

S P I S T R E Ś C I .



WSTĘP.

	str.
§ 1. Wstęp	1
§ 2. Elementy niewłaściwe	1

CZĘŚĆ I.

R z u t y p r o s t o k a t n e .

Rozdział I. Punkt, prosta i płaszczyzna.

§ 3. Rzuty punktów właściwych	9
§ 4. Rzuty prostej	14
§ 5. Rzuty punktu, leżącego na prostej danej	18
§ 6. Ślady prostej	19
§ 7. Punkty w których prosta przebija płasz- czyzny dwusieczne	21
§ 8. Położenia szczególne prostych względem płaszczyzn rzutów	23
§ 9. Względne położenie dwóch prostych w przestrzeni	27
§ 10. Odwzorowanie płaszczyzny zapomocą śladów	30
§ 11. Położenia szczególne płaszczyzn względem płaszczyzn rzutów	31
§ 12. Rzuty prostej leżącej w danej płaszczyźnie	33

§ 13.	Rzuty punktu leżącego w danej płaszczyźnie	38
§ 14.	Ślady płaszczyzny przechodzącej przez dane proste i punkty	40
§ 15.	Prosta przecięcia dwóch płaszczyzn	42
§ 16.	Punkt przebicia płaszczyzny prostą	49
§ 17.	Proste i płaszczyzny prostopadłe	50
<u>Rozdział II. Zmiana płaszczyzn rzutów.</u>		
§ 18.	Rzut punktu na płaszczyznę prostopadłą do P_1 lub P_2	54
§ 19.	Rzut prostej i ślad płaszczyzny na nowej płaszczyźnie rzutów prostopadłej do P_1 lub P_2	60
§ 20.	Płaszczyzny rzutów boczne	61
§ 21.	Rzuty punktu na dowolną płaszczyznę	64
§ 22.	Rzuty wielościanów	67
§ 23.	Zastosowanie zmiany płaszczyzn rzutów do zadań miarowych	73
<u>Rozdział III. Obroty i kłady.</u>		
§ 24.	Ruch obrotowy	80
§ 25.	Obrót figury dokoła osi prostopadłej do do jednej z płaszczyzn rzutów	81
§ 26.	Zastosowanie do zadań miarowych obrotu figur dokoła osi prostopadłej do P_1 lub do P_2	83

§ 27. Obrót figury dokoła prostej jakiejkolwiek	86
§ 28. Kłady płaszczyzn	89
§ 29. Zastosowanie kładów do zadań miarowych . .	94
§ 30. Kłady figur płaskich	97
§ 31. Powinowactwo geometryczne	100
<u>Rozdział IV. Przesuwanie równoległe osi rzutów</u>	
§ 32. Przesuwanie figur w kierunku prostopadłym do I płaszczyzny dwusiecznej	105
§ 33. Odwzorowanie elementów geometrycznych z pominięciem osi rzutów	107
§ 34. Zadanie	109
§ 35. Zadanie	110
§ 36. Zadanie	111
§ 37. Zadanie	114
§ 38. Zadanie	115
§ 39. Zadanie miarowe	115
§ 40. Zadanie	117
§ 41. Zadanie	119
§ 42. Kąt dwuścienny dwóch płaszczyzn danych .	120
§ 43. Zadanie	122
§ 44. Zadanie	123

CZĘŚĆ II.

A k s o n o m e t r j a .

Rozdział V. Aksonometria prostokątna.

§ 45. Zalety i wady rzutów prostokątnych . . .	126
--	-----

§ 46.	Istota aksonometriji	127
§ 47.	Twierdzenie Polke'go	129
§ 48.	Aksonometrje ukośne ogólne	130
§ 49.	Aksonometrje specjalne	132
§ 50.	Związek aksonometriji prostokątnej z metodą rzutów prostokątnych	133
§ 51.	Trójkąt śladów i rzuty osiowe	136
§ 52.	Rzuty odcinka danej długości, leżącego na osiach współrzędnych	139
§ 53.	Podziałki katowe	142
§ 54.	Wykreślenie rzutu aksonometrycznego figury, której rzuty prostokątne są dane	144
§ 55.	Warunki korzystnego wrażenia rys. akso- nometrycznego	146
§ 56.	Rzut izometryczny	149
<u>Rozdział VI. Rzuty ukośne.</u>		
§ 57.	Odwzorowanie punktu	153
§ 58.	Rzut ukośny figury, której rzuty prosto- kątne są dane	156
§ 59.	Perspektywa wojskowa	156
§ 60.	Trójkąt rzutowy	157
§ 61.	Pierwsza i druga płaszczyzna rzutów	159
§ 62.	Przeniesienie równoległe osi.	161
§ 63.	Związek rzutów ukośnych danej figury z jej rzutami prostokątnymi	162
§ 64.	Zadania położenia	164

§ 65. Zadanie miarowe 165

§ 66. Proste i płaszczyzny prostopadłe 170

Rozdział VII. Przecięcia i przenikania
wielościanów.

§ 67. Przebiecie wielościanu prostą 174

§ 68. Wzajemne przenikanie dwóch wielościanów. 176

§ 69. Przenikanie sześciocianu i ośmiościanu.
foremnego o osiach wzajemnie równoległych 176

§ 70. Przenikanie dwóch ostrosłupów 178

§ 71. Przenikanie dwóch graniastosłupów lub
ostrosłupa z graniastosłupem 183

§ 72. Przecięcie wielościanu płaszczyzną
jakąkolwiek 185

§ 73. Rozwinięcie powierzchni graniastosłupa . 187

§ 74. Przecięcie ostrosłupa płaszczyzną 191

§ 75. Trójkąty Desargues'a 192

§ 76. Kolineacja środkowa 194 ✓

§ 77. Figury homologiczne jako rzuty środkowe
tej samej fig. płask. z dwóch punktów na
tę samą płaszczyznę 195 ✓

§ 78. Wyanaczenie kolineacji 196 ✓

§ 79. Proste wzajemne 198 ✓

§ 80. Rzut środkowy i kład figury płaskiej . . . 200 ✓

CZEŚĆ III.

P e r s p e k t y w a .

Rozdział VIII. Prosta, punkt i płaszczyzna.

§ 81. Punkt główny i koło oddalenia	204
§ 82. Promienie i płaszczyzny rzucające	205
§ 83. Rzut środkowy punktu i prostej	208
§ 84. Odwzorowanie prostej zapomocą jej śladu i punktu zbiegu	210
§ 85. Odwzorowanie punktu	212
§ 86. Odwzorowanie płaszczyzny zapomocą jej śladu i prostej zbiegu	215

Rozdział IX. Zagadnienia położenia.

§ 87. Proste leżące w danej płaszczyźnie.	217
§ 88. Prosta przecięcia dwóch płaszczyzn danych	217
§ 89. Punkt przebicia płaszczyzny prostą	218
§ 90. Proste przecinające się	219
§ 91. Proste równoległe	221
§ 92. Proste i płaszczyzny równoległe	222
§ 93. Płaszczyzny równoległe	222
§ 94. Zadanie	222
§ 95. Zadanie	223
§ 96. Zadanie	224
§ 97. Zadanie	225
§ 98. Zadanie	225

Rozdział X. Zagadnienie miarowe.

- § 99. Kłady figur leżących w płaszczyźnie
rzucającej 226
- § 100. Kłady figur leżących w płaszczyźnie
jakiegokolwiek 230
- § 101. Zadania miarowe, dotyczące figur leżących
w danej płaszczyźnie 230
- § 102. Zadanie płaskie zasadnicze, dotyczące kątów 232
- § 103. Zadanie płaskie zasadnicze, dotyczące
odcinków. Punkty miarowe. 237
- § 104. Zastosowanie powinowactwa do wyznaczenia
punktu przecięcia prostych, których
rzuty przecinają się pod małym kątem . . . 244
- § 105. Proste i płaszczyzny prostopadłe. Zadania 245
- § 106. Kąty dwuścienne. Zadanie. 248
- § 107. Kąt prostej z płaszczyzną. Zadanie. 249
- § 108. Odległość prostych skośnych 249
- § 109. Zastosowanie. Zadanie. 251

Rozdział XI. Perspektywa stosowana.

- § 110. Stożek i koło wyraźnego widzenia 254
- § 111. Wybór koła oddalenia 255
- § 112. Linja przyziemna, horyzont, punkty oddalenia 256
- § 113. Perspektywa figury, której rzuty
prostokątne są dane 257
- § 114. Punkty zredukowane 261

CZĘŚĆ IV.

K r z y w e , s t o ż k i i p o w i e r z c h n i e
d r u g i e g o s t o p n i a .

Rozdział XII. Szeregi i pęki rzutowe.

§ 115.	Określenie geometrii rzutowej.	264
§ 116.	Geometria rzutowa płaska i geometria rzutowa wiązki	266
§ 117.	Dwoistość w geometrii przestrzeni.	267
§ 118.	Dwoistość w geometrii płaskiej i w geo- metrii wiązki	268
§ 119.	Dwustosunek 4 punktów jednej prostej . . .	269
§ 120.	Grupy harmoniczne punktów	275
§ 121.	Dwustosunek 4 promieni, wychodzących z jednego punktu	278
§ 122.	Grupy harmoniczne promieni	280
§ 123.	Twierdzenie	282
§ 124.	Własności harmoniczne czworoboku i czworokąta zupełnego :	283
§ 125.	Czwórki perspektywiczne	288
§ 126.	Szeregi i pęki perspektywiczne	290
§ 127.	Czwórki i szeregi rzutowe	295
§ 128.	Twierdzenie	299
§ 129.	Wyznaczenie elementów odpowiednich dwóch rzutowych szeregów, albo pęków, albo szeregu i pęku	302

§ 130.	Zastosowanie	314
§ 131.	Szeregi rzutowe na wspólnej podstawie, i pęki rzutowe o wspólnym wierzchołku	317
§ 132.	Elementy podwójne	319
§ 133.	Zastosowanie	325
§ 134.	Szeregi i pęki inwolucyjne	326
§ 135.	Własności inwolucyjne czworokąta i czworoboku zupełnego	330
§ 136.	Zastosowanie koła Steinera do wyznacze- nia elementów sprzężonych i podwójnych danej inwolucji	335
§ 137.	Inwolucja hiperboliczna, paraboliczna i eliptyczna	341
§ 138.	Inny sposób wyznaczenia elementów sprzężonych i podwójnych inwolucji . . .	345
§ 139.	Punkty i proste urejone	352
§ 140.	Proste jednorodne i punkty kołowe . . .	356

Rozdział XIII. Kolineacja i biegunowość.

§ 141.	Perspektywiczność 2-oh układów płaskich	356
§ 142.	Kolineacja środkowa 2-oh układów płask.	358
§ 143.	Kolineacja ogólna dwóch układów płaskich	365
§ 144.	Korelacja dwóch układów płaskich . . .	367
§ 145.	Układ biegunowy	368
§ 146.	Punkty i proste sprzężone	372

§ 147. Trójkąty biegunowe	374
§ 148. Układy biegunowe jednostajne i niejednostajne.	375
§ 149. Określenie stożkowych	379
§ 150. Stożkowe urojone i rzeczywiste	380
§ 151. Stożkowe zwyrodniałe	383
§ 152. Proste zewnętrzne, sieczne i styczne	387
§ 153. Punkty wewnętrzne, punkty zewnętrzne i punkty leżące na stożkowej	388
§ 154. Metoda biegunowych wzajemnych	392
§ 155. Trzy rodzaje stożkowych	393
§ 156. Środek, średnica, asymptoty	394
§ 157. Własności harmoniczne bieguna i biegunowej	396
§ 158. Osie i wierzchołki	399
§ 159. Koło jako stożkowa	400
§ 160. Hiperbola równoboczna.	402
§ 161. Czworokąt zupełny wpisany w stożkową, i czworobok zupełny opisany na stożkowej	402
§ 162. Wyznaczenie bieguna i biegunowej względem wykreślonej stożkowej	406
§ 163. Twierdzenie	409
§ 164. Stożkowa rzeczywista jako rzut koła	410

§ 165.	Zastosowanie	412
§ 166.	Stożki drugiego stopnia.	422
§ 167.	Osie i przecięcia kołowe stożka drugiego stopnia	427
§ 168.	Czworokąt wpisany w stożkową i czworo- bok opisany na niej wzajemnie biegunowe	430
§ 169.	Stożkowa rzeczywista, jako miejsce punktów przecięcia prostych odpowiednich dwóch punktów rzutowych	432
§ 170.	Zastosowanie.	439
§ 171.	Stożkowa rzeczywista, jako obwiednia prostych łączących punkty odpowiednie dwóch szeregów rzutowych	441
§ 172.	Zastosowanie	449
§ 173.	Twierdzenie Pascala	452
§ 174.	Twierdzenie odwrotne i jego zastosowanie	457
§ 175.	Twierdzenie Brianchona	459
§ 176.	Twierdzenie odwrotne i jego zastosowanie	463
§ 177.	Twierdzenie Staudta	465
§ 178.	Zadanie	470
§ 179.	Zadanie	475
§ 180.	Zadanie	477
§ 181.	Zadanie	478
§ 182.	Własności ogniskowe stożkowych.	480

§ 183. Twierdzenie Desargues'a	493
§ 184. Zagadnienia 2-go stopnia	496

Rozdział XIV. Powierzchnie drugiego stopnia

§ 185. Kolineacja środkowa dwóch układów przestrzennych	500
§ 186. Kolineacja ogólna dwóch układów przestrzennych	503
§ 187. Korelacja dwóch układów przestrzennych	505
§ 188. Układ biegunowy przestrzenny	506
§ 189. Czworoszczany biegunowe	510
§ 190. Trzy rodzaje układów biegunowych przestrzennych	511
§ 191. Powierzchnia drugiego stopnia	517
§ 192. Środek, średnice, osie, stożek asymptotyczny	525
§ 193. Klasyfikacja powierzchni drugiego stopnia	527
§ 194. Powierzchnie urojone	527
§ 195. Powierzchnie krzywokreślne	528
§ 196. Powierzchnie prostokreślne	534
§ 197. Powierzchnie drugiego stopnia zwyrodniałe	543

CZĘŚĆ V.

K r z y w e i p o w i e r z c h n i e w o g ó l -
n o ś c i .

Rozdział XV. Krzywe płaskie.

§ 198. Krzywa płaska jako miejsce i jako obwiednia	547
§ 199. Koło krzywizny	554
§ 200. Ewoluta i ewolwenta	561
§ 201. Ewolwenta koła	568
§ 202. Rulety	572
§ 203. Cykloidy	575
§ 204. Epicykloidy i hypocykloidy	582
§ 205. Elipsa jako hypocykloida	582
§ 206. Wyznaczenie osi elipsy	586
§ 207. Środki krzywizny elipsy w jej wierzchołkach	588

Rozdział XVI. Krzywe skośne.

§ 208. Krzywe skośne	592
§ 209. Krzywizna i skrócenie krzywych skośnych	595
§ 210. Normalna główna i binormalna	597
§ 211. Powierzchnie rozwijalne	598
§ 212. Linja śrubowa	603

§ 213. Zadanie	610
§ 214. Zadanie	613
§ 215. Konoida śruby i powierzchnia śrubowa o ostrym gwincie	615
§ 216. Krzywa przenikania dwóch powierzchni	619

Rozdział XVII. O powierzchniach obrotowych.

§ 217. Pojęcie ogólne o powierzchniach. Płaszczyzny styczne, styczne główne. Punkty hiperboliczne, paraboliczne i eliptyczne	627.
§ 218. Pojęcie ogólne o powierzchniach obrotowych. Równoleżniki i południki. .	629
§ 219. Rzuty punktu leżącego na powierzchni obrotowej	632
§ 220. Punkty przebicia powierzchni obrotowej prostą	635
§ 221. Przecięcie powierzchni obrotowej płaszczyzną styczną	636.

