

ROZDZIAŁ XXI.

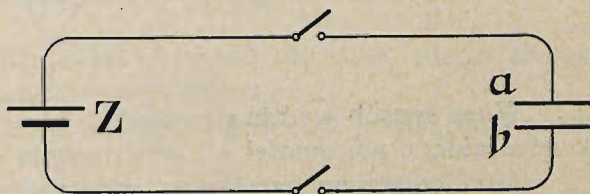
Powstawanie energii pola elektrycznego skutkiem pracy prądu i wykonywanie pracy przez prąd elektryczny kosztem energii pola elektrycznego.

W rozdziale IX podane zostały warunki, w jakich prąd może przepływać przez izolatory. W izolatorach powstają wtedy przesunięcia elektryczności, które odbywają się skutkiem pracy prądu elektrycznego, a więc stanowią zapas energii, tak zwaną energję pola elektrycznego. Gdy w miejscu izolatora jest próżnia, nie zawierająca żadnych ładunków elektrycznych, to sprawa przedstawia się nieco inaczej. Pole elektryczne, jak to wskazuje doświadczenie, może powstać równie dobrze w próżni, jak i w izolatorze. Dla wytworzenia tego pola, podobnie jak dla wytworzenia pola magnetycznego, potrzebna jest pewna ilość energii, która przenosi się do eteru i znajduje się tam w postaci energii pola elektrycznego. Jednak gdy izolatora nie ma, ilość energii w polu elektrycznym przy tym samym natężeniu jest mniejsza.

Pole elektryczne istnieje we wszystkich wypadkach przepływu prądu elektrycznego, ponieważ przewodniki prowadzące prąd zawsze są naładowane elektrycznością. Zaznaczyć jednak należy, że tylko w szczególnych przypadkach mamy przewodniki o dużej powierzchni, bardzo blisko względem siebie umieszczone, ze znaczną na nich różnicą potencjałów. Pole elektryczne ma wtedy dość duże natężenie, a więc i zapas energii w nim zawarty ma znaczenie praktyczne. W tych przypadkach mówimy, że przewodniki tworzą kondensator.

Rozważmy np. obwód, przedstawiony na rys. 238, gdzie \mathcal{Z} oznacza źródło prądu, a i b — przewodniki w po-

staci płytek, tworzące kondensator. Po zamknięciu wyłączników, w obwodzie będzie płynął prąd dotąd, dopóki napięcie pomiędzy płytkami kondensatora a b nie stanie się równem sile elektromotorycznej źródła prądu. Na-



Rys. 238.

piecie na płytkach kondensatora nazywamy siłą elektromotoryczną kondensatora. Kierunek jej jest przeciwny prądowi ładującemu, a więc i sile elektromotorycznej źródła prądu. Oznaczymy przez E siłę elektromotoryczną źródła prądu, przez E_{ct} — siłę elektromotoryczną kondensatora, przez i_t — prąd w obwodzie, a przez r — opór omiczny obwodu. Według prawa Ohma otrzymamy wzór:

$$i_t = \frac{E - E_{ct}}{r},$$

skąd:

$$E = i_t \cdot r + E_{ct}.$$

Mnożąc obie strony przez $i_t \cdot dt$, otrzymamy:

$$E \cdot i_t \cdot dt = i_t^2 \cdot r \cdot dt + E_{ct} \cdot i_t \cdot dt,$$

gdzie $E \cdot i_t \cdot dt$ oznacza pracę dostarczoną przez źródło prądu, a $i_t^2 \cdot r \cdot dt$ — pracę, przetwarzającą się w obwodzie w ciepło Joule'a, $E_{ct} \cdot i_t \cdot dt$ — pracę, przetwarzającą się w energię pola elektrycznego kondensatora.

Oznaczmy pojemność kondensatora przez C , a ilość elektryczności, która zebrała się na każdej okładce kondensatora od chwili zamknięcia wyłączników do chwili t — przez q_t . Na zasadzie wzorów, podanych w rozdziale IX, otrzymamy:

$$C = \frac{q}{E_{ct}},$$

skąd:

$$q_t = C \cdot E_{ct},$$

$$\text{a} \quad dq_t = C \cdot dE_{ct}.$$

Z rozdziału II wiemy, że:

$$i_t = \frac{dq_t}{dt},$$

a więc:

$$i_t = C \cdot \frac{dE_{ct}}{dt}.$$

Uwzględniając wyrażoną w ten sposób siłę prądu, można energję dostarczoną kondensatorowi w ciągu czasu t wyrazić za pomocą całki:

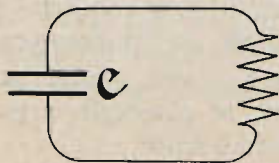
$$\int_0^t E_{ct} \cdot i_t \cdot dt = C \cdot \int_0^t E_{ct} \cdot dE_{ct} = C \cdot \frac{E_{ct}^2}{2}.$$

Ponieważ siła elektromotoryczna kondensatora równa się zawsze napięciu na kondensatorze e , możemy napisać powyższy wzór jeszcze inaczej, mianowicie:

$$C \cdot \frac{e^2}{2}.$$

W ten sposób wyraża się energja, zawarta w polu elektrycznym dowolnego kondensatora o pojemności C , przy napięciu e na okładkach.

Jeżeli odłączymy naładowany kondensator od źródła prądu i utworzymy obwód wskazany na rys. 239, to kondensator się wyładowuje. W obwodzie przebiegnie chwilowy prąd i cała energja zawarta w polu elektrycznym wytworzy pracę prądu, ta zaś ciepło Joule'a.



Rys. 239.

W kondensatorze wyładowanym pola elektrycznego nie ma, a więc nie ma też żadnego zapasu energii.

Kondensator jest zatem właściwym zbiornikiem energii elektrycznej, której siedlisko tkwi w izolatorze pomiędzy okładkami kondensatora.

Stosowane zwykle w praktyce izolatory nie są doskonałe; jakoż odbywają się w nich w mniejszym lub większym stopniu jeszcze inne przemiany energii.

Ponieważ izolator przepuszcza trochę prądu elektrycznego w ten sam sposób, jak przewodnik, powstaje w nim pewna ilość ciepła Joule'a, oczywiście kosztem pracy prądu.

Nadto powstawanie polaryzacji dielektrycznej w cząsteczkach izolatora (p. rozdz. IX) odbywa się zawsze w ten sposób, że z powodu tak zwanej histerezy dielektrycznej izolatora pewna ilość energii dostarczonej kondensatorowi przetwarza się na ciepło.

Dla dokładniejszego uprzytomnienia sobie energii pola elektrycznego wyprowadzimy dla tej energii jeszcze wzór inny.

W rozdziale IX (str. 86) dla pojemności kondensatora płaskiego znaleźliśmy wzór:

$$C = \frac{S \cdot k}{4\pi \cdot d}.$$

Jeżeli więc kondensator płaski naładujemy do napięcia e , to energia w nim zawarta będzie:

$$C \cdot \frac{e^2}{2} = \frac{e^2 \cdot S \cdot k}{8\pi \cdot d}.$$

Objętość izolatora w tym kondensatorze wynosi $S \cdot d$; ilość więc energii w jednym centymetrze sześciennym pola będzie:

$$\frac{e^2 \cdot S \cdot k}{8\pi \cdot d \cdot S \cdot d} = \left(\frac{e}{d}\right)^2 \cdot \frac{k}{8\pi}.$$

Napięcie na płytkach, czyli różnica potencjałów podzielona przez odległość płytek wyraża spadek potencjału na 1 *cm* odległości pomiędzy płytkami, jest to więc natężenie pola elektrycznego E .¹⁾ Mając to na uwadze, wyrażamy energję pola elektrycznego zawartą w jednym centymetrze sześciennym wzorem:

$$\frac{E^2 \cdot k}{8\pi}.$$

Ponieważ k jest dla wszystkich ciał większe niż dla eteru, przeto energia pola w próżni będzie przy danym natężeniu najmniejsza.

Podług tego wzoru łatwo wyznaczyć siłę wzajemnego przyciągania płytek kondensatora.

Oznaczmy tę siłę przez $-F$ i założmy, że za pomocą siły równej i odwrotnej płytki te rozsunięte zostały na odległość $d + dx$.

Praca wykonana przez siłę F będzie:

$$F \cdot dx.$$

Kosztem tej pracy przybędzie pewna ilość energii zawarta w tem polu, które wytworzyło się w objętości $S \cdot dx$; ilość ta wyniesie:

$$\frac{E^2 \cdot k}{8\pi} \cdot S \cdot dx.$$

¹⁾ Patrz rozdział IX.

Na zasadzie prawa zachowania energii otrzymamy:

$$F \cdot dx = \frac{E^2 \cdot k}{8\pi} \cdot S \cdot dx,$$

a więc:

$$F = \frac{E^2 \cdot S}{8\pi} \cdot k,$$

czyli:

$$F = \frac{e^2 \cdot S}{8\pi \cdot d^2} \cdot k.$$

Zestawiając otrzymane powyżej wzory z wyprowadzonymi poprzednio w rozdziale XIX dla sił magnetycznych, łatwo spostrzeżemy, że są to wyrażenia zupełnie analogiczne. Możemy więc i tutaj posilkować się wyobrażeniem Faraday'a o siłach skracających linie i ciśnieniach, rozpychających je na boki. Znając układ linii sił elektrycznych pomiędzy rozważanymi ciałami, możemy na podstawie tych wyobrażeń przewidzieć, jakie ruchy mogą odbywać się w danym układzie.

Przykład. Mamy kondensator, w którym powierzchnia każdej płytki wynosi 20 cm^2 , napięcie pomiędzy płytami $e = 1000 \text{ V}$, a odległość pomiędzy nimi $d = 1 \text{ mm}$. Stała dielektryczna izolatora $k = 2$. Obliczyć energję, zawartą w polu kondensatora i siłę, z jaką przyciągają się płytki.

Dla obliczenia energii określamy naprzód pojemność kondensatora:

$$C = \frac{S \cdot k}{4\pi \cdot d} = \frac{20 \cdot 2}{4\pi \cdot 0,1} = 31,85 \text{ cm},$$

albo:

$$\frac{31,85}{9 \cdot 10^{11}} \text{ faradów} = 3,54 \cdot 10^{-11} \text{ faradów. } ^1)$$

Energja zawarta w kondensatorze będzie:

$$C \cdot \frac{e^2}{2} = 3,54 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1000^2}{2} = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ dżaulów.}$$

Siłę zaś szukaną otrzymamy ze wzoru:

$$F = \frac{e^2 \cdot S}{8\pi \cdot d^2} \cdot k.$$

W tym wzorze musimy wyrazić napięcie w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych. Wiadomo zaś, że 1 bezwzględna jednostka elektrostatyczna wynosi 300 woltów. ¹⁾ Wtedy:

$$F = \left(\frac{1000}{300}\right)^2 \cdot \frac{20}{8\pi \cdot (0,1)^2} \cdot 2 = 1770 \text{ dyn} = 1,805 \text{ Gr.}$$

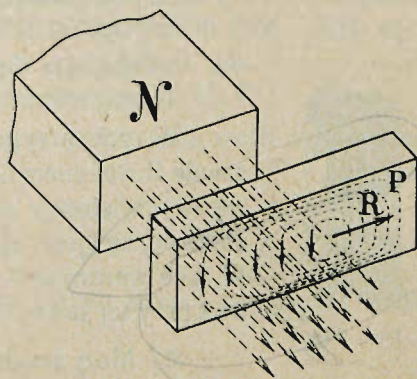
¹⁾ Patrz rozdział XXVII.

ROZDZIAŁ XXII.

Prądy wirowe (Foucaulta).

1. Powstawanie prądów wirowych. W praktyce technicznej bardzo ważne znaczenie posiadają prądy indukcyjne, powstające w częściach metalowych przyrządów i maszyn przy przecinaniu linii sił magnetycznych. Prądy te nie wybiegają na zewnątrz przyrządu lub maszyny, a zamykając się na drodze najkrótszej, tworzą rodzaj wirów elektrycznych i stąd nazywają się prądami wirowymi albo prądami Foucaulta, ponieważ badacz ten pierwszy je spostrzegł.

Najważniejsze są następujące dwa przypadki powstawania prądów wirowych: W polu magnetycznym mamy płytkę metalową P (rys. 240), poruszającą się w kierunku strzałki R . W tej części płytki, która znajduje się w polu magnetycznym powstanie siła elektromotoryczna skierowana na dół, jak to właśnie wskazuje rysunek. Siła ta wywoła prąd elektryczny wirowy, wskazany na rysunku.



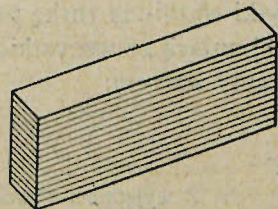
Rys. 240.

Gdyby cała płytkę znajdowała się w polu magnetycznym, którego natężenie byłoby wszędzie jednakowe, to siła elektromotoryczna powstałaby w całej masie metalu wszędzie w jednakowym kierunku i o jednakowej wielkości, przeto w masie tego metalu nie istniałby ani jeden obwód zamknięty, w którym wypadkowa siła elektromotoryczna nie równałaby się zeru. Oczywiście w takich warunkach prądy wirowe nie mogłyby powstać.

Wogóle z powyższego rozważania wynika, że prądy wirowe powstają w poruszających się kawałkach metalu wtedy, gdy metal wchodzi w pole magnetyczne, lub z niego wychodzi, albo też gdy natężenie pola nie jest wszędzie jednakowe, t. j. gdy pole magnetyczne jest niejednostajne.

Zjawisko odbywa się w ten sam sposób, gdy kawałek metalu jest nieruchomy, a poruszają się linie sił magnetycznych.

Prądy wirowe ogrzewają przewodnik, w którym przebiegają. Ciepło to w rozważanym wyżej przy-

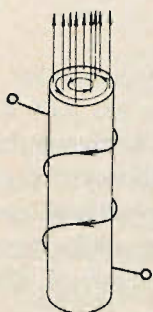


Rys. 241.

padku powstaje z pracy mechanicznej, zużytkowanej na poruszanie płytki metalowej w polu magnetycznym.

Chcąc zmniejszyć moc prądów wirowych, należy podzielić płytkę na szereg cienkich warstw (rys. 241), izolowanych jedna od drugiej. Powierzchnie rozdziału muszą być prostopadłe do kierunku sił elektromotorycznych.

Prądy wirowe powstają również w rdzeniu żelaznym zwojnicy (rys. 242), gdy w teje przepływa prąd zmienny. Pole magnetyczne jest wtedy oczywiście również zmienne i liczba linii objętych obwodem dowolnym zamkniętym wewnątrz żelaza ¹⁾ zmienia się, powstaje więc w nich siła elektromotoryczna indukcji oraz prąd.



Rys. 242.

Prądy wirowe powstałe w rdzeniach, wykonanych z żelaza maszynowego, mogą ogrzać je do bardzo wysokiej temperatury. Energia cieplna powstaje tu kosztem pracy prądu w zwojnicy. Obwody elektryczne w żelazie są to obwody wtórne, do których energia przenosi się z obwodu zwojnicy w sposób, wskazany w rozdziale XX.

Dla osłabienia prądów wirowych rdzenie żelazne przyrządów, w których zwojnice zasilane są przez prąd zmienny, wykonuje się z cienkich blach żelaznych, grubości od 0,3 do 0,7 mm.

Blachy te pokryte warstwą lakieru, lub też oklejone cienką bibułą, układa się szczelnie jedna obok drugiej i znitowuje w sposób wskazany na rys. 243. Nity muszą być od żelaza izolowane lub też tak rozłożone, aby obwody, zamykające się przez nie, miały płaszczyzny równoległe do linii sił magnetycznych.



Rys. 243.

W tych przypadkach, gdy chodzi o jak największe zmniejszenie ilości energii, przetwarzającej się w ciepło wskutek prądów wirowych, stosuje się blachę żelazną nakrzemioną, ²⁾ której opór elektryczny jest znacznie większy od oporu zwykłej blachy. W tych warunkach moc prądów wirowych będzie mniejsza, ponieważ przy tej samej sile elektromotorycznej przeplynie prąd słabszy.

2. Moc prądów wirowych. Moc energii, przetwarzającej się w ciepło w cienkich blachach, można wyrazić za pomocą wzoru, który daje się wyprowadzić teoretycznie.

Rozważmy przypadek następujący. Mamy kawałek blachy (rys. 244) o długości l , szerokości a i grubości d , bardzo małej w porównaniu do szerokości a . Załóżmy, że w tej blaszce przechodzi strumień magnetyczny, którego linie są równoległe do krawędzi płytki l , a indukcja magnetyczna równa się B . Wewnątrz płytki wytnijmy rurkę prostokątną o ściankach nieskończenie małej grubości dx , obejmującą ze wszystkich stron pewną wiązkę linii sił. Wiazkę tę w chwili t wyrażamy wzorem:

$$B_t \cdot a \cdot 2x.$$

¹⁾ Z wyjątkiem obwodów, których płaszczyzny są równoległe do linii magnetycznych.

²⁾ Po niemiecku: legiertes Blech.

Siła elektromotoryczna indukcji w ściankach rozważanej rurki wyniesie:

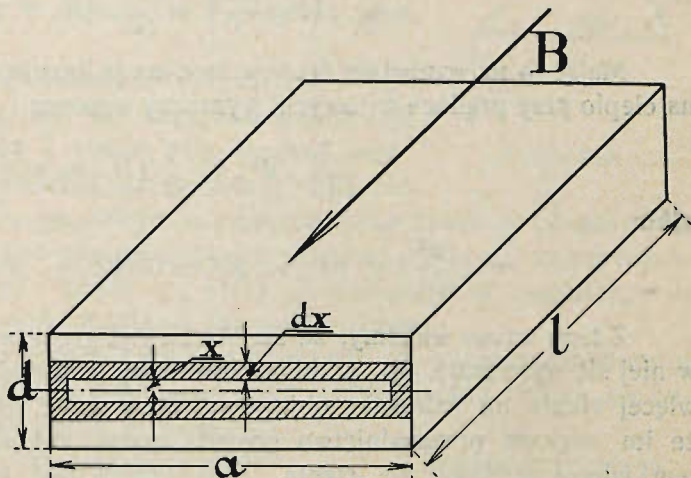
$$E_t = a \cdot 2x \cdot \frac{dB_t}{dt}.$$

Możemy również wyrazić wzorem przewodnictwo ścianek rurki w kierunku powyższej siły elektromotorycznej. Długość przewodnika równa się $2a$, o ile pominiemy części boczne, które są małe w porównaniu do $2a$, gdy płytka jest cienka. Przekrój poprzeczny dla prądu wirowego będzie $l \cdot dx$; przewodnictwo właściwe metalu, z którego zrobiona jest płytka, oznaczmy przez γ i całe przewodnictwo ścianek rurki wokoło przez dk . Wtedy:

$$dk = \frac{l \cdot dx}{2a} \cdot \gamma.$$

Moc, zamieniającą się na ciepło Joule'a, wyrażamy wzorem:

$$e^2 \cdot k.$$



Rys. 244.

W danym więc razie moc prądów wirowych w dwóch warstwach o wymiarach: l , a , dx będzie:

$$E_t^2 \cdot dk = a^2 \cdot 4x^2 \cdot \left(\frac{dB_t}{dt}\right)^2 \cdot \frac{l \cdot dx}{2a} \cdot \gamma.$$

Moc zaś zamieniającą się w całej płytce na ciepło Joule'a obliczymy według równania:

$$2a \cdot l \cdot \gamma \cdot \left(\frac{dB_t}{dt}\right)^2 \int_0^{\frac{a}{2}} x^2 \cdot dx = \frac{1}{12} \cdot a \cdot l \cdot d^3 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{dB_t}{dt}\right)^2.$$

Objętość płytki jest $a \cdot d \cdot l$, zatem moc, przypadająca na jednostkę objętości, będzie:

$$\frac{1}{12} \cdot d^2 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{dB_t}{dt}\right)^2.$$

Jeżeli $B_t = \bar{B} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}$, to:

$$\frac{dB_t}{dt} = \bar{B} \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T}.$$

Maksymalna wartość $\frac{d B_t}{d t}$, jak widać z powyższego wzoru, wynosi:

$$\bar{B} \cdot \frac{2 \pi}{T}.$$

Wobec tego średnia wartość $\left(\frac{d B_t}{d t}\right)^2$ będzie: ¹⁾

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\bar{B} \cdot \frac{2 \pi}{T}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot (\bar{B} \cdot z \cdot \pi)^2.$$

Mając to na względzie, średnią moc na jednostkę objętości, zamieniającą się na ciepło przy prądach wirowych, wyrazimy wzorem:

$$\frac{1}{12} \cdot d^3 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} (\bar{B} \cdot z \cdot \pi)^2,$$

albo:

$$\frac{\pi^2}{24} \cdot \gamma \cdot (d \cdot z \cdot \bar{B})^2 = 0,412 \cdot \gamma \cdot (d \cdot z \cdot \bar{B})^2.$$

Z tego wzoru widzimy, że im blacha jest grubsza, tym większa ilość ciepła w niej się wywiązuje, np. w blasze dwa razy grubszej wywiązuje się cztery razy więcej ciepła na jednostkę objętości. Poza tem z tego samego wzoru widzimy, że im większe przewodnictwo posiada metal, z którego zrobiona jest blacha, tem więcej wydzieli się ciepła. Gdy blacha jest żelazna, to γ wynosi około 10^5 mo na cm długości przy cm^2 przekroju. Chcąc otrzymać moc w watach, należy wyrażać siłę elektromotoryczną prądów wirowych w woltach, a w tym celu należy wyraz $\frac{d B_t}{d t}$ pomnożyć przez 10^{-8} , wtedy w ostatecznym wzorze wejdzie spółczynnik 10^{-16} .

Jeżeli uwzględnimy podane powyżej spółczynniki, to wzór, wyrażający moc energii, w watach na cm^3 , która wytwarza ciepło w blasze żelaznej, będzie następujący:

$$0,412 \cdot 10^5 (d \cdot z \cdot \bar{B})^2 \cdot 10^{-16} \text{ } ^2)$$

lub:

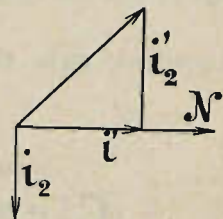
$$0,4 \cdot 10^{-11} \cdot (d \cdot z \cdot \bar{B})^2.$$

Doświadczenie potwierdza słuszność powyższego wzoru co do zależności tej mocy od d , z i \bar{B} , lecz spółczynnik liczbowy z doświadczeń nieraz wypada większy, jak to wskazują liczby, zaczerpnięte z praktyki i podane w rozdziale XXIV. Na ten spółczynnik wpływa rozkład indukcji magnetycznej, która nie jest w całym przekroju wszędzie jednakowa. Kształt krzywej, wyrażającej zmienność strumienia magnetycznego, również nie jest dokładnie sinusoidalny, co wprowadza czynnik nie uwzględniony w powyższym wzorze. Wreszcie chemiczne i fizyczne własności żelaza są bardzo zmienne i mają wpływ znaczny na spółczynnik γ .

¹⁾ Patrz rozdział I-szy o średniej z kwadratów wielkości zmiennych sinusoidalnie.

²⁾ d wyrażone jest tu w cm .

3. Wpływ prądów wirowych na pole magnetyczne zwojnicy z prądem zmiennym. Zjawisko prądów wirowych jest szczególnym przypadkiem powstawania prądów wtórnych pod wpływem zmiennych prądów w obwodzie pierwotnym. Opierając się na wywodach podanych w rozdziale XX, zastanówmy się nad zjawiskami, zachodzącymi w układzie przedstawionym na rys. 242 i stanowiącym zwojnicę nawiniętą na rdzeniu żelaznym. Jeżeli wektor N (rys. 245) wyraża strumień magnetyczny w rdzeniu, to i' stanowi prąd magnesujący.

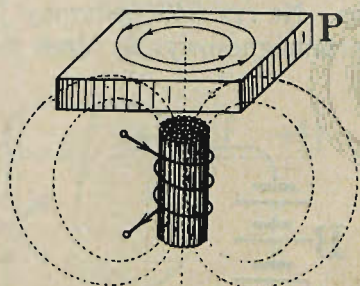


Rys. 245.

Wektor, wyrażający siłę elektromotoryczną, która wywołuje prądy wirowe, spóźnia się względem wektora N o 90° , z nim będzie zgodny i wektor siły prądów wirowych i_2 , o ile pominiemy niewielką samoindukcję w ich obwodzie. Pole wywołuje suma geometryczna amperozwojów zwojnicy i prądów wirowych, więc i' jest sumą geometryczną dwóch prądów: prądu i_1 , rzeczywiście przebiegającego w zwojnicy, i prądu i_2' , który, przebiegając w zwojnicy, wywierałby takie same magnetyczne działanie, jak prądy wirowe.

Z układu wektorów wyraźnie widzimy, że prądy wirowe w znacznym stopniu zmniejszają magnesujące działanie prądu zwojnicy. Gdyby prądy wirowe nie istniały, cały prąd i_1 wytwarzałby pole, w obecności zaś prądów wirowych tylko składowa i' stanowi wypadkowy prąd magnesujący.

Na podstawie powyższych wywodów łatwo zrozumieć, że płytka metalowa, (najlepiej miedziana) (rys. 246), umieszczona nad elektromagnesem, zasilanym prądem zmiennym, zasłania w znacznym stopniu przestrzeń nad płytką od działania magnetycznego zwojnicy. Prądy wirowe, powstające w tej płytce, znacznie osłabiają strumień magnetyczny, którego linie idą do góry.



Rys. 246.

Pozatem należy jeszcze zwrócić uwagę na to, że płytka taka będzie odpychana od elektromagnesu, co wynika z działania prądów pierwotnych na wtórne, wyjaśnionego szczegółowo w rozdziale XX.

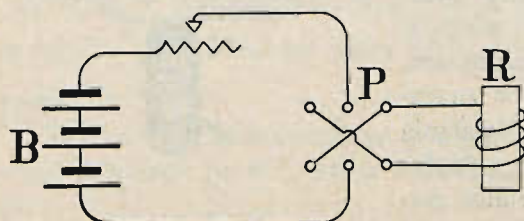
ROZDZIAŁ XXIII.

Ciepło histerezy magnetycznej.

W rozdziale XIX, przy powstawaniu energii pola magnetycznego skutkiem pracy prądu elektrycznego, podany był wzór, wyrażający pracę, zużytkowaną na wywołanie indukcji magnetycznej B w jednostce objętości pewnego ośrodka:

$$A_1 = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_0^B H \cdot dB,$$

gdzie A_1 — praca, H — natężenie pola magnetycznego, B — indukcja magnetyczna. Na rys. 247 wskazany jest układ przyrządów, za pomocą których możemy przemagnesowywać rdzeń zwojnicy R . B oznacza tu źródło prądu, P — przełącznik do zmiany kierunku prądu.



Rys. 247.

Opornik w obwodzie służy do zmiany siły prądu.

Rozważmy przedewszystkiem przypadek, gdy rdzeń zwojnicy R nie ma zupełnie własności histerezy. Przy magnesowaniu takiego rdzenia zależność indukcji B od natężenia pola H wyraża się linią prostą (rys. 248).

Aby przejść od stanu wyrażonego przez punkt O do wyrażonego przez punkt D , należy zużytkować pewną ilość pracy prądu elektrycznego.

Praca ta, jak widzieliśmy, wyrazi się całką, podaną wyżej, albo też wykreślić — polem trójkąta ODD' (rys. 248).

Gdy następnie prąd magnesujący będziemy zmniejszali stopniowo do zera, pole magnetyczne zniknie i energia jego przetworzy się z powrotem na pracę prądu. Ilość tej energii znowu wyrażać będzie powyższa całka, tylko, że całka ta będzie teraz ujemna, ponieważ przy H dodatnim dB jest ujemne.

W podobny sposób zachodzić będzie przemiana energii przy magnesowaniu w kierunku odwrotnym. Wykreślić zaś ilość energii, otrzymanej skutkiem pracy prądu w polu magnetycznym i odwrotnie, wytwarzanej z energii pola magnetycznego, wyrazi się tutaj polem trójkąta $OC'C$. Widzimy więc, że przy przemagnesowywaniu takiego ośrodka od D do C i od C do D z powrotem, w ośrodku tym nie zachodzi żadna nieodwracalna przemiana energii.

Inaczej przedstawia się ta sprawa, gdy ośrodek przemagnesowywany ma własności histerezy.

Wtedy zależność B od H przy przemagnesowywaniu kołowym wyraża się pętlą, wskazaną na rys. 249 (p. rozdział VI, § 3).

Przemiany energii, zachodzące przy przejściu żelaza z jednego stanu w drugi w kierunku strzałki wzdłuż pętlicy będą następujące:

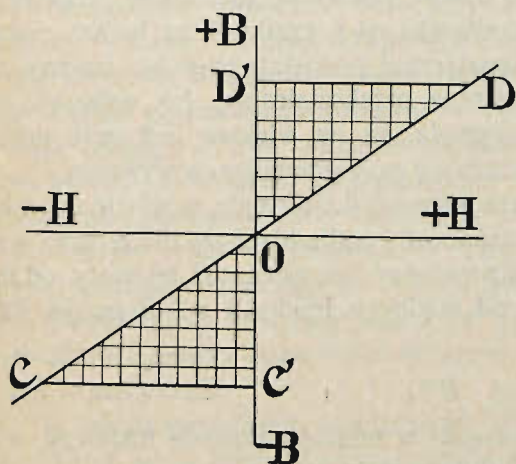
Przy rozmagnesowywaniu żelaza od a do b energia pola magnetycznego wraca do obwodu elektrycznego i wynosi:

$$A_{ab} = \frac{1}{4\pi} \int_a^b (+H) \cdot (-dB) = -\frac{1}{4\pi} \int_a^b H \cdot dB.^1)$$

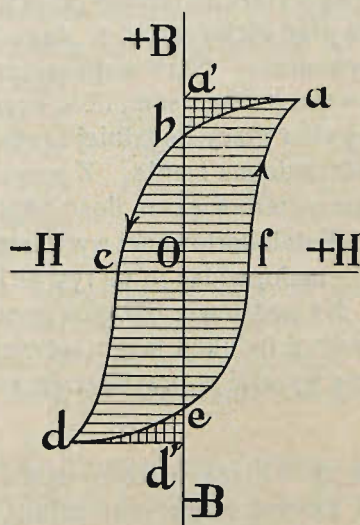
Tę ilość energii wyobraża na wykresie pole $aa'b$.

Dalej:

$$A_{bc} = \frac{1}{4\pi} \int_b^c (-H) \cdot (-dB) = +\frac{1}{4\pi} \int_b^c H \cdot dB,$$



Rys. 248.



Rys. 249.

gdzie A_{bc} jest to praca wyobrażona przez pole bco , a ponieważ wielkość ta jest dodatnią, przeto stanowi ona energję, dostarczoną przez prąd elektryczny.

Dalej:

$$A_{cd} = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_c^d (-H) \cdot (-dB) = +\frac{1}{4\pi} \int_c^d H \cdot dB,$$

gdzie A_{cd} odpowiada polu $ocdd'o$; jest to również praca, dostarczona przez prąd.

¹⁾ H i dB oznaczają tu wartości bezwzględne odpowiednich wielkości.

Następnie:

$$A_{de} = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_a^e (-H) \cdot (+dB) = -\frac{1}{4\pi} \cdot \int_a^e H \cdot db,$$

gdzie A_{de} odpowiada polu $d d' e$; jest to energia, powracająca z pola magnetycznego do obwodu elektrycznego.

Wreszcie:

$$A_{ef} = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_e^f (+H) \cdot (+dB) = +\frac{1}{4\pi} \cdot \int_e^f H \cdot dB$$

$$A_{fa} = +\frac{1}{4\pi} \cdot \int_f^a H \cdot dB$$

gdzie A_{ef} odpowiada polu $e o f$, a A_{fa} — polu $f o a' a$.

Obie te prace są dodatnie, a więc dostarczone przez prąd elektryczny.

Na rys. 249 pola, wyrażające pracę dodatnią, są zakreskowane linjami poziomymi, pola zaś wyrażające pracę ujemną — linjami pionowymi. Za pomocą takiego kreskowania rysunek uwydatnia wyraźnie, że przewyżka pracy dodatniej nad ujemną wyraża się polem pętlicy histerezy; ta więc ilość pracy została dostarczona przez prąd elektryczny, w ciągu jednego obiegu kołowego, ośrodkowi przemagnesowywanemu. Stan magnetyczny tego ośrodka na początku i na końcu obiegu kołowego jest ten sam, ilość energii magnetycznej pozostała więc bez zmiany, zaś przewyżka pracy dodatniej prądu nad ujemną przekształca się, jak wskazuje doświadczenie, na ciepło. Z powyższego wypada, że im większe jest pole pętlicy histerezy, tem większa ilość ciepła wytwarza się przy przemagnesowywaniu.

W stali hartowanej wytwarza się przez histerezę dużo ciepła, w żelazie zaś miękkim — mało; widać to na rys. 39 i 40 z porównania pętlic histerezy dla żelaza i stali.

Na podstawie licznych pomiarów stwierdzono, że zależność tej pracy od maksymalnej indukcji magnetycznej (t. j. od rzędnych punktów a i d na rys. 249), można wyrazić w przybliżeniu wzorem:

$$A = a \cdot B^{1,6},$$

gdzie A — praca przetwarzająca się na ciepło w żelazie z powodu histerezy, a — stała, zależna od gatunku żelaza, B — indukcja maksymalna.

Wzór ten podany został przez Steinmetza. Nowsze badania wykazały, że, zależnie od najrozmaitszych okoliczności, wskaźnik potęgi przy B zmienia się w granicach od 1,4 do 1,8. Dla ułatwienia obliczeń, R. Richter proponuje wzór inny, oparty również na wynikach licznych doświadczeń, mianowicie:

$$A = \alpha \cdot B + \beta \cdot B^2,$$

gdzie α i β są to stałe, zależne od gatunku żelaza.

Średnio przyjąć można, że praca, wytwarzająca ciepło w ciągu jednego obiegu kołowego przemagnesowania wynosi w żelazie:

$$A = (0,1 B + 30 B^2) \text{ ergów na } cm^3.$$

ROZDZIAŁ XXIV.

Straty energii w żelazie.

Ciepło, wytwarzające się w żelazie wskutek histerezy i prądów wirowych, prawie zawsze w praktyce elektrotechnicznej stanowi straty. Tylko w przypadkach wyjątkowych budują się przyrządy, których celem jest wyzyskanie ciepła, powstającego wskutek prądów wirowych i histerezy.

W praktyce rozróżniamy trzy przypadki wywiązywania się ciepła wskutek prądów wirowych i histerezy.

Na rys. 250 widzimy walec żelazny B , umieszczony pomiędzy biegunami elektromagnesów. Podczas obracania walca dookoła osi prostopadłej do płaszczyzny rysunku, kierunek strumienia magnetycznego względem walca będzie się ciągle zmieniał, przez co walec będzie się przemagnesowywał w ten sposób, że w ciągu jednego obrotu odbędzie się jeden całkowity okres przemagnesowania. Na podstawie teorii molekularnej magnetyzmu każda cząsteczka magnesu stanowi magnes o dwóch biegunach; cząsteczki te ustawiają się swojemi osiami magnetycznemi wzdłuż linii sił. Jeżeli teraz zastanowimy się nad ruchem cząsteczek, stanowiących powyższy walec, to łatwo spostrzeżemy, że cząsteczki te będą wirowały w kierunku odwrotnym do ruchu walca, dążąc do zachowania stałego kierunku w przestrzeni.



Rys. 250.

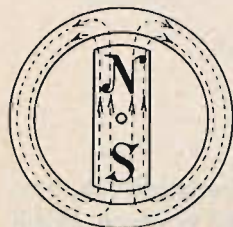
W takich warunkach powstawanie ciepła przez histerezę wyobrażamy sobie jako skutek tarcia pomiędzy poszczególnymi cząsteczkami podczas ich ruchu wirowego. Histerezę w kręcącym się walcu nazywamy histerezą obrotową.

Podczas ruchu walca w polu magnetycznym będą powstawały w nim w kierunku równoległym do osi obrotu, siły elektromotoryczne, które wywołają prądy wirowe; w celu zmniejszenia tych prądów, walec składa się zazwyczaj z kolistych blach, izolowanych od siebie. Blachy te są ułożone w ten sposób, że płaszczyzny rozdziału są prostopadłe do osi walca. Pomimo takiej budowy walca, prądy wirowe, powstające w poszczególnych blachach, wywołują straty energii, równorzędne, co do wielkości, ze stratami na histerezę.

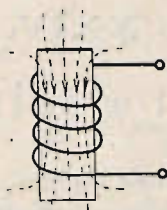
Inny przypadek widzimy na rys. 251; tutaj wewnątrz pierścienia żelaznego znajduje się magnes, który obraca się około osi, prostopadłej do płaszczyzny rysunku. W pierścieniu zewnętrznym układ linii magnetycznych ciągle się zmienia; tutaj również w ciągu jednego obrotu magnesu odbędzie się w żelazie pierścienia jeden całkowity okres przemagnesowania.

Dla zmniejszenia mocy prądów wirowych i tutaj pierścieni składa się z izolowanych od siebie pierścieni blaszanych, tak że płaszczyzny podziału są prostopadłe do osi obrotu magnesu.

Rysunek 252 wskazuje przypadek trzeci, gdy w rdzeniu żelaznym, utworzonym z blach, odbywa się przemagnesowywanie pod wpływem prądu zmiennego, przebiegającego w zwojnicy. Płaszczyzny podziału rdzenia są tu również, jak w poprzednich przypadkach, równoległe do linii magnetycznych.



Rys. 251.



Rys. 252.

Celem zmniejszenia strat, wywołanych przez histerezę, stosujemy żelazo jak najmniejsze, z wąską pętlą histerezy. By zmniejszyć straty na prądy wirowe, używamy niekiedy żelaza

nakrziemionego, w którym zresztą i straty na histerezę są mniejsze, niż w żelazie zwykłym.

Szczegółowe badania omawianych tu strat doprowadzają do wniosku, że we wszystkich trzech przypadkach, przytoczonych wyżej, straty w żelazie mogą być wyrażone za pomocą wzoru, który zawiera dwa składniki: jeden, dotyczący strat na ciepło wywołanych przez histerezę, drugi zaś, dotyczący strat na ciepło, które powstaje wskutek prądów wirowych. Wzór ten jest następujący:

$$W = \alpha \cdot \frac{p}{100} \cdot \left(\frac{B}{1000} \right)^{1,6} + \beta \cdot \left(d \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{B}{1000} \right)^2,$$

gdzie W — moc w watach, przypadająca na decymetr sześcienny żelaza,

α , β — współczynniki stałe, zależne od gatunku żelaza,

p — liczba okresów przemiany pola magnetycznego w żelazie na sekundę (okres odpowiada jednemu pełnemu obiegowi wzdłuż pętlicy histerezy, $p = 1/2 z$),

B — maksymalna indukcja magnetyczna w żelazie,

d — grubość blachy żelaznej w mm .

Dla blachy średniego gatunku:

$$\alpha = 0,8, \quad \beta = 1,5 \text{ do } 2,5.$$

Dla blachy z żelaza nakrziemionego pewnego gatunku znaleziono następujące współczynniki:

$$\alpha = 0,67,$$

$$\beta = 0,63.$$

Przy określaniu własności żelaza pod względem strat, powstających podczas przemagnesowywania, przyjęto za podstawę straty w 1 kg żelaza przy: $B = 10000$ i $p = 50$; nazwano tę liczbę „liczbą strat“.

Dla blachy żelaznej średniego gatunku, której grubość $d = 0,5 \text{ mm}$, otrzymamy liczbę strat następującą (przyjmując wagę 1 $dm^3 = 7,7 \text{ kg}$):

$$\frac{1}{7,7} \left[0,8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{1,6} + 1,5 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \right)^2 \right] = 3,285.$$

Tablica poniższa, zaczerpnięta z Kalendarza dla elektrotechników Uppenborna na rok 1914, podaje straty w żelazie w watach na kilogram żelaza, gdy częstość przemagnesowywania wynosi 50 okresów na sekundę, a indukcja magnetyczna zmienia się według krzywej sinusoidalnej.

B.	Blacha zwykła do dynamomaszyn		Blacha mało nakrzemiona	Blacha dobrze nakrzemiona
	$d = 0,5 \text{ mm.}$	$d = 0,35 \text{ mm.}$	$d = 0,5 \text{ mm.}$	$d = 0,35 \text{ mm.}$
3 000	0,50	0,35	0,4	0,2
10 000	3,30	2,58	2,90	1,36
15 000	7,10	6,40	6,96	3,50

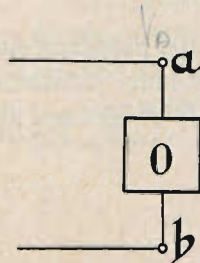
Zwykła blacha żelazna ma własność tak zwanego starzenia się, polegającego na tem, że gdy blachę, ogrzaną do temperatury około 100° , poddamy działaniu zmiennego pola magnetycznego, to po upływie 1000 godzin, straty zwiększają się o 6 do 8%. Blachy nakrzemione tej własności nie posiadają.

ROZDZIAŁ XXV.

Moc prądu zmiennego.

1. Wzór zasadniczy. W praktyce przy stosowaniu prądu zmiennego bardzo ważne znaczenie ma wzór na średnią moc prądu zmiennego.

Na rys. 253 mamy t. zw. odbieracz prądu elektrycznego, a więc przyrząd, w którym praca prądu elektrycznego wytwarza jakąś inną postać energii. W tym przypadku praca prądu będzie dodatnia, jeżeli prąd płynie od zacisku o potencjale wyższym do zacisku o potencjale niższym, gdy np.:



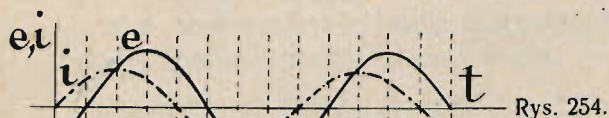
Rys. 253.

$$V_a > V_b,$$

a prąd płynie od a do b . Różnicę potencjałów $V_a - V_b$ oznaczamy przez e_t ; będzie to napięcie na końcówkach przyrządu w chwili t . Prąd w chwili t oznaczamy przez i_t ; wtedy moc prądu w chwili t , na podstawie określenia wielkości e_t , będzie:

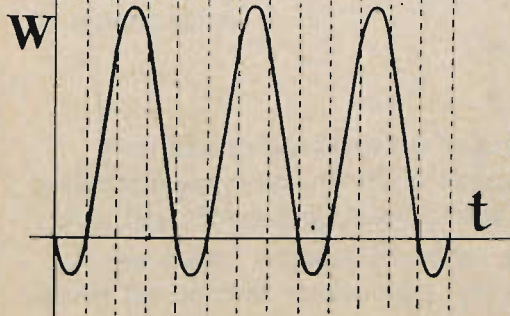
$$W_t = e_t \cdot i_t.$$

Gdy mamy prąd zmienny sinusoidalnie, to zależnie od okoliczności poprzed-



Rys. 254.

nio rozważanych, e_t i i_t mogą różnić się w fazie i zależność tych wielkości od czasu wyrażoną być może za pomocą dwóch sinusoid, np. takich, jakie podane są na rys. 254.



Rys. 255.

Mnożąc dla każdej chwili e_t przez i_t , otrzymamy W_t ; wyrażając zaś W_t w zależności od czasu wykreślnie, otrzymamy krzywą, wyobrażoną na rys. 255.

Z kształtu tej linii wnioskujemy, że moc jest okresowo zmienna, i okres zmian jest dwa razy krótszy od okresu zmian i_t i e_t . Położenie zaś tej linii

wskazuje, że moc jest dodatnia, gdy prąd i napięcie mają kierunki zgodne, natomiast jest ona ujemna, gdy te kierunki są sobie przeciwnie.

Stąd wniosek, że przyrząd O jest przez chwilę odbieraczem prądu, a przez następną — generatorem, wytwarzającym pracę prądu. Praca prądu wyraża się oczywiście polem, zawartem pomiędzy krzywą W i osią odciętych. Praca dodatnia np. w ciągu jednego okresu, jest większa od ujemnej; możemy więc powiedzieć, że odbieracz otrzymuje pewną ilość pracy od prądu, lecz część jej zwraca.

Wzór dla krzywej mocy wyprowadzimy w sposób następujący:

Założmy, że napięcie wyraża się wzorem:

$$e_t = \bar{e} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T},$$

a prąd spóźnia się w fazie względem napięcia o kąt φ ; wtedy:

$$i_t = \bar{i} \cdot \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi \right).$$

Moc w chwili t będzie:

$$W_t = \bar{e} \bar{i} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi \right).$$

Iloczyn sinusów można przekształcić w sposób następujący:

$$\sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi \right) = \sin^2 \frac{2\pi t}{T} \cdot \cos \varphi - \sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \varphi.$$

$$\sin^2 \frac{2\pi t}{T} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi t}{T} \right),$$

$$\sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T} = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T},$$

a więc:

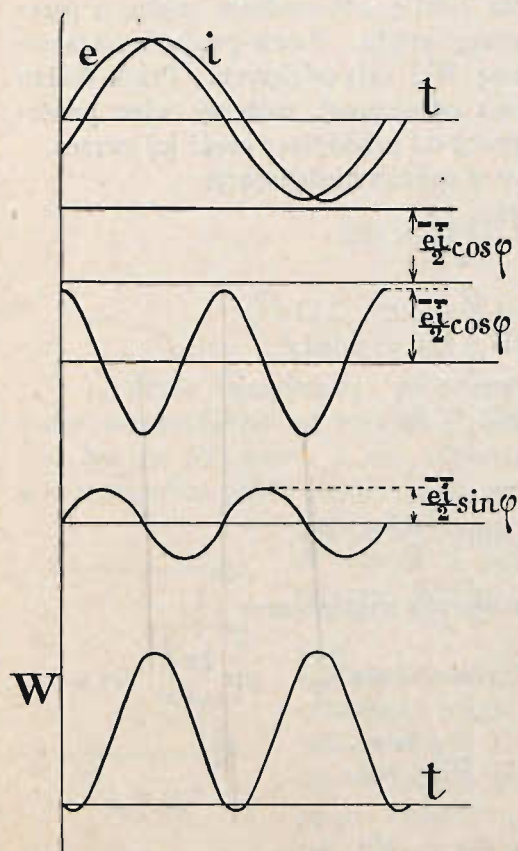
$$\sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi \right) = \frac{1}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \cdot \sin \varphi.$$

$$W_t = \frac{1}{2} \bar{e} \bar{i} \left(\cos \varphi - \cos \varphi \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} - \sin \varphi \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \right).$$

Z tego wzoru wynika, że rzędne krzywej mocy można uważać, jako sumę algebraiczną rzędnych trzech linii (rys. 256): prostej równoległej do osi odciętych, przeprowadzonej na odległości $\frac{\bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi}{2}$, cosinusoidy o okresie dwa razy mniejszym od okresu prądu i napięcia, której rzędne mają wartość maksymalną $\frac{\bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi}{2}$ i sinusoidy o tym samym okresie, której rzędne mają wartość maksymalną $\frac{\bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \sin \varphi}{2}$.

Odejmując rzędne dwóch ostatnich krzywych od rzędnych pierwszej, otrzyma-

my krzywą mocy. Na rys. 256 wskazane są wszystkie te linie łącznie z krzywą mocy i krzywymi prądu i napięcia przy $\varphi = 25^\circ$.



Rys. 256.

Moc średnia za cały okres prądu lub napięcia będzie:

$$\frac{\bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi}{2}$$

Ponieważ wartości średnie rzędnych cosinusoidy

$$\frac{\bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi}{2} \cdot \cos \frac{4\pi t}{T}$$

i sinusoidy:

$$\frac{\bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \sin \varphi}{2} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T}$$

za cały okres równają się zeru, pozostaje tylko wartość stała, wyrażona przez rzędną linii prostej.

Za pomocą wzorów rozumowanie powyższe przedstawi się w sposób następujący.

Średnia moc prądu w okresie czasu T wyrazi się wzorem:

$$W = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T W_i dt,$$

a więc:

$$W = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2} \cdot \bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2} \cdot \bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} \cdot dt - \\ - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2} \cdot \bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \sin \varphi \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \cdot dt.$$

Z pierwszej całki wypada:

$$\frac{1}{2} \cdot \bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi,$$

z drugiej:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot \bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi \cdot \left[\frac{T}{4\pi} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \right]_0^T = 0,$$

a z trzeciej:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot \bar{e} \cdot \bar{i} \cdot \sin \varphi \cdot \left[\frac{T}{4\pi} \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} \right]_0^T = 0$$

Ostatecznie więc:

$$W = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \bar{i} \cdot \cos \varphi.$$

Wprowadzając wielkości czynne dla e i, zamiast maksymalnych, otrzymamy:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot e \cdot \sqrt{2} \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

czyli:

$$W = e \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Z tego wzoru wynika, że przy $\varphi = 0$:

$$W = e \cdot i.$$

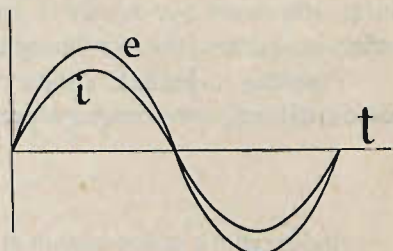
Wtedy, jak wskazuje rys. 257, krzywa mocy leży cała nad osią odciętych. Gdy zaś $\varphi = 90^\circ$, to $W = 0$, a wtedy krzywa mocy układa się symetrycznie względem osi odciętych (rys. 258 i 259).

Rys. 257 odpowiada temu przypadkowi, gdy mamy obwód tylko z oporem omicznym, rys. 258 — gdy mamy tylko samoindukcję, a rys. 259 — gdy mamy tylko pojemność. W tych dwóch ostatnich przypadkach żadna trwała postać energii nie powstaje skutkiem pracy prądu; energia przenosi się tylko tam i z powrotem. Jeżeli mamy np. zwojnicę z samoindukcją, to przez pewien okres czasu praca prądu wytwarza energję pola magnetycznego, a następnie energia pola magnetycznego wytwarza pracę prądu i t. d. Gdy mamy pojemność (kondensator), to tego samego rodzaju przemiany zachodzą w polu elektrycznym.

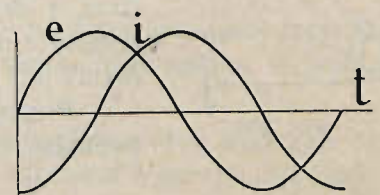
Iloczyn wartości czynnej napięcia przez wartość prądu nazywamy **mocą pozorną** prądu zmiennego i wyrażamy ten iloczyn w jednostkach, które przyjęto nazywać **woltamperami**. Stosunek zaś mocy rzeczywistej do mocy pozornej prądu nazywamy **spółczynnikiem mocy prądu**.

Z wyprowadzonego wyżej wzoru na moc prądu wynika, że współczynnik mocy będzie $\cos \varphi$, ponieważ:

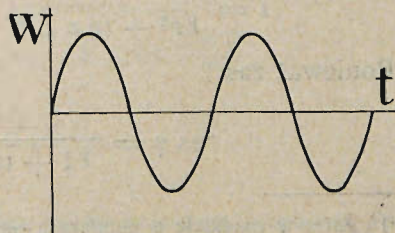
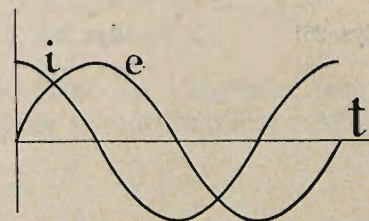
$$\cos \varphi = \frac{W}{ei}.$$



Rys. 257.



Rys. 258.



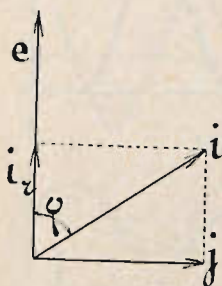
Rys. 259.

Należy jednak pamiętać, że $\cos \varphi$ ma tylko wtedy znaczenie określone, gdy prąd i napięcie zmieniają się według prawa sinusoidy; w przeciwnym razie, ściśle biorąc, nie może być mowy o wyrażeniu prądów i napięć za pomocą wektorów, a więc i o kącie, jako o różnicy faz.

Pomimo to jednak, współczynnik mocy dla dowolnych prądów ma zawsze wartość określoną; oznaczmy go przez k .

$$k = \frac{W}{e \cdot i}.$$

Spółczynnik mocy równa się stosunkowi mocy prądu, wymierzonej za pomocą watomierza do iloczynu wielkości czynnych napięcia i siły prądu.¹⁾



Rys. 260.

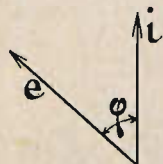
Rozważając niektóre przypadki pracy prądu elektrycznego, zyskuje się pewną dogodność przez rozłożenie prądu sinusoidalnie zmiennego na dwa prądy również sinusoidalnie zmienne (rys. 260), z których jeden jest zgodny z napięciem, a drugi, przesunięty względem niego o 90° . Prąd zgodny z napięciem i_r nazywamy prądem czynnym (roboczym), a j — prądem jałowym.

Pomiędzy mocą prądu całego a mocą prądu czynnego zachodzi równość:

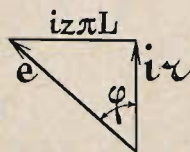
$$ei \cos \varphi = e i_r.$$

2. Zwojnica bez żelaza. Rozważmy jeszcze szczegółowo przeciętną moc prądu zmiennego w zwojnicy bez rdzenia żelaznego.

Założmy, że zwojnica posiada opór omiczny r , a współczynnik samoindukcji L .



Rys. 261.



Rys. 262.

Napięcie na końcówkach ab niech będzie e , prąd — i , liczba zmian prądu na sekundę — z ; otóż wiemy z poprzedniego, że moc W prądu, dopływającego do zwojnicy, wynosi:

$$ei \cos \varphi.$$

Przy układzie wektorów, wskazanym na rys. 261 i 262:²⁾

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{z \pi L}{r},$$

oraz:

$$i = \frac{e}{\sqrt{r^2 + (z \pi L)^2}}, \text{ a stąd: } e = i \cdot \sqrt{r^2 + (z \pi L)^2}.$$

Ponieważ zaś:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (z \pi L)^2}},$$

¹⁾ Patrz w rozdziale o pomiarach paragraf o mierzeniu mocy prądu.

²⁾ Patrz rozdział XIII § 5.

przeto:

$$W = i \cdot \sqrt{r^2 + (z \pi L)^2} \cdot i \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 + (z \pi L)^2}} = i^2 r.$$

Łatwo przekonać się, że ten wzór wyraża przeciętną moc, wytwarzającą ciepło Joule'a w drucie zwojnicy.

Moc prądu w chwili t , równoważna ilości ciepła, wytworzonej w jednostce czasu, jak wiadomo wynosi:

$$i_t^2 \cdot r.$$

Przeciętna moc za okres T będzie zatem:

$$W = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t^2 \cdot r \cdot dt = r \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t^2 \cdot dt = r \cdot i^2.$$

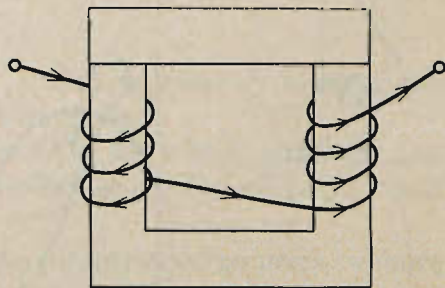
$$i^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t^2 \cdot dt, \quad i = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_t^2 \cdot dt}.$$

Wielkość i jest czynną wartością prądu, więc powyżej wskazana przeciętna moc prądu w zwojnicy jest równoważna ilości ciepła, wytworzonej w jednostce czasu.

3. Zwojnica z rdzeniem żelaznym. Na szczególną uwagę zasługuje prąd elektryczny zmienny, przepływający w zwojnicy z rdzeniem żelaznym (rys. 263).¹⁾

Prąd ten pod wpływem histerezy przejawiającej się w żelazie ma krzywą znacznie odkształconą.

Założmy, że napięcie na końcówkach zwojnicy zmienia się ściśle podług prawa sinusoidy i że opór omiczny zwojnicy jest tak mały, że można go pominąć; wtedy napięcie na końcówkach zwojnicy równa się sile elektromotorycznej samoindukcji ze znakiem odwrotnym.



Rys. 263.

Oznaczmy następnie przez e_t napięcie, przez E_{st} — siłę elektromotoryczną samoindukcji, przez N_t — strumień magnetyczny w rdzeniu żelaznym zwojnicy, przez n — liczbę zwojów zwojnicy. Wtedy:

$$e_t = - E_{st} = - \frac{dN_t}{dt} \cdot n,$$

założmy, że:

$$e_t = \bar{e} \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T}, \quad \text{a więc i} \quad E_{st} = - \bar{E} \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T},$$

skąd:

$$\bar{E} \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T} \cdot dt = n \cdot dN_t.$$

¹⁾ Taką zwojnicę z rdzeniem żelaznym w obwodzie prądu zmiennego nazywamy zwykłym dławikiem.

Całkując to równanie i zakładając stałą przy całkowaniu równą zero, otrzymamy:

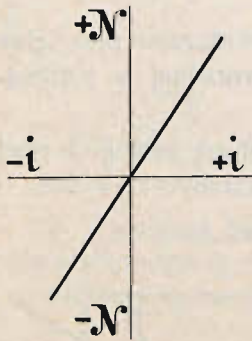
$$n \cdot N_t = \overline{E_s} \cdot \frac{T}{2\pi} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Strumień N_t zmienia się więc według sinusoidy.

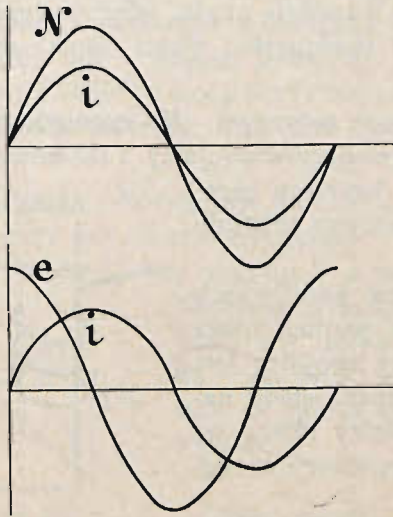
Mając krzywą zmienności strumienia magnetycznego, łatwo określimy zmienność prądu. Gdyby przenikliwość magnetyczna żelaza, z którego zrobiony jest rdzeń dławika, była wielkością stałą, to we wzorze:

$$N = \frac{1,25 \, n i}{R} \quad 1)$$

spółczynnik $\frac{1,25 \, n}{R}$ byłby wielkością stałą, i zależność N od i można byłoby przedstawić za pomocą wykresu (rys. 264). Stosownie do tego wykresu układ krzy-



Rys. 264.



Rys. 265 i 266.

wych strumienia magnetycznego i prądu w zależności od czasu przedstawiałyby się tak, jak wskazano na rys. 265, a napięcia i prądu tak, jak na rys. 266. W rzeczywistości jednak rdzeń żelazny posiada własność histerezy i zależność N od i znajdziemy na podstawie rozumowania następującego. Krzywa histerezy (rys. 37) przedstawia zależność B od H , lecz $N = a \cdot B$, a $H = b \cdot i$, gdzie a i b są to stałe współczynniki, gdy więc zmienimy odpowiednio skalę spół-

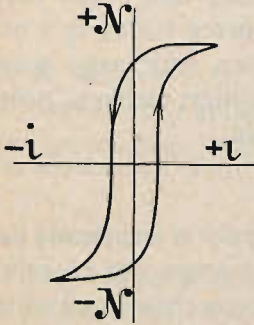
rzędnych na rys. 37, otrzymamy krzywą (rys. 267), wyrażającą zależność strumienia magnetycznego od prądu.

Posiłkując się krzywą histerezy (rys. 267) i zakładając, że krzywa zmienności strumienia jest dana, znajdziemy dla każdej chwili siłę prądu, odpowiadającą każdorazowej wartości strumienia magnetycznego. W ten sposób na rys. 268 wykreślona została krzywa prądu i przy założeniu, że krzywa N jest sinusoidą.

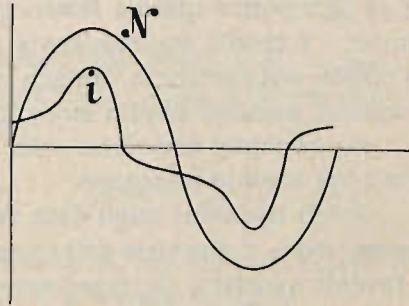
Z tego rysunku widzimy, że krzywa i nie jest sinusoidą, jednak kształt części dodatnich i ujemnych jest symetryczny, a okres taki sam, jak i okres zmienności strumienia magnetycznego; prąd wyprzedza nieco strumień magnetyczny.

1) Patrz rozdział VII.

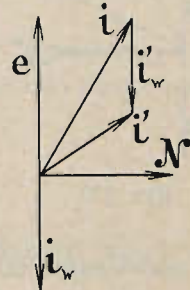
Poza histerezą, na prąd w dławiku mają wpływ jeszcze prądy wirowe w rdzeniu żelaznym. Dla zdania sobie sprawy z ich wpływu chociaż w przybliżeniu, założmy, że prąd wytwarzający strumień magnetyczny N w rdzeniu żelaznym można wyrazić za pomocą tak zwanej sinusoidy równoważnej; ta sinusoida ma wartość czynną taką samą, jak rzeczywista krzywa prądu, a różnica faz pomiędzy nią a stru-



Rys. 267.



Rys. 268.



Rys. 269.

mieniem magnetycznym wynosi tyle, że iloczyn napięcia na zwojnicy przez rzut prądu magnesującego na kierunek napięcia wyraża straty energii na ciepło z powodu histerezy.

Na rys. 269 wykreślone są wektory N , i' , e , i_w , i . Napięcie e na końcówkach zwojnicy jest prostopadłe do N , gdyż:

$$e = -E_s.$$

i_w — odpowiada prądom wirowym, ¹⁾ i'_w — prąd w zwojnicy równoważny pod względem działania magnetycznego prądom wirowym.

Prąd w zwojnicy i , jak wiemy z rozdziału XXII, jest różnicą geometryczną prądów i' i i_w . Wpływ prądów wirowych, jak widzimy, polega na przybliżeniu wektora prądu do wektora napięcia.

Celem wyrażenia mocy prądu elektrycznego, przepływającego przez zwojnicę z rdzeniem żelaznym, posługujemy się zwykłym wzorem:

$$w = e \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

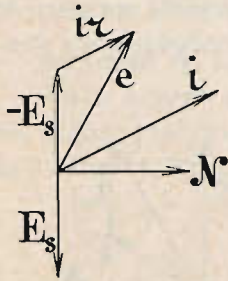
gdzie e oznacza wartość czynną napięcia na końcówkach zwojnicy, i — wartość czynną prądu w zwojnicy, a φ — kąt, wyrażający różnicę faz pomiędzy sinusoidą napięcia i równoważną sinusoidą prądu. Sinusoidą równoważną jest tu sinusoida, której wartość czynna równa się wartości czynnej linii krzywej prądu, a kąt φ określa się przez stosunek mocy rzeczywistej w do pozornej $e \cdot i$.

W poprzednich wywodach nie braliśmy pod uwagę oporu omicznego zwojnicy. Wpływ tego oporu polega na tem, że napięcie na końcówkach zwojnicy jest większe od siły elektromotorycznej i wyraża się wzorem:

$$e_t = i_t r - E_{st}.$$

¹⁾ Patrz rozdział XXII § 3.

Z tego wzoru dla wartości e_t w danej chwili wynika, że napięcie czynne znajdziemy dodając wektorowo, ir do $-E_s$ (rys. 270). Widzimy, że napięcie będzie tu większe i mniej odchylone od prądu, niż przy zwojnicy bez oporu omicznego. Wpłynie to na powiększenie mocy prądu: $e \cdot i \cdot \cos \varphi$.



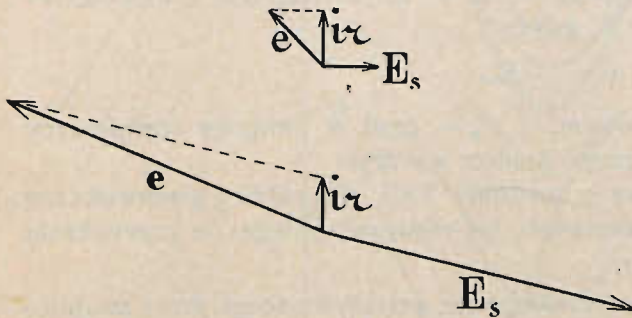
Rys. 270.

Gdy oporu omicznego nie ma, cała moc prądu zużywa się na ogrzewanie rdzenia żelaznego przez histerezę i prądy wirowe. Z chwilą wprowadzenia oporu omicznego przybywa ciepło, wytwarzane w drutach zwojnicy; ciepło to powstaje właśnie wskutek zwiększenia mocy prądu.

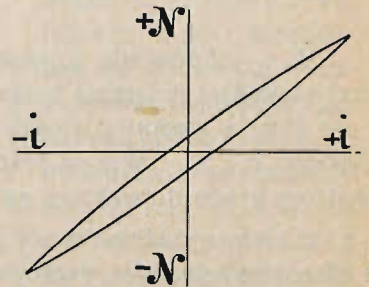
Porównajmy teraz własności zwojnic z rdzeniem żelaznym i bez rdzenia żelaznego.

Jeżeli będziemy mieli dwie zwojnice o jednakowej liczbie zwojów, jedną z rdzeniem żelaznym, a drugą bez rdzenia, to przy porównaniu takich zwojnic uwydatni się przede wszystkim różnica sił elektromotorycznych samoindukcji. Załóżmy, że prądy w obu zwojnicach będą jednakowe, to strumień magnetyczny w zwojnicy z rdzeniem żelaznym będzie znacznie większy od strumienia magnetycznego w zwojnicy bez rdzenia, a skutkiem tego

układy wektorów przy jednakowych oporach omicznych zwojnic będą takie, jak widzimy na rys. 271 dla zwojnicy bez rdze-



Rys. 271 i 272.



Rys. 273.

nia i na rys. 272 dla zwojnicy z rdzeniem. W tym drugim przypadku napięcie na końcówkach zwojnicy jest znacznie większe.

Wreszcie należy jeszcze zwrócić uwagę na to, że wpływ histerezy na kształt prądu zwojnicy uwydatnia się najsilniej wtedy, gdy obwód magnetyczny jest doskonały i linie magnetyczne przebiegają całkowicie w żelazie. Im większą część obwodu stanowi powietrze, tym bardziej pętlica histerezy zwęża się i wydłuża (rys. 273), staje się ona wreszcie dokładnie linią prostą wtedy, gdy cały obwód magnetyczny jest w powietrzu. Z tego względu w zwojnicach, mających tylko prosty rdzeń żelazny (rys. 252), kształt krzywej prądu różni się bardzo mało od sinusoidy.

Niewiele także różni się od sinusoidy kształt krzywej prądu nawet w dławiku

(rys. 274), gdzie obwód magnetyczny jest prawie zamknięty, o ile szczelina powietrzna wynosi 1 mm lub więcej.

Tę własność zwojnic z niedoskonałymi obwodami magnetycznymi, można udowodnić teoretycznie wzorem dla strumienia magnetycznego (patrz rozdz. VII § 4):

$$N = \frac{1,25 \cdot n i}{R_1 + R_2},$$

gdzie R_1 oznacza opór magnetyczny żelaza, a R_2 — także opór powietrza. Jeżeli opór magnetyczny żelaza jest bardzo mały w porównaniu z oporem powietrza, to można go pominąć, a wtedy:

$$N = \frac{1,25 \cdot n i}{R_2}.$$

Oczywiście w tym wzorze N zupełnie nie zależy od własności magnetycznych żelaza, a zależność N od i wyraża się linią prostą.

Dla przykładu obliczmy opór obwodu magnetycznego wskazanego na rys. 274. Załóżmy, że długość średniej linii magnetycznej w żelazie wynosi $l = 40 \text{ cm}$, w powietrzu $\delta = 2 \text{ cm}$ ¹⁾; przekrój strumienia magnetycznego w żelazie przyjmiemy wszędzie za jednakowy, mianowicie $S = 25 \text{ cm}^2$. Przenikliwość magnetyczna żelaza przy indukcji około 6000 jednostek bezwzględnych wynosi $\mu = 4000$. Wtedy opór magnetyczny żelaza będzie:

$$\frac{l}{q \cdot \mu} = \frac{40}{25 \cdot 4000} = 0,0004,$$

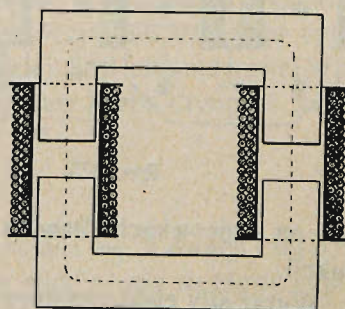
a opór powietrza:

$$\frac{\delta}{q \cdot \mu} = \frac{2}{25 \cdot 1} = 0,08.$$

Opór żelaza stanowi zatem w tym przypadku pół procentu w stosunku do oporu powietrza.

4. Przykład obliczenia prądu w zwojnicy z rdzeniem żelaznym. W zastosowaniu praktycznym najważniejsze znaczenie mają dwa następujące przypadki.

Opór omiczny zwojnic jest mały, natomiast dużo jest żelaza przy wysokiej indukcji magnetycznej, a więc są duże straty na histerezę i prądy wirowe. Np. z doświadczenia wiemy, że dławik przy 110 V napięcia zabiera prąd 0,64 A (przy 50 okresach na sekundę), a moc prądu, pochłaniana przez dławik, wynosi 30 W, opór zwojów — 0,622 Ω .



Rys. 274.

¹⁾ Szczelina powietrzna o szerokości 1 cm z każdej strony.

Moc prądu, wytwarzająca ciepło w zwojnicy, wynosi:

$$0,622 \cdot 0,64^2 = 0,255 \text{ wata.}$$

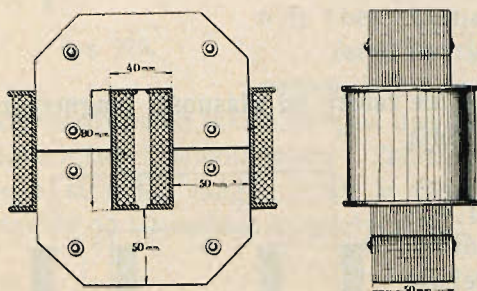
Moc wytwarzająca ciepło w żelazie, wynosi:

$$30 - 0,255 = 29,745 \text{ wata.}$$

Spadek napięcia w zwojnicy:

$$0,64 \times 0,622 = 0,397 \text{ wolta.}$$

Spróbujmy teraz obliczyć siłę prądu w dławiku na podstawie danych konstrukcyjnych tego przyrządu (rys. 275).



Rys. 275.

Wymiary rdzenia są wskazane na rysunku; waga żelaza wynosi 7 kg. Obie zwojnice mają łącznie 254 zwoje.

Obliczmy prąd przy napięciu 110 woltów. W tym celu zwróćmy uwagę, że w takim dławiku będzie mały spadek napięcia w zwojnicy z powodu oporu omicznego (z doświadczenia wypadło 0,397 wolta wobec 110 V).

Wtedy układ wektorów przedstawi się tak, jak wskazano na rys. 276 i napięcie na końcówkach dławika będzie się równało sile elektromotorycznej samoindukcji.

Wyraz siły elektromotorycznej samoindukcji jest następujący:

$$E_{st} = - \frac{dN}{dt} \cdot n.$$

(n — liczba zwojów zwojnic magnesujących).

Jeżeli $N = \bar{N} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}$, to

$$E_{st} = - \frac{2\pi}{T} \cdot \bar{N} \cdot n \cdot \cos \frac{2\pi t}{T},$$

a więc:

$$\bar{E}_s = z \pi \bar{N} \cdot n,$$

a wartość czynna:

$$E = z \pi \frac{\bar{N}}{\sqrt{2}} \cdot n = 2,22 \cdot z \bar{N} \cdot n.$$

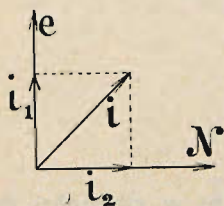
Ponieważ $e = E$, zatem:

$$e = 2,22 z \bar{N} \cdot n \cdot 10^{-8} \text{ wolt.}$$

Z tego wzoru obliczamy \bar{N} .

$$\bar{N} = \frac{110 \cdot 10^8}{2,22 \cdot 100 \cdot 254} = 193000.$$

Przekrój rdzenia wynosi $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$, w tym jest pewien procent papieru



Rys. 276.

izolującego blaszki żelazne między sobą. Z praktyki wiadomo, że można przyjmować przekrój żelaza za 0,8 ogólnego przekroju rdzenia, indukcję więc magnetyczną w żelazie obliczymy ze wzoru:

$$\overline{B} = \frac{193000}{25 \cdot 0,8},$$

stąd:

$$\overline{B} = 9660.$$

Mając \overline{B} , obliczymy prądy jałowy i roboczy i_1 i i_2 , na które rozkłada się całkowity prąd i .

Prąd jałowy jest w fazie ze strumieniem magnetycznym, obliczymy go więc w przybliżeniu, przyjmując, że iloczyn prądu jałowego przez liczbę zwojów zwojnicy stanowi amperozwoje, wywołujące w rozważanym obwodzie magnetycznym wiadomy strumień magnetyczny.

Z rozważania krzywych magnetyzmu (patrz rys. 63) wynika, że dla wywołania w blachach żelaznych indukcji magnetycznej, wynoszącej 9660 jednostek, na 1 *cm* średniej linii indukcji, potrzeba około 3,5 amperozwojów. Ponieważ 9660 jest to indukcja maksymalna, więc i amperozwoje w ten sposób wyznaczone odpowiadają prądowi maksymalnemu; chcąc więc obliczyć amperozwoje czynne, należy 3,5 podzielić przez $\sqrt{2}$. Cała długość średniej linii magnetycznej w żelazie, jak widać z rysunku 275, wynosi około 40 *cm*, zatem liczba czynnych amperozwojów będzie następująca:

$$\frac{3,5 \times 40}{\sqrt{2}} = 99.$$

Pozatym należy uwzględnić, że rdzeń żelazny składa się z dwóch części, które stykają się pomiędzy sobą w środku zwojnic, lecz styki te nie są nigdy zupełnie szczelne. Z praktyki wiadomo, że na każdy taki styk należy liczyć tyle amperozwojów, ile ich potrzeba dla przeprowadzenia linii przez warstwę powietrza, której grubość wynosi 0,005 *cm*, a więc na dwa styki należy liczyć 0,01 *cm*.

Liczbę potrzebnych amperozwojów czynnych obliczymy ze wzoru: ¹⁾

$$n' i = 0,8 \frac{\overline{B}}{\sqrt{2}} \cdot \delta,$$

$$n' i = 0,8 \frac{9660}{\sqrt{2}} \cdot 0,01 = \infty 55.$$

Ogólna liczba amperozwojów będzie:

$$99 + 55 = 154.$$

Liczba zwojów w zwojnicy wynosi 254, zatem prąd jałowy będzie:

$$i_2 = \frac{154}{254} = 0,607.$$

Prąd roboczy znajdziemy w sposób następujący. Wiadomo, że przy maksymalnej indukcji w żelazie — 9660 straty w żelazie wynoszą około 3,5 wata na kilogram, ²⁾ więc na 7 *kg* żelaza wypadnie:

$$3,5 \cdot 7 = 24,5 \text{ W}.$$

¹⁾ Patrz rozdział VII § 6.

²⁾ Patrz rozdział XXIV.

A stąd prąd roboczy:

$$i_1 = \frac{24,5}{110} = 0,223 \text{ A.}$$

Z rys. 276 widzimy, że cały prąd dławika znajdziemy w sposób następujący:

$$i = \sqrt{i_1^2 + i_2^2} = 0,646,$$

$$\cos \varphi = \frac{i_1}{i} = \frac{0,223}{0,646} = 0,345.$$

Na zasadzie wyników pomiarów można obliczyć $\cos \varphi$ ze wzoru:

$$e i \cos \varphi = w,$$

$$\cos \varphi = \frac{w}{e i}.$$

Ponieważ z pomiarów wypadło, że $w = 30$, $e = 110$, $i = 0,64$, więc:

$$\cos \varphi = \frac{30}{110 \cdot 0,64} = 0,426.$$

Zestawiając wyniki obliczeń z wynikami pomiarów, widzimy, że prąd obliczony bardzo mało różni się od zmierzonego, natomiast $\cos \varphi$ obliczony wypada znacznie mniejszy od otrzymanego z pomiarów; pochodzi to bezwątpienia stąd, że niedokładnie znamy własności żelaza, użytego do budowy rdzenia dławika.

Drugi przypadek zachodzi, gdy mamy zwojnicę z dość cienkim rdzeniem żelaznym, i gdy drut zwojnicy ma znaczny opór, co się zwykle zdarza przy elektromagnesach, służących do poruszania jakichś mechanizmów; wtedy można zazwyczaj pominąć w rozważaniu moc, pochłoniętą na ciepło w żelazie.

Chcąc np. obliczyć siłę prądu, należy wiedzieć liczbę zwojów zwojnic, opór zwojnic i opór obwodu magnetycznego, a także przekrój rdzenia.

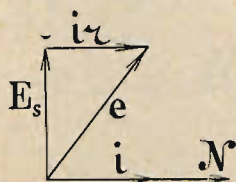
Układ wektorów będzie wtedy taki, jak na rys. 277, ponieważ przyczyn odchyłających N od i nie uwzględniamy.

Dla określenia i mamy równania następujące:

$$e^2 = (i \cdot r)^2 + E_s^2,$$

$$n i = 0,8 \cdot \frac{\bar{B}}{\sqrt{2}} \cdot \delta,$$

$$E_s = 2,22 \cdot z \cdot \bar{B} \cdot S \cdot n.$$



Rys. 277.

Pisząc te równania, założyliśmy, że opór obwodu magnetycznego stanowi tylko powietrze, którego grubość warstwy wynosi δ . Przez S oznaczyliśmy przekrój rdzenia żelaznego.

W tych trzech równaniach są trzy niewiadome: i , E_s i B , łatwo więc z tych równań wyznaczyć i .