KOMISJA WYDAWNICZA
TOWARZYSTWA BRATNIEJ POMOCY STUDENTÓW POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

PROF. IGNACY RADZISZEWSKI

662.7

ZBIÓR ZADAŃ
Z
HYDRAULIKI

KW BSP.

Nr. 241

WARSZAWA — 1934

WYDANO WESPÓŁ Z KOŁEM INŻYNIERJI WODNEJ
SŁUCHACZY POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

i. z. 4119

BIBLIOTEKA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ
~~S. 835.~~
C. 39219.

Komisja Wydawnicza T-wa Bratniej Pomocy Stud. Politechniki Warszawskiej oraz Koło Inżynierji Wodnej Słuch.Pol.Warsz. składają niniejszem serdeczne podziękowanie JWPanom:

Prof. IGNACEMU RADZISZEWSKIEMU, inż. STANISŁAWOWI PLEBAŃSKIEMU i inż. ZDZISŁAWOWI ADAMOWICZOWI,
za bezinteresowne opracowanie rękopisu oraz współpracę przy wydaniu niniejszej książki, której brak w polskiej literaturze technicznej dotkliwie dał się odczuć.-

Zarząd
Koła Inżynierji Wodnej
Słuch.Polit.Warsz.

Komisja Wydawnicza
Tow.Bratniej Pomocy
Stud.Polit. Warsz.

Wskazówki ogólne

Każde zadanie, niezależnie od tego, jaką postać mają wyjściowe dane, należy rozwiązać, oznaczając wielkości literami. Dopiero w końcowym wzorze literowym wstawić wartości liczbowe.

C Z Ę Ś Ć I

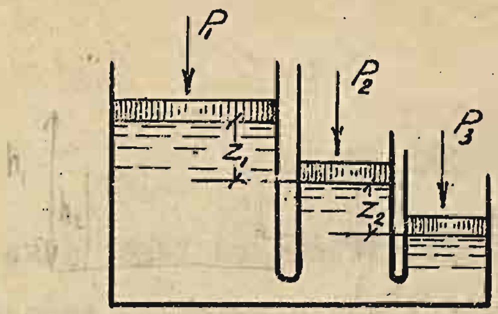
H Y D R O S T A T Y K A

Zadanie 1. W naczyniu o dnie poziomem znajduje się warstwa wody grubości 125 cm. Na wodzie pływa oliwa o grubości 235 cm. $\gamma h_1 + h_2 \gamma = P$

Jakie ciśnienie wyczuwa się na dnie naczynia, jeśli ciężar właściwy oliwy jest 0.92 g/cm^3.

Zadanie 2. Trzy tłoki o przekrojach F_1, F_2, F_3 obciążone siłami P_1, P_2, P_3 leżą na swobodnej powierzchni cieczy, jak to jest uwidocznione na rysunku.

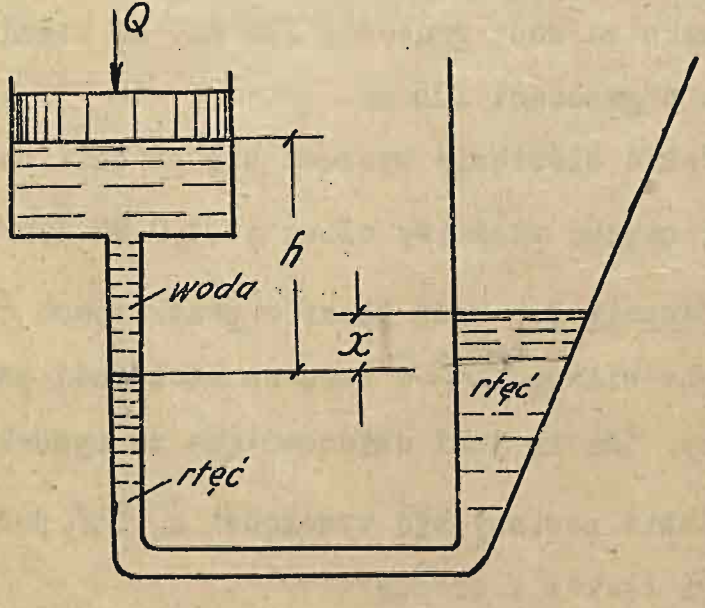
Jakie powinny być wysokości Z_1 i Z_2 podczas równowagi tłoków i cieczy?



Do zadania 2.

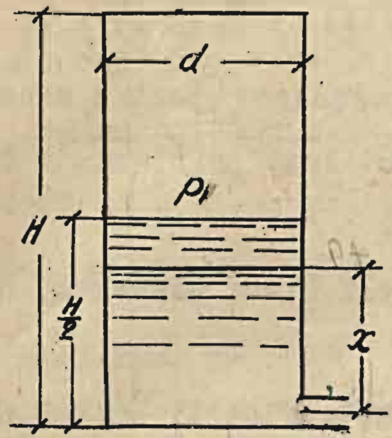
Zadanie 3. Znaleźć wysokość x, jeżeli zachodzi równowaga tłoka, którego ciężar jest Q i średnica D. Wysokość h jest zadana.

Obliczyć przy wartościach: Q = 420 kg. D = 20 cm. h = 0.3 m.



Do zadania 3.

Zadanie 4. W zamkniętem naczyniu cylindrycznem o wysokości H i średnicy d, napełnionem do połowy wodą, mamy ciśnienie p_1. Przy dnie naczynia znajduje się mały otwór, przez który wylewa się woda.



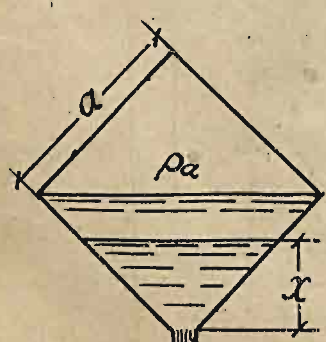
Do zadania 4.

Znaleźć, na jakiej wysokości x zatrzyma się w naczyniu woda po wylaniu się jej części.

Przyjąć wartości: $H = 3.2$m, $d = 0.9$m. $p_1 = 1.5$ atm. ponad ciśnienie zewnętrzne.

Temperatura powietrza w naczyniu jest stała.

Zadanie 5. Z naczynia pryzmatycznego o przekroju kwadratowym, napełnionego cieczą do połowy, ciecz wylewa się przez otwór wykonany na dolnej krawędzi. Jak opadnie zwierciadło cieczy w naczyniu, jeżeli na początku wypływu ciśnienie wewnątrz naczynia



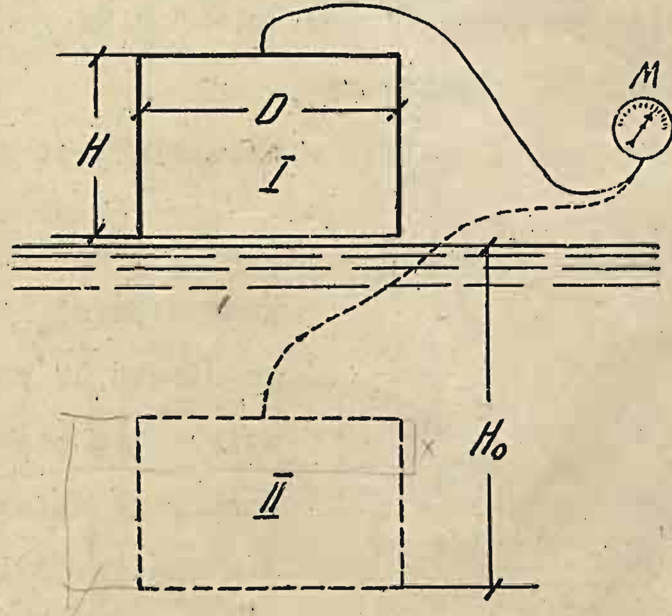
Do zadania 5.

jest to samo, co i nazewnątrz.

Zadanie 6. Klosz cylindryczny o $\phi = D$ i wysokości H, u dołu otwarty, połączony jest z manometrem M bardzo cienką rurką. Przy położeniu I klosza manometr wskazuje O atm.

Co manometr wskaże, jeżeli klosz zanurzymy na głębokości $H_0 m$?

Obliczyć wskazanie manometru, jeżeli H_0 = 3.8cm. H = 30 cm.

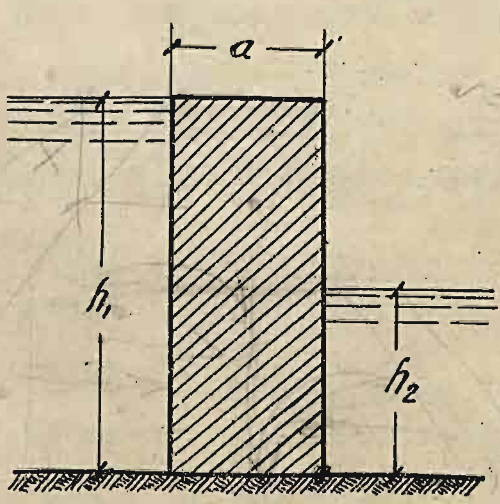


Do zadania 6.

Zadanie 7. Znaleźć parcie wody morskiej na pionową ścianę szer. 10 m. /= a/ przy głębokości wody 4,5m /= H/ Ciężar właściwy wody morskiej γ = 1,025.

Zadanie 8. Znaleźć parcie wody na płaską ścianę pochyloną do poziomu pod kątem 60°. Szer. ściany a = 2,5m., głębokość wody H = 3,2m.

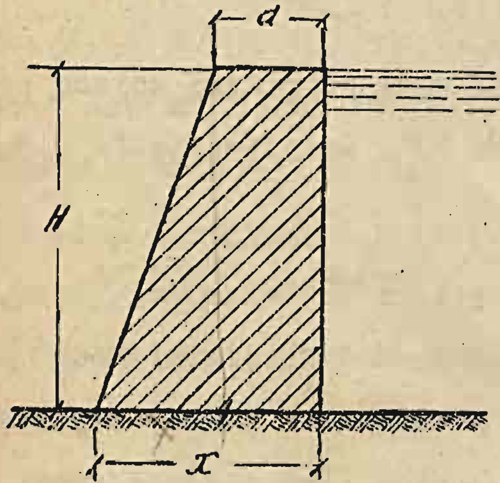
? Zadanie 9. Znaleźć spółczynnik stateczności x/ ściany o szer. a = 2.5m., dzielącej dwa zbiorniki wody morskiej /γ = 1025 kg/m^3/ o poziomach z jednej strony h_1 = 4,5m., z drugiej strony h_2 = 1,8m. od spodu ściany. Sciana wykonana z materjału, którego γ_0 = 2400 kg/m^3.



Do zadania 9.

x/ Spół. stateczności naz. stos. mom. statycznego opierającego się wywróceniu do mom. statycz. wywracającego.

Zadanie 10. Mur o wysokości H=4m. ma przekrój trapezu, którego bok górny jest a = 1,2 m,

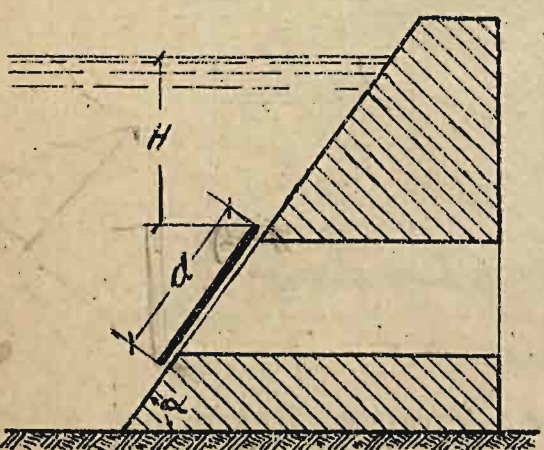


Do zadania 10.

Znaleźć, jaka powinna być grubość muru u podstawy, aby mur 1/ nie był wywrócony, 2/ ani też zesunięty przez parcie wody, której powierzchnia sięga wierzchu ściany. Ciężar właściwy muru przyjąć γ = 2100kg/m^3

Spółczynnik tarcia muru o mur μ = 0,75

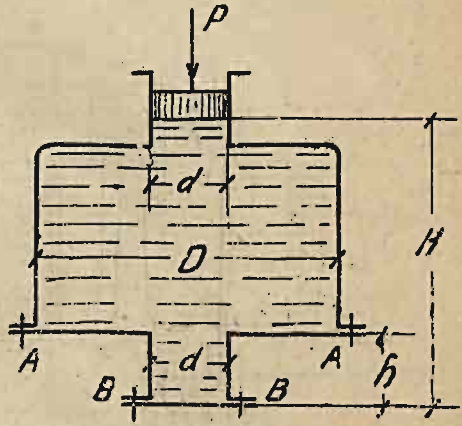
Zadanie 11. Znaleźć parcie wody na kwadratową płytę, zamykającą otwór w ścianie pochylonej pod kątem α=45°do poziomu. Górna krawędź płyty znajduje się na głębokości H=2,8m. Sama zaś płyta ma w boku a= 0,9m.



Do zadania 11.

Zadanie 12. Naczynie o średnicy D zaopatrzone jest w górną i dolną szyjkę o średnicy d.

Naczynie jest całkowicie napełnione cieczą o cięż. właściwym γ. Górna szyjka jest zamknięta tłokiem, na który działa siła P kg. Znaleźć wartość siły rozciągającej śruby założone w kołnierzach A-A i w kołnierzach B-B.



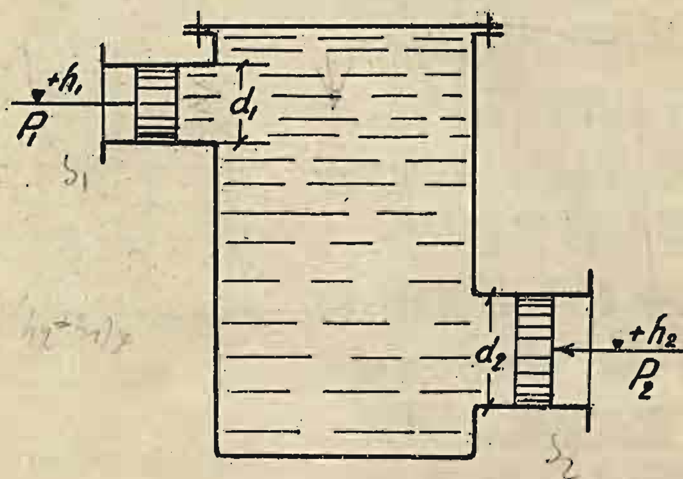
Do zadania 12.

Zadanie 13. Naczynie zamknięte, napełnione jest cieczą całkowicie. Naczynie to posiada dwa króćce cylindryczne o średnicach d_1 i d_2 na różnych poziomach $+h_1$, $+h_2$.

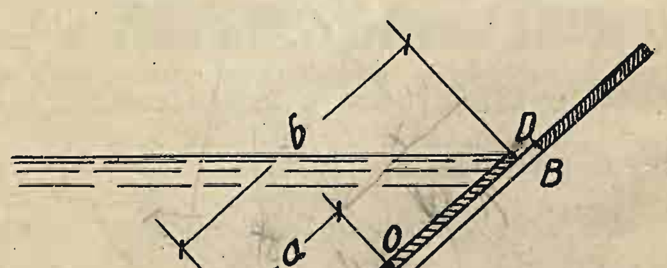
Na tłok górny działa siła P_1. Jaką należy przyłożyć siłę P_2 do drugiego tłoka, aby istniała równowaga?

robić

Zadanie 14. Otwór prostokątny AB jest zasłonięty stawidłem CD też prostokątnem, które może obracać się około osi poziomej O. Wysokość stawidła jest b. Znaleźć, gdzie należy umieścić oś O, aby przy podniesieniu się zwierciadła wody do górnej krawędzi D stawidła, to ostatnie samo się obróciło, wypuszczając nadmiar wody?

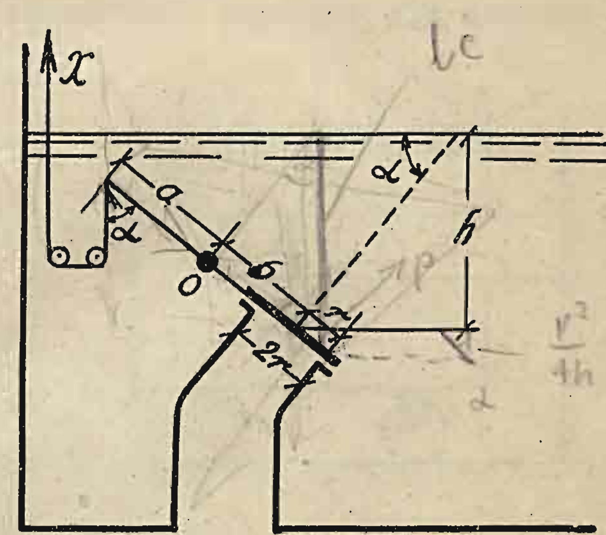


Do zadania 13.



Do zadania 14.

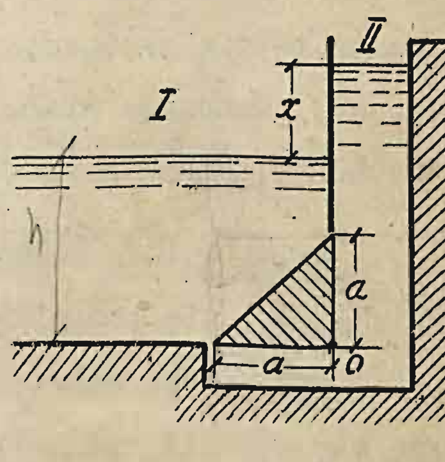
Zadanie 15. Wylot z naczynia zamknięty jest klapą okrągłą o ciężarze G, obracającą się około osi O. Znaleźć siłę „X" potrzebną do otworzenia klapy. Wymiary podane są na rysunku.



Do zadania 15.

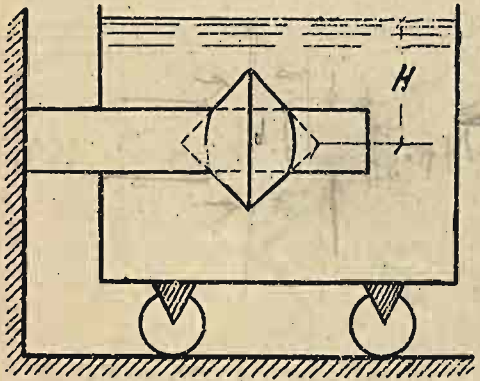
Zadanie 16. Część dna i część ścianki naczynia I, oddzielających je od naczynia II zastąpiona jest graniastosłupem o podstawie trójkątnej, mogącym obracać się około osi O.

Jaka powinna być wysokość X, aby graniastosłup był w spoczynku?



Do zadania 16.

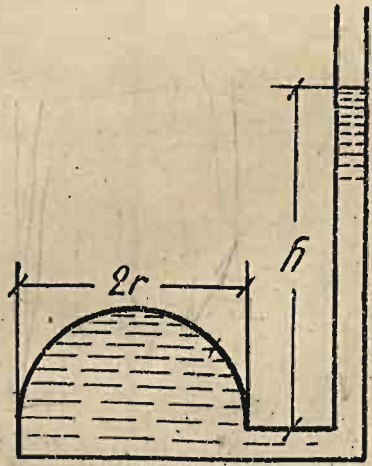
<u>Zadanie 17.</u> W naczyniu, napełnionem wodą mogącem się poruszać bez tarcia na kółkach po torze poziomym, w ściance bocznej znajduje się otwór kwadratowy o boku a. Środek otworu znajduje się na głębokości H. Przez ten otwór przesunięty jest pręt kwadratowy dokładnie dopasowany do otworu. Na pręcie, w pewnej odległości od końca znajduje się podwójny stożek nasadzony na pręt. Średnica podstawy stożka jest d, wysokość każdego stożka jest h. Znaleźć, czy równowaga naczynia będzie zachowana i jaką należy przyłożyć siłę, aby równowaga miała miejsce. Wartości są dane: a = 005 m; d=0.2 m.; h=0.24m.; H=1,8m.



Do zadania 17.

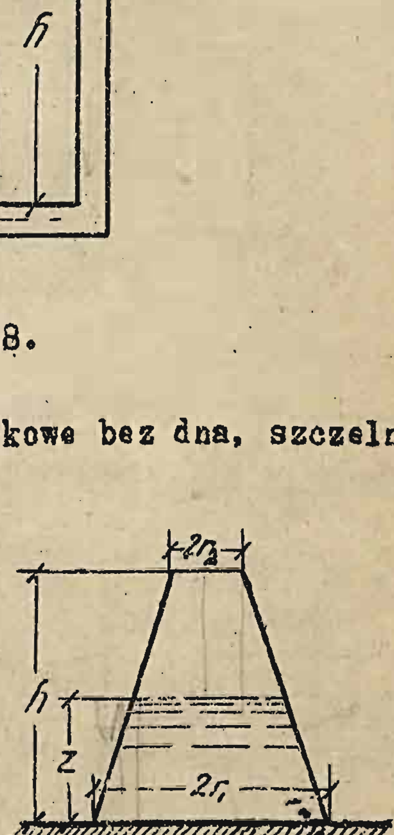
<u>Zadanie 18.</u> Półkula, o średnicy wewnętrznej $2r$ znajduje się pod ciśnieniem słupa h rtęci. Znaleźć, jak wysoko należy wypełnić rtęcią rurkę pionową, aby półkula była oderwana. Grubość ścianki = δ, wytrzymałość zaś materjału na rozerwanie = k_z.

Wstawić wartości $r=0,10$m, $\delta=1,5$mm. $k_z=4000$kg/cm^2, rtęć cięższa od wody 13,6 razy.



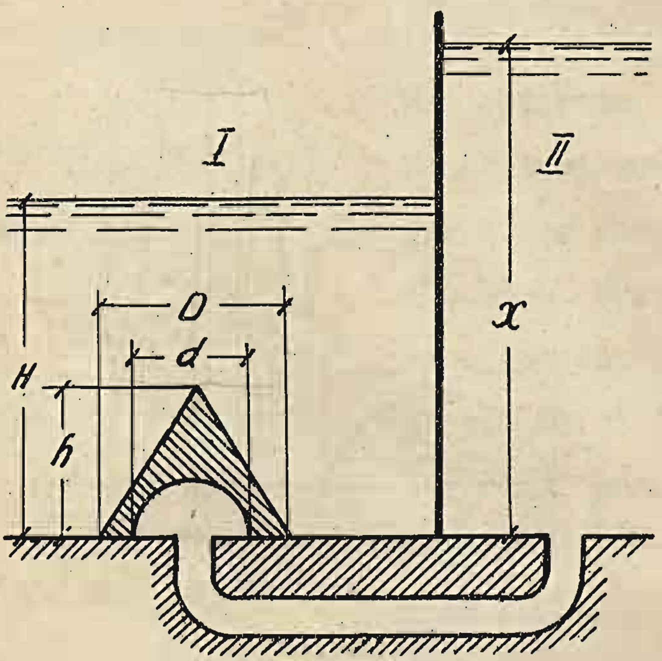
Do zadania 18.

Zadanie 19. Naczynie stożkowe bez dna, szczelnie przylega do płaszczyzny poziomej. Znaleźć, do jakiej wysokości Z należy nalać wodę do naczynia, aby pod parciem wody naczynie zostało podniesione. Ciężar naczynia $= C$.



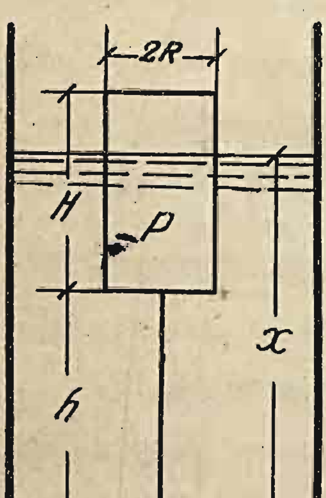
Do zadania 19.

Zadanie 20. Jak wysoko należy nalać wody do zbiornika II, aby zawór o ciężarze C i wymiarach, jak na rys., mógł być podniesiony przez wodę? Zawór jest stożkowy z wewnętrznem wycięciem kulistem.



Do zadania 20.

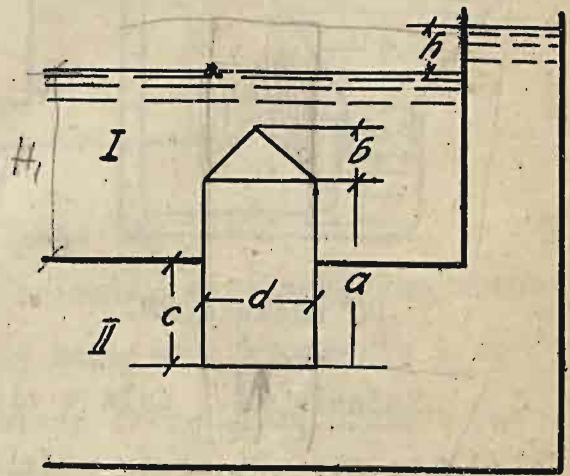
Zadanie 21. Otwór w poziomem dnie naczynia jest zamknięty wentylem w kształcie półkuli o promieniu r. Wentyl zawieszony jest na bardzo cienkim drucie do pływaka P w kształcie cylindra o promieniu R i wysokości H. Ciężar pływaka, drutu i wentyla wynosi C. Do naczynia dolewamy wodę. Znaleźć: 1/ do jakiej wysokości X należy na-



Do zadania 21.

lać wodę, aby pływak mógł podnieść wentyl, oraz 2/ znaleźć najmniejszą wartość H, aby podniesienie wentyla było jeszcze możliwe.

Zadanie 22. Ciało cylindryczne, zakończone stożkiem, wstawione jest w otwór dna w naczyniu I. To naczynie wstawione jest w drugie naczynie, napełnione tą samą cieczą. Różnica poziomów cieczy w naczyniach jest h. Zachodzi równowaga. Znaleźć ciężar ciała:

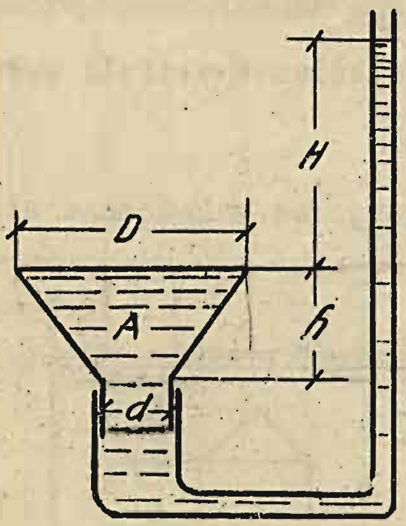


Do zadania 22.

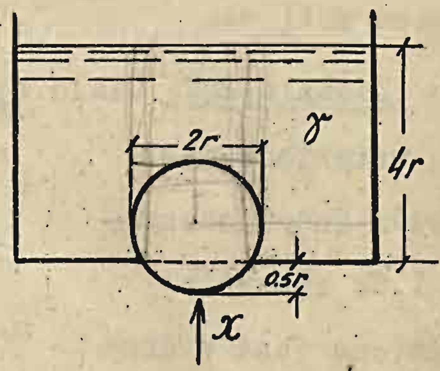
1/ jeżeli w naczyniu jest woda, 2/ jeżeli jest to oliwa.
$d = 0{,}05$m. $a = 0.18$m. $c = 0.10$m. $b = 0.06$m. $h = 0.25$m.

Zadanie 23. Pusty tłok A /wagi jego nie uwzględniamy/, znajduje się w równowadze wówczas, kiedy $H = 6h$. Znaleźć, jaki wtedy winien zachodzić stosunek między średnicą d i D?

BIBLJOTEKA POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ



Do zadania 23.

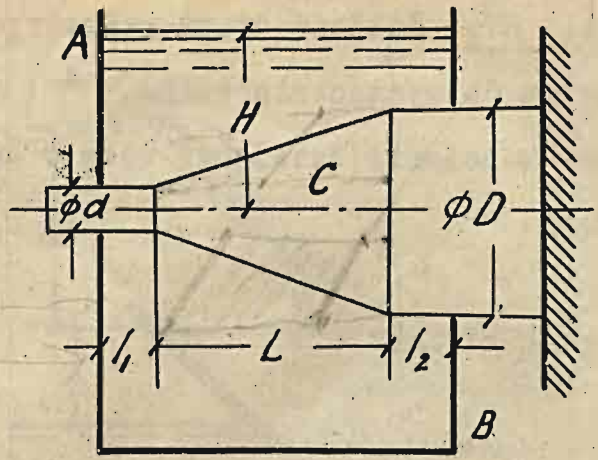


Do zadania 24.

Zadanie 24. Kula o ciężarze C i średnicy $2r$ zamyka okrągły otwór w dnie. Znaleźć siłę X, potrzebną do podniesienia kuli, jeżeli w naczyniu jest woda do wysokości $4r$. Dno jest bardzo cienkie.

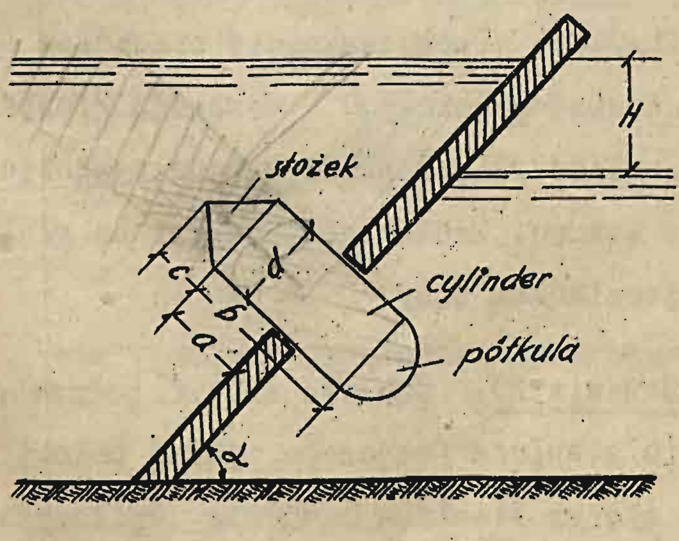
Zadanie 25. Co się stanie z naczyniem AB zawieszonem na kołku C, jeżeli naczynie napełnimy do połowy kołka /do osi/ rtęcią, a resztę wodą?

Jaką siłę należy zastosować, aby naczynie pozostało w miejscu.



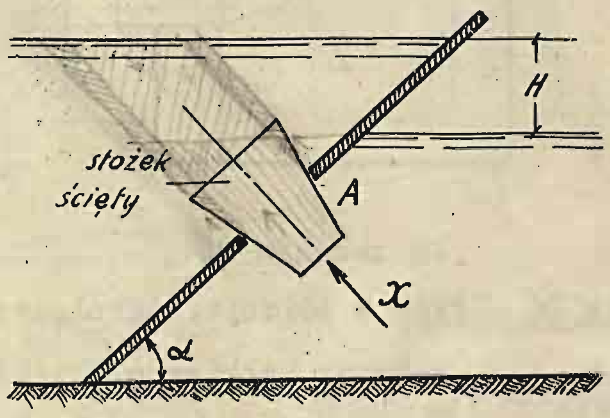
Do zadania 25.

Zadanie 26. Otwór w ścianie, dzielącej dwa zbiorniki z wodą, jest zatkany kołkiem o kształcie i wymiarach jak na rys. Znaleźć drogę geometryczną parcie obydwóch cieczy na kołek.



Do zadania 26.

Zadanie 27. Znaleźć drogą geometryczną siłę X potrzebną do wyrzucenia kołka A z otworu o średnicy d w ścianie, dzielącej wodę o dwóch zwierciadłach.

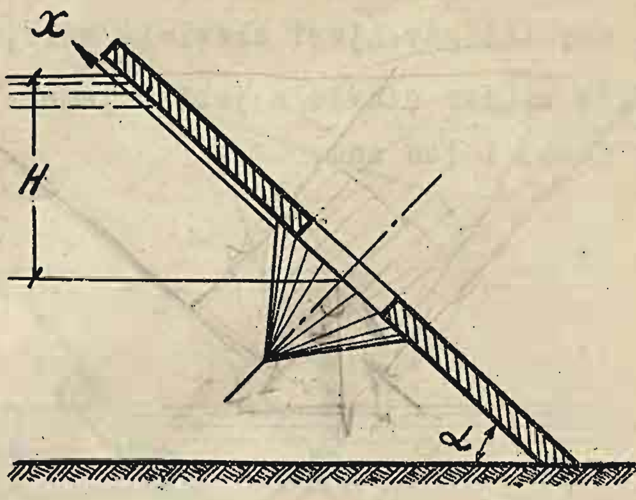


Do zadania 27.

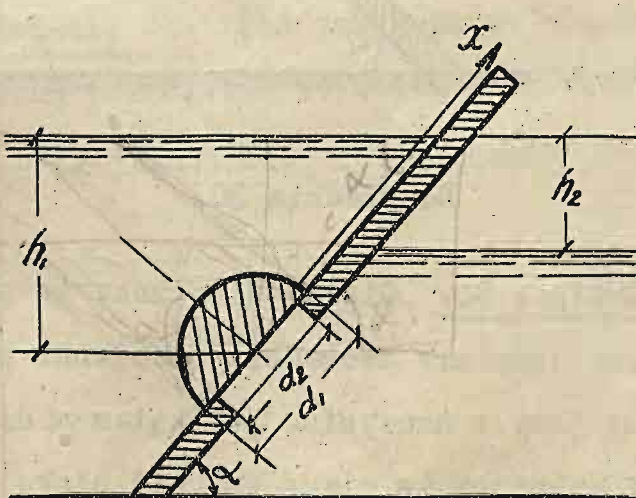
Zadanie 28. W pochyłej ścianie bocznej zbiornika jest otwór zamknięty stawidłem stożkowem /średnica podstawy D, wysokość h, ciężar C./

Znaleźć siłę X potrzebną do zesunięcia stawidła z otworu. Środek otworu jest na głębokości H pod zwierciadłem wody.

Zadanie 29. Znaleźć siłę X potrzebną do zesunięcia stawidła /mającego postać pełnej półkuli/ jeżeli ciężar stawidła C =100kg. Spółczynnik tarcia = 0.18. $\sphericalangle\alpha$=45, h_1=4,5m. h_2=2.5m. d_1= 0.4m. d_2= 0.3m.

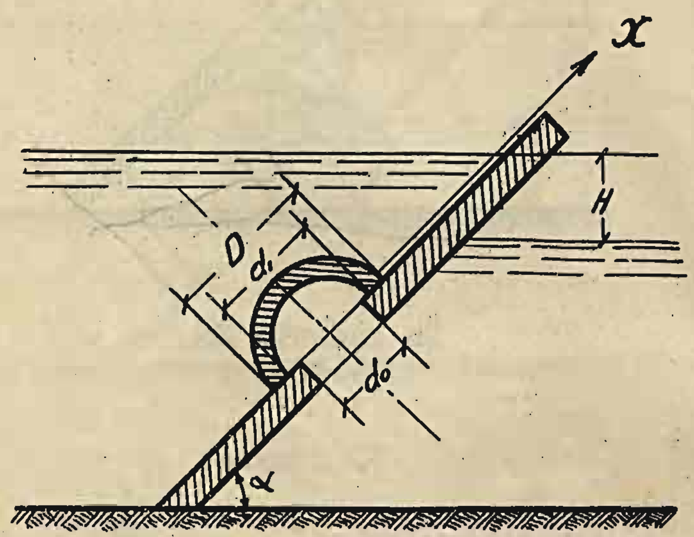


Do zadania 28.



Do zadania 29.

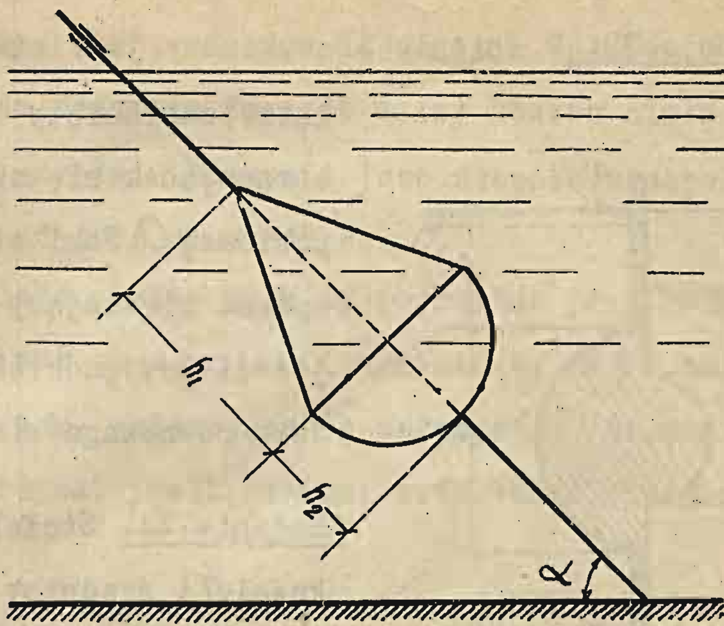
Zadanie 30. Kiedy siła X będzie większa, czy gdy $d_1 = 0$, czy też, gdy d_1 jest niewiele mniejsze od D. Zakładamy, że ciężar stawidła jest w jednym i drugim przypadku jeden i ten sam.



Do zadania 30.

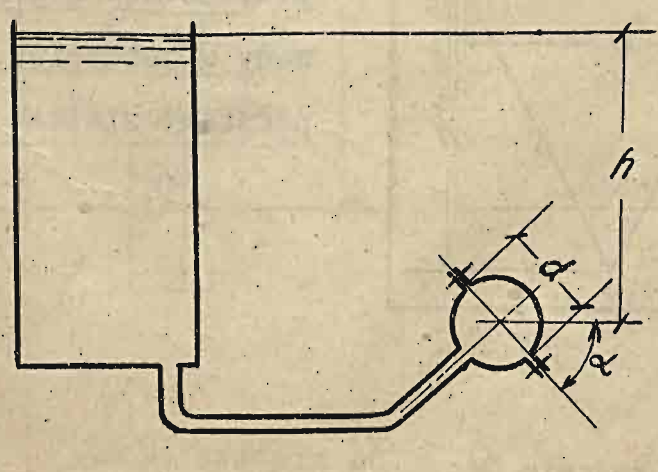
Zadanie 31. Ciało, utworzone ze stożka i półkuli, jest nadziane swobodnie na cienki pręt. Pręt umocowany jest w naczyniu, pod kątem α do poziomu. Nalewamy do naczynia ciecz tak, iż ciało jest całkowicie zanurzone.

Co się stanie z ciałem, którego ciężar jest G? W szczególnym przypadku: $h_1 = 10$ cm., $h_2 = 6$ cm. $\alpha = 30^0$, $G = 12$ kg. Spółczynnik tarcia $\mu = 0.7$



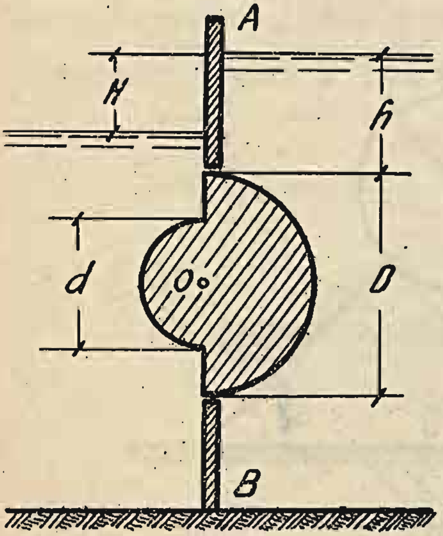
Do zadania 31.

Zadanie 32. Pod jakim kątem α należy dać płaszczyznę połączenia obydwóch półkul, aby śruby łączące były jaknajmniej rozciągane?



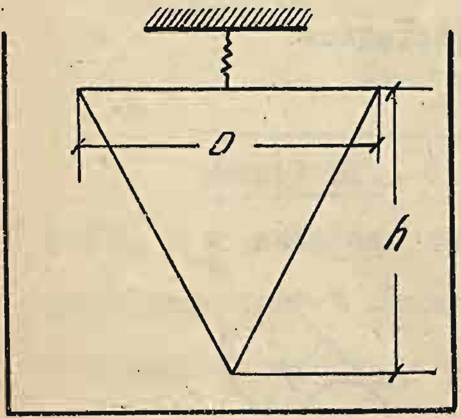
Do zadania 32.

Zadanie 33. W ścianie AB wykonany jest otwór prostokątny, zasłonięty stawidłem, obracającem się około osi poziomej O. Jaki otrzyma się moment obracający stawidło jeżeli przypadkiem nie zajdzie równowaga stawidła?



Do zadania 33.

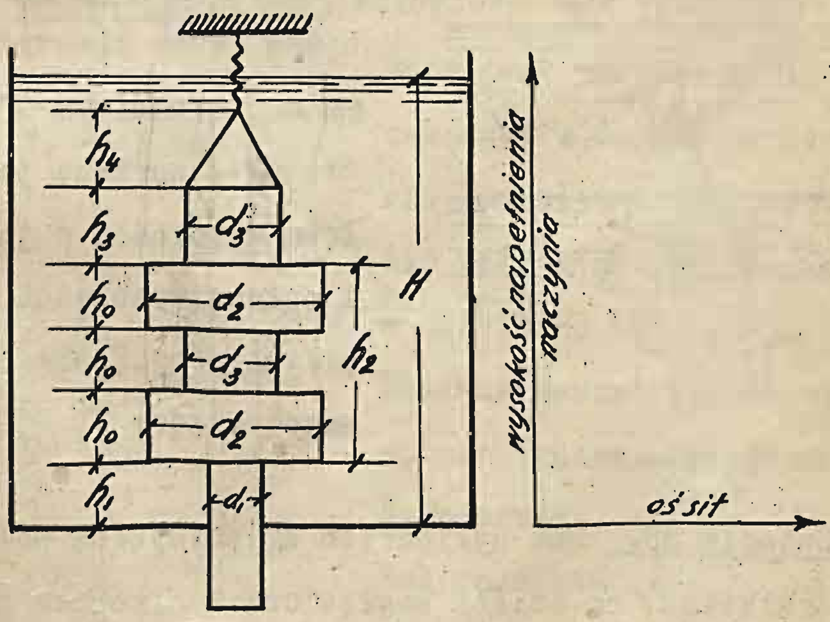
Zadanie 34. Stożek o wysokości h i średnicy podstawy D jest zawieszony w naczyniu, do którego nalewamy wodę. Wyznaczyć równanie krzywej, według której zmienia się wypór w miarę podnoszenia zwierciadła wody w naczyniu, aż do podstawy stożka.



Do zadania 34.

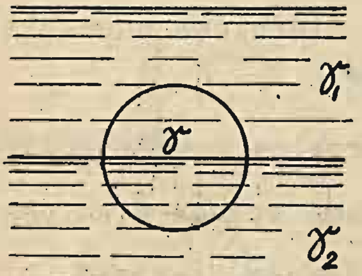
Zadanie 35. Ciało o kształcie podanym wstawione jest do naczynia tak, że dolny koniec ciała przechodzi przez dno. Naczynie jest stopniowo napełniane wodą, od zera do wysokości H.

Znaleźć, jakie siły są potrzebne przy różnych wysokościach napełnienia i wykonać wykres w osiach spółrzędnych, wskazujący tę zależność. Jak się zmieni krzywa, jeśli zamiast wody wziąć ciecz cięższą?



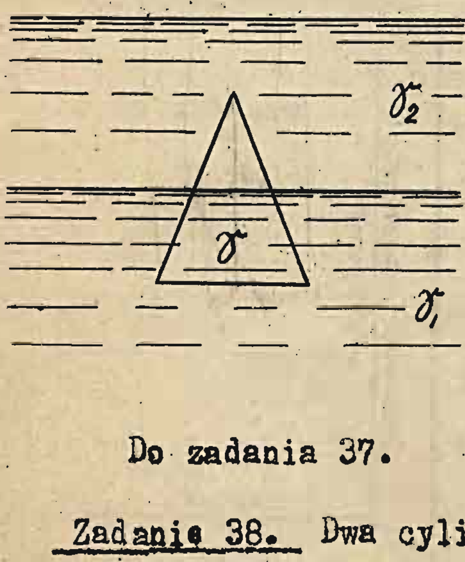
Do zadania 35.

Zadanie 36. Kula o ciężarze właściwym γ pływa w cieczach, których ciężary właściwe są: γ_1 i γ_2. Środek kuli znajduje się w płaszczyźnie zetknięcia się obydwóch cieczy. Jaki zachodzi stosunek między γ, γ_1 i γ_2.



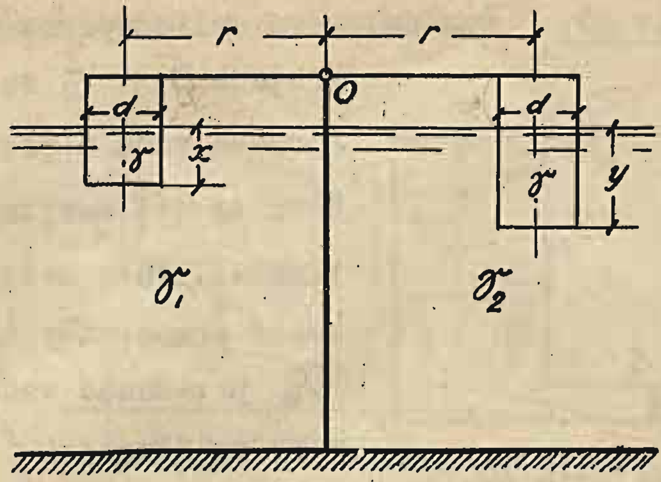
Do zadania 36.

Zadanie 37. Stożek o ciężarze właściwym γ pływa wewnątrz dwóch cieczy o ciężarze właściwym γ_1 i γ_2. Stożek zanurzony jest połową wysokości w jednej i połową wysokości w drugiej cieczy. Znaleźć stosunek między γ, γ_1 i γ_2



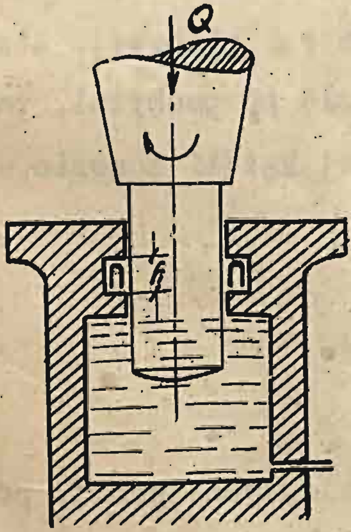
Do zadania 37.

Zadanie 38. Dwa cylindry o średnicy d są połączone drążkiem $2r$ na osi O i zagłębione w cieczach o γ_1 i o γ_2 ciężarze właściwym, jak na rys. Znaleźć $\frac{x}{y}$ gdy drążek jest poziomy. Ciężar właściwy naczyń $= \gamma$.



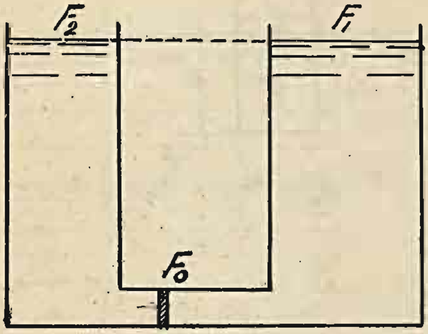
Do zadania 38.

<u>Zadanie 39.</u> Czop sztorcowy wału podtrzymywany jest parciem wody, zawartej w dolnem naczyniu zamkniętem. Przy obrocie wału zachodzi tarcie w kołnierzu skórzanem. Znaleźć moment tarcia wywołanego uszczelniającym kołnierzem. Wał ma ciężar Q. Średnica czopa d.



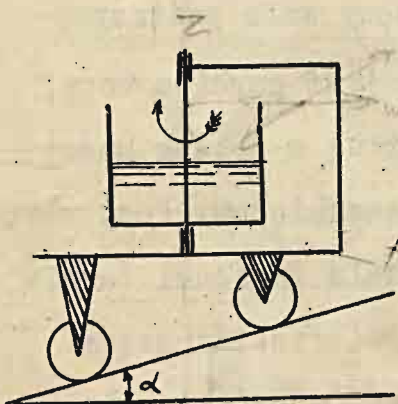
Do zadania 39.

Zadanie 40. Dwa naczynia cylindryczne o przekrojach F_1 i F_2 są połączone rurą o przekroju F_0. W rurze tej znajduje się tłoczek. Jaką należy wykonać pracę, aby tłoczek F_0 przesunąć wzdłuż rury na długości l?



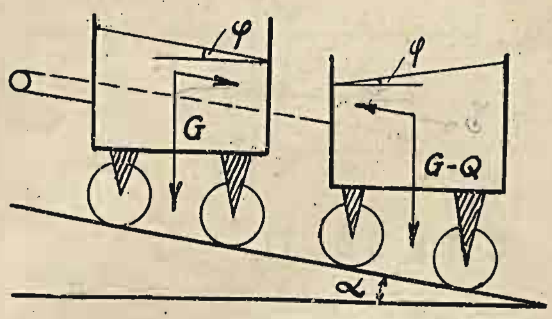
Do zadania 40.

Zadanie 41. Znaleźć kształt powierzchni jednakowego ciśnienia, kiedy naczynie, obracające się około osi pionowej, stacza się po pochylni, tworzącej kąt α z poziomem.



Do zadania 41.

Zadanie 42. Na dwóch równoległych torach, pochylonych do poziomu pod kątek α, toczą się dwa zbiorniki, napełnione wodą. Jeden z nich cięższy, który opada w dół, waży G kg., drugi jest o Q kg. lżejszy i jest podnoszony. Znaleźć kształt swobodnaj powierzchni w naczyniach.

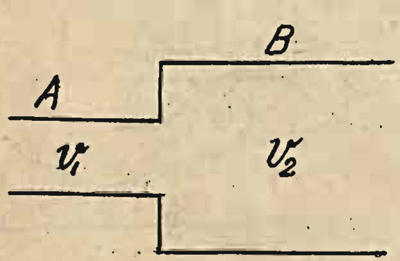


Do zadania 42.

CZĘŚĆ II

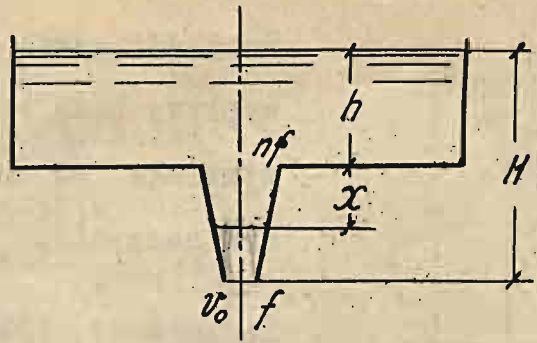
HYDRODYNAMIKA

Zadanie 43. W rurze poziomej znajduje się raptowne rozszerzenie przekroju. Jaka będzie różnica ciśnień w A i B, jeżeli nie uwzględnimy tarcia?



Do zadania 43.

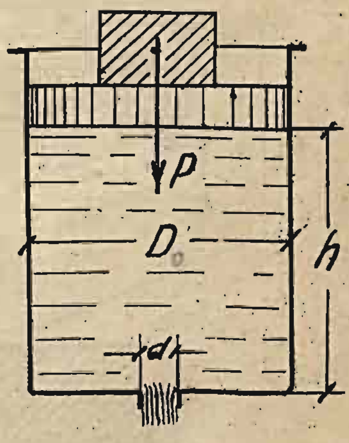
Zadanie 44. Wyznaczyć zależność ciśnienia wody przepływającej ze zbiornika przez krótki stożkowy przewód, w odległości x, jeżeli przekrój przewodu u wylotu jest f, zaś u nasady nf. Przewód ma oś pionową. Ciecz doskonała. Pokazać tę zależność na wykresie dla dowolnie obranych wartości liczbowych.



Do zadania 44.

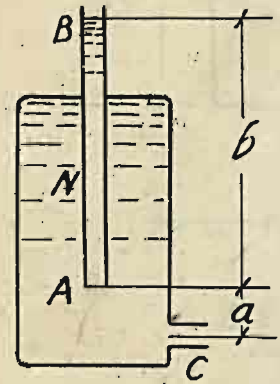
Zadanie 45. W dnie cylindra o ϕ D_0=200 mm. znajduje się otwór o średnicy d = 20 mm. W cylindrze umieszczono tłok, na który nałożono ciężar. Tłok z ciężarem waży razem P kg. Tłok może posuwać się w cylindrze, bez tarcia. Początkowe położenie tłoka jest h = 2 m. nad dnem. Podać zależność prędkości wypływu od położenia tłoka.

2



Do zadania 45.

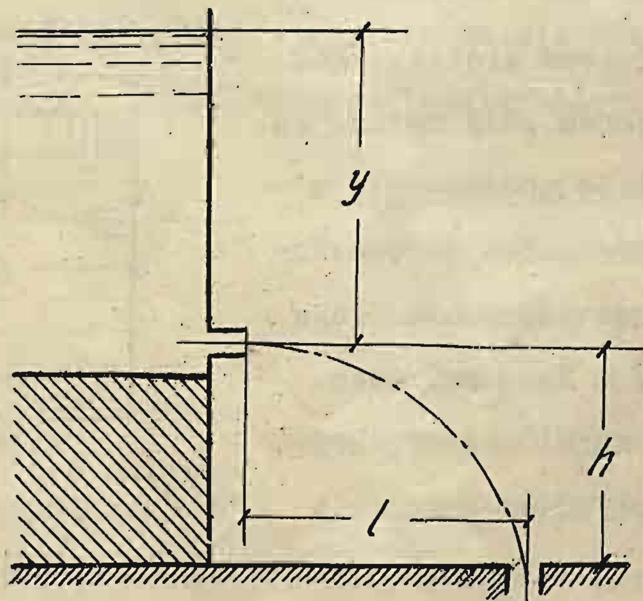
Zadanie 46. /Butelka Mariotte'a/. Naczynie N jest całkowicie napełnione wodą i szczelnie zamknięte. Z naczynia wystaje rurka AB otwarta z obydwóch końców. Przez otwór C woda może wylewać się



Do zadania 46.

Znaleźć, jakie prędkości wypływu będą od początku zjawiska, aż do opróżnienia naczynia.

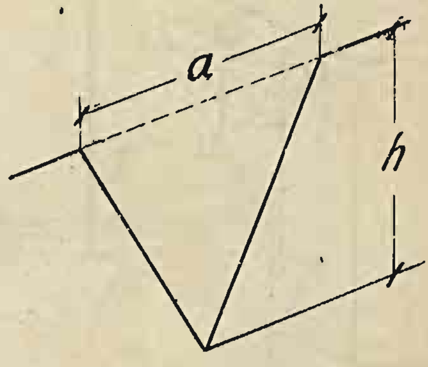
Zadanie 47. Jak wysoko powinno być napełnione naczynie, aby strumień wody wpadł do otworu w stole? Dane są; h = 0.8 m. i l = 1.2 m.



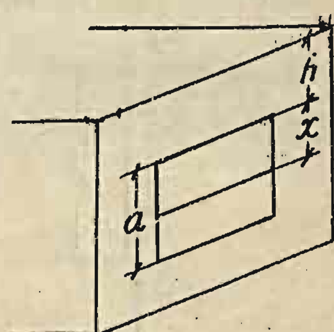
Do zadania 47.

Zadanie 48. W ścianie pionowej naczynia jest trójkątny równoramienny otwór. Znaleźć wydatek wody przez ten otwór, jeśli górny bok otworu znajduje się na poziomie cieczy?

<u>Zadanie 49.</u> Należy w prostokątnym otworze o wysokości a pomieścić przegródkę poziomą, którąby dzieliła wydatek wody przez otwór na dwie równe części. Znaleźć odległość x tej przegródki od górnej krawędzi otworu. Czy ta odległość zmieni się, jeśli otwór będzie wykonany w ściance niżej, niż poprzednio?

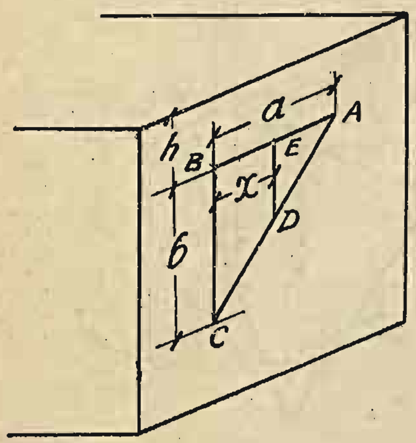


Do zadania 48.

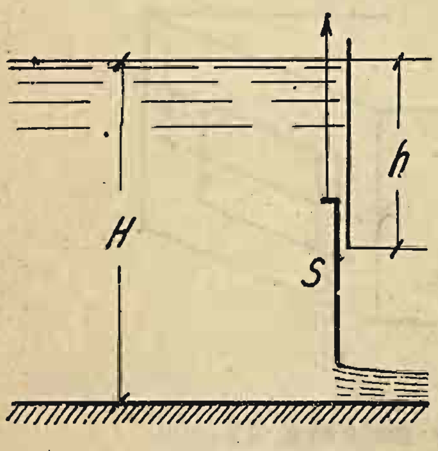


Do zadania 49.

<u>Zadanie 50</u> W ściance bocznej naczynia wykonano otwór trójkątny, z kątem prostym. Znaleźć odległość x, w której należałoby poprowadzić przegródkę pionową, dzielącą wydatek przez otwór trójkątny na dwie równe części.



Do zadania 50.



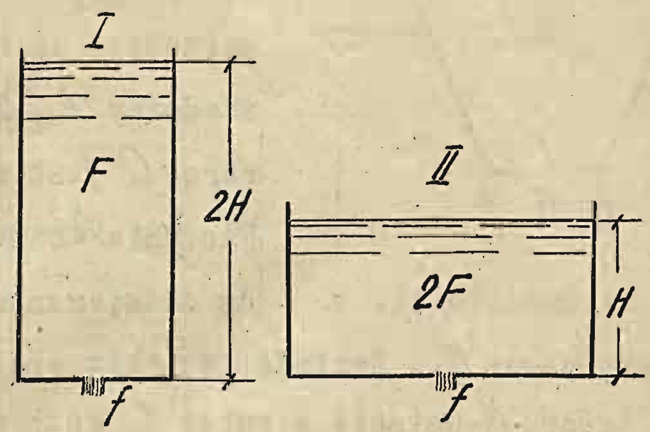
Do zadania 51.

Zadanie 51. Stawidło S, zamykające otwór prostokątny o szerokości b i wysokości $(H-h)$ jest podnoszone z prędkością stałą C ku górze. Ile wody wypłynie przez ten otwór do chwili kiedy stawidło usunie się z otworu.

Zadanie 52. Które z tych naczyń prędzej się opróżni? W jakim stosunku będą czasy, potrzebne do opróżnienia tych naczyń?

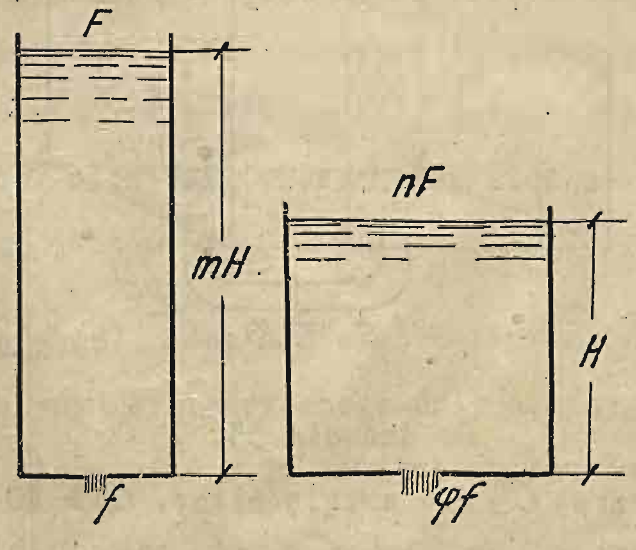
Zadanie 53. Mamy dwa naczynia cylindryczne, o przekrojach i wysokościach jak na rysunku. Dane są m, n. Znaleźć φ, przy którem obydwa naczynia jednocześnie się opróżnią.

Zadanie 54. Naczynie stożkowe $\varnothing\varnothing D$ i d, wy- / ma otwór w dnie o przekroju f. Naczynie to wstawione jest do wielkiego zbiornika z wodą tak,

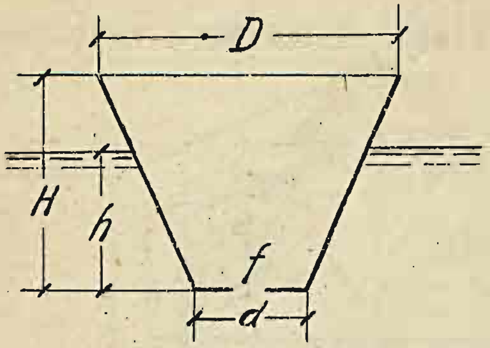


Do zadania 52.

iż dno naczynia znajduje się na stałej głębokości h pod powierzchnią wody w zbiorniku. Znaleźć, kiedy w naczyniu stanie woda na tym samym, co i nazewnątrz poziomie.

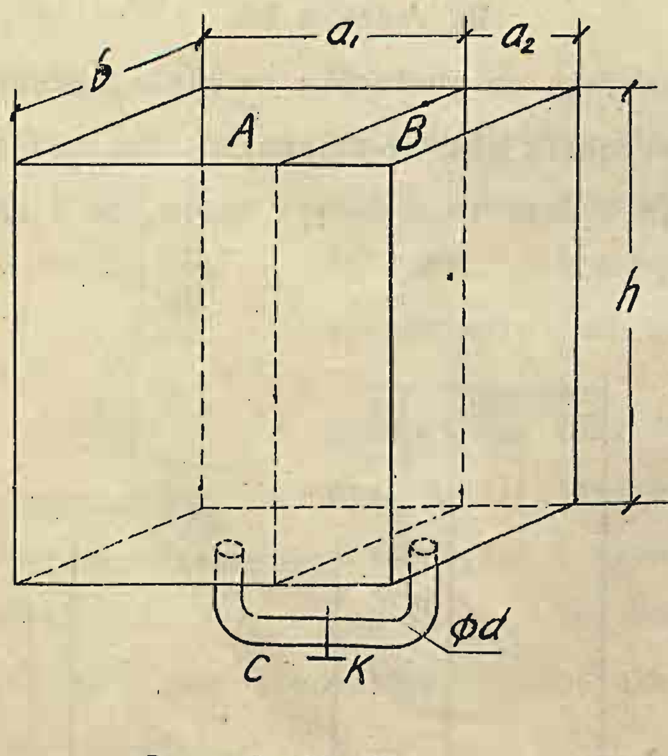


Do zadania 53.



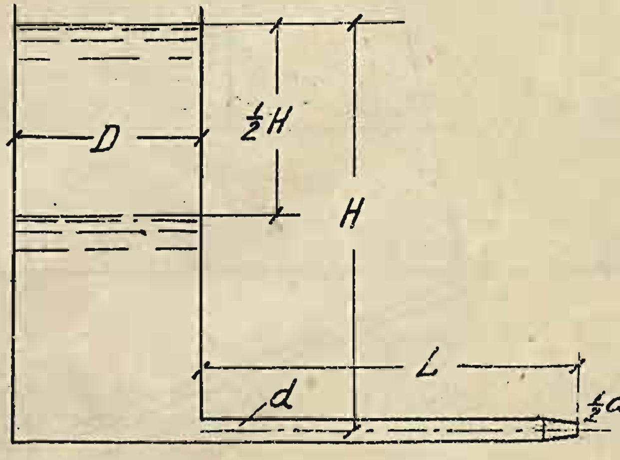
Do zadania 54.

Zadanie 55. Dwa naczynia prostościenne A i B połączone są rurką C o średnicy d. Zawór K na rurce C jest zamknięty. Naczynie A napełniamy wodą do wierzchu, poczem otwieramy zawór K. Znaleźć, w jakim czasie po otwarciu zaworu K ustanie w rurce C ruch wody. Oporów w rurce C nie uwzględniamy. $a_1 = 80$ cm. $a_2 = 15$ cm. $h = 90$ cm. $d = 2$ cm. $b = 40$cm.



Do zadania 55.

Zadanie 56. Kiedy to naczynie cylindryczne opróżni się do połowy wysokości?

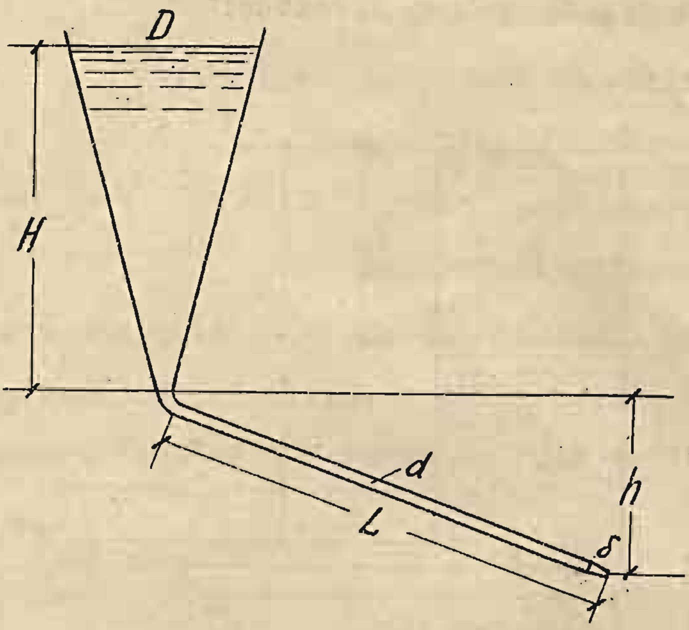


Do zadania 56.

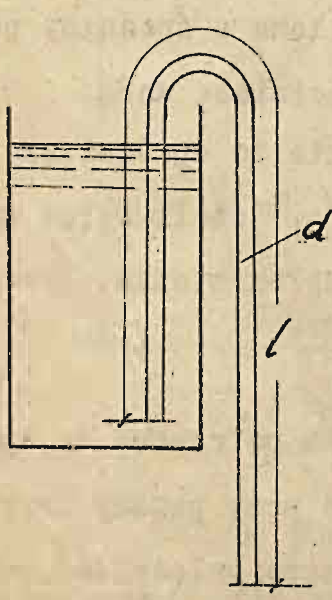
Zadanie 57. Naczynie stożkowe o średnicy podstawy D i wysokości H jest napełnione wodą.

Znaleźć czas, kiedy naczynie to opróżni się rurą o długości L i średnicy d, jeżeli wylot znaduje się o h niżej niż wierzchołek stożka. Średnica zwężki jest δ.

Zadanie 58. Znaleźć czas potrzebny do opróżnienia naczynia cylindrycznego przy pomocy rurki o $\phi = D$ i długości l. Co jeszcze należy dać, aby można na to pytanie odpowiedzieć?



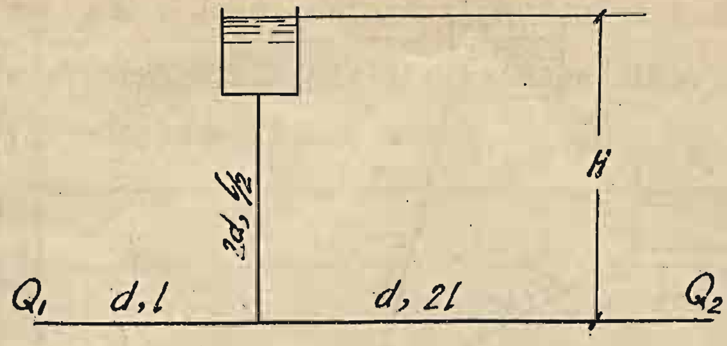
Do zadania 57.



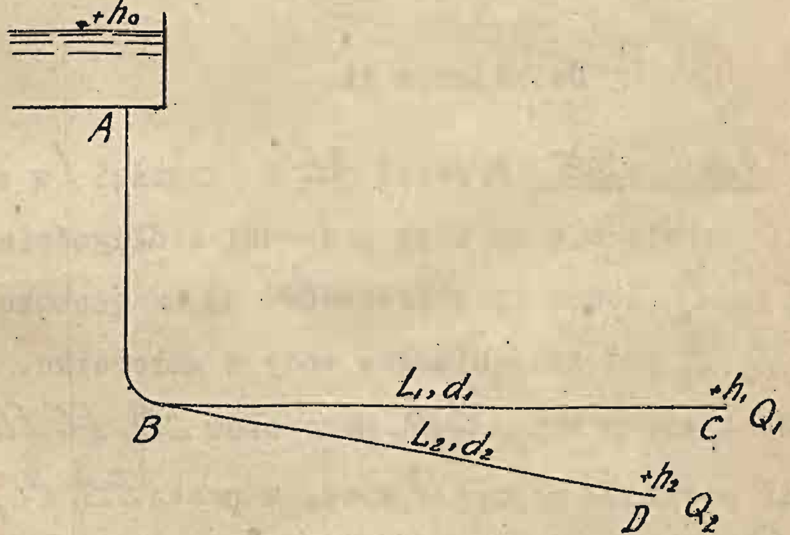
Do zadania 58.

Zadanie 59. Dane są l, d i H. Znaleźć wydatki Q_1 i Q_2.

Zadanie 60. Znaleźć wydatki wody Q_1 i Q_2 w punktach C i D, jeżeli rzędne zwierciadła wody w zbiorniku, środka otworu wylotowego w C i D są: $+h_0$, $+h_1$, $+h_2$. Średnice i długości przewodów BC, BD są d_1, L_1 oraz d_2, L_2.

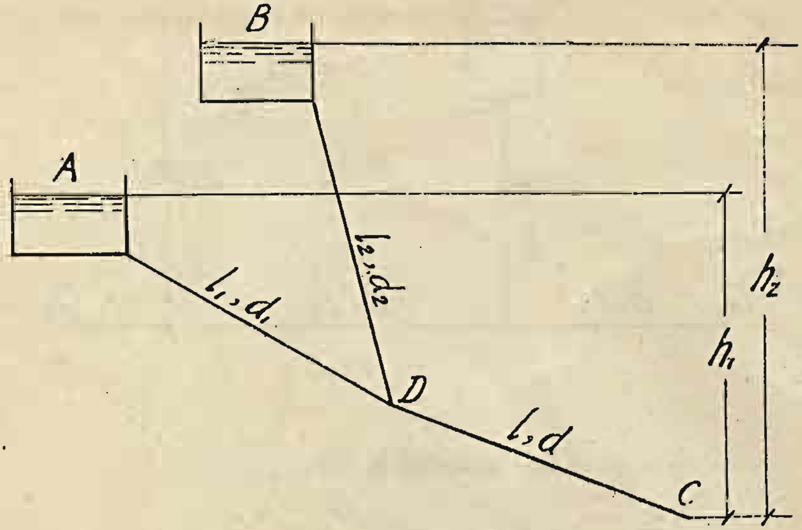


Do zadania 59.



Do zadania 60.

Zadanie 61. Z dwóch zbiorników A i B płynie woda do węzła D i stąd do wylotu w C. Dane są: l_1, l_2, l, średnice d_1, d_2, d, oraz h_1 i h_2. Znaleźć ile wody płynie każdym z przewodów AD, BD, DC?



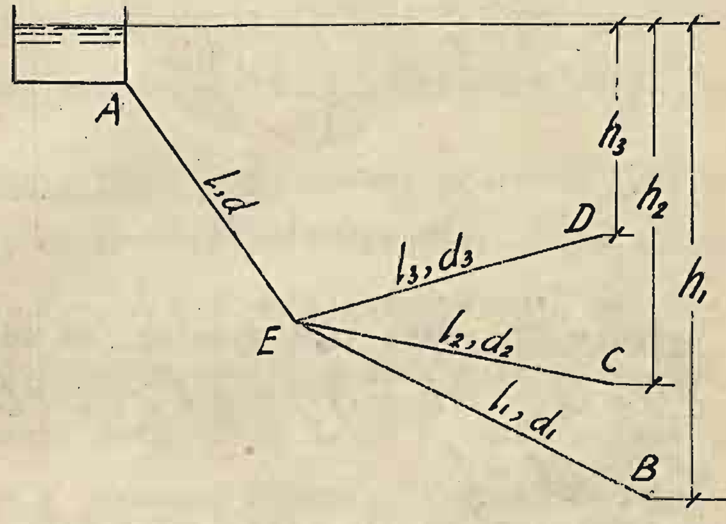
Do zadania 61.

<u>Zadanie 62.</u> Przewód AE o długości l w węźle E dzieli się na trzy przewody o długościach l_1, l_2, l_3. Końce tych przewodów są na głębokości h_1, h_2, h_3 pod zwierciadłem wody w zbiorniku. Jakie należy przyjąć $\phi\phi$ przewodów EB, EC, ED, jeżeli przez AE płynie Q wody, a przez EB, EC, ED po $\frac{Q}{3}$?

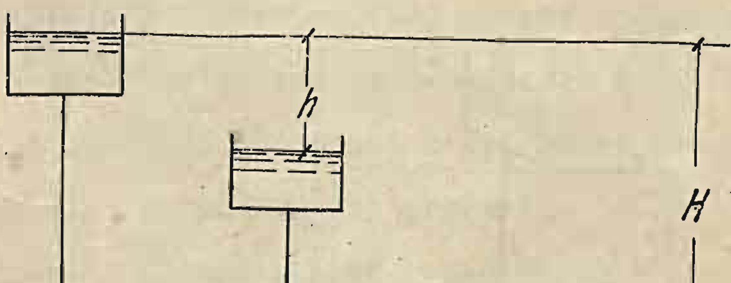
<u>Zadanie 63.</u> Znaleźć stosunek średnic obydwóch przewodów, jeżeli każdym z nich mają płynąć do wylotu A jednakowe ilości wody.

<u>Zadanie 64.</u> Z dwóch zbiorników A i B wypływa woda przewodami o długości $L_1 = 1000$ m. i $L_2 = 400$m. i średnicy $d_1 = 20$ cm. i $d_2 = 15$ cm. Woda wypływa

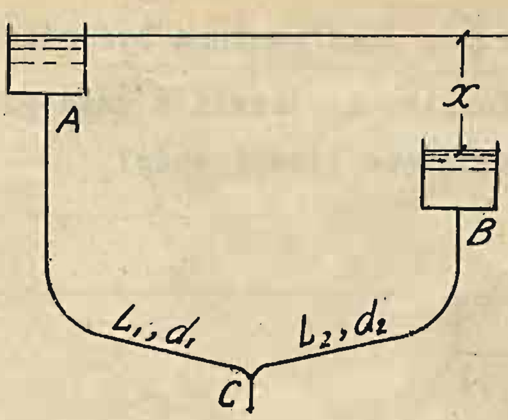
przy węźle C. Jaka powinna być różnica poziomów wody w zbiornikach, jeżeli z każdego zbiornika wypływają jednakowe ilości wody?



Do zadania 62.



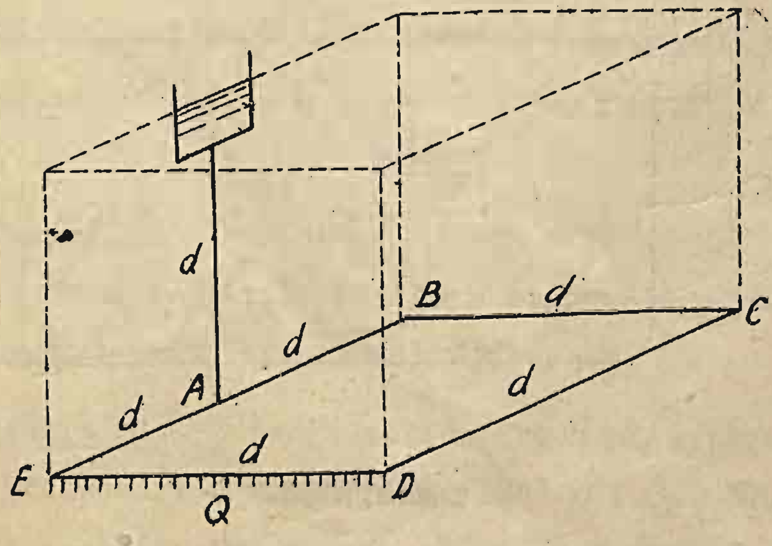
Do zadania 63.



Do zadania 64.

Zadanie 65. Dany jest wydatek na odcinku $ED = Q$; $AE = AB = \frac{1}{2} l$, $EB = BC = ED = DC = l$.

Znaleźć ile wody płynie każdym odcinkiem, oraz jakie będzie najmniejsze ciśnienie w sieci?



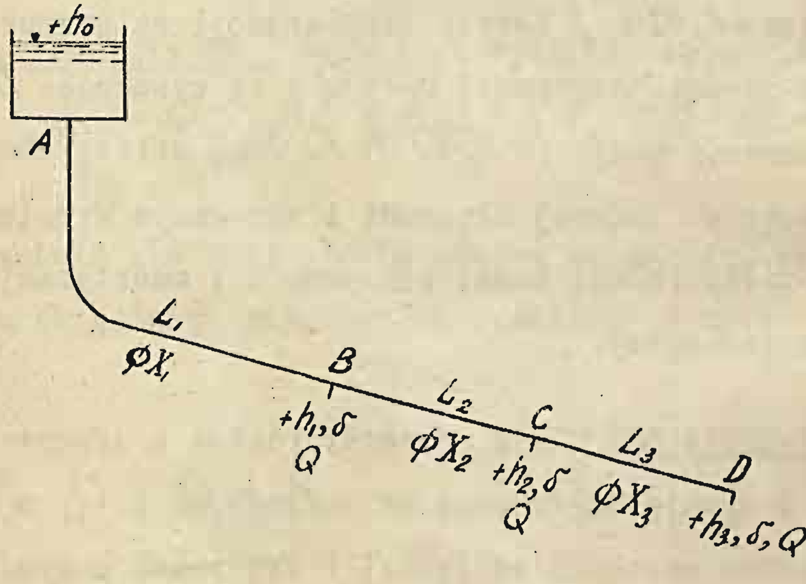
Do zadania 65.

Zadanie 66. Przewód rurowy składa się z kilku odcinków; pierwszy na długości l_1, posiada średnicę d_1; odcinek drugi na długości l_2 ma średnicę d_2 i.t.d. Jakiej średnicy należy zastosować przewód o długości równej sumie długości poprzednich przewodów, dostarczający tyleż, co i poprzednio wody?

Zadanie 67. Koszt budowy przewodu jest proporcjonalny do średnicy d i długości l /można zatem przyjąć $= k_1 \cdot d \cdot l$ /. Koszty eksploatacji są proporcjonalne do ilości pompowanej wody Q i do wysokości h podnoszenia wody /$= k_2 \cdot Q \cdot h$ /. Jaką należy obrać ϕ przewodu o zadanej długości i wymaganym wydatku, aby ogólny roczny koszt utrzymania i amortyzacji był najmniejszy.

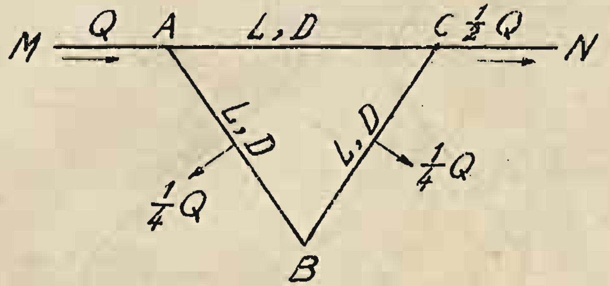
Zadanie 68. Dwa przewody rurowe o długości l_1 i l_2 mają dostarczać na sekundę Q_1 i Q_2 m^3 na jednakową wysokość od jednej i tej samej pompy. Jakie należy obrać $\phi\phi$ tych przewodów /d_1 i d_2/, aby otrzymać jaknajmniejsze roczne wydatki na utrzymanie i amortyzację. /przyjąć, że koszt budowy $= k_1 \cdot d \cdot l$ i koszt podnoszenia $= k_2 \cdot Q \cdot h$ /.

Zadanie 69. Przewód $ABCD$ o długościach odcinków L_1, L_2, L_3 wydaje w węzłach B, C, D po $Q \frac{m^3}{sek.}$ wody. Wyloty dla wody w tych miejscach są jednakowe o $\phi = \delta$. Rzędne zwierciadła wody w zbiorniku i osi wylotów w węzłach B, C, D są: $+h_0, +h_1, +h_2, +h_3$. Znaleźć $\phi\phi$ poszczególnych odcinków X_1, X_2, X_3 któreby zapewniły podany wydatek wody w węzłach.



Do zadania 69

Zadanie 70. Na przewodzie MN jest rozgałęzienie obwodowe ABC. Przewód MA prowadzi Q wody; przewód CN prowadzi dalej $\frac{1}{2} Q$. Przewody AB i BC oddają po drodze po $\frac{1}{4} Q$. Znaleźć, jaka część Q przepływa przewodem AC ,jeżeli ta część po drodze nic nie wydatkuje. Wszystkie przewody mają średnicę D, następnie odcinki AC, AB, BC są wszystkie sobie równe i $= L$.

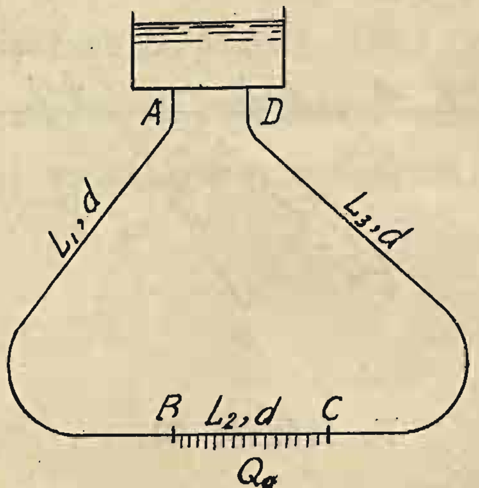


Do zadania 70.

Zadanie 71. Przewody AB i DC o średnicy d, zasilają odcinek BC długości L_2 i średnicy d. Odcinek BC wydatkuje równomiernie wodę po drodze w ilości Q_o. Znaleźć, jaka część Q_o płynie przewodem AB, a jaka przewodem DC. Długość AB jest L_1, zaś DC jest L_3.

Zadanie 72. Znaleźć wysokość straconą na tarcie w przewodzie rurowym, jeśli jest dany wydatek na końcu przewodu $= Q_o$ i jednostajny wydatek na drodze $= Q_1$, w założeniu, że przewód jest o zmiennej ϕ oraz, że prędkości w każdym przekroju są jednakowe.

Znaleźć też prawo, według którego winna zmieniać się średnica przewodu.



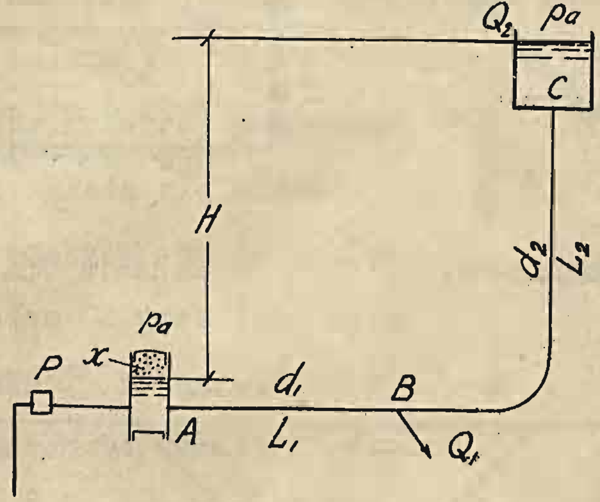
Do zadania 71.

Zadanie 73. Pompa P tłoczy wodę do zbiornika zamkniętego przy A. Pod ciśnieniem, które panuje w tym zbiorniku wypływa woda przewodem ABC do otwartego zbiornika górnego. Znaleźć, jakie winno być nadciśnienie w zbiorniku zamkniętym przy A, aby w punkcie B można było oddać $Q_1 = 18\ l/sek$ i aby do zbiornika górnego mogło dochodzić: $Q_2 = 12\ l/sek$.?

H = 24m. d_1 = 250mm. L_1 = 1250m. d_2 = 150mm. L_2 = 2200m.

Zadanie 74. Kanał o przekroju trójkątnym ułożony jest ze spadkiem $J = 1.5‰$. Znaleźć wysokość x

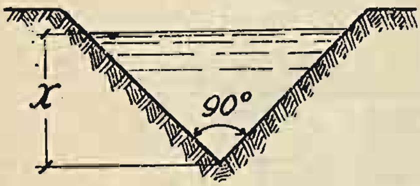
na którą kanał będzie napełniony, jeżeli kanałem płynie $Q = 0,4 \frac{m^3}{sek.}$.



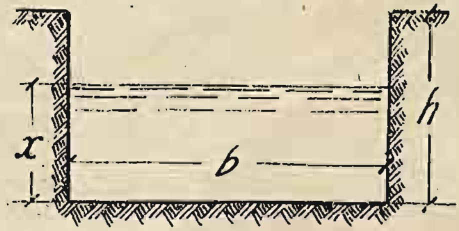
Do zadania 73.

Zadanie 75. Kanał o prostokątnym przekroju /szerokość $b = 2$m., głębokość $h = 1,5$m./przy całkowitem napełnieniu prowadzi pewną ilość wody. Do jakiej wysokości x będzie kanał napełniony, jeśli ma prowadzić $\frac{1}{n} = \frac{1}{3}$ część poprzedniej ilości? Przyjmijmy narazie, że spółczynnik we wzorze na prędkość w kanale jest stały.

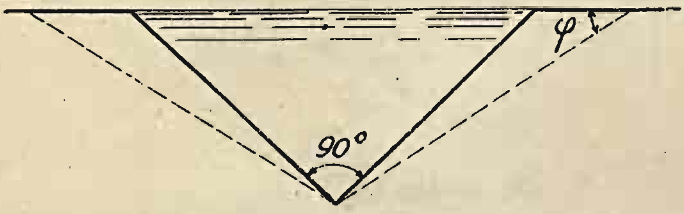
Zadanie 76. Kanał otwarty o przekroju trójkątnym, z kątem wierzchołkowym 90^0, należy tak rozszerzyć, aby wydatek był podwojony. Jaki będzie kąt φ , utworzony przez skarpę.



Do zadania 74.



Do zadania 75.



Do zadania 76.

Zadanie 77. Kanał o przekroju $b \times h$, ułożony ze spadkiem J niesie $Q \frac{m^3}{sek.}$ wody. Przekrój należy tak rozdzielić ścianką pionową /znaleźć x i y /, aby ilość wody Q podzielić na dwie części αQ i $(1-\alpha)Q$.

Głębokość h i spadek podzielonych kanałów zachować takie same, jakie miał kanał przed podziałem.

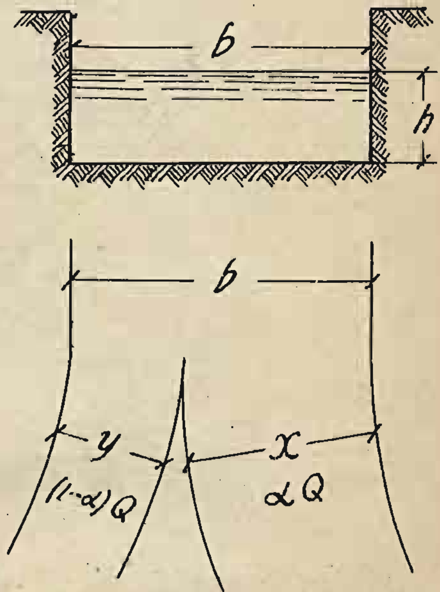
Zadanie 78. Mamy kanał o przekroju złożonym w dolnej części z trójkąta i w górnej części z półkola o średnicy d.

Znaleźć przy jakiem napełnieniu kanał ten przeprowadzi max.wody.

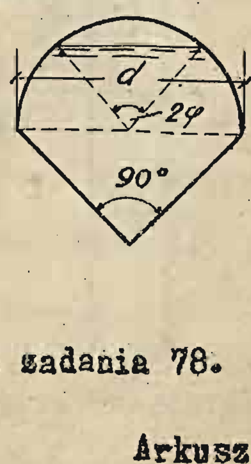
Zadanie 79. Przekrój poprzeczny kanału składa się z dwóch prostych pochylonych do poziomu pod kątem α, oraz łuku koła o promieniu ρ i kącie 2α. Szerokość kanału $= a$. Określić promień koła ρ, w ten sposób, aby prędkość wody w kanale była maxymalna. Szczególny przypadek; $\alpha = 30^{\circ}$.

Zadanie 80. W studni artezyjskiej zwierciadło I jest w stanie spoczynku, zwierciadło II otrzymuje się przy wydatku Q_o.

Znaleźć, jak opadnie zwierciadło wody w studni, kiedy będzie zachodzić ruch

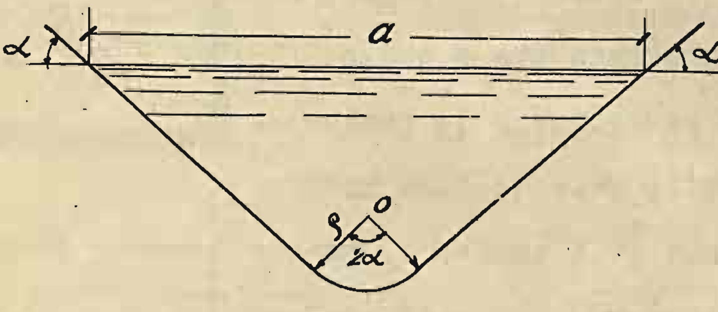


Do zadania 77.

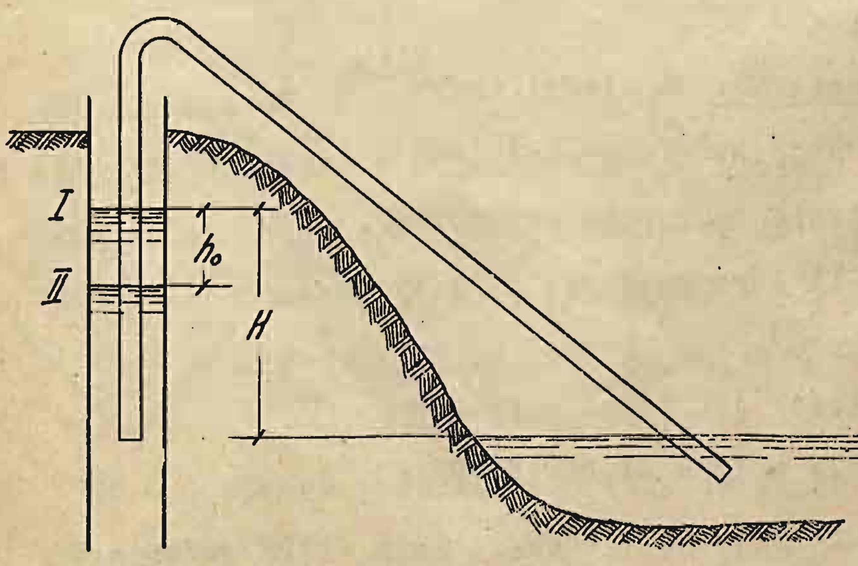


Do zadania 78.

trwały wody przez lewar ze studni do basenu. W basenie zwierciadło jest stałe. Średnica lewara jest D, długość L .Zwierciadło I /w stanie spoczynku/ jest H ponad zwierciadłem wody w basenie.

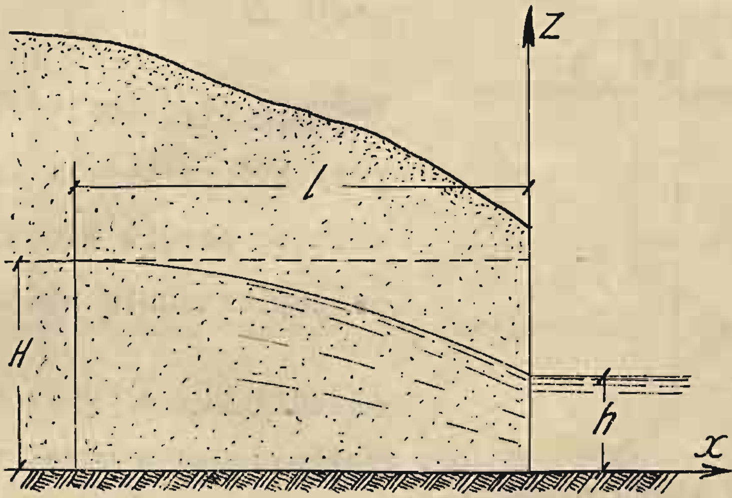


Do zadania 79.



Do zadania 80.

Zadanie 81. Znaleźć ilość wody przepływającej przez warstwę pionową piasku grubości l , jeśli wysokość wody z jednej strony jest H, a z drugiej h.

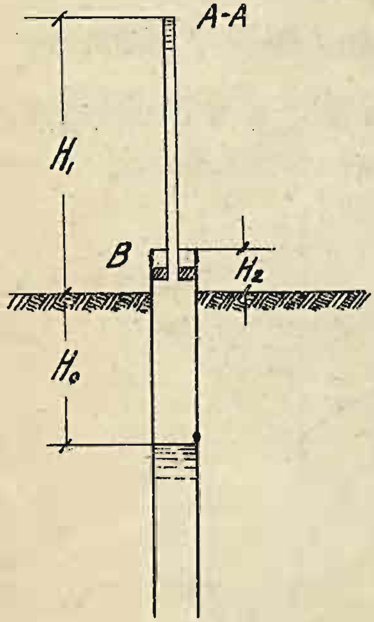


Do zadania 81.

Zadanie 82. W studni z wodą artezyjską zwierciadło wody może stanąć w stanie spoczynku na poziomie AA.

Po wyjęciu korka z rurką z otworu B, może wypływać ze studni Q, m^3/godzinę. Jakiej należy spodziewać się wysokości H_0 na której stanie zwierciadło wody podczas pompowania $nQ \frac{m^3}{1 godz.}$ wody; n oczywiście > 1.

Zadanie 83. Znaleźć siły, na które należy obliczyć śruby, łączące kołnierze A i B z rurami.

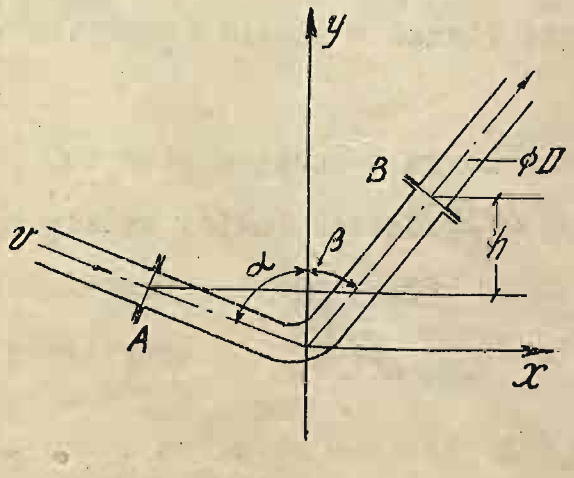


Do zadania 82.

Prędkość wody w rurze v; ciśnienie w przekroju $A - p_1$; środek przekroju A jest o h niżej od środka przekroju B.

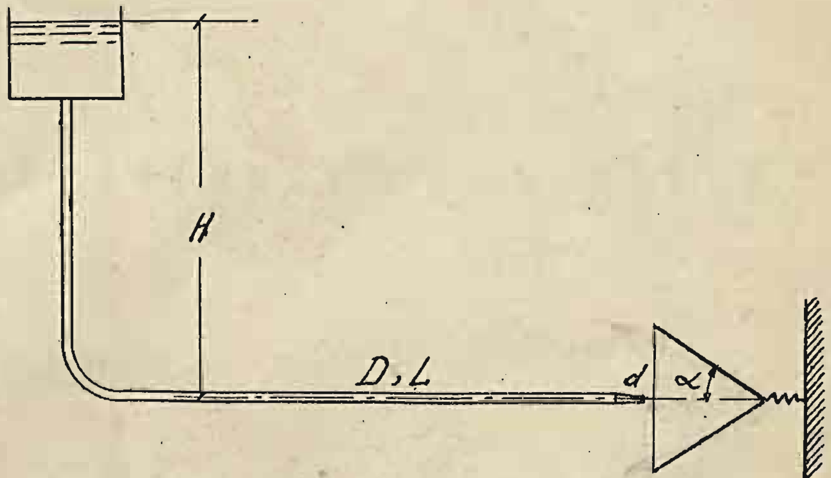
Zadanie 84. Znaleźć $\sphericalangle\alpha$, przy którym będzie największe parcie strumienia na powierzchnię stożkową.

Zadanie 85. Z rurki nagiętej pionowo w górę, wytryska strumień wody z prędkością V_0 i uderza pod spód kulistej czaszy, podtrzymując ją na wysokości x od wylotu. Znaleźć tę wy-

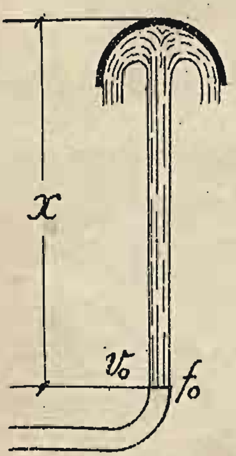


Do zadania 83.

sokość, jeżeli ciężar czaszy $= C$; oporu powietrza dla strumienia nie uwzględniamy. Niech $v_0 = 8\ m/sek.$, $C = 12 g.$; $f_0 = 1.5 cm^2$.



Do zadania 84.



Do zadania 85.

ODPOWIEDZI I WSKAZÓWKI.

Zadanie 1. $p = 341.2\ g/cm^2.$

Zadanie 2. $Z_1 = \frac{1}{\gamma}\left[\frac{P_2}{F_2} - \frac{P_1}{F_1}\right];\ Z_2 = \frac{1}{\gamma}\left[\frac{P_3}{F_3} - \frac{P_2}{F_2}\right].$

Zadanie 3. $x = \frac{p_1 + h\cdot\gamma_{wody}}{\gamma_{rtęci}};\ p_1 = \frac{4Q}{\pi D^2};\ x = 1.0m.$

Zadanie 4. p_x – ciśnienie w naczyniu po opadnięciu cieczy do wysokości x .

$$p_x + \gamma x = p_a\ ;\ p_1\cdot\frac{H}{2} = p_x(H-x)$$

$$\frac{p_1 H}{2(H-x)} + \gamma x = p_a,\ x^2 - x\left(H+\frac{p_a}{\gamma}\right) + H\left(\frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_1}{2\gamma}\right) = 0$$

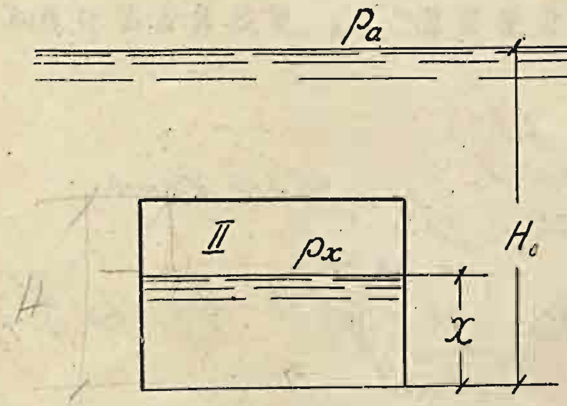
równanie 2^0, z którego wyznaczymy x .

Zadanie 5. Rozumując, jak w zadaniu 4-em otrzymamy : $\frac{p_a\cdot a^2}{2(a^2-x^2)} + \gamma x = p_a$ skąd wyznaczymy x.

<u>Zadanie 6.</u> Przyjmujemy, że manometr M wskazuje 0 atm., gdy w cylindrze jest zwykłe ciśnienie atmosferyczne $= p_a$.

$$1)\ p_x + \gamma x = \gamma H_0 + p_a; \quad 2)\ p_x(H - x) = p_a H$$

z 1/ i 2/ znajdujemy x.



Do zadania 6.

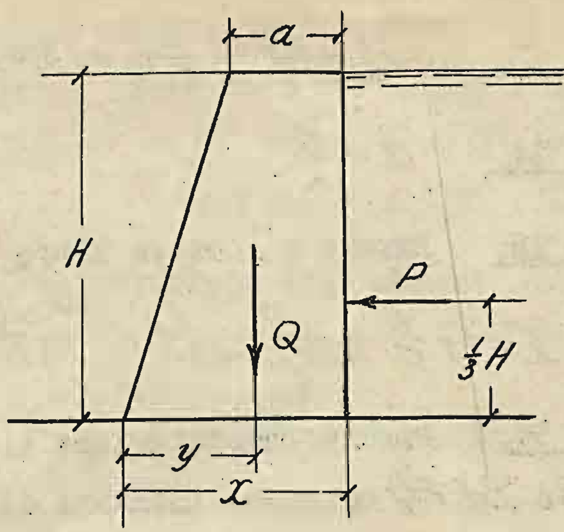
<u>Zadanie 7.</u> $P = \frac{aH^2}{2} \cdot \gamma = 103781.25\ kg.$

<u>Zadanie 8.</u> $P = \frac{aH^2}{\sqrt{3}} \cdot \gamma = 14790\ kg.$

<u>Zadanie 9.</u> m — spółczynnik stateczności.

$$m = \frac{3a}{h_1} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma} + \frac{h_2^2}{h_1^2} \cong 4.04$$

<u>Zadanie 10.</u> $1)\ P \cdot \frac{H}{3} < Qy; \quad 2)\ P < \mu Q$



Do zadania 10.

$$y = \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2 + ax - \frac{a^2}{2}}{a + x}; \quad P = \frac{1}{2} \cdot H^2 \cdot \gamma_{wody};$$

$Q = \frac{a+x}{2} \cdot H \cdot \gamma$; z 1) otrzymamy $x > 1.48 m.$

z 2) otrzymamy $x > 1.34 m.$; przyjąć należy

$x > 1.48 m.$

Zadanie 11. $P = \gamma a^2 [H + \frac{a}{2} \sin\alpha] = 2527.2 kg.$

Zadanie 12. Ciśnienie od tłoka - $p_0 = \frac{4P}{\pi d^2}$

$$P_1 = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)\left[\frac{4P}{\pi d^2} + \gamma(H-h)\right]$$

$P_2 = \frac{\pi d^2}{4}\left(\frac{4P}{\pi d^2} + \gamma H\right)$. Śruby w kołnierzu - A-A

są rozciągane siłą - $P = P_1 + P_2$.

Śruby w kołnierzu - B-B są rozciągane siłą P_2.

Zadanie 13. $P_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}\left[\frac{4P_1}{\pi d_1^2} + (h_1 - h_2)\gamma\right].$

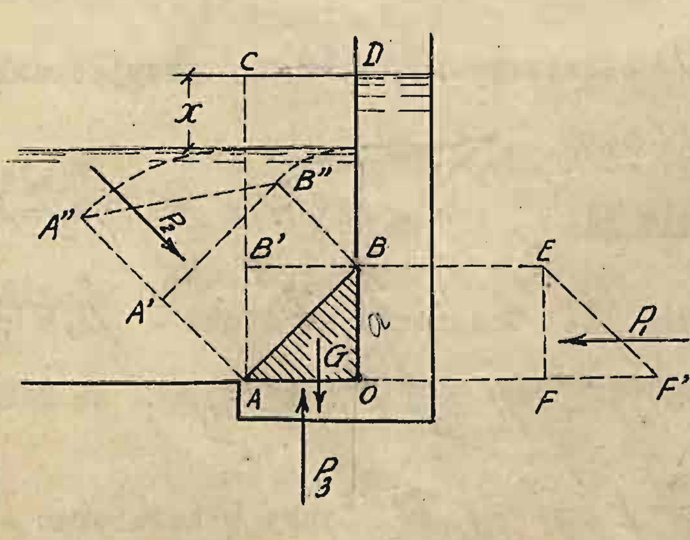
Zadanie 14. $a = \frac{b}{3}.$

Zadanie 15. Parcie cieczy na klapę $P = \gamma \pi r^2 h;$

$$X = G\frac{b}{a} + \frac{P}{a \sin\alpha}\left[b + \frac{r^2 \cos\alpha}{4h}\right]$$

Odległ. śr. parcia?

Zadanie 16. Parcia, przedstawione ciężarami brył $CDB'B$ i $BEFO$ są równe. Ramiona ich względem O są równe. Na obrót graniastosłupa ABO wpływu nie mają. Parcie przedstawione ciężarem bryły $A'B''AB$ przechodzi przez punkt O, na obrót graniastosłupa ABO też nie wpływa. Pozostałe części par-



Do zadania 16.

cia P_1, P_2, P_3 otrzymamy jako ciężary brył:

P_1 - jako ciężar bryły EFF' o wart. $\frac{a^2}{2}\gamma$ i mom. $M_oP_1 = \frac{a^3\gamma}{6}$

P_2 - " " " $A'A''B''$ " $\frac{a^2}{2}\sqrt{2}\cdot\gamma$ " $M_oP_2 = \frac{a^3\gamma}{6}$

P_3 - " " " $AB'BO$ " $a^2\gamma$ " $M_oP_3 = \frac{a^3\gamma}{2}$

Ciężar G graniastosłupa daje moment $M_oG = G\cdot\frac{a}{3}$.

Suma momentów:

$$\frac{a^3}{6}\gamma + \frac{a^3}{6}\gamma - \frac{a^3}{2}\gamma + G\cdot\frac{a}{3} = 0.$$

W równaniu tem x nie wchodzi, zatem równowaga graniastosłupa nie zależy od x. Z powyższego równania wynika, że $G = \frac{a^2}{2}\gamma$.

Stąd widzimy, że równowaga graniastosłupa jest możliwa wówczas, kiedy ciężar właściwy materjału graniastosłupa jest taki sam, jak cieczy, napełniającej naczynia I i II.

<u>Zadanie 17.</u> Parcia na podwójne stożki w kierunku poziomym znoszą się / dowieść dlaczego /.

$$P = a^2\cdot H\gamma = 4.5\,kg$$

jest to siła, którą trzeba przyłożyć, aby równowaga naczynia była zachowana.

<u>Zadanie 18.</u> $P \geqslant 2\pi r\delta k_z$; $P = [r^2h - \frac{2}{3}r^3]\pi\gamma$;

$$h \geqslant \frac{2}{3}r + \frac{2\delta k_z}{r\gamma}\ ; \quad h \geqslant 15.5\ cm.$$

Zadanie 19. 1) $P \geqslant C$; $P=\frac{\pi z}{3}[2r_1^2-\rho^2-r_1\rho]\gamma$

2) $\frac{\rho-r_2}{r_1-r_2}=\frac{h-z}{h}$; z 2) znajdujemy ρ, a następnie z 1) znajdujemy Z.

Zadanie 20. $C+\frac{\pi D^2}{4}\left(H-\frac{h}{3}\right)\gamma<\left(\frac{d^2}{4}x-\frac{d^3}{12}\right)\pi\gamma$

$$x>\frac{4C}{\pi\gamma d^2}+\frac{D^2}{d^2}\left(H-\frac{h}{3}\right)+\frac{d}{3}.$$

Zadanie 21. $C+\pi\gamma\left(r^2x-\frac{2}{3}r^3\right)<\pi\gamma R^2(x-h)$

$$x>\frac{1}{R^2-r^2}\left[\frac{C}{\pi\gamma}+R^2h\mp 2r^3\right].$$

$$\min.H=x-h.$$

Zadanie 22. Oznaczmy czasowo przez H głębokość wody w naczyniu I-em:

$$\left[\frac{\pi d^2}{4}(H-a+c)-\frac{\pi d^2}{12}\cdot b\right]\gamma+G=\frac{\pi d^2}{4}(H+c+h)\gamma$$

$$G=\frac{\pi d^2}{4}\gamma\left(h+a+\frac{b}{3}\right);$$

jeżeli w naczyniu jest woda: $G=0.88\,kg$

jeżeli jest to oliwa: $G=0.75\,kg$; $\gamma_{oliwy}=0.85\frac{g}{cm^3}$

Zadanie 23. Z warunku równowagi par otrzymamy równanie 2°:

$D^2+Dd-20d^2=0$ skąd $D=4d$.

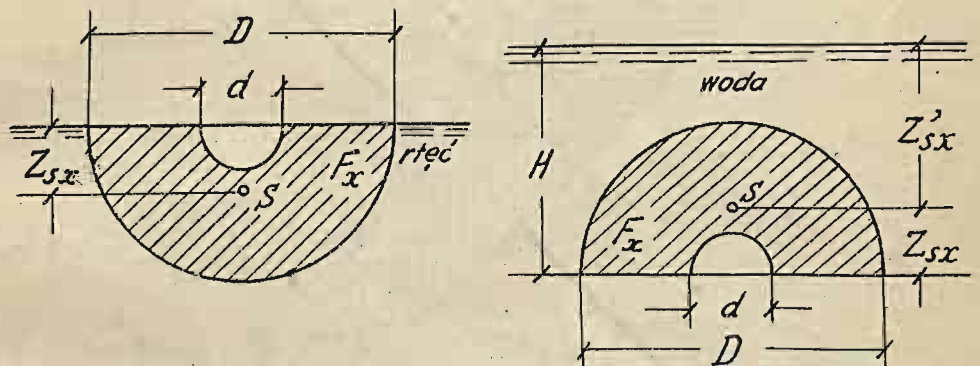
Zadanie 24. Wypadkowe parcie w kierunku pionowym jest:

$$P = \frac{15}{8}\pi \gamma r^3 ; \quad x > C + P.$$

Zadanie 25.

P_1 — parcie rtęci na kołek.

P_2 — " wody " "



Do zadania 25.

$$P_1 = (\gamma_{wody} \cdot H + \gamma_{rtęci} \cdot Z_{sx}) F_x ; \quad F_x = \frac{\pi}{8}(D^2 - d^2)$$

Z momentów statycznych pól otrzymamy:

$$Z_{sx} = \frac{2}{3\pi} \cdot \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

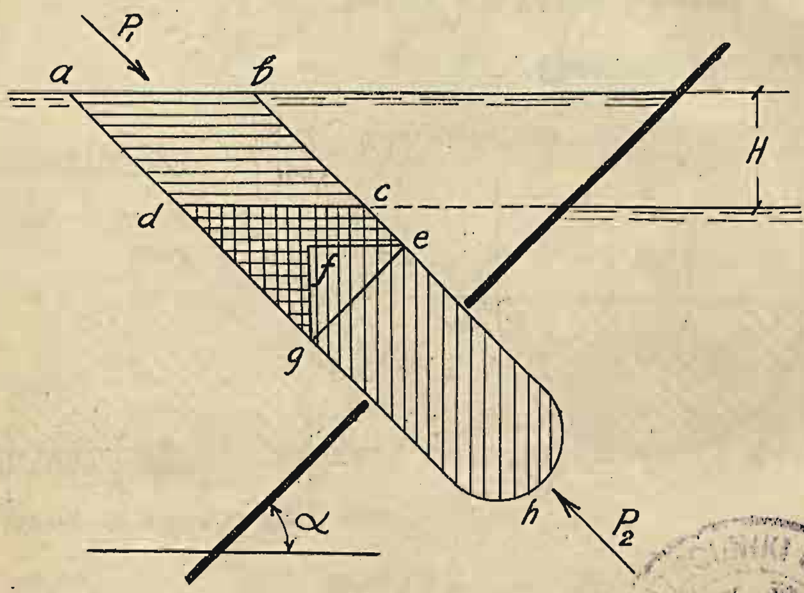
$$P_1 = \frac{1}{24}\left[3\pi \gamma_{wody} \cdot H(D^2 - d^2) + 2\gamma_{rtęci} \cdot (D^3 - d^3)\right]$$

$$P_2 = \gamma_{wody} \cdot F_x \cdot Z'_{sx} ; \quad Z'_{sx} = H - Z_{sx}$$

$$P_2 = \frac{\gamma_{wody}}{24}\left[3\pi H(D^2-d^2) - 2(D^3-d^3)\right].$$

U W A G A: $y_s = \frac{2d}{3\pi}$ — odległość środka ciężkości półkola od osi.

Zadanie 26.



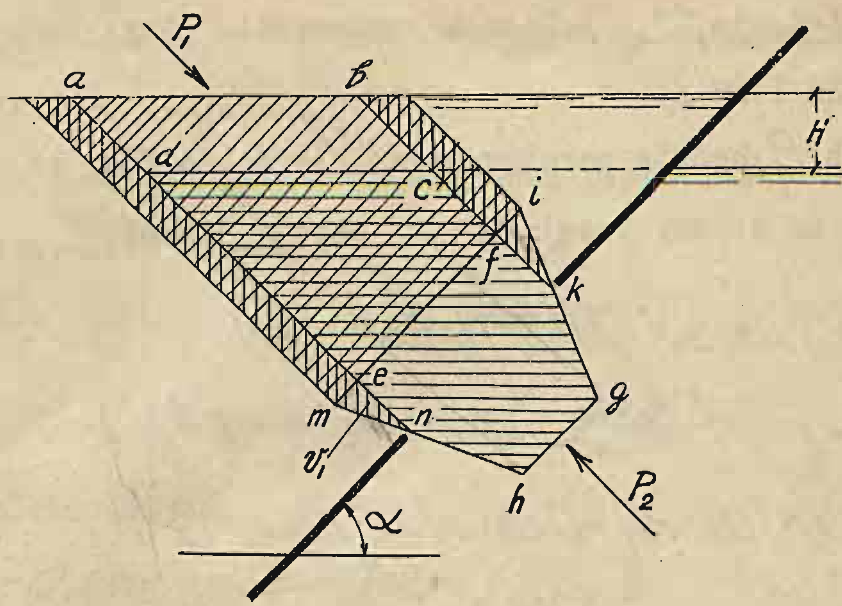
Do zadania 26

$$P_1 = V_{abcd}\cdot\gamma \sin(90^\circ-\alpha) = \frac{\pi d^2}{4}\gamma\cdot h;$$

$$P_2 = V_{efgh}\cdot\gamma \sin(90^\circ-\alpha) = \frac{\pi d^2}{12}\gamma(3b+d+c)\cdot\cos\alpha;$$

Parcie wypadkowe - $P = P_2 - P_1$.

Zadanie 27. V_1 — objętość pierścienia o przekroju trójkątnym men.



Do zadania 27.

$$P_1 = (V_{abcd} - V_1)\gamma \sin(90^\circ - \alpha);$$

$$P_2 = V_{fkghne} \cdot \gamma \sin(90^\circ - \alpha);$$

$$X = [V_{abcd} - (V_1 + V_{fkghne})] \cdot \gamma \cos\alpha;$$

$$V_1 + V_{fkghne} = V_{migh}; \quad X = [V_{abcd} - V_{migh}]\gamma \cos\alpha.$$

<u>Zadanie 28.</u> / Sposób rozumowania - patrz zadanie 26 i 27/.

Niech P_n będzie parciem normalnem do ścianki:

$$P_n = \left(\frac{\pi D^2 h}{12} + \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{H}{\cos\alpha}\right)\gamma \cdot \sin(90^\circ + \alpha);$$

$$P_x = \gamma \frac{\pi D^2}{12} \cdot h \sin\alpha; \quad X > M(P_n - C \cdot \cos\alpha) + C \sin\alpha - P_x.$$

Zadanie 29. / Sposób rozumowania patrz zadanie 26 i 27 /.

Niech P_n będzie parciem normalnem do ścianki od wody ze strony lewej, P_n' - od strony prawej.

$$P_n = \gamma \sin(90^\circ - \alpha)\left(\frac{\pi d_1^2}{4}\cdot\frac{h_1}{\cos\alpha} - \frac{\pi d_1^3}{12}\right);$$

$$P_n' = \gamma\frac{\pi d_2^2}{4}\cdot\frac{h_1 - h_2}{\cos\alpha}\cdot\sin(90^\circ - \alpha); \quad P_x = \gamma\frac{\pi d_1^3}{12}\cdot\sin\alpha;$$

$$x > \mu\left[(P_n - P_n') + C\cdot\cos\alpha\right] + C\sin\alpha - P_x;$$

$$x > 115{,}34\,kg.$$

Zadanie 30. / Sposób rozumowania patrz zadanie 26 i 27 /. Niech P_n będzie parciem normalnem do ścianki od wody ze strony lewej, P_n' - od strony prawej. Oznaczmy przez H_o odległość środka otworu od zwierciadła wody ze strony lewej.

$$P_n = \left[\frac{\pi D^2}{4}\cdot\frac{H_o}{\cos\alpha} - \frac{2}{3}\cdot\frac{\pi D^3}{8}\right]\gamma\sin(90^\circ - \alpha);$$

$$P_n' = \left[\frac{\pi d_1^2}{4}\cdot\frac{H_o - H}{\cos\alpha} - \frac{2}{3}\cdot\frac{\pi d_1^3}{8}\right]\gamma\sin(90^\circ - \alpha);$$

$$P_x = \frac{2}{3}\pi\left[\frac{D^3}{8} - \frac{d_1^3}{8}\right]\cdot\gamma\sin\alpha;$$

$$x > \mu\left[(P_n - P_n') + C\cdot\cos\alpha\right] + C\sin\alpha - P_x;$$

a więc x jest funkcją złożoną d_1, stąd dalsza dyskusja.

Zadanie 31. / Sposób rozwiązania - patrz zadanie 26 i 27/.

Niech P_u będzie parciem w kierunku pręta, P_n - prostopadłem do pręta.

$$P_u = \gamma \sin\alpha \left(\frac{1}{3}\pi h_1 h_2^2 + \frac{2}{3}\pi h_2^3\right)$$

$$P_n = \gamma \sin(90^\circ + \alpha)\left(\frac{1}{3}\pi h_1 h_2^2 + \frac{2}{3}\pi h_2^3\right).$$

W zależności od:

$$P_u - G\sin\alpha - \mu(P_n - G\cos\alpha) > 0 \text{ lub } < 0$$

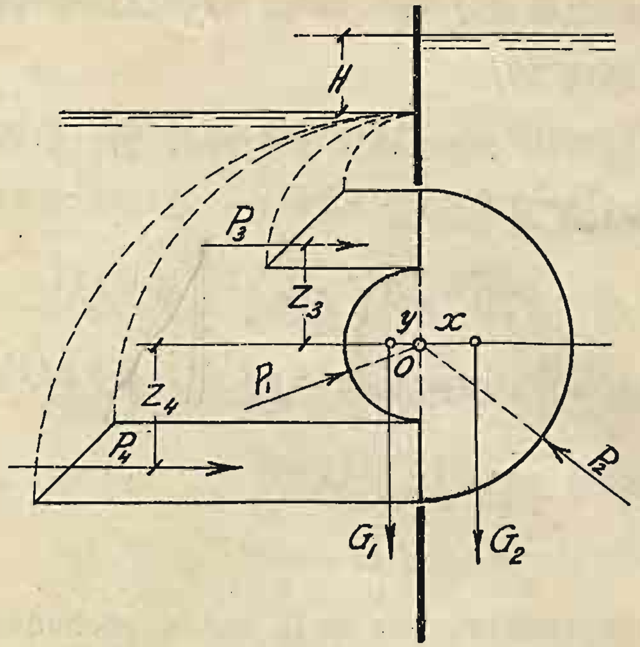
możemy stwierdzić, czy ruch ciała zachodzi i w którym kierunku.

Zadanie 32.

$$P = \gamma \frac{\pi d^2}{4}\left(h - \frac{d}{3}\cos\alpha\right); \quad \min. P \text{ przy } \alpha = 0^\circ.$$

Zadanie 33. Parcia z lewej P_1 i z prawej strony P_2 na półkuliste powierzchnie przechodzą przez punkt O / dowieść dlaczego/ nie dają momentów względem O.

$$M_{obr.} = G_2 \cdot x - G_1 \cdot y + P_3 \cdot z_3 - P_4 \cdot z_4 .$$



Do zadania 33.

Zadanie 34. Oznaczmy przez Z - wysokość napełnienia naczynia, liczona od wierzchołka stożka.

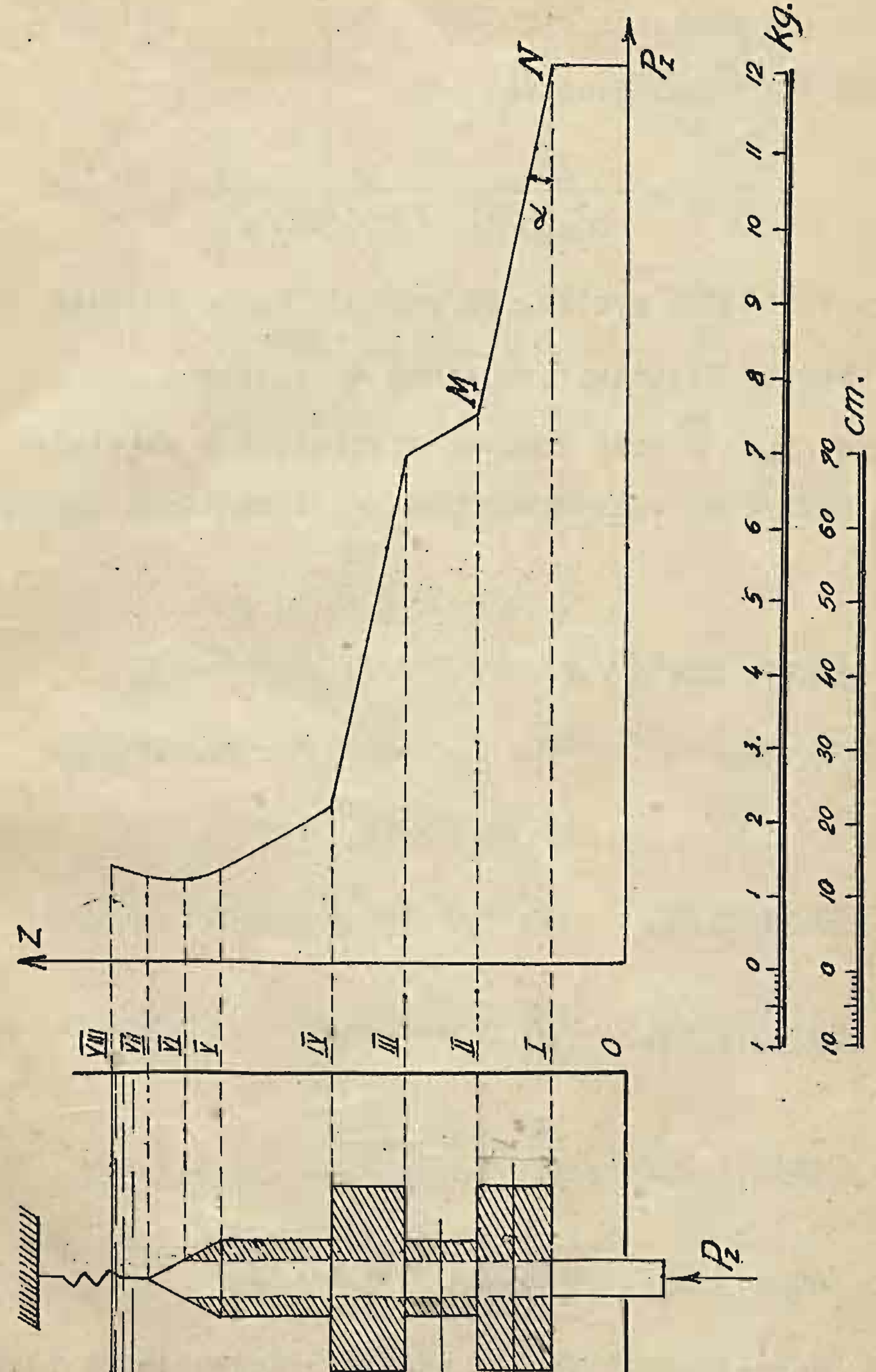
$$P_z = \frac{\pi D^2 Z^3}{12\, h^2}\gamma.$$

Zadanie 35. Oznaczmy przez G ciężar ciała.

$$(0\text{-}I)\ P_z = G\,;$$

$$(I\text{-}II)\ P_z = G - \frac{\pi(d_2^2-d_1^2)}{4}\gamma(Z-h_1)$$

$$(II\text{-}III)\ P_z = G - \frac{\pi(d_2^2-d_1^2)}{4}\gamma h_0 - \frac{\pi(d_3^2-d_1^2)}{4}\gamma(Z-h_1-h_0)$$



Do zadania 35.

Pozostałe wartości sił $(\overline{III}-\overline{IV})P_z \ldots\ldots (\overline{VII}-\overline{VIII})P_z$ znajdujemy analogicznie.

$$tg\alpha = -\frac{dz}{d_{(I-II)}P_z} = \frac{4}{\pi(d_2^2-d_1^2)\cdot\gamma}$$

Z wartości $tg\alpha$ wynika, że gdy γ rośnie odcinek MN będzie bardziej pochylony do poziomu.

Wykres sił P_z przy różnych wysokościach napełnienia naczynia, wykonano w skali dla wartości szczególnych:

$h_1 = 10cm.;\ h_0 = 10cm.;\ h_3 = 15cm.;\ h_4 = 10cm.,$

$H = 70cm.;\ d_1 = 5cm.;\ d_2 = 25cm.;\ d_3 = 10cm.;$

$G = 12kg.$

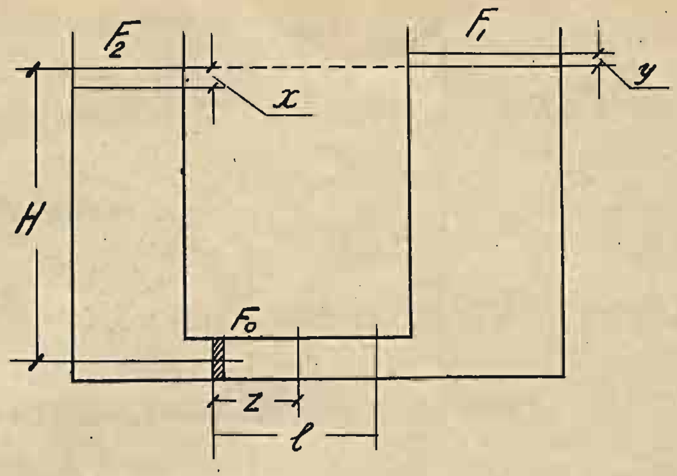
Zadanie 36. $\gamma_2 + \gamma_1 = 2\gamma.$

Zadanie 37. $\frac{\gamma_2}{8} + \frac{7}{8}\gamma_1 = \gamma$

Zadanie 38. $\frac{x}{y} = \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma_2 - \gamma}$

Zadanie 39. $M_{tarcia} = 2\mu hQ.$

Zadanie 40. Niech p_1 będzie ciśnieniem na tłok od wody ze strony prawej, p_2 - od strony lewej.



Do zadania 40.

$$F_2 \cdot x = F_0 \cdot z = F_1 \cdot y \; ;$$

$$p_2 = p_a + \gamma(H - x) \; ; \quad p_1 = p_a + \gamma(H + y) \; ;$$

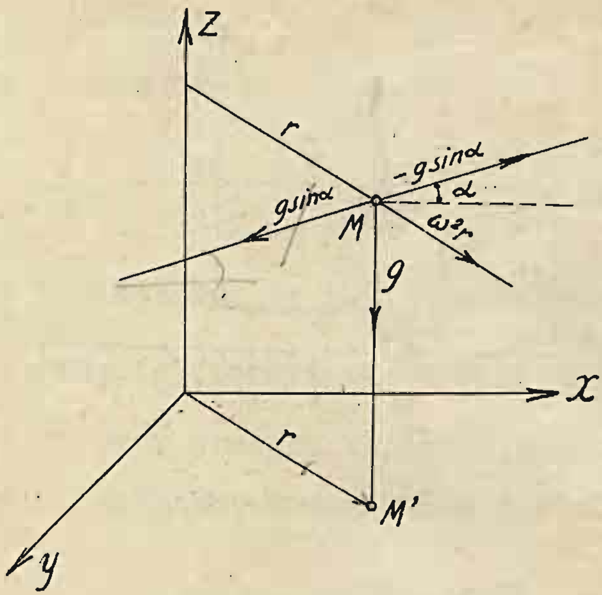
wypadkowe ciśnienie:

$$p_1 - p_2 = \gamma(x + y) ;$$

wykonana praca:

$$E = \gamma F_0 \int_0^l (x + y)\, dz = \gamma \frac{F_0^2}{F_1 \cdot F_2} (F_1 + F_2) \cdot \frac{l^2}{2} .$$

Zadanie 41. Rozpatrujemy cząstkę cieczy M względem osi, z których oś x i z / oś obrotu naczynia/ znajdują się w płaszczyźnie rysunku, /w płaszczyźnie rysunku odbywa się ruch postępowy naczynia/. Oś y jest prostopadła do płaszczyzny rysunku.



Do zadania 41.

Rzuty przyspieszenia $\omega^2 r$: na oś x jest $\omega^2 x$

oś y " $\omega^2 y$

oś z " 0

Rzuty przyspieszenia g : na oś x " 0

oś y " 0

oś z " $-g$

Rzuty przyspieszenia $-g\sin\alpha$: na oś x " $g\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

oś y " 0

oś z " $g\sin^2\alpha$

Wobec tego równanie powierzchni jednakowego ciśnienia otrzyma postać:

$$(\omega^2 x + g\sin\alpha\cdot\cos\alpha)dx + \omega^2 y dy + g(\sin^2\alpha - 1)dz = 0$$

a po scałkowaniu:

$$\omega^2\cdot\frac{x^2+y^2}{2} + gx\cos\alpha\cdot\sin\alpha - gz\cos^2\alpha = C.$$

Jest to równanie paraboloidy obrotowej.

Zadanie 42.

$$tg\varphi = \frac{Q\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2G - Q(1+\sin^2\alpha)}$$

Zadanie 43.

$$p_2 - p_1 = \frac{\gamma}{g}\cdot(v_1 - v_2)\cdot v_2$$

Zadanie 44. Z równania Bernoulli'ego dla cząstki wziętej w przekroju f_x , a następnie w przekroju f otrzymamy, uwzględniając, że

$v_x = v_0\dfrac{f}{f_x}$ i $v_0 = \sqrt{2gH}$:

$$\frac{p_x}{\gamma} = (h+x) + \frac{p_a}{\gamma} - H\frac{f^2}{f_x^2} \quad (1)$$

$$f_x = \frac{\pi d_x^2}{4} \ (2)\ ;\ d_x = D - \frac{x}{H-h}(D-d)\ (3);$$

$$D = \sqrt{\frac{4nf}{\pi}}\ (4);\ d = \sqrt{\frac{4f}{\pi}}\ (5);$$ podstawiając

(4) i (5) w (3) otrzymamy:

$$d_x = \sqrt{\frac{4f}{\pi}}\left\{\sqrt{n} - \frac{x}{H-h}(\sqrt{n}-1)\right\} \quad (6)$$

z (1),(2) i (6) otrzymamy p_x w funkcji x.

Zadanie 45. Ciśnienie od tłoka $p_1 = \frac{4P}{\pi D^2}$;

$$v = \varphi\sqrt{\frac{2g\left(z + \frac{p_1}{\gamma}\right)}{1 - \frac{d^2}{D^2}}}$$

Zadanie 46. Na początku zjawiska $v = \sqrt{2gb}$, następnie maleje osiągając wartość równą $\sqrt{2ga}$ i wtedy $v = const$ dopóty, dopóki poziom cieczy w naczyniu N nie spadnie do poziomu A. W dalszym ciągu zjawiska v maleje do zera.

Zadanie 47. $y = \frac{l^2}{4h} = 0.45\ m.$

Zadanie 48. Przyjmując prędkość powierzchniową równą zeru otrzymamy:

$$Q = \frac{4}{15}\mu \cdot a \cdot \sqrt{2g} \cdot h^{\frac{3}{2}}.$$

Zadanie 49.

Q_1 — wydatek przez górną część otworu

Q_2 — " " dolną " "

$$Q_1 = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[(h+x)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$Q_2 = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[(h+a)^{\frac{3}{2}} - (h+x)^{\frac{3}{2}}\right]$$

Z warunku $Q_1 = Q_2$ otrzymamy równanie:

$$2(h+x)^{\frac{3}{2}} = (h+a)^{\frac{3}{2}} + h^{\frac{3}{2}}$$

z którego znajdziemy x.

Zadanie 50.

Q_1 — wydatek przez otwór trójkątny ABC.

Q_2 — " " " " ADE.

$$Q_1 = \frac{2}{15}\cdot\mu\frac{a\sqrt{2g}}{b}\left[2(h+b)^{\frac{5}{2}} - 5(h+b)\cdot h^{\frac{3}{2}} + 3h^{\frac{5}{2}}\right]$$

$$Q_2 = \frac{2}{15}\cdot\mu\frac{(a-x)\sqrt{2g}}{b_x}\left[2(h+b_x)^{\frac{5}{2}} - 5(h+b_x)h^{\frac{3}{2}} + 3h^{\frac{5}{2}}\right]$$

$$b_x = ED = b\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

Z warunku $\frac{1}{2}Q_1 = Q_2$ otrzymamy równanie, z którego znajdziemy x.

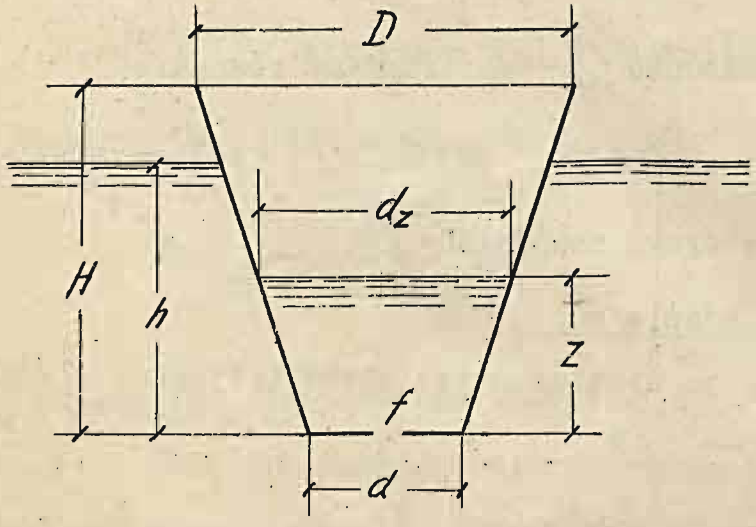
Zadanie 51.

$$Q = \frac{2}{15}\frac{\mu b\sqrt{2g}}{c}\left(3H^{\frac{5}{2}} - 5H^{\frac{3}{2}}h + 2h^{\frac{5}{2}}\right).$$

Zadanie 52. $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Zadanie 53. $\varphi = \frac{n}{\sqrt{m}}$

Zadanie 54.



Do zadania 54.

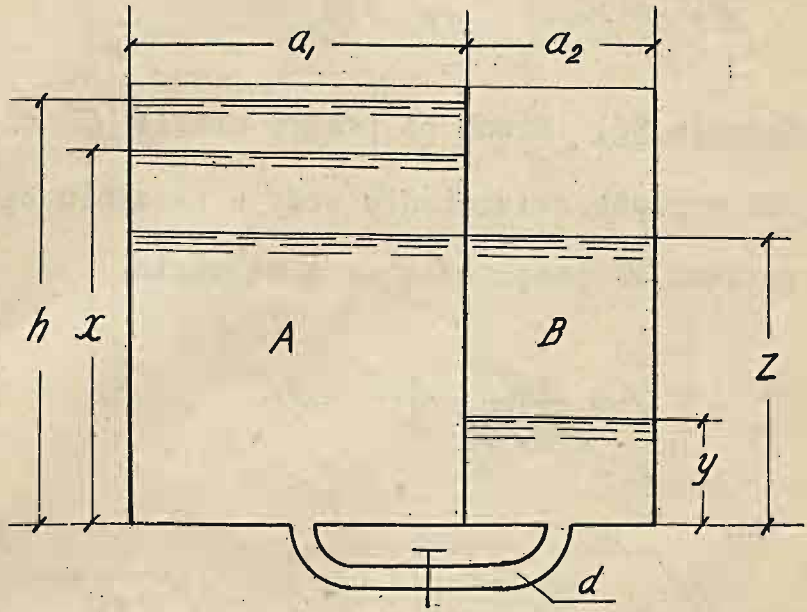
$$\mu v f dt = F_z \cdot dz; \quad t = \frac{1}{\mu f}\int_0^h \frac{F_z dz}{v}; \ (1)$$

$$v = \sqrt{2g(h-z)} \ (2); \quad d_z = d + \frac{z}{H}(D-d)$$

$$F_z = \frac{\pi}{4}\left[d + \frac{z}{H}(D-d)\right]^2 \ (3)$$

Podstawiając wartości na v i F_z z (2) i (3) w równanie (1) otrzymamy po scałkowaniu wartość na t.

Zadanie 55.



Do zadania 55.

$$\mu\cdot\frac{\pi d^2}{4}\cdot v\cdot dt = a_2\cdot b\cdot dy\,; \quad t = \frac{4a_2 b}{\mu\pi d^2}\int_0^{z}\frac{dy}{v} \quad (1)$$

$$v = \sqrt{2g(x-y)} = \sqrt{2g\left[h - y\cdot\frac{a_1+a_2}{a_1}\right]} \quad (2)$$

$Z = \dfrac{h a_1}{a_1+a_2}$ (3). Podstawiając wartość na v i Z z (2) i (3) w równanie (1) otrzymamy:

$$t = \frac{4a_2 b}{\mu\pi d^2\sqrt{2g}}\int_0^{\frac{ha_1}{a_1+a_2}}\frac{dy}{\sqrt{h-y\cdot\frac{a_1+a_2}{a_1}}} =$$

$$= \frac{8 \cdot b \cdot \sqrt{h}}{\mu \pi d^2 \sqrt{2g}} \cdot \frac{a_1 \cdot a_2}{a_1 + a_2} .$$

<u>Zadanie 56.</u> Niech po pewnym czasie t od początku wypływu, zwierciadło wody w naczyniu opadnie do poziomu Z ponad wylotem z naczynia.

$$t = \frac{4D^2}{\mu d^2} \int_{\frac{H}{2}}^{H} \frac{dz}{v} \quad (1)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gz}{1 - \frac{d^4}{16D^4} + \lambda \frac{\pi^2 g}{128 d} \cdot L}} = \sqrt{\frac{2gz}{k}} \quad (2)$$

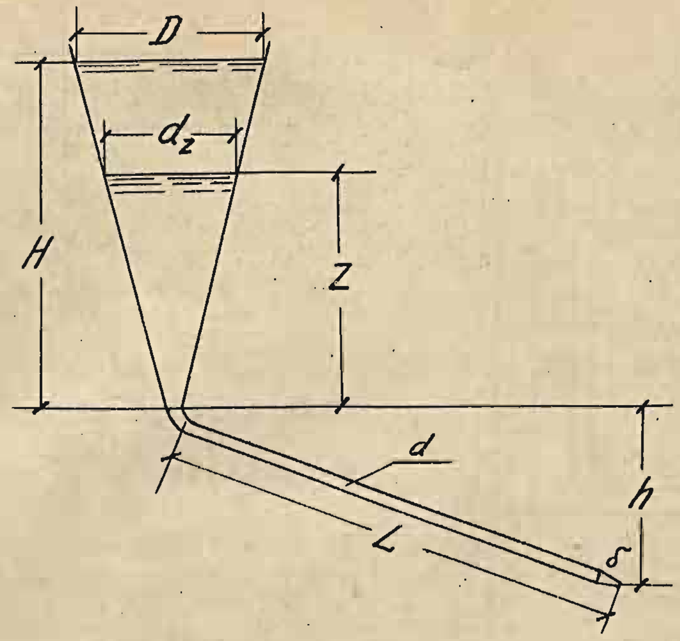
gdzie $k = 1 - \frac{d^4}{16D^4} + \lambda \frac{\pi^2 g}{128 d} \cdot L$

Podstawiając wartość na v z (2) w równanie (1) otrzymamy po scałkowaniu:

$$t = \frac{4D^2}{\mu d^2 \sqrt{2g}} \cdot \sqrt{k \cdot H} \left(2 - \sqrt{2}\right)$$

<u>Zadanie 57.</u>

$$t = \frac{4}{\mu \pi \delta^2} \int_{0}^{H} \frac{F_z \cdot dz}{v} \quad (1)$$



Do zadania 57.

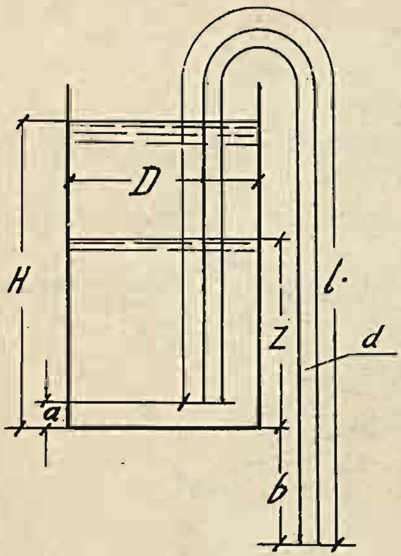
$$F_z = \frac{\pi}{4} d_z^2 = \frac{\pi}{4}\left[d + \frac{Z}{H}(D-d)\right]^2 \quad (2)$$

$$v = \sqrt{\frac{2g(h+Z)}{1 - \frac{\delta^4}{\left[d+\frac{Z}{H}(D-d)\right]^4} + \lambda\frac{\pi^2 g\,\delta^4}{8d^5}\cdot L}} \quad (3)$$

Podstawiając wartość na F_z i v z (2) i (3) w równanie (1) otrzymamy po scałkowaniu wartość na t.

Zadanie 58.

$$t = \frac{D^2}{d^2}\int_a^H \frac{dz}{v}\,; \quad v = \sqrt{\frac{2g(z+b)}{1 - \frac{d^4}{D^4} + \lambda\frac{\pi^2 g}{8d}\cdot L}} =$$



$$= \sqrt{\frac{2g(z+b)}{k}}$$

gdzie $k = 1 - \frac{d^4}{D^4} + \lambda \frac{\pi^2 g}{8d} \cdot L$

Podstawiając wartość na v w równanie na t otrzymamy po scałkowaniu:

$$t = \frac{2D^2\sqrt{k}}{d^2\sqrt{2g}}\left[\sqrt{H+b} - \sqrt{a+b}\right]$$

Do zadania 58.

Zadanie 59.

$$H = \lambda_1 \frac{(Q_1+Q_2)^2}{(2d)^5} \cdot \frac{l}{2} + \lambda_2 \frac{Q_2^2}{d^5} \cdot 2l + \frac{16 Q_2^2}{\pi^2 d^4 2g} \quad (1)$$

$$H = \lambda_1 \frac{(Q_1+Q_2)^2}{(2d)^5} \cdot \frac{l}{2} + \lambda_2 \frac{Q_1^2}{d^5} \cdot l + \frac{16 Q_1^2}{\pi^2 d^4 2g} \quad (2)$$

z równania (1) i (2) znajdujemy niewiadome Q_1 i Q_2.

Zadanie 60. Niech długość i średnica przewodu AB będą odpowiednio L i d.

$$(h_o - h_1) = \lambda \frac{(Q_1+Q_2)^2}{d^5} L + \lambda_1 \frac{Q_1^2 L_1}{d_1^5} + \frac{16\,Q_1^2}{\pi^2 d_1^4 2g} \quad (1)$$

$$(h_o - h_2) = \lambda \frac{(Q_1+Q_2)^2}{d^5} L + \lambda_2 \frac{Q_2^2 L_2}{d_2^5} + \frac{16\,Q_2^2}{\pi^2 d_2^4 2g} \quad (2)$$

Z równania /1/ i /2/ znajdujemy niewiadome Q_1 i Q_2.

Zadanie 61.

$$h_1 = \lambda_1 \frac{Q_1^2}{d_1^5} l_1 + \lambda \frac{(Q_1+Q_2)^2}{d^5} l_1 + \frac{16\,(Q_1+Q_2)^2}{\pi^2 d^4 2g} \quad (1)$$

$$h_2 = \lambda_2 \frac{Q_2^2}{d_2^5} l_2 + \lambda \frac{(Q_1+Q_2)^2}{d^5} l_1 + \frac{16\,(Q_1+Q_2)^2}{\pi^2 d^4 2g} \quad (2)$$

Z równania /1/ i /2/ znajdujemy niewiadome Q_1 i Q_2.

Zadanie 62. Z równania Bernoulli'ego dla przewodu AEB otrzymamy:

$$h_1 = \frac{16\,Q^2}{9\pi^2 2g} \cdot \frac{1}{d_1^4} + \frac{\lambda Q^2}{d^5} \cdot l + \frac{\lambda_1 Q^2}{9 d_1^5} \cdot l \quad (1).$$

Według Kuttera i Ganguillet'a:

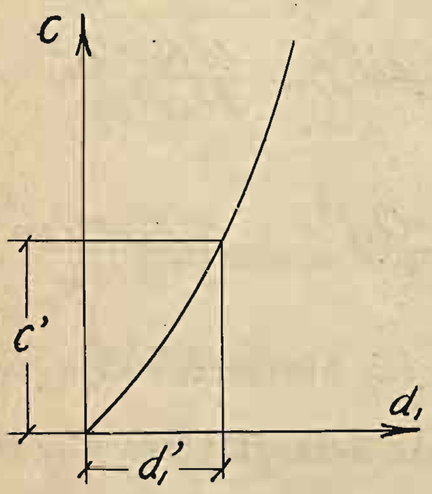
$$\lambda_1 = \left(2.55\,\frac{2m+\sqrt{d_1}}{100\sqrt{d_1}}\right)^2. \quad (2)$$

Podstawiając wartość na λ_1 z 2/ w 1/ otrzymalibyśmy równanie z niewiadomą d_1 bardzo skomplikowane do rozwiązania. Zarzucimy wobec tego myśl rozwiązania tego równania bezpośrednio i zastosujemy metodę kolejnych przybliżeń. Dla uproszczenia rachunku oznaczmy wielkości stałe w równaniu 1-em:

$$a=\frac{16Q^2}{9\pi^2 2g}; \quad b=\frac{\lambda Q^2}{d^5}l; \quad c=\frac{Q^2 l_1}{9};$$

wtedy równanie 1-sze napiszemy:

$$h_1=\frac{a}{d_1^4}+b+\lambda_1\frac{c}{d_1^5}; \quad (h_1-b)d_1^5-ad_1=\lambda_1 c \quad (3)$$



Do zadania 62

Przyjmijmy w 1-szem przybliżeniu $\lambda_1=\left(\frac{1}{20}\right)^2$ wtedy wyraz $\lambda_1 c$ w równaniu 3-em będzie wielkością stałą, którą oznaczymy przez c'. Równanie 3-cie przyjmie postać:

$$(h_1-b)d_1^5-ad_1=c' \quad (4)$$

z której wyznaczymy metodą wykreślną /patrz rys. do zadania 62/ w pierwszem przybliżeniu wartość średnicy równą d_1'. Podstawiając w równanie 2-gie wartość średnicy d_1' otrzymamy wartość dla spółczynnika λ_1 równą λ_1'. Znalazłszy λ_1' wstawiamy ją w równanie 4-te, skąd otrzymamy nową wartość na średnicę przewodu równą d_1''. Postępując tak dalej znajdziemy szereg wartości dla średnicy d_1: d_1', d_1'', d_1''' i t.d. Wartości te na d_1 będą się coraz szybciej zbliżały do pewnej wartości, na której możemy obliczenie zakończyć.

Dla znalezienia średnic d_2 i d_3 przewodów EC i ED postępujemy analogicznie.

U W A G A. W praktyce przy obliczaniu średnic przewodów posługujemy się gotowemi tablicami.

Zadanie 63. Przyjmijmy, że każdym przewodem płynie $Q \frac{m^3}{sek.}$ wody oraz, że średnica wspólnego wylotu A jest d_0.

$$H = \frac{64Q^2}{2g\pi^2 d_0^4} + \lambda_1 \frac{Q^2}{d_1^5} L_1 \quad (1)$$

$$H + h = \frac{64Q^2}{2g\pi^2 d_0^4} + \lambda_2 \frac{Q^2}{d_2^5} L_2 \quad (2)$$

z 1/ $$d_1 = \sqrt[5]{\lambda_1 \frac{Q^2 L_1}{H - \frac{64Q^2}{2g\pi^2 d_0^4}}} = \sqrt[5]{\lambda_1} \cdot \sqrt[5]{A}$$

gdzie $$A = \frac{Q^2 L_1}{H - \frac{64Q^2}{2g\pi^2 d_0^4}}$$

z 2/ $$d_2 = \sqrt[5]{\lambda_2 \frac{Q^2 L_2}{(H+h) - \frac{64 Q^2}{2g\pi^2 d_0^4}}} = \sqrt[5]{\lambda_2} \cdot \sqrt[5]{B}$$

gdzie $$B = \frac{Q^2 L_2}{(H+h) - \frac{64 Q^2}{2g\pi^2 d_0^4}}.$$

W pierwszem przybliżeniu należy przyjąć na λ_1 i λ_2 wartość $\left(\frac{1}{20}\right)^2$, a następnie dalej postępujemy metodą kolejnych przybliżeń. Wyliczywszy w ten sposób d_1 i d_2 znajdziemy następnie ich stosunek.

Zadanie 64. Przyjmijmy, że z każdego zbiornika wypływa $Q \frac{m^3}{sek}$ wody.

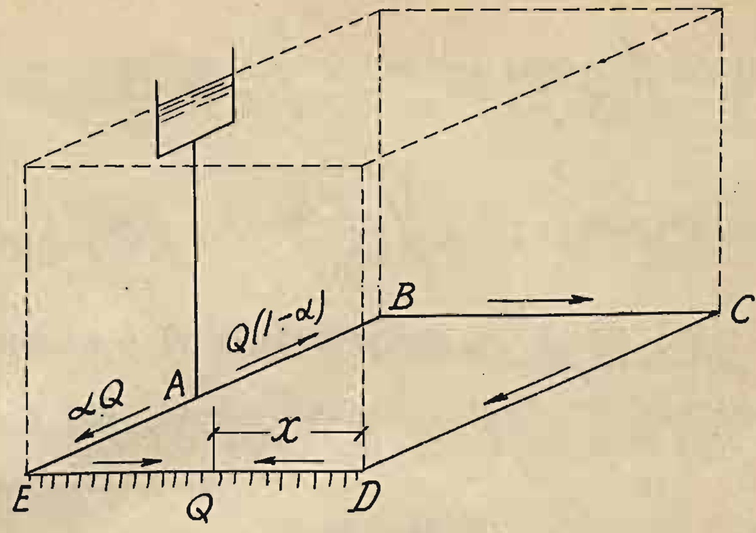
$$x = Q^2\left(\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} - \lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5}\right).$$

Zadanie 65.

$$(1)\quad \lambda \frac{(\alpha Q)^2}{d^5} \cdot \frac{l}{2} + \lambda \frac{(\alpha Q)^2}{3d^5}(l-x) = \lambda \frac{Q^2(1-\alpha)^2}{d^5} \cdot 2{,}5l + \lambda \frac{Q^2(1-\alpha)^2}{3d^5} \cdot x$$

$$(2)\quad \frac{\alpha Q}{l-x} = \frac{Q(1-\alpha)}{x};$$

dwa równania i dwie niewiadome α i x.



Do zadania 65.

Zadanie 66. Oznaczając średnicę przewodu zastępczego przez D_x oraz ilość odcinków, z których składa się przewód przez n, otrzymamy:

$$D_x = \sqrt[5]{\lambda_x} \cdot \sqrt[5]{\frac{\sum_1^n l_i}{\sum_1^n \frac{\lambda_i l_i}{d_i^5}}}$$

W pierwszem przybliżeniu należy przyjąć na λ_x wartość $\left(\frac{1}{20}\right)^2$, a następnie dalej postępujemy metodą kolejnych przybliżeń.

Zadanie 67. Całkowity koszt K wynosi:

$$K = k_1 d l + k_2 Q h;$$

$$h = \lambda \frac{Q^2}{d^5} l; \quad K = k_1 d l + k_2 \lambda \frac{Q^3}{d^5} l;$$

Minimum K będzie gdy $\dfrac{\partial K}{\partial d} = 0;$

stąd otrzymamy: $d = \sqrt[6]{\dfrac{5k_2}{k_1}\cdot\lambda}\cdot\sqrt{Q}.$

<u>Zadanie 68.</u> Całkowity koszt K wynosi:

$$K = k_1(d_1 l_1 + d_2 l_2) + k_2(Q_1 + Q_2)\,h;$$

$$h = \lambda_1 \frac{Q_1^2}{d_1^5} l_1 = \lambda_2 \frac{Q_2^2}{d_2^5} l_2;$$

wystarczy dokładność $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = \left(\frac{1}{20}\right)^2,$

$$K = k_1\left(l_1 + l_2\cdot\sqrt[5]{\frac{Q_2^2 l_2}{Q_1^2 l_1}}\right)d_1 + k_2(Q_1 + Q_2)\frac{\lambda Q_1^2 l_1}{d_1^5};$$

minimum K będzie gdy $\dfrac{\partial K}{\partial d_1} = 0;$ stąd otrzymamy:

$$d_1 = a\sqrt[5]{l_1\cdot Q_1^2} \quad \text{gdzie} \quad a = \sqrt[6]{\frac{5k_2\lambda(Q_1 + Q_2)}{k_1\left(l_1^{\frac{6}{5}}\cdot Q_1^{\frac{2}{5}} + l_2^{\frac{6}{5}}\cdot Q_2^{\frac{2}{5}}\right)}}.$$

Postępując analogicznie otrzymamy: $d_2 = a\sqrt[5]{l_2\cdot Q_2^2}.$

<u>Zadanie 69.</u>

$$(h_0 - h_1) = \lambda_1 \frac{9Q^2}{x_1^5} L_1 + \frac{16Q^2}{2g\pi^2\delta^4} \qquad (1)$$

$$(h_0 - h_2) = \lambda_1 \frac{9Q^2}{x_1^5} L_1 + \lambda_2 \frac{4Q^2}{x_2^5} L_2 + \frac{16Q^2}{2g\pi^2\delta^4} \quad (2)$$

$$(h_0 - h_3) = \lambda_1 \frac{9Q^2}{x_1^5} L_1 + \lambda_2 \frac{4Q^2}{x_2^5} L_2 + \lambda_3 \frac{Q^2}{x_3^5} L_3 + \frac{16Q^2}{2g\pi^2\delta^4} \quad (3)$$

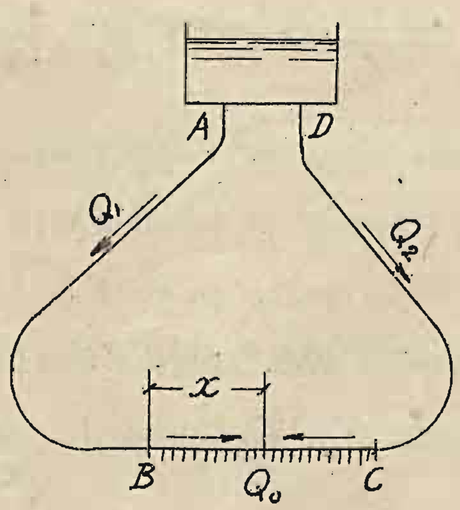
trzy równania i trzy niewiadome x_1, x_2, x_3.

Zadanie 70. Niech Q_x będzie ilość wody, przepływająca odcinkiem AC.

$$\lambda \frac{Q_x^2}{D^5} L = \lambda \frac{\left(\frac{Q}{2} - Q_x + \frac{Q}{4} + 0.55\frac{Q}{4}\right)^2}{D^5} L + \lambda \frac{\left(\frac{Q}{2} - Q_x + 0.55\frac{Q}{4}\right)^2}{D^5} L$$

równanie z którego znajdujemy Q_x.

Zadanie 71.



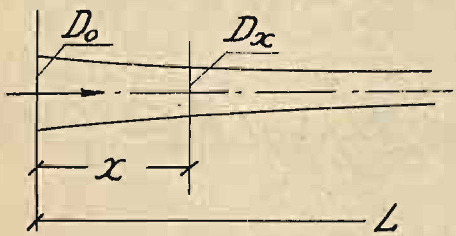
Do zadania 71.

$$(1) \quad Q_1 + Q_2 = Q_0 \; ; \; (2) \quad \frac{Q_1}{x} = \frac{Q_2}{L_2 - x} \; ;$$

$$\lambda\frac{Q_1^2}{d^5}L_1+\lambda\frac{Q_1^2}{3d^5}x=\lambda\frac{Q_2^2}{d^5}L_3+\lambda\frac{(L_2-x)Q_2^2}{3d^5} \quad (3)$$

trzy równania i trzy niewiadome x, Q_1, Q_2.

Zadanie 72. Niech średnica na początku przewodu będzie D_o. Wysokość stracona na tarcie w przewodzie rurowym równa się:



Do zadania 72.

$$h_t=\lambda\int_0^L\frac{Q_x^2}{D_x^5}dx \quad (1)$$

$$(2)\ Q_x=Q_o+\frac{Q_1(L-x)}{L};\quad (3)\ D_x^2=D_o^2\left(1-\frac{Q_1x}{L(Q_o+Q_1)}\right)$$

Podstawiając wartość na Q_x i D_x z równania (2) i (3) w równanie (1) otrzymamy po scałkowaniu wartość na h_t.

Zadanie 73. Ciśnienie w zbiorniku zamkniętym $= x$.

$$\frac{x-p_a}{\gamma}=H+\lambda_1\frac{(Q_1+Q_2)^2}{d_1^5}L_1+\lambda_2\frac{Q_2^2}{d_2^5}L_2$$

Zadanie 74.

$$Q=kx^2\sqrt{J\cdot\frac{x}{2\sqrt{2}}}$$

równanie, z którego znajdujemy x.

Zadanie 75.

$$\frac{1}{n} = \frac{x}{h}\sqrt{\frac{x(b+2h)}{h(b+2x)}}$$

równanie 3°, z którego wyznaczymy x.

Zadanie 76. Przyjęto spółczynnik $k = const.$

$$\frac{2}{\sqrt[4]{2}} = ctg\varphi \cdot \sqrt{\cos\varphi}$$

równanie, z którego znajdziemy kąt φ.

Zadanie 77.

$$x + y = b \quad (1)$$

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{k_1 y}{k_2 x} \cdot \sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{2h+x}{2h+y}} \quad (2)$$

w równaniu (2) k_1 i k_2 są odpowiednio funkcjami y i x. W pierwszem przybliżeniu należy przyjąć $k_1 = k_2 = const.$ Z równania (1) i (2) wyznaczymy niewiadome x i y.

Zadanie 78.

$$Q = k\sqrt{J\frac{F^3}{O}} \; ; \quad F = \frac{d^2}{4}\left(\frac{1}{2}\sin 2\varphi + \frac{\pi}{2} - \varphi + 1\right)$$

$$O = d\left(\sqrt{2} + \frac{\pi}{2} - \alpha\right);$$

Z warunku na maximum Q otrzymamy:

$$\frac{d\left(\frac{F^3}{O}\right)}{d\varphi} = 0$$

z którego wyznaczymy φ .

Zadanie 79.

$$v = k\sqrt{JR}\ ; \quad R = \frac{\frac{1}{4}a^2 tg\alpha - \rho^2(tg\alpha - \alpha)}{\frac{a}{\cos\alpha} - 2\rho(tg\alpha - \alpha)},$$

z warunku $\frac{dR}{d\rho} = 0$ otrzymamy:

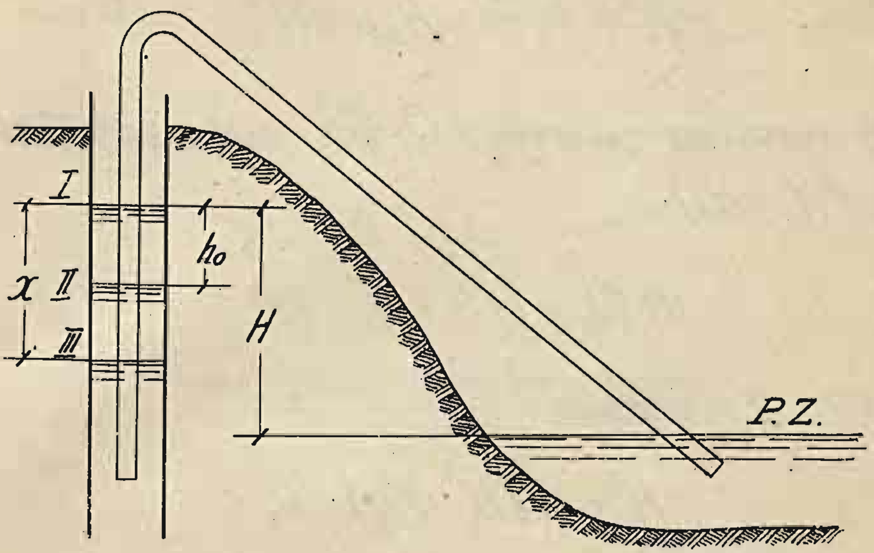
$$\rho^2(tg\alpha - \alpha) - \frac{a}{\cos\alpha}\cdot\rho + \frac{a^2 tg\alpha}{4} = 0\ ;$$

skąd, mając na uwadze $\frac{d^2R}{d\rho^2} < 0$;

$$\rho = \frac{a\left(1 - \sqrt{1 - \sin\alpha\cdot\cos\alpha(tg\alpha - \alpha)}\right)}{2(tg\alpha - \alpha)\cos\alpha}.$$

dla $\alpha = 30^\circ$ $\rho = 0{,}13a$

Zadanie 80. Z równania Bernoulli'ego dla cząstki wziętej w przekroju $\underline{III}$ i następnie na swobodnej powierzchni basenu otrzymamy:



Do zadania 8o.

$$(H - x) = \frac{16 Q_x^2}{2g\pi^2 D^4} + \lambda \frac{Q_x^2}{D^5} L \quad (1)$$

$$Q_0 = \gamma h_0 ; \quad Q_x = \gamma x ; \quad Q_x = Q_0 \frac{x}{h_0} \quad (2)$$

z równania (1) i (2) wyznaczymy niewiadomą x.

Zadanie 81.

$$Q = \frac{\varphi b k}{2l}\left[H^2 - h^2\right].$$

gdzie b oznacza szerokość rowu.

Zadanie 82. Gdy woda wypływa z otworu B w ilości $Q_1 \frac{m^3}{godz.}$ depresja równa się $(H_1 - H_2)$;

$$Q_1 = \gamma(H_1 - H_2) \quad (1)$$

gdy zaczniemy pompować $nQ_1 \frac{m^3}{godz.}$ depresja wzrośnie do $(H_1 + H_0)$;

$$nQ_1 = \gamma(H_1 + H_0) \quad (2)$$

z (1) i (2) otrzymamy:

$$H_0 = n(H_1 - H_2) - H_1$$

Zadanie 83.

$$P_x = \frac{\pi D^2}{4}\left[p_1 \sin\alpha - p_2 \sin\beta - \frac{\gamma v^2}{g}(\sin\beta - \sin\alpha)\right]$$

$$P_y = \frac{\pi D^2}{4}\left[-p_1 \cos\alpha - p_2 \cos\beta - \frac{\gamma v^2}{g}(\sin\beta + \sin\alpha)\right]$$

$$p_2 = p_1 - \gamma h.$$

Zadanie 84. Przyjmijmy jako wielkości wiadome $H, L, D, d.$

$$P = \frac{\gamma Q}{g} v(\cos\alpha + 1)$$

$$Q = v\frac{\pi d^2}{4}\,; \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \frac{\lambda g \pi^2 d^4}{8D^5}L}}\,;$$

Z warunku $\frac{dP}{d\alpha} = 0$ maximum P przy $\alpha = 0°$.

Zadanie 85.

$$x = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{C}{4\gamma f_0}$$

CENTRALNE LABORATORIUM CHEMICZNE

w WARSZAWIE.

KREM, MYDŁO i PUDER

„BELAMI"

najwięcej wydajne współczesne środki
do udelikatniania twarzy, rąk i biustu.

KREM „BELAMI" jest środkiem bezwzględnie pewnym w działaniu. Wcierany w skórę twarzy i rąk wytwarza ochronę od wpływów atmosferycznych, zapobiegając pękaniu naskórka.

KREM „BELAMI" jest najdelikatniejszym środkiem zapobiegającym tworzeniu się zmarszczek. Przy systematycznem użyciu zmarszczki już istniejące rozprowadza w krótkim czasie, nadając cerze piękny matowy odcień świeżej brzoskwini.

KREM „BELAMI" z najbardziej chropowatej skóry czyni ją elastyczną i aksamitną, a przy swych własnościach odżywczych goi wszelkie podrażnienia naskórka.

KREM „BELAMI" jest przygotowany w dwóch postaciach: jako krem beztłuszczowy dla cery tłustej i łuszczącej się, i jako krem lekko przetłuszczony dla cery suchej.

KREM „BELAMI" czy to beztłuszczowy, czy też lekko przetłuszczony znakomicie się wciera, jest niewidoczny, nie brudzi bielizny i niezastąpiony pod puder.

KREM „BELAMI" używać można bez względu na porę dnia. Po każdem umyciu się nacierać skórę w stanie jeszcze wilgotnym, poczem po wyschnięciu zastosować puder.

PUDER „BELAMI"

Słuszne było nieraz twierdzenie naszych pań, że pudry krajowe nie odpowiadają ogólnym wymaganiom. To prawda lecz niema rzeczy, której nauka dzisiejsza nie byłaby zdolna dokonać. Po długich doświadczeniach i próbach w naszym laboratorium, udało się znaleść składniki roślinne, które, przy odpowiedniem chemicznem spreparowaniu, dały idealnie subtelny proszek kryjący i ściśle przylegający do twarzy.

„Puder Belami" stanowi unikat pośród pudrów tego rodzaju wyrabianych w kraju i zagranicą, a własności jego udelikatniające wysuwają preparat ten na pierwsze miejsce w rzędzie wyrobów kosmetycznych.

„Puder Belami" wyrabiany jest w kolorach:

Biały	neutralny
Rose I	dla blondynek jasnych,
Rose II	
Naturalny	" " "
Rachel I	dla szatynek,
Rachel II	
Ocre	dla brunetek
Ocre Rose	
Moresque	dla twarzy opalonych
Peche	

„MYDŁO BELAMI"

jest najwytworniejszem i najdelikatniejszem mydłem doby obecnej gdyż zawiera w sobie te same składniki co i krem „Belami" wytwarza delikatną miękką pianę i idealnie zapobiega łuszczeniu się naskórka.

Mydło „Belami" odznaczając się subtelną łagodnością nadaje się dla każdej cery zarówno normalnej, jako też tłustej i suchej.

Krem, puder i mydło „Belami"

w szeregu swych zalet niedoścignionych posiadają jeszcze to, że zapach zastępuje w zupełności najprzedniejsze subtelne perfumy.

CENTRALNE LABORATORIUM CHEMICZNE

Mgr. A. CZEKAY

w Warszawie

wyrabia ponadło artykuły znane od lat 30 i cieszące się **uznaniem szerokiej publiczności.** Za swój wysoki gatunek zostały oznaczone **złotymi medalami** na wystawach krajowych i zagranicznych.

Esencja i mydło „Tataro-Chmielowe"

jedyne **środki usuwające łupież** powstrzymujące wypadanie włosów.

„Tymentol"

pasta, eliksir, mydełko i proszek, znane i **ulubione środki** do pielęgnacji zębów.

„Borol"

krem glicerynowy, zapobiegający pękaniu naskórka i czerwoności rąk, niezastąpiony podczas słot i ostrych wiatrów.

„Kallotrix"

znana i wypróbowana idealna farba do włosów, barwiąca na wszystkie kolory.

Wody Kwiatowe i Perfumy

wyrabiane w naszym laboratorium, wyróżniają się wybitnie swym subtelnym i trwałym zapachem. Szczególnie godne są polecenia zapachy: Chypre, Lavenda, Verbena, Konwalia, Kwiaty polskie, Jaśmin, Narcyz, Róża, Trefle, Kwiat pomarańczy, Fougére, L'origan, Biały bez, Fiołek.

WYROBY
Centralnego Laboratorium Chemicznego
w WARSZAWIE.

MOŻNA NABYWAĆ WE WSZYSTKICH PIERWSZORZĘDNYCH PERFUMERIACH i SKŁADACH APTECZNYCH PROPAGUJĄCYCH KRAJOWE WYROBY

po cenach niżej wyszczególnionych:

Eliksir Tymentol duży flakon	Zł.	4.—
„ „ mały	„	2.25
Pasta do zębów Tymentol	„	0.75
Mydełko do zębów Tymentol w pudełku małem	„	0.75
„ „ „ „ zapasowe	„	0.50
„ „ „ „ pudełko większe	„	1.20
„ „ „ „ zapasowe	„	0.75
„Borol" gliceryna zgęszczona do rąk, tuba .	„	1.—
Krem lanolinowy udelikatniający, tuba . .	„	1.—
Krem ogórkowy „ „	„	1.20
Krem „Belami" w tubach	„	1.50
Puder „Belami" pudełko większe	„	1.80
„ „ „ mniejsze	„	1.—
Mydło „Belami" udelikatniające	„	1.20
Esencja Tataro-Chmielowa za flakon . .	„	3.—
Szampon „ „ torebka . .	„	0.40
Mydło „ „ na włosy . .	„	1.20
Woda odżywcza „Juno"	„	2.50
Végétal do włosów	„	2.50
Depilatoire do usuwania włosów	„	1.20
Mydła toaletowe od 20 gr. do	„	1.—
Mydła lecznicze od	„	0.80
Wody kolońskie za flakon od 75 gr. do . .	„	22.—
Wody kwiatowe różne zapachy od 1.50 do .	„	15.—
Perfumy różne zapachy od 0.80 do . . .	„	10.—