. INNY ROZKŁAD OBCIĄŻENIA. W § 206 mówiliśmy, że obciążenie zewnętrzne sklepienia należy dzielić płaszczyznami pionowymi, prze-



RYŚ. 177.

chodzącemi przez górne krawędzie klinów. Nieraz jednak postępuje się inaczej, mając na względzie ułatwienie przy wyznaczaniu pola obciąż-

żeń i środków ciężkości.

Prowadzimy, mianowicie, w sklepieniu linię środkową  $AB$  i owe płaszczyzny pionowe prowadzimy przez punkty przecięcia się jej ze stosugami /rys.177/. Jeśli przypuścimy, że pro-



sta  $\angle M$  oznacza "linję sprowadzoną", to obciążenie /łącznie z ciężarem klinca/, które przypada np. na blok II, będzie wtedy równe iloczynowi z pola  $CDEF$  przez ciężar właściwy kamieni i będzie przyłożone w środku ciężkości tego pola. Podobnie rzecz się ma dla innych klinów.

Sposób ten jest tem ściślejszy, im mniejsza jest krzywizna sklepienia.



SPIS ROZDZIAŁÓW.

	Str.
Rozdział wstępny . . . . .	3.
Rozdział I. Składanie i rozkładanie sił do jednego punktu przyłożonych . . . . .	12.
Rozdział II. Składanie i rozkładanie sił przyłożonych do róż- nych punktów i działają- cych w jednej płaszczyź- nie. Wieloboki Varigno- na, ich własności. Wa- runki równowagi . . . . .	27.
Rozdział III. Momenty statyczne sił	73.
Rozdział IV. Belka prosta na dwóch podporach . . . . .	107.
Rozdział V. Środek sił i środek cięż- kości . . . . .	148.
Rozdział VI. Moment bezwładności . . .	180.
Rozdział VII. Kratownice . . . . .	195.
Rozdział VIII. Linje wpływowe . . . .	273.
Rozdział IX. Ściany oporowe . . . . .	342.
Rozdział X. Sklepienie . . . . .	408.



WAŻNIEJSZE OMYŁKI DOSTRZEŻONE.

---

Str.	Wiersz.	Jest:	Winno być:
3	10 od dołu	monografja	nomografja
3	6 " "	do władania	we władaniu
6	12 " "	chemicznemu	mechanicznemu
8	3 od góry	kaikółwiek	jakikółwiek
9	1 " "	pewni	pewniki
10	11 od dołu	$\Delta$	$\Delta_2$
10	3 " "	$S_1$	$S'_1$
14	8 " góry	siły	siły $S_2$
25	8 " dołu	kąty	loty
31	7 od góry	w punktach	do punktów
63	4 " "	w § 40 i 41	w § 39 i 40
76	4 " "	$h_3$	$h$
95	1 od dołu	skalowy	sznurowy
129	11 od góry	rys. 67	rys. 62
142	1 " "	podpory	odpory
142, 143, 144, 145 winno być czytane w porządku:			
142, 144, 143, 145.			
145	4 od góry	na	Na
154	na rys. 71.	$S'_2, S'_1$ ....	$S'_1, S'_2$
161	5 od dołu	ośrodkiem	środkiem
172	12 od góry	C i przez	$C_1$ prostą i przez
205	3 od góry	według	wzdłuż

Str.	wiersz.	Jest:	Winno być:
209	po ostatnim wierszu		k i d a k
213	9 od góry	w mianowniku	a <sub>3</sub>
214	1 i 4 od góry	S <sub>5</sub>	P <sub>5</sub>
222	9 od góry	Rozważamy	Równoważymy
244	10 od dołu	właściwego	własnego
246	6 od góry	tłucznia	tłuczniem
248	6 od dołu	2,75	2,75 m.
268	9 od góry	B	B <sub>1</sub>
273	7 od dołu	prostej	prosty
275	6 od góry	układamy	zakładamy
277	2 " "	gdzie	gdyż
278	7 od dołu	y <sub>0</sub>	Y <sub>2</sub>
280	8 " "	A	A <sub>1</sub>
286	8 " "	L.W-wą	L.W-wej
295	2 od góry	Gdy	Gdyby
295	12 od dołu	Jaka	Jako
297	3 od góry	Poznajemy	Poznajmy
298	11 " "	w	z
301	2 od dołu	obranego	obranym
304	1 i 2 od dołu	w węzłach	w węzłach FGH JK i L.



Str.	Wiersz:	Jest:	Winno być:
305	pod rysunkiem	-	rys. 129.
308	2 od dołu	$\alpha_3 \delta_3$	$\alpha_3 \delta_3'$
310	8 od dołu	E	K
311	1 od góry	E	L
313	12 od dołu	siła	siły
319	10 od góry	łączący	łączymy
320	5 od dołu	punkt	punkt E
320	4 " "	siła	siła S
320	2 " "	punkt,	punkt E,
328	8 od góry	K	H
328	2 od dołu	C	L
341	4 od dołu	równa,	równa $\Delta \alpha$ ,
380	11 od góry	z punktu	z punktu A
397	7 " "	161	162
407	6 od dołu	d	D
407	5 " "	0,67 p.d.h	0,67 p.D.h.
414	8 od dołu	} sprawdzoną	} sprowadzoną
415	8 od góry		
415	2 od dołu		
418	10 od góry	z punktem F...	z punktem F do..
428	8 od góry	winien być dodany odnośnik	
		treści: Pod "punktem" trzeba	
		tu rozumieć w rzeczywistości	
		małe pole.	



MP.283