$A'B'C'D'$... i $A''B''C''D''$.... są wtedy w takim związku, że punkty odpowiednie A' i A'', B' i B''... leżą parami na prostych równoległych, według których płaszczyzny równoległe do l' i do l'', a przechodzące przez punkty A, B.... przecinają P ; proste $B'C'$ i $B''C''$, $C'D'$ i $C''D''$..... przecinają proste BC, CD.... a więc i siebie wzajemnie na śladzie J płaszczyzny S.

Jeżeli kierunek l'' jest prostopadły do jednej z płaszczyzn dwusiecznych kąta dwuściennego SP, to $A''B''C''D''$.... jest kładem figury $ABCD$... na P ; jeżeli w dodatku $l' \perp P$, to figury $A'B'C'D'$..... i $A''B''C''D''$... można uważać za rzut i kład figury $ABCD$.... na P /rys.98/.

Rozdział IV.

Przesuwanie równoległe osi rzutów.

§ 32. Przesuwanie figur w kierunku prostopadłym do I płaszczyzny dwusiecznej. W § 24 stwierdziliśmy już, że gdy figura doznaje przesunięcia równoległego, to oba jej rzuty zostają przesunięte równolegle, przez co zmienia się jedynie położenie tych rzutów na płaszczyźnie rysunku.

Przypuśćmy, że przesunięcie figury odbywa się w kierunku prostopadłym do I płaszczyzny dwusiecznej; jeżeli odległość jakiegokolwiek punktu od P_1 wzrasta o odcinek a, to o ten sam odcinek maleje odległość tego punktu od P_2, tak, że odległość obu rzutów na linji rzędnych nie doznaje zmiany. To sarno dotyczy wszystkich innych punktów figury, tak, że oba rzuty przesuwają się w górę o ten sam odcinek a, nie zmieniając nietylko własnego kształtu, ale i wzajemnego położenia. Jedynym wynikiem przesunięcia figury jest zmiana położenia osi rzutów; oczywiście zamiast pozostawiać oś nieruchomą i przesuwać oba rzuty w kierunku do niej prostopadłym, prościej będzie pozostawić je bez ruchu, przesuwając równolegle oś rzutów o odcinek a w kierunku przeciwnym.

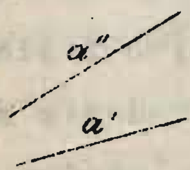
Przesunięcie równoległe osi rzutów o odcinek a jest równoznaczne z przesunięciem figury w kierunku prostopadłym do I płaszczyzny dwusiecznej o odcinek $a\sqrt{2}$. Przy takim przesunięciu rzuty punktów i prostych oczywiście nie ulegną zmianie, natomiast ślady prostych oraz ślady płaszczyzn wogóle zostaną zmienione, wszakże kierunek tych ostatnich zostanie zachowany.

Ponieważ w zastosowaniach praktycznych związek danej figury z płaszczyznami rzutów nie ma znaczenia, przeto opuszczamy zazwyczaj oś rzutów, uważając za dany jedynie jej kierunek jako prostopadły do linji rzędnych. W takim przypadku wśród elementów, które wyznaczają daną figurę, nie może być oczywiście śladów prostych i płaszczyzn. W ciągu rozwiązywania danego zadania możemy jednak te elementy wprowadzać tyle razy ile nam się podoba, przytem przez przesunięcie równoległe osi wszystkie elementy śladowe ulegają zmianie. Na tym właśnie polega pożytek nieoznaczoności osi - możemy ją zawsze obrać tak, aby potrzebne elementy śladowe były w dogodnem dla nas położeniu; nic nie stoi przytem na przeszkodzie, aby w ciągu tego samego zadania oś kilkakrotnie bywała przesuwaną.

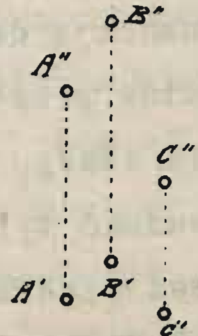
§ 33. Odwzorowanie elementów geometrycznych z pominięciem osi rzutów. Punkt przestrzeni odwzorowany będzie przez dwa punkty, leżące na prostej równoległej do stałego kierunku /kierunku rzędnych/ /rys.99/. Prosta przestrzeni odwzorowana będzie przez 2 proste jakiekolwiek oraz kierunek rzędnych /rys.100/. Płaszczyzna może być dana albo przez 3 punkty , nie leżące na jednej prostej /rys.101/, albo przez punkt i prostą przezeń nieprzechodzącą

/rys.102/, albo przez dwie proste przecinające się /rys.103/ lub równoległe /rys.104/.

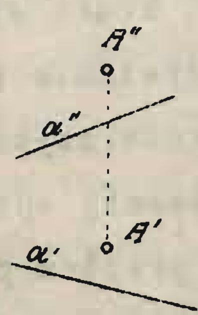
Rys. 99.



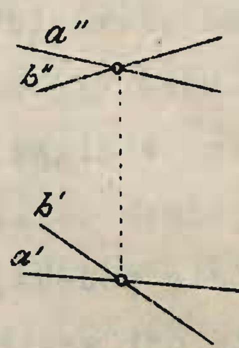
Rys. 100.



Rys. 101.

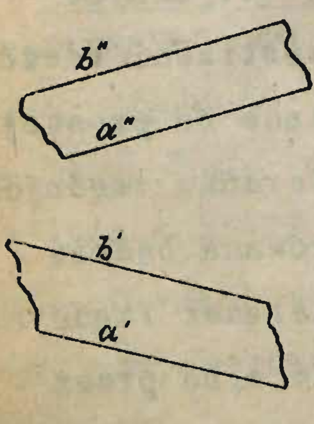


Rys. 102.



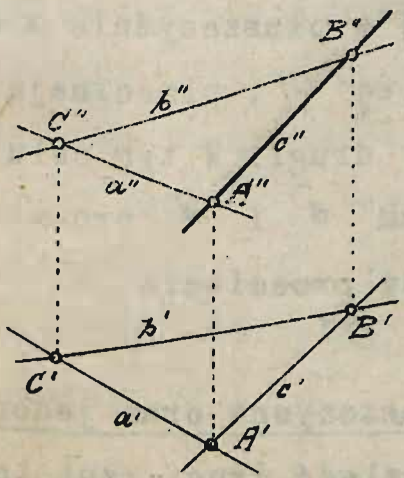
Rys. 103.

Warunkiem koniecznym i dostatecznym, aby punkt leżał na prostej jest ten, aby oba rzuty punktu leżały na odpowiednich rzutach prostej, warunkiem koniecznym i dostatecznym, aby prosta leżała w płaszczyźnie jest ten, aby przecinała dwie proste tej płaszczyzny, nie przechodząc przez ich punkt wspólny, aby wreszcie punkt leżał w płaszczyźnie, potrzeba i wystarcza, aby on leżał na jakiejkolwiek prostej płaszczyzny. Na tej zasadzie możemy rozwiązać kilka następujących zadań zasadniczych.



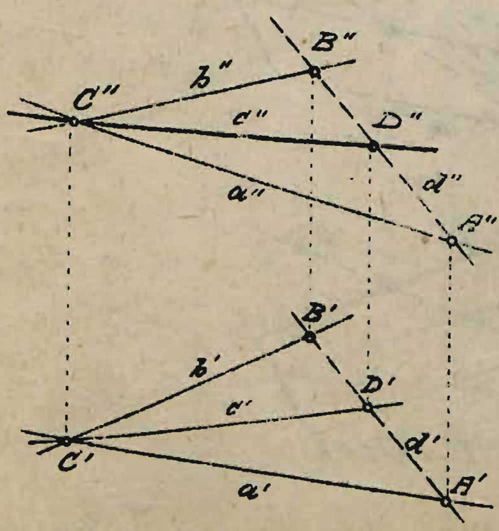
Rys. 104.

§ 34. ZADANIE. Dana jest płaszczyzna oraz jeden rzut prostej, leżącej w tej płaszczyźnie, znaleźć drugi rzut tej prostej.



Rys. 105.

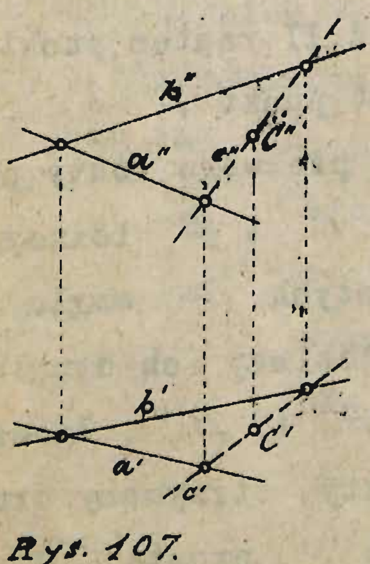
Niechaj /rys.105/ płaszczyzna będzie dana przez rzuty dwóch prostych a i b, przecinających się w punkcie C i niech będzie prócz tego dany rzut c' prostej c, leżącej w płaszczyźnie ab. Skoro prosta c leży w płaszczyźnie ab, to musi przecinać zarówno prostą a, jak i prostą b; I rzutem punktu ac jest punkt $A' \equiv a'c'$; podobnież II rzutem punktu bc jest punkt $B' \equiv b'c'$. Mając pierwsze rzuty punktów A i B leżących na prostych a wzgl. b, znajdziemy ich drugie rzuty A'' i B'', łącząc te punkty, otrzymamy drugi rzut c'' prostej c. Wykreślenie to zawodzi, jeżeli c' przechodzi przez C'. Wtedy /rys.106/ pro-



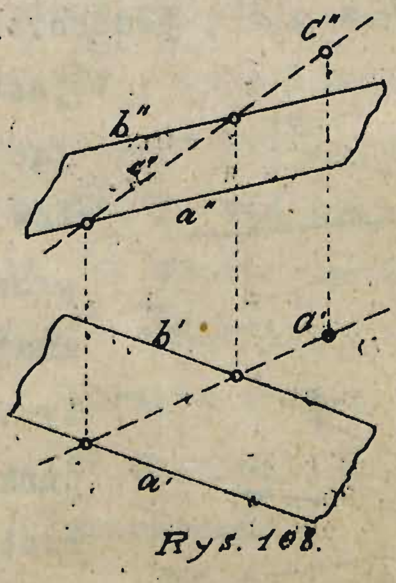
Rys. 106.

wadzimy dowolną prostą d', przecinającą proste a' i b' w punktach A' i B', znajdujemy jak powyżej drugi rzut prostej d, leżącej w płaszczyźnie ab; wreszcie mając jeden rzut prostej c, przecinającej proste a i d, znajdujemy drugi. W tym celu z punktu D' przecięcia prostych c' i d' prowadzimy linję rzędnych i punkt jej przecięcia D'' z prostą d'' łączymy z punktem C''.

§ 35. ZADANIE. Dana jest płaszczyzna oraz jeden rzut punktu w niej leżącego; znaleźć drugi rzut tego punktu. Niech płaszczyzna będzie dana przez dwie proste a i b, przecinające się /rys.107/



Rys. 107.



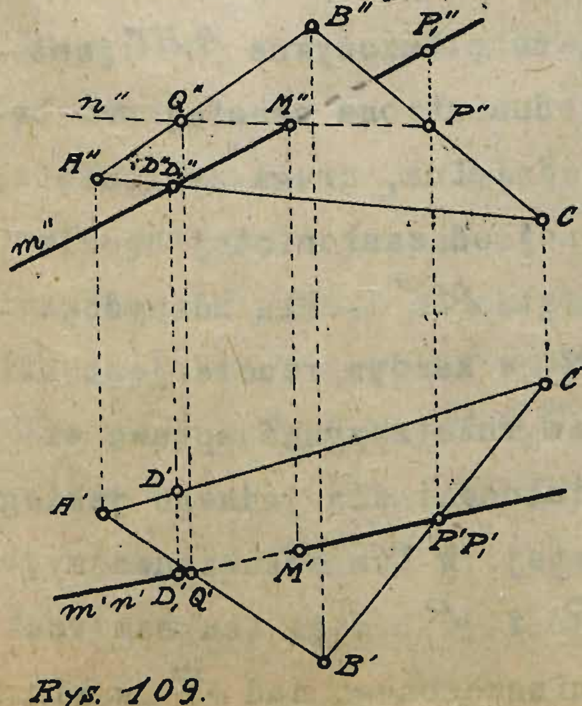
Rys. 108.

lub równolegle /rys.108/, niech będzie nadto dany rzut C' punktu C, leżącego w tej płaszczyźnie;

trzeba znaleźć C''. Przez C' poprowadźmy dowolną prostą c' i uważajmy ją za I rzut prostej c, leżącej w płaszczyźnie ab, znajdźmy jak powyżej II rzut c'' tej prostej; punkt C będzie wtedy i tylko wtedy leżał w płaszczyźnie ab, jeżeli drugi rzut C'' tego punktu będzie leżał na II rzucie prostej C. Prowadząc tedy przez C' linję rzędnych, otrzymamy w przecięciu jej z prostą c'' szukany rzut C''.

§ 36. ZADANIE. Wyznaczyć rzuty punktu przebicia danej płaszczyzny prostą daną.

Niechaj płaszczyzna /rys.109/ będzie dana zapomocą trzech swoich punktów, nie leżących na jednej prostej, to jest niech będą dane rzuty trójkąta ABC, leżącego w tej płaszczyźnie; oprócz tego niech będą dane rzuty $m'm''$ prostej m. Uważajmy jeden z rzutów danej prostej np. m'



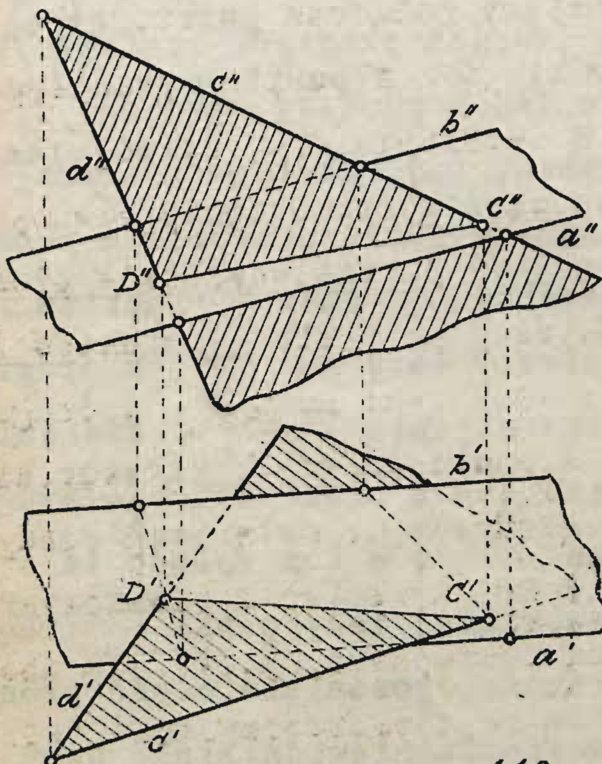
Rys. 109.

jednocześnie za I rzut prostej n, leżącej w płaszczyźnie ABC i znajdźmy drugi rzut n'' tej prostej /§ 34/. Proste m i n muszą się przecinać, albowiem leżą w tej samej pierwszej płaszczyźnie rzucającej.

Punkt przecięcia tych prostych M jest punktem szukanym, gdyż leży on zarówno na prostej m, jak i w płaszczyźnie ABC /ponieważ leży na prostej n tej płaszczyzny/. Drugi rzut tego punktu jest punktem przecięcia prostych m'' i n''; pierwszy rzut znajdzie się w przecięciu linji rzędnych, przechodzącej przez M'' ze wspólnym I rzutem prostych m i n.

Jeżeli przypuścimy, że płaszczyzna ABC jest nieprzezroczysta, to jedna strona prostej m będzie w każdym rzucie widzialna, druga zasłonięta, granicą części widzialnej od zasłoniętej będzie oczywiście punkt M' wzgl. M''. Dla zdecydowania, która część prostej m w każdym rzucie jest widzialna, wystarczy zatem rozstrzygnąć sprawę widzialności lub niewidzialności dla jednego jakiegokolwiek punktu tej prostej. W tym celu zauważmy, że jeżeli dwa punkty P i P_1 mają ten sam rzut pierwszy, to dla oka umieszczonego nad P_1 w kierunku pierwszych prostych rzucających widzialny będzie ten z dwóch punktów, którego pierwsza odległość jest większą, t.j. ten, którego drugi rzut będzie wyżej. Podobnież, jeżeli dwa punkty D i D_1 mają ten sam drugi rzut, to dla oka umieszczonego przed P_2 w kierunku drugich prostych rzucających widzialny będzie ten z dwóch punktów, którego druga odległość jest większą, t.j. którego pierwszy rzut będzie niżej. Uważajmy punkt przecięcia prostych m' i $B'C'$ za wspólny I rzut 2 punktów P_1 i P, z których pierwszy leży na m, a drugi na BC, a więc w płaszczyźnie ABC. Widzialny w rzucie poziomym będzie ten z nich, którego drugi rzut jest wyżej, a więc P_1; w ten sposób ta część prostej m, na której leży punkt P_1, będzie widzialna w I rzucie, pozostała część prostej m będzie w tym rzucie niewidzialna. Uważajmy teraz punkt przecięcia prostych m'' i $A''C''$ za wspólny II rzut dwóch punktów D_1 i D, z których pierwszy leży na m, a drugi na AC, a więc w płaszczyźnie ABC. Widzialnym w rzucie pionowym będzie ten z nich, którego pierwszy rzut jest niżej, a więc D_1; w ten sposób ta część prostej m, na której leży punkt D_1 będzie widzialna w II rzucie, pozostała część prostej będzie w tym rzucie niewidzialna.

<u>§ 37.</u> <u>ZADANIE. Wyznaczyć rzuty prostej przecięcia dwóch płaszczyzn.</u> Niechaj jedna z płaszczyzn /rys.110/ będzie dana za pomocą dwóch prostych równoległych a i b, a druga za- pomocą dwóch prostych przecinających się c i d. Wyznaczmy najpierw punkt przebicia prostej c z płaszczyzną ab, następnie punkt przebicia prostej d z tą samą płaszczyzną ab; prosta która łączy te dwa punkty przebicia będzie prostą przecięcia, gdyż jest to prosta wspólna obu płaszczyznom. Dla unaocznienia, która część każdej płaszczyzny jest widzialną, pokreskowano część widzialną płaszczyzny $c\ d$; granicą między częścią widzialną i niewi-



Rys. 110

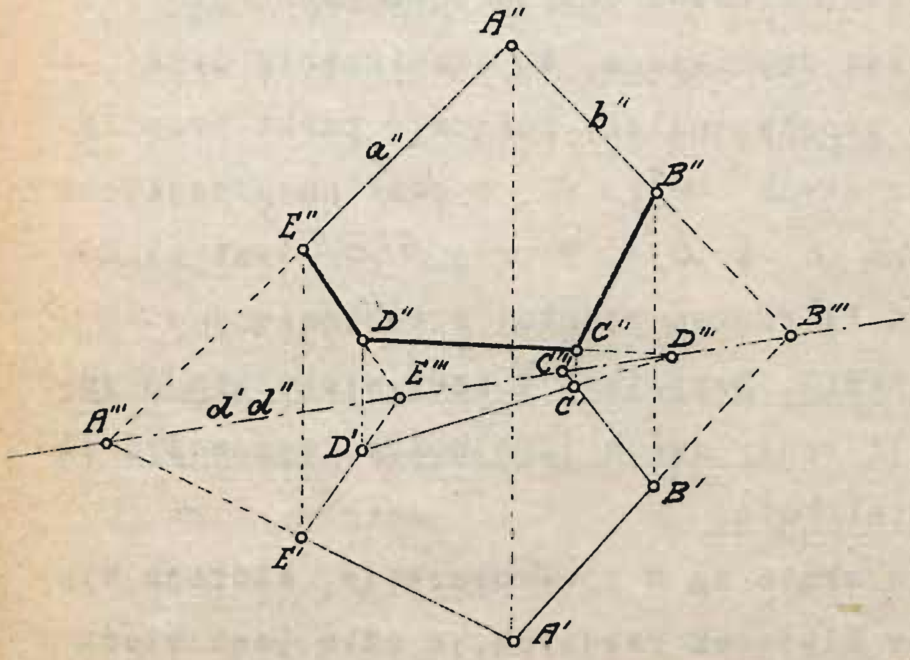
działną każdej płaszczyzny jest prosta przecięcia CD.

Jeżeli jedną z dwóch danych płaszczyzn jest II płaszczyzna dwusieczna, to rozwiązanie jest niezmiernie proste: należy połączyć punkt przecięcia A''' prostych a' i a'' z punktem przecięcia B''' prostych b' i b''. Prosta $A''B'''$ jest zjednoczonym I i II rzutem prostej przecięcia d.

§ 38. ZADANIE. Dany jest I rzut wielokąta płaskiego oraz II rzuty dwóch jego boków, wyznaczyć II rzut tego wielokąta.

Rzuty wielokąta są w powinowactwie, którego kierunkiem jest kierunek rzędnych, a osią jest zjednoczony I i II rzut prostej przecięcia płaszczyzny wielokąta z płaszczyzną dwusieczną /§ 31/. Na zasadzie poprzedniego zadania zjednoczony rzut tej prostej otrzymamy łącząc punkty przecięcia danych II rzutów boków a i b z odpowiednimi I rzutami tych samych boków /rys.111/. Mając zaś oś i kierunek powinowactwa oraz dwa punkty odpowiednie $A' \equiv a'b'$ i $A'' \equiv a''b''$ wyznaczymy pozostałe drugie rzuty $B''C''D''E''$ ..... wierzchołków wielokąta.

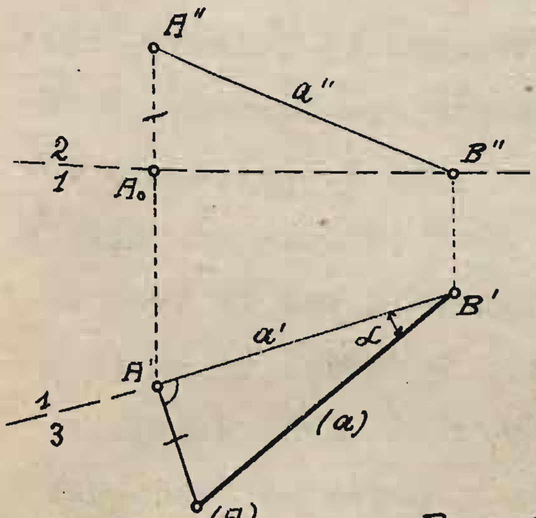
§ 39. ZADANIA MIAROWE. Zadania dotyczące prawdziwej wielkości odcinków i kątów płaskich i dwu-



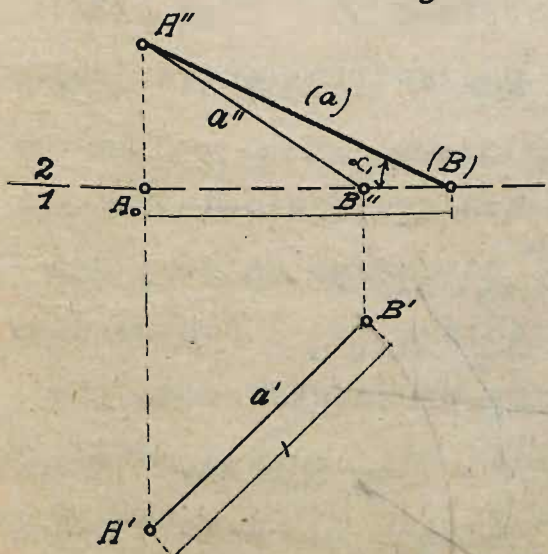
Rys. 111.

siecznych nie mogą być rozwiązane bez wprowadzenia osi rzutów. Osią może być jakakolwiek prosta prostopadła do linji rzędnych, oczywiście staramy się obrać ją w taki sposób, by rozwiązanie zadania było możliwie najprostsze. Jeżeli zadanie jest złożone z kilku zadań prostszych, to możemy dla każdego z zadań składowych obrać oś inaczej; nie może to wpłynąć na wynik rozwiązania żadnego z tych zadań, jeżeli pomiędzy elementami danemi i wyznaczonemi w każdym z nich nie będzie elementów śladowych, t.j. śladów prostych i śladów płaszczyzn.

4/0 **§ 44. ZADANIE. Wyznaczyć prawdziwą długość odcinka, którego rzuty są dane.**



Rys. 112



Rys. 113.

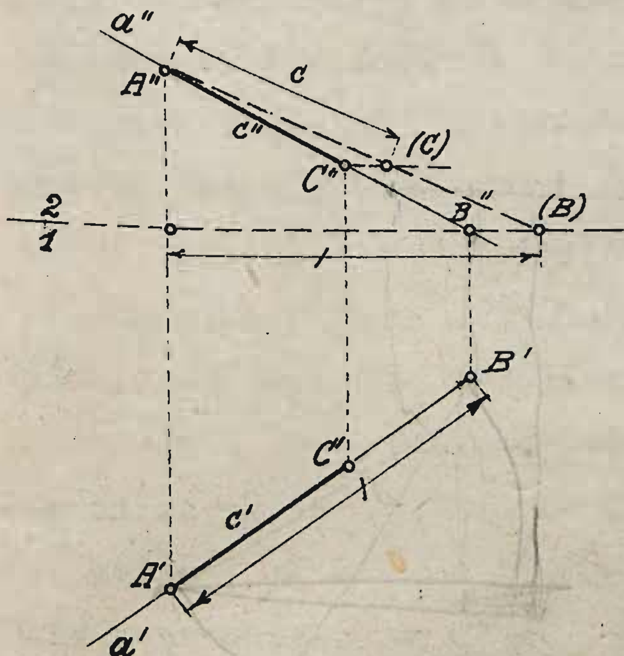
Niech będą dane /rys.112/ rzuty $A'B'$, $A''B''$ odcinka $AB \equiv a$. Poprowadźmy oś X_{12} przez jeden z końców II rzutu odcinka, np. przez B. Wykonajmy kład płaszczyzny rzucającej poziomo odcinek a, t.j. wprowadźmy nową oś X_{13}; odcinek ten jest przeciwprostokątną w trójkącie prostokątnym, w którym jedną przyprostokątną jest rzut poziomy a' odcinka, a drugą przyprostokątną jest pierwsza odległość punktu A, t.j. odległość rzutu A'' od X_{12}. Kąt α_1 między kładem (a) odcinka i jego rzutem poziomym a' jest oczywiście kątem prostej a z płaszczyzną P_1. Kładąc odcinek a na P_2, otrzymalibyśmy kąt α_2, t.j. kąt prostej z płaszczyzną P_2.

Nieco prościej można rozwiązać to zadanie, obracając płaszczyznę rzucającą poziomo odcinek a dokoła prostej rzucającej AA', aż do położenia równoległego do P_2. Wtedy II rzut odcinka a będzie temu odcinkowi równy, jednocześnie zaś II rzut I rzutu a' będzie równy a'. Wychodzi to na to samo, co wykreślać trójkąt $(A)A'B$ tak, aby jego kąt prosty upadł na kąt A_0, przez co oszczędzamy sobie kreślenia kąta prostego A' /rys.113/.- Przy tej sposobności, jak poprzednio, znajdujemy kąt α_1.

Możemy rozwiązać teraz następujące zadanie:

<u>Na danej prostej $a'a''$ od danego na niej punktu $A'A''$ odmierzyć dany odcinek c</u>. Poprowadźmy dowolnie oś X_{12} w kierunku prostopadłym do linji rzędnych punktu A /rys.114/. Niech oś przetnie a'' w punkcie B''; znalazłszy I rzut B' punktu B wyznaczmy zapomocą obrotu dokoła AA' prawdziwą długość odcinka AB. Na prostej $A''(B)$ odmierza-

my od punktu A'' dany odcinek c do punktu (C) poczem powracamy z prostą AB do położenia pierwotnego. Prowadząc z punktu (C) równoległą do X otrzymamy na a'' punkt C''; linja rzędnych tego punktu daje na prostej a' punkt C'. Odcinek $A'C'$, $A''C''$ jest szukany.



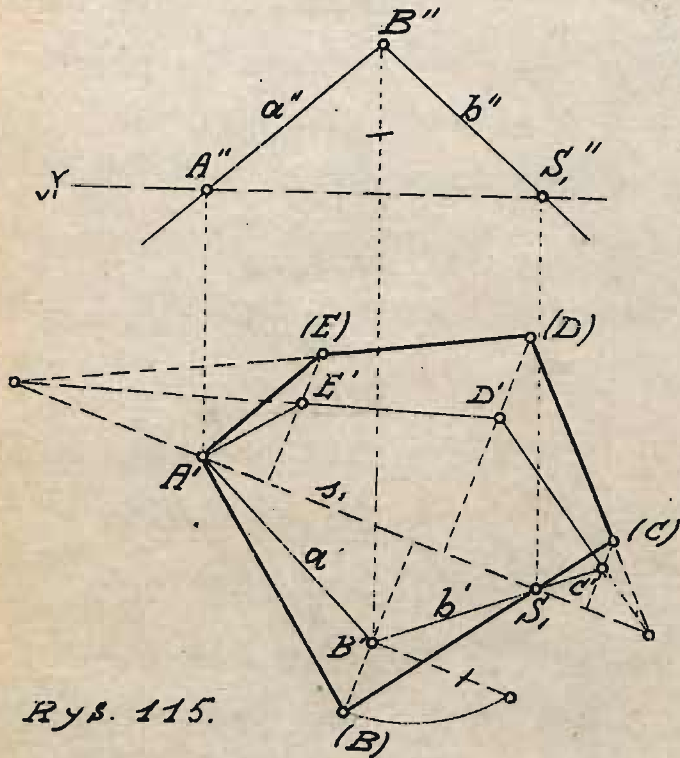
Rys. 114.

§ 41. ZADANIE.

Znaleźć prawdziwą wielkość kąta między dwiema danemi prostemi, lub ogólnie: znaleźć prawdziwy kształt i wielkość wielokąta płaskiego, którego jeden rzut i dwa boki drugiego rzutu są dane.

Niech będą dane /rys.115/ dwie przecinające się proste $a'a''$ i $b'b''$ lub ogólnie I rzut wielokąta $ABCDE$..... i II rzuty a'' i b'' dwóch jego boków, wychodzących z wierzchołka B. Poprowadźmy oś $X_{1/2}$ przez II rzut wierzchołka A, który znajdziemy w przecięciu linji rzędnych punktu A' z prostą a''; i wyznaczmy I ślady prostych a i b.

I śladem prostej a będzie punkt $A'A''$; I ślad prostej b wyznaczymy wystawiając w punkcie $S_1'' = b''X_{12}$ linję rzędnych do przecięcia z b' w punkcie S_1 . Prosta $A'S_1$ będzie I śladem s_1 płaszczyzny wielokąta. Obróćmy wielokąt $ABCDE$.... /uwzględnić kąt B / dokoła s_1 do przystania z P_1 ; w tym celu wyznaczymy kład punktu B /§28/ i zapomocą powinowactwa wyznaczymy pozostałe wierzchołki /§ 30/.

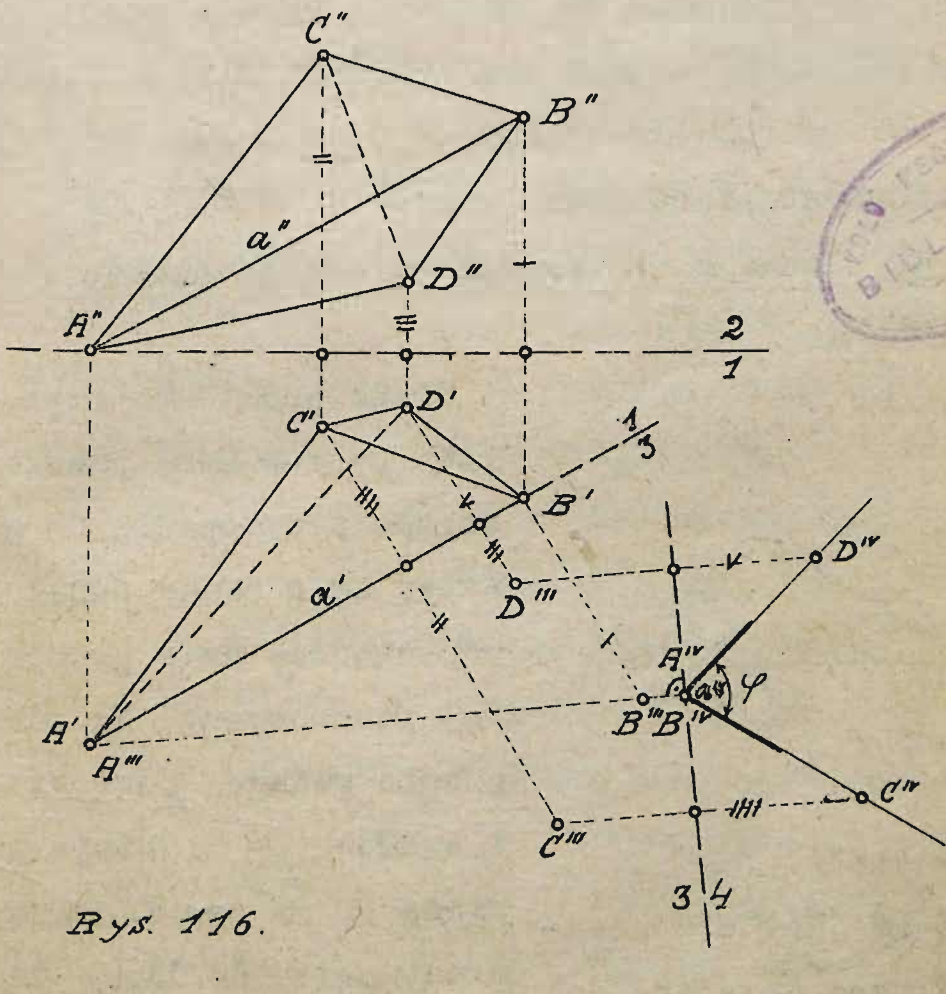


Rys. 115.

§ 42. Kąt dwuścienny dwóch płaszczyzn danych.

Przypuszczając, jak to bywa najczęściej, że dwie płaszczyzny, których kąt mamy wyznaczyć, dane są zapomocą swej prostej wspólnej a i punktu C wzgl. D na niej nie leżącego, możemy zadanie sformułować jak następuje:

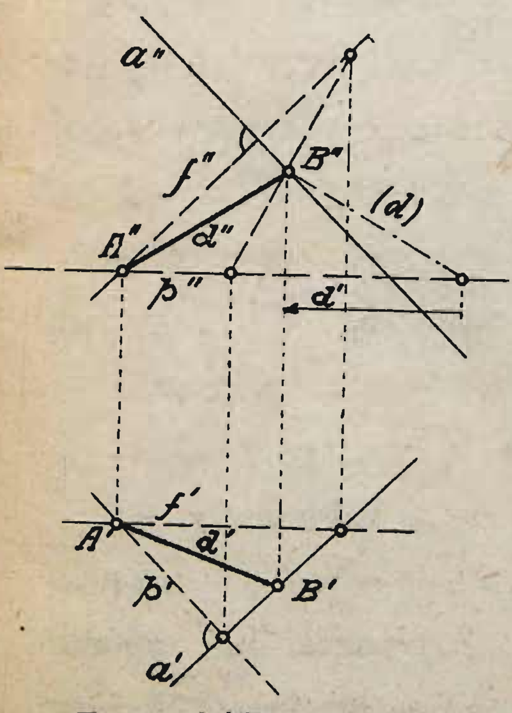
ZADANIE. Mając rzuty czworościanu $ABCD$ wyznaczmy jego kąty dwuścienne /rys.116/. Znajdźmy



Rys. 116.

np. kąt φ o krawędzi AB, przecinając czworościan płaszczyzną P_4, prostopadłą do AB; proste przecięcia ścian ABC i ABD płaszczyzną P_4 utworzą kąt szukany φ. Aby te proste otrzymać, poprowadźmy oś x_{12} przez A'' i następnie zmieńmy dwukrotnie płaszczyzny rzutów. Za nową oś x_{13} weźmy najpierw I rzut krawędzi AB; wyznaczywszy III rzuty punktów B, C i D wprowadzimy nową oś x_{34}, prostopadłą do $A'''B'''$; łącząc punkt $A^{IV} \equiv B^{IV} \equiv a^{IV}$ z punktami C^{IV} i D^{IV} otrzymamy kąt $C^{IV}a^{IV}D^{IV}$ równy kątowi linjowemu φ kąta dwuściennego płaszczyzn ABC i ABD.

§ 43. ZADANIE. Wyznaczyć odległość punktu $A'A''$ od prostej $a'a''$



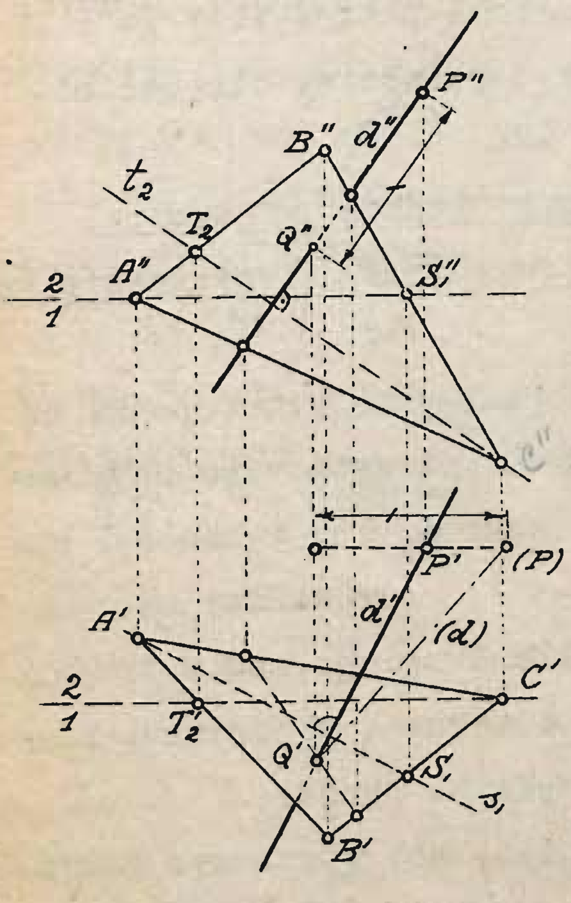
Rys. 117.

Przez punkt A /rys. 117/ poprowadźmy płaszczyznę prostopadłą do a. W tym celu przez punkt A poprowadźmy dwie proste tej płaszczyzny, np. dwie proste główne: poziomą p i czołową f. Linja pozioma $p'p''$ ma II rzut prostopadły do linji rzędnych, a I rzut prostopadły do a'; linja czołowa $f'f''$ ma I rzut prostopadły do linji rzędnych, a II rzut prostopadły do

a''. Wyznaczywszy punkt B' przebicia płaszczyzny pf prostą a /§ 36/ i połączywszy go z A, pozostaje tylko wyznaczyć prawdziwą długość odcinka $AB \equiv (d)$ /§ 40/.

<u>§ 44. ZADANIE. Z danego punktu P spuścić prostopadłą na płaszczyznę ABC i wyznaczyć jej długość /rys.119/.</u>

Rzuty szukanej prostopadłej są prostopadłe do śladów płaszczyzny ABC, trzeba więc najpierw wyznaczyć kierunki tych śladów. Aby wyznaczyć kierunek pierwszego śladu s_1, poprowadźmy oś X_{12} przez jeden z wierzchołków drugiego rzutu trójkąta ABC np. przez A'' i wyznaczmy pierwsze ślady boków AB i BC; będą to punkty A' i S_1, prosta $A'S_1 \equiv s_1$. Podobnież, aby wyznaczyć kierunek drugiego śladu t_2, poprowadźmy oś X_{12} przez jeden z wierzchołków pierwszego rzutu trójkąta ABC, np. przez C' i wyznaczmy drugie ślady boków AB i BC, będą to punkty T_2 i C''; prosta $T_2C'' \equiv t_2$. Prosta d' spuszczona z P' prostopadle do s_1 i prosta d'' spuszczona z P'' prostopadle na t_2 są rzutami szukanej prostopadłej d. Pozostaje wyznaczyć punkt $Q'Q''$ przebicia płaszczyzny ABC prostą d

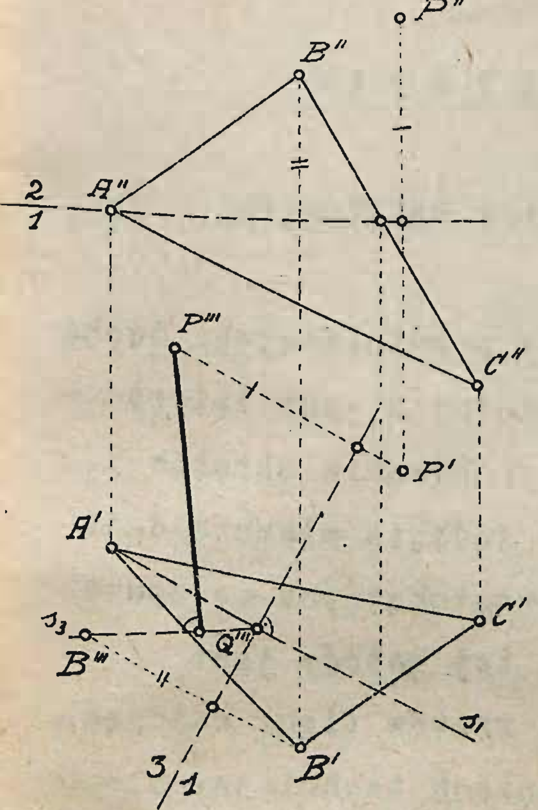


Rys. 119.

/§ 36/ i znaleźć prawdziwą długość odcinka PQ /§40/.

Jeżeli nam nie zależy na rzutach prostopadłej d, a jedynie potrzebna jest odległość punktu P od płaszczyzny ABC, to dojdziemy prędzej do celu przez zmianę płaszczyzny rzutów.

Zważmy mianowicie, że gdy płaszczyzna $s_1 s_3$ jest prostopadła do P_3, to odległość punktu P od płaszczyzny $s_1 s_3$ równa się odległości rzutu P''' od śladu s_3. Poprowadzimy tedy /rys,120/, jak poprzednio, oś X_{12} przez A'' i znalazłszy pierwszy ślad s_1 płaszczyzny ABC, uważajmy za trzecią płaszczyznę rzutów $P_3 \perp s_1$, t.j. za nową



Rys. 120.

oś X_{13} obierzmy jakąkolwiek prostą prostopadłą do s_1 ; wyznaczmy P''' i s_3 /zapomocą trzeciego rzutu jakiegokolwiek punktu płaszczyzny ABC np. B'''/; prostopadła z P''' na s_3 jest szukaną odległością $P'''Q''' \equiv PQ$.

CZĘŚĆ II.

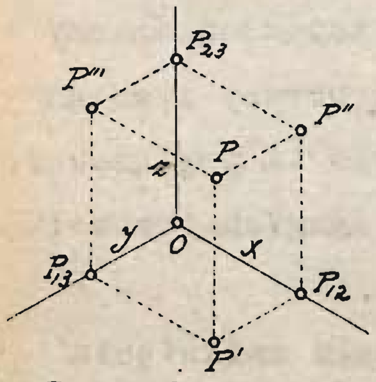
AKSONOMETRJA.

ROZDZIAŁ V. AKS-ONOMETRJA PROSTOKĄTNA.

§ 45. Zalety i wady rzutów prostokątnych. Cechą wybitną metody rzutów prostokątnych jest łatwość zmiany płaszczyzn rzutów i wykonywania obrotów i kładów. Dzięki temu wszelkie zadania miarowe dają się rozwiązywać w rzutach prostokątnych ze szczególną prostotą. Drugą zaletą tej metody jest względna łatwość wykreślenia rzutów figur najczęściej spotykanych w zastosowaniach technicznych.- Większość przedmiotów, z któremi technik ma do czynienia, ma pewne uprzywilejowane kierunki krawędzi czyli wymiary i pewne ustawienie ścian, najczęściej wzajemnie prostopadłe. Otóż jeżeli jeden z tych kierunków jest prostopadły do jednej z płaszczyzn rzutów, to jeden z wymiarów przedmiotu znika, dwa zaś inne zachowują w rzucie na tę płaszczyznę niezmienione długości; o wielkości znikającego wymiaru wnosimy zresztą z drugiego rzutu. Jeżeli wnioskowanie o prawdziwych wymiarach przedmiotu odbywa się wtedy z niezwykłą prostotą, to tem trudniejsza jest zato praca wyobraźni, która musi skojarzyć oba rzuty przedmiotu w jeden obraz przestrzenny. Wprawdzie zapomocą obrotu figury dokoła odpowiednio obranej osi lub zapomocą zmiany płaszczyzn rzutów możemy otrzymać obrazy żywo do wyobraźni naszej przemawiające, ale ta poglądowość osiąga się za pomocą często zbyt długich i mozolnych wykreśleń.

§ 46. Istota aksonometrji. W celu uniknięcia złych a zachowania dobrych stron metody rzutów prostokątnych obmyślono sposoby, które dają na jednej płaszczyźnie rzutów obrazy wywołujące wrażenie zbliżone do tego, które sprawiłby przedmiot rzeczywisty, a jednocześnie pozwalające wnosić o prawdziwych tego przedmiotu wymiarach. Wymaganiom tym czyni zadość metoda wykreślna, zwana aksonometrją.

Polega ona przedewszystkiem na określeniu wzajemnego położenia punktów figury zapomocą odniesienia ich do t.zw. układu spółrzędnych prostokątnych. Układ taki składa się, jak wiadomo, z trzech wzajemnie prostopadłych przecinających się prostych X Y i Z, zwanych osiami spółrzędnych, z trzech utworzonych przez nie wzajemnie prostopadłych płaszczyzn spółrzędnych xy, yz i zx i wspólnego ich punktu O, zwanego początkiem spółrzędnych. Aby określić położenie dowolnego punktu P przestrzeni /rys.121/ spuszczamy z niego trzy prostopadłe na płaszczyznę spółrzędnych; długości tych prostopadłych $P'P$, $P''P$, $P'''P$ nazywają się spółrzędnymi punktu P. Odcinki te będą wyznaczone nie tylko co do długości, ale i co do znaku, jeżeli



Rys. 121.

obierzemy na każdej płaszczyźnie spółrzędnych stronę dodatnią i jeżeli będziemy prostopadłą w jakimkolwiek punkcie tej płaszczyzny wystawioną uważali za dodatnią, jeżeli znajduje się z dodatniej strony płaszczyzny; w przeciwnym razie będziemy ją uważali za ujemną. Początek spółrzędnych O oraz dany punkt P są przeciwległymi wierzchołkami prostopadłościanu, którego krawędziami są odcinki $OP_{12} = x$, $OP_{13} = y$, $OP_{23} = z$ co do długości i znaku równe spółrzędnym punktu P. W ten sposób każdemu punktowi przestrzeni P odpowiada układ trzech co do długości i znaku określonych odcinków i nawzajem, każdemu układowi trzech takich odcinków odpowiada jeden i tylko jeden punkt przestrzeni P.

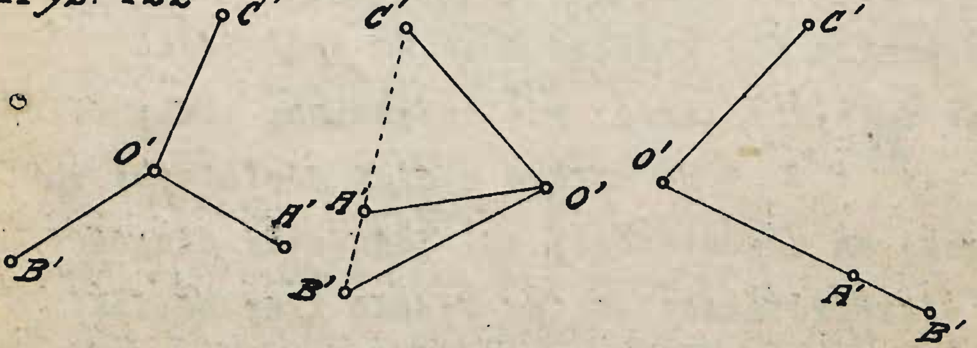
Obrawszy teraz dowolnie płaszczyznę rzutów, zwaną płaszczyzną aksonometrji oraz kierunek promieni rzucających, rzućmy nasz przedmiot wraz z układem spółrzędnych w tym kierunku na obraną płaszczyznę. Rzuty osi x, y i z będą trzema prostymi x', y' i z' wychodzącymi z punktu O', który jest rzutem początku spółrzędnych O. Ponieważ proste równoległe w przestrzeni pozostaną w rzucie równoległe, a stosunki odcinków leżących na każdej z osi, nie ulegną zmianie, więc rzut P' każdego punktu P, którego dane są spółrzędne, będzie łatwy do wyznaczenia, gdy znajdziemy rzuty osiowe x', y' i z' i na każdym z nich odmierzymy rzut leżącej na odpowiedniej osi jednostki długości lub jej wielokrotności. W ten sposób trzy odcinki $O'A'$, $O'B'$ i $O'C'$ /Rys.122/ wychodzące z punktu O' i leżące w płaszczyźnie aksonometrji, które uważamy za rzut równoległy figury złożonej z trzech równych i wzajemnie prostopadłych odcinków, pozwolą wyznaczyć rzut każdego punktu figury, którego spółrzędne są wiadome.

47. Twierdzenie Pohlke'go: Tutaj nastręcza się pytanie: czy każde trzy odcinki $O'A'$, $O'B'$ i $O'C'$ płaszczyzny rysunku, wychodzące z dowolnego punktu O' mogą być uważane za rzuty równo-

ległe trzech wzajemnie prostopadłych i równych odcinków OA, OB i OC?

Pohlke pierwszy odpowiedział na to pytanie twierdząco, z tym jednem zastrzeżeniem, żeby wszystkie cztery punkty O', A', B' i C' nie leżały na jednej prostej /Rys.122/. Jeżeli połączymy punkty A, B i C to figura $OABC$ staje się czworościanem, którego podstawa ABC jest trójkątem równobocznym, a ściany boczne OAB, OBC i OCA są równymi trójkątami prostokątnymi i równoramiennemi.

Rys. 122



Otóż twierdzenie Pohlke'go jest wnioskiem z twierdzenia bardziej ogólnego:

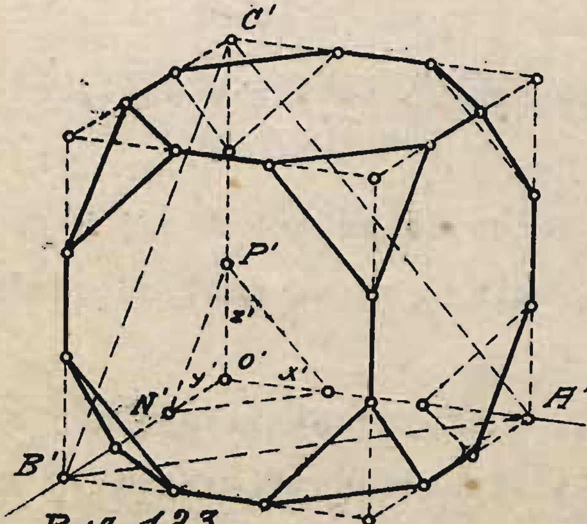
Każde cztery punkty O', A', B', C' płaszczyzny nie leżące na jednej prostej mogą być uważane za rzuty równoległe wierzchołków czworościanu $OABC$, podobnego do danego jakiegokolwiek czworościanu $O_1A_1B_1C_1$. Dowód tego twierdzenia musimy tutaj pominąć:

§48. Aksonometrja ukośna ogólna. Na zasadzie twierdzenia Pohlke'go trzy jakiekolwiek odcinki $O'A'$, $O'B'$ i $O'C'$, wychodzące z punktu O' mogą być uważane za rzuty równych odcinków OA, OB, OC leżących na trzech wzajemnie prostopadłych osiach spółrzędnych. Wykreślenie rzutu aksonometrycznego danego przedmiotu polega na dwóch zasadach:

1° rzuty aksonometryczne prostych równoległych są równoległe,

2° rzuty odcinków leżących na tej samej prostej lub na prostych równoległych są do tych odcinków proporcjonalne.

Wykreślmy naprz. w aksonometrji ogólnej rzut formy krystalicznej stanowiącej kombinację sześcianu z ośmiościanem foremnym, którego ściany są prostopadłe do przekątnych sześcianu /rys.123/. Obrawszy za osie spółrzędnych trzy krawędzie sześcianu wychodzące z jednego wierzchołka wykreślmy najpierw rzut sześcianu zapomocą równoległych do y' i z' poprowadzonych przez A', równoległych do z' i x' poprowadzonych przez B' i równoległych do x' i y' poprowadzonych przez C'. Obrawszy na jednej z krawędzi sześcianu punkt M, w którym ośmiościan tę krawędź przecina, wyznaczamy na sąsiednich krawędziach punkty N i P, prowadząc przez M' równoległe do $A'B'$, $A'C'$; odmierzając na rzutach krawędzi równoległych do $O'A'$ odcinek $O'M'$ od obu ich końców i postępując tak samo z krawędziami równoległymi do OB, i OC, wyznaczymy wszystkie



Rys. 123.

wierzchołki kryształu. Do tego samego celu doszlibyśmy również, uważając trzy jakiekolwiek odcinki OA', $O'B'$ i $O'C'$ za rzuty aksonometryczne trzech półosi ośmiościanu foremnego.

<u>§49.</u> <u>Aksonometrje specjalne.</u> Aksonometrja ogólna jest użyteczną wtedy, gdy wykreślenie danego przedmiotu nie wymaga znajomości kierunku rzutów, którego wyznaczenie nastręczyłoby tutaj dużo trudności.

Zazwyczaj stosujemy aksonometrję, w której zarówno położenie płaszczyzny rzutów względem układu spółrzędnych jak i kierunek rzutów z góry jest określony lub łatwo może być wyznaczony.

Odróżniamy w szczególności:

1.Aksonometrję prostokątną, którą cherakteryzuje;

a/dowolne położenie płaszczyzny rzutów względem układu spółrzędnych /nierównoległej do żadnej z osi/,

b/rzuty prostokątne na tę płaszczyznę,

2.Aksonometrję ukośną /rzut ukośny/, którą charakteryzuje :

a/ płaszczyzna rzutów prostopadła do jednej z osi spółrzędnych,

b/ rzuty ukośne na tę płaszczyznę.

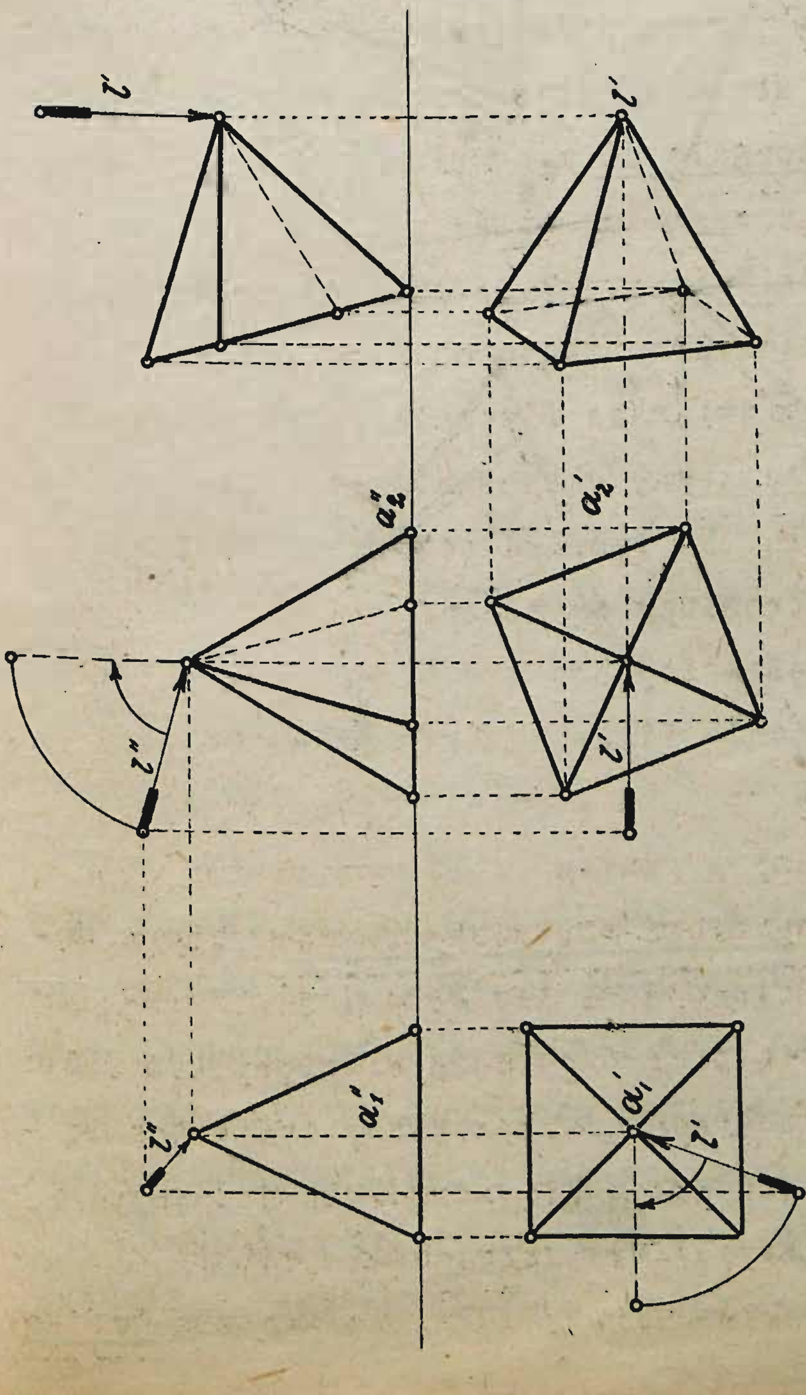
§50. Związek aksonometrji prostokątnej z metodą rzutów prostokątnych. Jeżeli figura jest dana za pomocą rzutów prostokątnych na dwie wzajemnie prostopadłe płaszczyzny oraz dane są rzuty l' l'' kierunku rzutów aksonometrycznych, to moglibyśmy otrzymać prostokątny rzut aksonometryczny tej figury jednym z dwóch następujących sposobów;

1/albo za pomocą podwójnego obrotu figury: najpierw dokoła prostej a_1 prostopadłej do P_1, a następnie dokoła prostej a_2 prostopadłej do

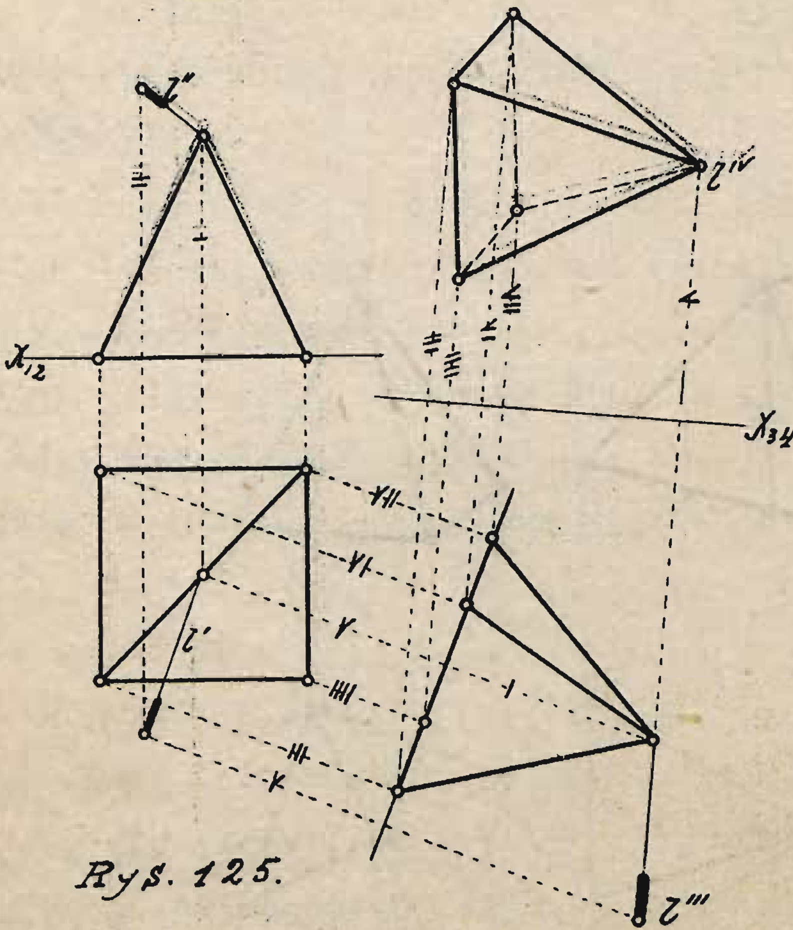
P_2 , tak żeby kierunek l stał się prostopadły do P_1 , która w ten sposób stanie się płaszczyzną aksonometrji.

2/albo za pomocą podwójnej zmiany płaszczyzn rzutów, tak aby nowa płaszczyzna rzutów P_4 stała się prostopadła do kierunku l , a więc aby została płaszczyzną aksonometrji.

Niech będzie naprzykład dany ostrosłup 4-ro-kątny w rzutach prostokątnych oraz prosta sztywno z nim związana i wyznaczająca kierunek rzutu na płaszczyznę aksonometrji do tego kierunku prostopadłą: Na rys.124 otrzymano rzut aksonometryczny ostrosłupa za pomocą podwójnego obrotu, przytem dla większej przejrzystości wykreślono kolejno położenia figury obok siebie. To samo osiągnięto na rysunku 125 za pomocą podwójnej zmiany płaszczyzn rzutów. Jest oczywistem, że wyznaczenie tą drogą rzutu aksonometrycznego dowolnego wielościanu jest tem bardziej mozolne, im więcej dany wielościan posiada wierzchołków. Okażemy jednak niebawem, że wystarczy wyznaczać rzuty trzech wzajemnie prostopadłych osi z figurą sztywno związanych, aby wyznaczenie rzutów wszystkich punktów figury dało się wykonać bezpośrednio.



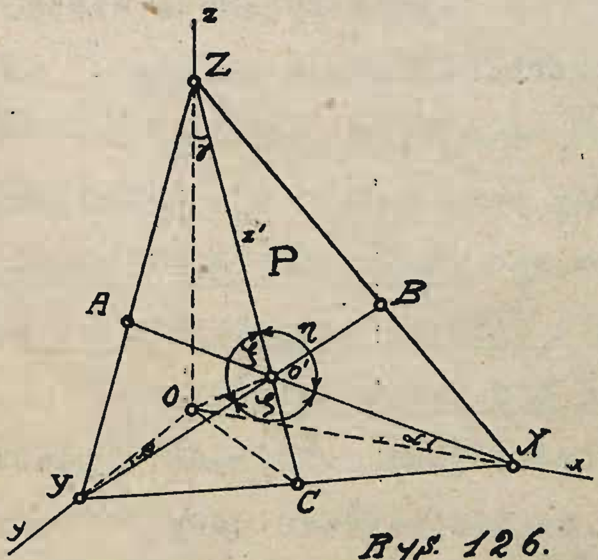
Rys. 124.



Rys. 125.

§51. Trójkąt śladów i rzuty osiowe. Niech będzie układ spółrzędnych $O\,xyz$, do którego jest odniesioną dana figura. Przetnijmy trójścian $O\,xyz$ płaszczyzną aksonometrji P w ten sposób, aby zostały przez nią przecięte dodatnie półosie Ox, Oy i Oz w punktach X, Y i Z. /rysunek 126/. Trójkąt XYZ nazywa się trójkątem śladów.

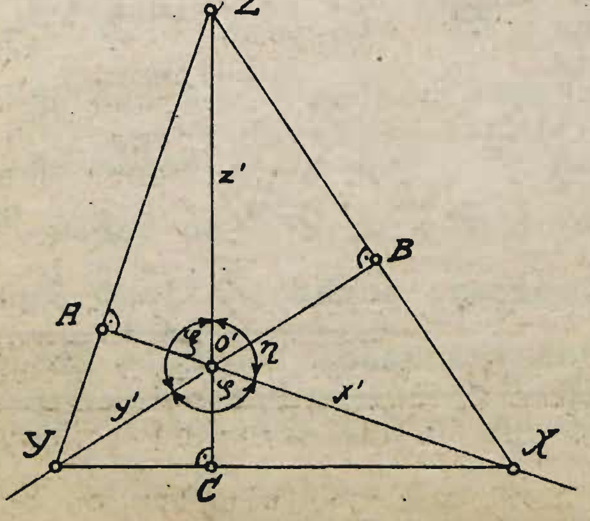
Znajdźmy rzuty prostokątne osi spółrzędnych na płaszczyznę P. W tym celu z początku układu O spuśćmy prostopadłą OO' na płaszczyznę P i punkt O' połączmy z X, Y i Z. Łatwo okazać, że proste $O'X$, $O'Y$ i $O'Z$ są prostopadłe do odpowiednich boków trójkąta śladów XYZ. W samej rzeczy wiadomo, że rzut prostokątny prostej prostopadłej do płaszczyzny jest prostopadły do śladu tej płaszczyzny. Rzut prostej OZ na P, to jest $O'Z$, jest prostopadły do XY, albowiem XY jest śladem płaszczyzn xOy na P. Podobnież można okazać prostopadłość prostych $O'X$ i $O'Y$ do boków YZ wzgl. ZX. Innemi słowy, punkt O' jest punktem przecięcia trzech wysokości trójkąta śladów XYZ. Punkt O' na każdej wysokości leży pomiędzy wierzchołkiem, a przeciwległym mu bo-



Rys. 126.

kiem trójkąta śladów; np. pomiędzy punktami Z i C na wysokości ZC, gdyż spodek wysokości spuszczonej z wierzchołka kąta prostego O na przeciwprostokątną ZC trójkąta prostokątnego ZOC leży zawsze pomiędzy pozostałemi wierzchołkami Z i C. Stąd wynika, że punkt O' jest punktem wewnętrznym trójkąta śladów; wszystkie trzy kąty tego trójkąta muszą być zatem ostre.

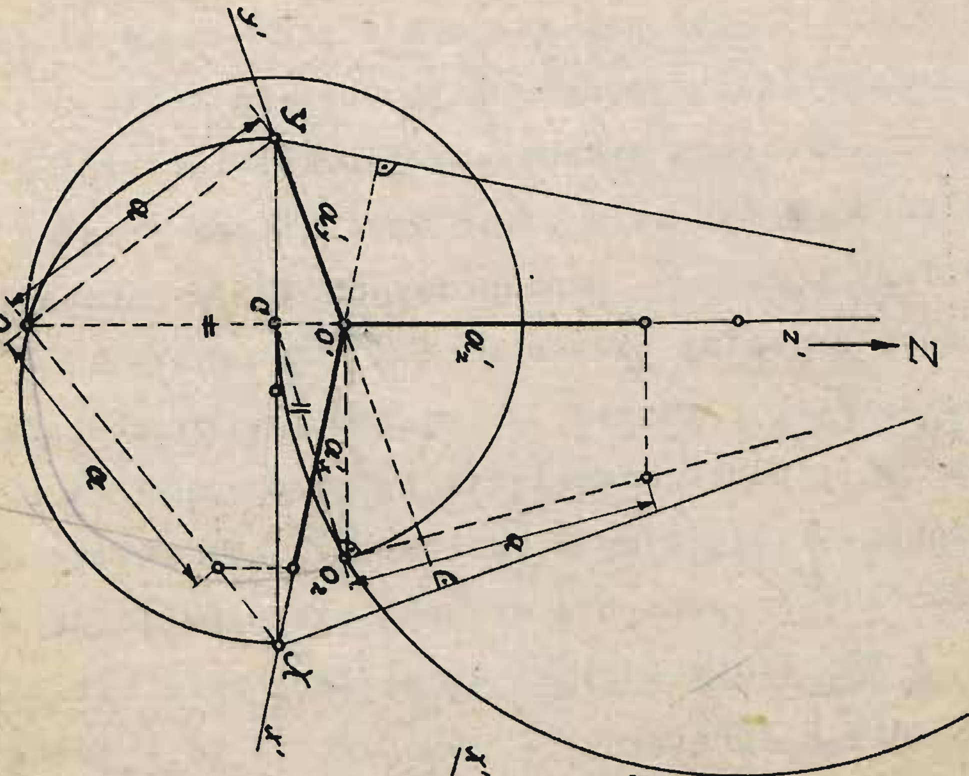
Niechaj teraz płaszczyzna P będzie płaszczyzną rysunku i niech na niej będzie dany ostrokątny trójkąt śladów XYZ /rys.127/. Prowadząc w tym trójkącie trzy wysokości XA, YB i ZC otrzymamy trzy rzuty osiowe $O'X$, $O'Y$ i $O'Z$. Kąty między niemi ξ, η i ζ muszą być rozwarte, albowiem są to spełnienia odpowiednich kątów trójkąta XYZ. Nawzajem trzy półproste $O'x$, $O'y$ i $O'z$, wyprowadzone z jednego punktu O' i tworzące ze sobą jakiekolwiek kąty rozwarte, mogą być uważane za rzuty pros-



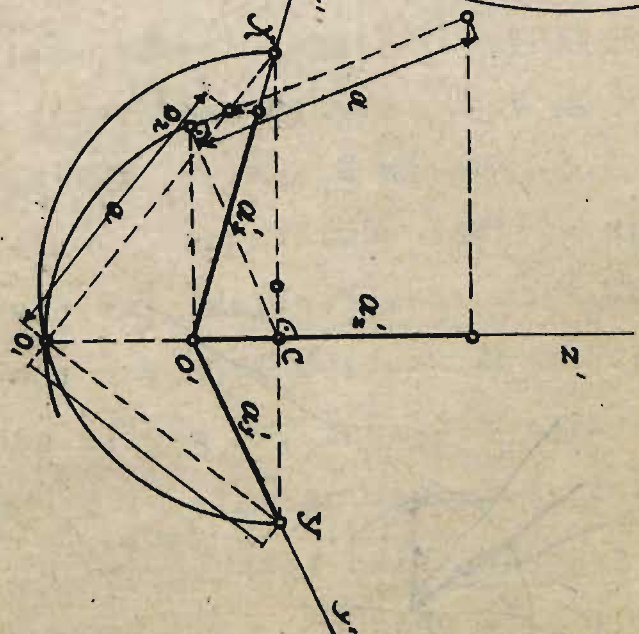
Rys. 127.

tokątne trzech osi wzajemnie prostopadłych na płaszczyźnie rysunku. Mając bowiem rzuty osiowe z łatwością wykreślamy jakikolwiek trójkąt śladów. W tym celu przez dowolnie na prostej z' obrany punkt C prowadzimy do z' prostopadłą, która przecina proste x' i y' w punktach X wzgl. Y ; z punktu X spuszczamy prostopadłą na y' ; punkt przecięcia tej prostopadłej z prostą z' łączymy z punktem Y. Ta ostatnia prosta YZ musi być zresztą prostopadła do x'.

§ 52. Rzuty odcinka danej długości, leżącego na osiach spółrzędnych. Dla wykreślenia rzutu aksonometrycznego jakiegokolwiek punktu, którego spółrzędne są dane, trzeba znać rzuty tych spółrzędnych, t.j. trzeba wiedzieć, jakiemu skróceniu ulegają odcinki odmierzone na osiach lub na prostych do nich równoległych, lub inaczej - jakim odcinkom na rzutach osiowych równają się rzuty jednostki długości lub wogóle odcinka danej długości, leżącego na osiach. W tym celu /rys.128/ wykonamy kład kąta XOY na płaszczyznę rysunku dokoła prostej XY. Ponieważ kąt XOY jest prosty, więc kład punktu O będzie leżał na półokręgu, zakreślonym na boku XY jak na



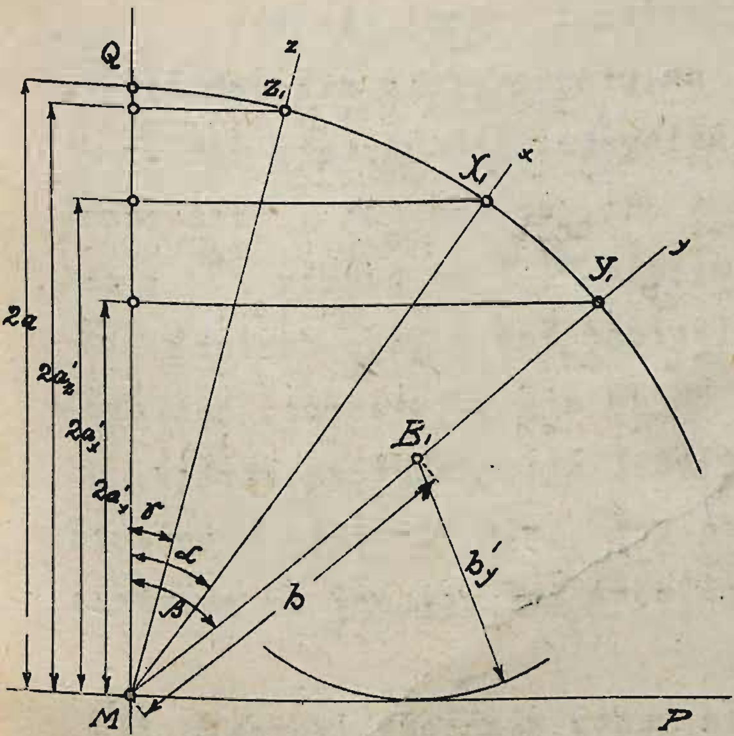
Rys. 128.



Rys. 129.

średnicy. Ponieważ punkt O przy tym obrocie będzie się poruszał w płaszczyźnie prostopadłej do XY, więc jego rzut O' będzie się poruszał po linji prostopadłej do XY. Punkt O_1 znajdziemy więc w przecięciu półokręgu XY z prostopadłą spuszczoną z O' na XY. Jeżeli na ramionach O_1X i O_1Y kąta prostego O_1 odmierzymy odcinek danej długości a równy np. O_1Y i obrócimy trójkąt XOY dokoła XY z powrotem na dawne miejsce, to dostaniemy na rzutach osiowych rzuty odcinka a : a_x', a_y' i a_z'. Aby otrzymać rzut tego samego odcinka na rzucie osiowym Z', można wykonać kład trójkąta ZOX dokoła ZX lub lepiej kład trójkąta ZOC dokoła ZC. Ponieważ kąt ZOC jest prosty, przeto kład punktu O /oznaczony przez O_2/ znajdziemy w przecięciu półokręgu, zakreślonego na ZC, jak na średnicy z prostopadłą do ZC, wystawioną w punkcie O'. Na kładzie osi OZ, t.j. na prostej O_2Z odmierzamy odcinek a, poczem powracamy z trójkątem ZOC na dawne miejsce. W ten sposób na rzutach osiowych $O'X$, $O'Y$ i $O'Z$ otrzymujemy trzy odcinki a_x', a_y' i a_z', które są rzutami tego samego odcinka a, położonego bądź to na osi X, bądź na osi y, bądź wreszcie na osi z. Ponieważ zazwyczaj oś z tworzy bardzo mały kąt z płaszczyzną aksonometrji $(\gamma \leq 20^\circ)$, wskutek czego trójkąt śladów jest bardzo wydłużony i wierzchołek Z znajduje się poza granicami rysunku, więc dla wykreślenia odcinka a_z' korzystamy z tego, że odcinki CO_1 i CO_2, jako kłady tego samego odcinka CO, są równe. Z punktu C promieniem CO_1 zakreślamy łuk koła do przecięcia z prostą $O'O_2$, prostopadłą do z' w punkcie O'; łączymy CO_2 i wystawiamy w punkcie O_2 do prostej CO_2 prostopadłą, na której odmierzamy a, poczem postępujemy jak poprzednio. Bok XY trójkąta śladów może być poprowadzony również powyżej punktu O' /rys.129/; jeżeli punkt O wyobrażamy sobie przed płaszczyzną aksonometrji, to w pierwszym przypadku płaszczyznę XOY widzimy z dołu, w drugim zaś z góry; rzeczy mają się przeciwnie, jeżeli punkt O wyobrażamy sobie za płaszczyzną aksonometrji.

§ 53. Podziałka kątowa. Mając odcinki a_x', a_y' i a_z' wraz z odcinkiem a, moglibyśmy wykreślić trzy podziałki osiowe obok podziałki oryginalnej i z ich pomocą moglibyśmy odmierzyć na odpowiednim rzucie osiowym rzut odcinka danej długości. Aby uniknąć mozolnego

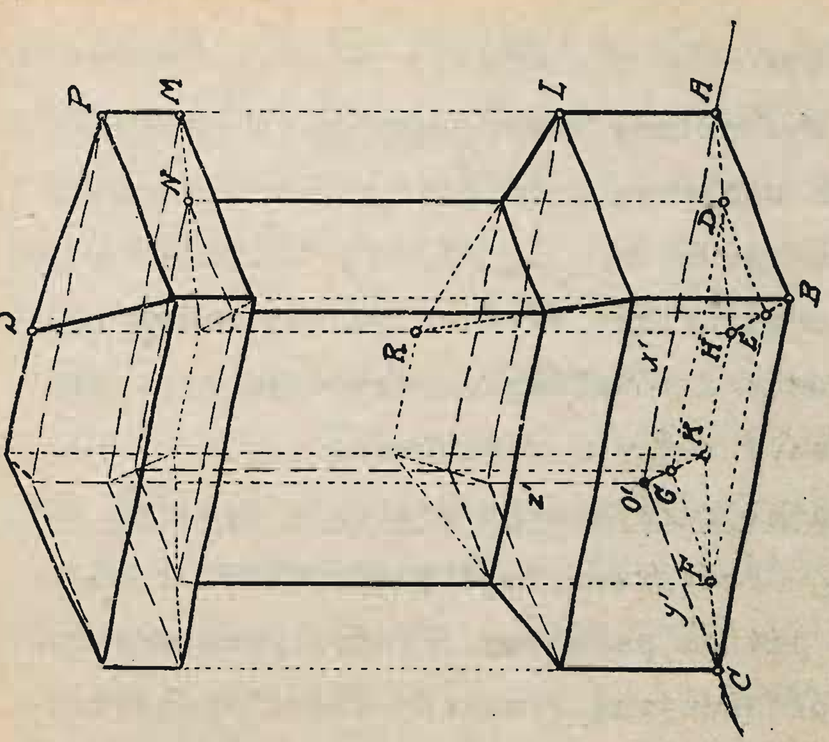


Rys. 130.

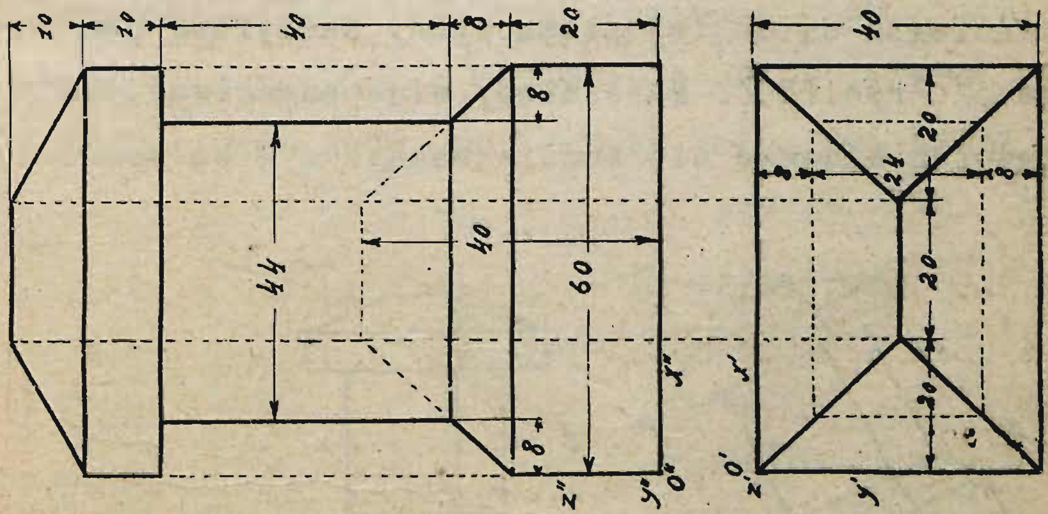
i zawsze niedokładnego kreślenia podziałek, możemy korzystać z następującego wykreślenia, zwanego <u>podziałką kątową.</u> Z wierzchołka M kąta prostego PMQ, jako środka, promieniem równym odcinkowi a lub jego wielokrotności /w naszym przykładzie $2a$/ zakreślamy ćwierć okręgu /rys.130/. Na jednym z ramion kąta prostego, np. na MQ odmierzamy odcinki a_x', a_y' i a_z' lub ich wielokrotności /u nas $2a_x'$ $2a_y'$ i $2a_z'$ /, poczem z końców tych odcinków prowadzimy równoległe do drugiego ramienia kąta prostego, otrzymując w przecięciu z okręgiem punkty X_1 Y_1 Z_1 , wreszcie łączymy te punkty z wierzchołkiem kąta prostego. Kąty QMX_1, QMY_1 i QMZ_1 są to kąty α β i γ , które osie spółrzędnych

OX, OY i OZ tworzą ze swemi rzutami $O'X$, $O'Y$ i $O'Z$ na płaszczyźnie aksonometrji. Aby znaleźć rzut jakiegokolwiek odcinka danego b, leżącego na jednej z osi, np. na y, odmierzamy ten odcinek na promieniu MY_1 od punktu M, pocem znajdujemy odległość końca tego odcinka B_1 od ramienia MP, co da się uskutecznić bez prowadzenia jakiejkolwiek linji, zapomocą cyrkla, którego jedno ostrze pozostaje utkwione w punkcie B_1, drugie zaś zatacza łuk styczny do ramienia MP.

§ 54. Wykreślenie rzutu aksonometrycznego figury, której rzuty prostokątne są dane. Wykreślmy w podziałce 1 : 10 rzut aksonometryczny słupa kamiennego, którego rzuty prostokątne i wymiary są dane /rys.131/. Za początek układu spółrzędnych obierzmy lewy dolny tylny wierzchołek $O'O''$, za osie spółrzędnych - trzy krawędzie z tego wierzchołka wychodzące: $x'x''$, $y'y''$ i $z'z''$. Obierzmy nadto trzy rzuty osiowe, np. te, które wzięliśmy na rys.128 wykreślmy odpowiednią podziałkę kątową /rys.130/, poczem przystąpmy do kreślenia rzutu aksonometrycznego figury, zaczynając od odwzorowania w płaszczyźnie xy rzutu poziomego całej fi-

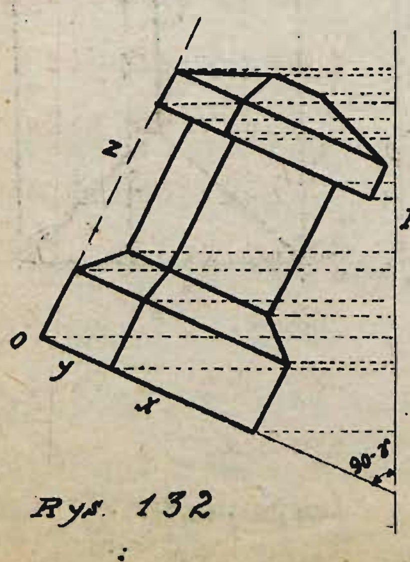

P
M
L
A
N
D
B
Ś
R
H
E
x'
K
O'
G
z'
F
y'
C

Rys. 131.

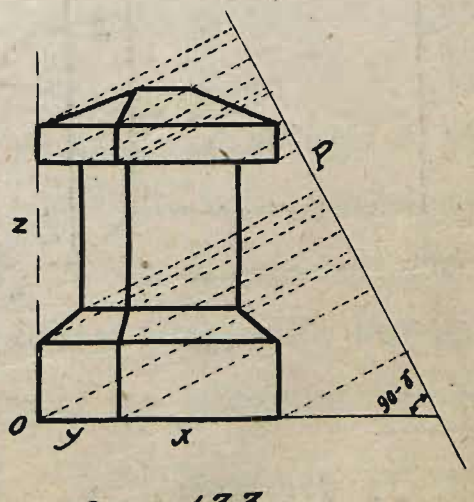

10
10
40
8
20
8
44
40
60
8
x"
z"
y"
O"
40
20
8
24
8
20
20
x'
z'
O'
y'

gury. Z punktów O', A, B, C, D, E, F, G, H i K, wystawiamy równoległe do z' i odmierzamy na nich zapomocą podziałki kątowej zredukowane wysokości punktów L, M, N, P, R i S, a następnie uzupełniamy rysunek na tej zasadzie, że odcinki równe i równoległe pozostają w rzucie aksonometrycznym równe i równoległe.

§ 55. Warunki korzystnego wrażenia rysunku aksonometrycznego. Przyglądając się rysunkowi § 54 spostrzegamy pewien paradoks. Płaszczyzna aksonometrji jest płaszczyzną rysunku, którą wyobrażamy sobie pionowo, oś z i wszystkie linje do niej równoległe są do tej płaszczyzny nachylone pod kątem γ /rys.130/. Należałoby więc oczekiwać, że słup ten wydawać się będzie nachylonym ku widzowi,

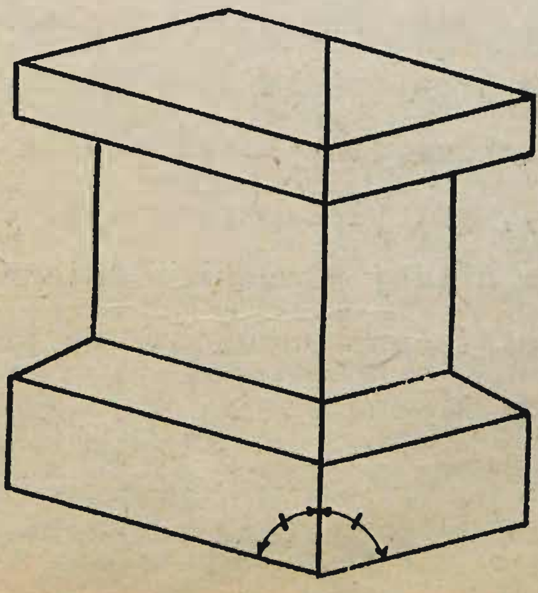


Rys. 132

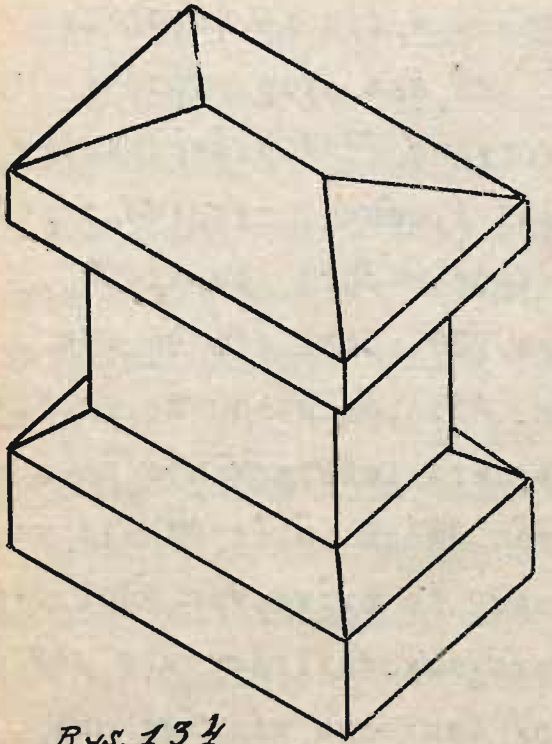


Rys. 133.

tymczasem robi on wrażenie słupa pionowego /rys. 132/. Rysunek 132 przedstawia w rzucie na płaszczyznę prostopadłą do P ten sam słup rzucony aksonometrycznie na płaszczyznę P w przypuszczeniu, że płaszczyzna ta jest pionową; rys.133 przedstawia ten sam słup w przypuszczeniu, że oś z jest pionową. Ponieważ rys.133 różni się od rys. 132 tylko swem położeniem, wnosimy stąd, że ze stanowiska geometrycznego obydwie interpretacje są równouprawnione. Jeżeli z tych dwóch interpretacji wybieramy instynktownie drugą, to przyczyna musi być psychologicznej natury, przyzwyczailiśmy się bowiem przedmioty takie jak słupy kamienne widzieć najczęściej w położeniu pionowem. Gdyby wszakże kąt γ był dość duży, to rysunek aksonometryczny tego samego słupa wywołałby wrażenie przechylenia ku widzowi, jak to widzimy na rys.134, gdzie $\gamma = 48°$; tłomaczy się to tem, że przedmioty tego rodzaju rzadko obser-



Rys. 135



Rys. 134

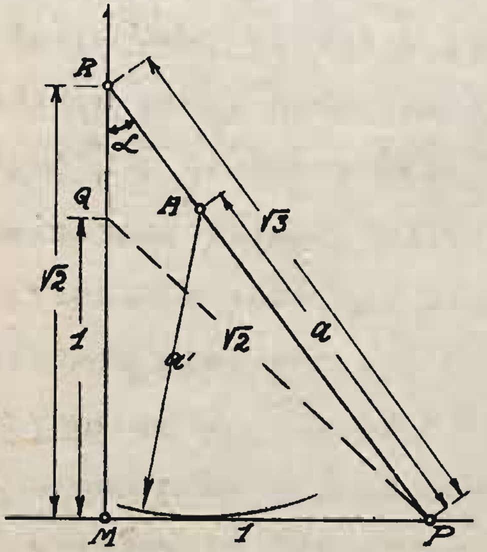
wujemy ze znacznej wysokości. Aby wykreślony aksonometrycznie przedmiot nie sprawiał wrażenia przechylonego, należy tak obrać rzuty osiowe, aby kąt nie był większy od 20^0, a więc $\sin \gamma$ nie większy od 1/3, t.j. CO_1 przynajmniej trzy razy większe od CO' /rys.128/.

Drugim warunkiem korzystnego wrażenia rysunku aksonometrycznego jest ten, aby żadna z płaszczyzn figury nie była prostopadła do płaszczyzny aksonometrji. Taki niekorzystny efekt powstaje w szczególności wtedy, gdy płaszczyzny dwusieczne kątów dwuściennych między pionowemi ścianami figury, czyli t.zw. płaszczyzny uciosu, są prostopadłe do płaszczyzny aksonometrji, t.j. gdy kąty α i β, które tworzą osie X i Y z płaszczyzną aksonometrji /t.j. z rzutami osiowemi X'

i y'/ są równe /rys.126/. Z równości kątów α i β wynika, że stosunki skróceń odcinków równoległych do X i Y są równe; łatwo okazać, że wtedy Z' dzieli kąt między X' i Y' na połowy t.j. że trójkąt śladów jest równoramienny.- W samej rzeczy równość $\alpha = \beta$ /rys.140/ pociąga za sobą równość $O'X = O'Y$, tak że trójkąt $XO'Y$ jest równoramienny i jego wysokość $O'C$ jest zarazem dwusieczną i środkową, skąd znowu wynika, że w trójkącie śladów XYZ wysokość ZC jest środkową, tak, że ten trójkąt jest równoramienny. Na rys.135 wykreślono słup kamienny w rzucie t.zw. dimetrycznym $(\alpha = \beta)$, ponieważ płaszczyzna uciosu jest prostopadła do P, więc wszystkie odcinki leżące w tej płaszczyźnie mają swoje rzuty aksonometryczne na śladzie tej płaszczyzny, co utrudnia należyte zrozumienie rysunku.

§ 56. Rzut izometryczny. Obydwie wyżej przytoczone wady: zbytnie nachylenie figury do płaszczyzny aksonometrji $(\alpha = \beta = \gamma = 35°)$ i prostopadłość płaszczyzn uciosu do płaszczyzny aksonometrji posiada rzut izometryczny. Wady te są jednak okupione tak ważnemi zaletami, że pomimo to rzut izometryczny ma ważne w praktyce znaczenie.

Aksonometrja nazywa się rzutem izometrycznym, gdy płaszczyzna aksonometrji P jest nachylona do wszystkich trzech osi pod tym samym kątem $\alpha = \beta = \gamma$, /Rys.126/. Trójkąt śladów jest więc równobocznym, kąty między rzutami osiowemi są równe: $\xi = \eta = \zeta = 120^\circ$



Rys. 136.

Kąty $\alpha = \beta = \gamma$ mogą być łatwo obliczone. Przyjąwszy za jednostkę długości bok $XY = YZ = ZX$ trójkąta śladów mamy z z trójkąta XYZ /Rys.126/.

$$O'X = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

a z trójkąta OXY

$O X = \frac{1}{\sqrt{2}}$, stąd

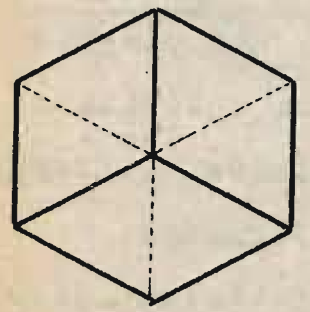
$$\cos\alpha = \cos\beta = \cos\gamma = \frac{O'X}{OX} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Podziałka kątowa redukuje się więc do jednego tylko kąta α, który wykreślamy w sposób następujący /Rys.136/. Na ramionach kąta prostego PMQ odmierzamy dowolny odcinek $MP = MQ$, który możemy np. uważać za bok trójkąta śladów, t.j. za jednostkę długości. Wtedy przeciw-prostokątna $PQ = \sqrt{2}$; odmierzając $MR = PQ = \sqrt{2}$ na MQ od punktu

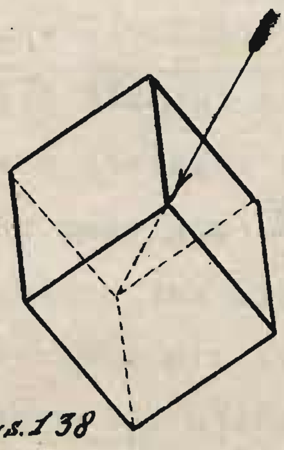
M znajdziemy: $PR = \sqrt{3}$, kąt $MRP = \arc\cos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \alpha$. Chcąc znaleść rzut izometryczny a' odcinka a leżącego na którejkolwiek z osi, odmierzamy go od punktu P na PR i znajdujemy odległość jego końca A od MP. Jeżeli, jak to najczęściej bywa, celem rysunku aksonometrycznego jest jedynie poznanie względnego położenia części figury i na podziałce nic nam nie zależy, to odmierzamy na wszystkich trzech rzutach osiowych spółrzędne niezredukowane, przez co kształt figury nie ulegnie zmianie, a tylko jej rozmiary zostaną powiększone w stosunku $\sqrt{3} : \sqrt{2}$ względem rozmiarów, którebyśmy otrzymali redukując wszystkie spółrzędne.

Wykreślenie odbywa się szczególnie łatwo, jeżeli nie kreśląc zgoła rzutów osiowych, posługujemy się rajszyną i ekierką o kątach 90°, 60° i 30° w ten sposób, że większa przyprostokątna ekierki ślizga się po brzegu rajszyny, druga przyprostokątna i przeciwprostokątna ekierki obracanej na obie swe strony dają kierunki spółrzędnych, na których odmierzamy niezredukowane ich długości.

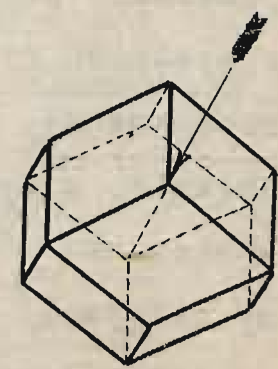
Z tego, co powiedziano w §55 wynika, że należy unikać rzutów izometrycznych takich wielościanów, których ściany lub płaszczyzny przekątne stałyby się w tym rzucie prostopadłe do płaszczyzny aksonometrji. Następujący przykład jest w tym względzie bardzo pouczający. Rys.137 jest rzutem izometrycznym dwóch zgoła różnych figur: sześcianu i dwunastościanu rombowego, których rzuty „trimetryczne" wykreślone są obok na rys.138 i 139.



Rys. 137.



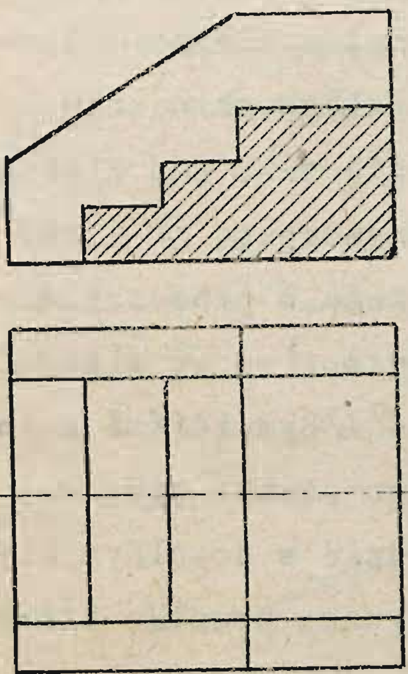
Rys. 138

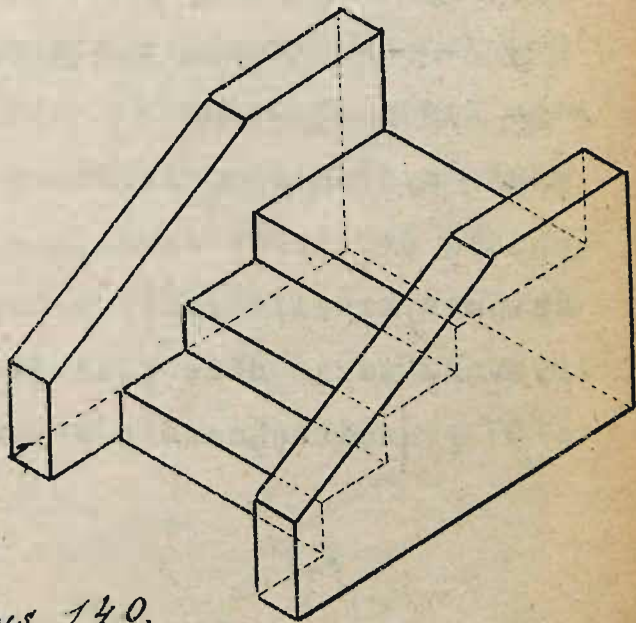


Rys. 139.

Rzut izometryczny w podobnych przypadkach jest oczywiście nie wskazany.

Gdy jednak figura nie posiada takich ścian lub ważnych płaszczyzn układu, które w rzucie izometrycznym stałyby się prostopadłe do płaszczyzny aksonometrji, a przedmiot, który rysujemy, nie należy do tych, które rzadko oglądamy z góry, to rzut izometryczny może sprawić niezłe wrażenie. Na rys.140 wykreślono np. w rzucie izometrycznym schodki złożone z trzech stopni, do których z obu stron przylegają dwie ściany.





Rys. 140.

Podziałka 1:5 Podziałka $\sqrt{3}:5\sqrt{2} = 1:4,08$.

ROZDZIAŁ VI. RZUTY UKOŚNE.

§57. Odwzorowanie punktu. Przypuśćmy teraz, że płaszczyzna rzutów P jest równoległa lub nawet przystaje do jednej z płaszczyzn spółrzędnych, np. do zx lub xy, kierunek zaś rzutów jest ukośny względem tej płaszczyzny. Wtedy mamy do czynieni z aksometrją ukośną, zwaną też rzutami ukośnemi,