CZĘŚĆ V.
Pomiary elektrotechniczne.

ROZDZIAŁ XXVII.
Jednostki.

Wymierzyć pewną wielkość, znaczy porównać ją z inną obraną za jednostkę. Wynik pomiarów wyrażamy liczbą i nazwą jednostek, w których pomiar wykonywamy; liczba wskazuje ile tych jednostek mieści się w mierzonej wielkości.

Teorja zjawisk, zachodzących w przyrodzie, ujmuje we wzory matematyczne związki, zachodzące pomiędzy różnemi wielkościami, które możemy wyrażać w jednostkach dowolnych. Weźmy np. wzór drogi, przebytej przez ciało ruchem jednostajnym postępowym. Jeżeli ten wzór, wyrażający drogę przez prędkość i czas, ma być stosowany przy dowolnych jednostkach, to wypadnie go napisać w postaci następującej:

$$S = K \cdot v \cdot t.$$

s oznacza tu drogę, v—prędkość, t—czas, a K—wielkość stałą, zależną od jednostek obranych do mierzenia prędkości, drogi i czasu. Załóżmy np., że za jednostkę prędkości obierzemy prędkość, którą osiąga ciało, spadające na ziemię, po upływie jednej sekundy, czas będziemy mierzyli w sekundach, a drogę w metrach, wtedy wzór powyższy przybierze postać:

$$s = 9{,}81 \cdot v \cdot t. \text{ [1]}$$

Najprostszy jednak wzór otrzymamy, gdy obierzemy dla wyrażenia wielkości, wchodzących w skład wzoru takie jednostki, aby $K = 1$.

W powyższym wypadku, obierając np. do mierzenia czasu sekundę, do mierzenia prędkości — metr na sekundę, a do mierzenia drogi — metr, otrzymamy K równe jednostce. Wogóle K równać się będzie jednostce wtedy, gdy za jednostkę drogi obierzemy drogę, którą ciało przebywa w ciągu jednostki czasu przy pręd-

---

[1]) Po upływie jednej sekundy od chwili rozpoczęcia się spadku, ciała spadające na ziemię mają prędkość 9,81 $\frac{m}{\text{sek.}}$.

kości równej jednostce. Mając na względzie takie układy jednostek, możemy wzór dla drogi napisać w sposób następujący:

$$s = v \,.\, t.$$

Tak też piszemy wszystkie wzory w tej książce, przypuszczając, że spółczynnik zależny od wyboru jednostek równa się zawsze jednostce.

Najprostszy i najdogodniejszy układ jednostek otrzymamy wtedy, gdy przyjmiemy dowolnie jaknajmniejszą liczbę jednostek zasadniczych, inne zaś wyprowadzimy jako pochodne od nich, opierając się na wzorach matematycznych, wyrażających związek pomiędzy poszczególnemi wielkościami, i zakładając zawsze spółczynnik proporcjonalności jako równy jedności.

Obecnie przy pomiarach posługujemy się przeważnie jednostkami, utworzonemi na podstawie tak zwanego **układu bezwzględnego** jednostek, opartego na trzech jednostkach zasadniczych: długości, masy materjalnej i czasu. Twórcami układu bezwzględnego byli Gauss i Weber. Wzór, wyrażający zależność pewnej wielkości od długości, masy i czasu, nazywamy według Maxwella, wzorem wymiarowym. A więc np. wzór wymiarowy prędkości będzie:

$$\text{Wymiar: } v = \mathrm{L} \,.\, \mathrm{T}^{-1}.$$

Wzór wymiarowy drogi:

$$\text{Wymiar: } s = \mathrm{L} \,.\, \mathrm{T}^{-1} \,.\, \mathrm{T} = \mathrm{L}.$$

Przyśpieszenia:

$$\text{Wymiar: } u = \mathrm{L} \,.\, \mathrm{T}^{-1} \,.\, \mathrm{T}^{-1} = \mathrm{L} \,.\, \mathrm{T}^{-2},$$

Siły:

$$\text{Wymiar: } f = \mathrm{M} \,.\, \mathrm{L} \,.\, \mathrm{T}^{-2}.$$

Pracy:

$$\text{Wymiar: } A = \mathrm{M} \,.\, \mathrm{L}^2 \,.\, \mathrm{T}^{-2}.$$

Mocy:

$$\text{Wymiar: } W = \mathrm{M} \,.\, \mathrm{L}^2 \,.\, \mathrm{T}^{-3}.$$

L oznacza tu długość, M — masę, a T — czas.

W dalszym ciągu dla uwydatnienia jednostek zasadniczych we wzorach wymiarowych zamiast liter M, L i T będziemy stosowali czasem oznaczenia odpowiednie jednostek zasadniczych.

Wzory wymiarowe nie tylko ułatwiają wyznaczenie jednostek, one porządkują wyobrażenia, jakie sobie tworzymy, opracowując teorje zjawisk w przyrodzie. Przez zwrócenie uwagi na wielkości równoznaczne ułatwiają one sprawdzanie rozumowań, których wyniki muszą być zgodne z tą zasadą logiczną, że tylko wielkości równoznaczne, mające w danym układzie jednostek jeden i ten sam wymiar, mogą być ze sobą porównywane. Pomimo wymienionych powyżej zalet układu jednolitego jednostek, w praktyce posiłkujemy się dość często jednostkami dowolnie obranemi, głównie ze względu na trudność powszechnego wprowadzenia jednostek najpraktyczniejszych i dogodność powiększania i zmniejszania niektórych jednostek bezwzględnych dla uniknięcia przy rachunkach liczb zbyt wielkich lub ułamków zbyt drobnych. W ten sposób powstały układy jednostek praktyczne.

Gdy mamy do czynienia z różnemi układami jednostek, to znaczenie pierwszorzędne ma sprawa stosunku wzajemnego tych jednostek i liczb, wyrażających te same wielkości w różnych układach. Mając do czynienia z tymi stosunkami, musimy zawsze mieć na względzie, że stosunek jednostek jest odwrotny względem stosunku liczb, wyrażających rozważane wielkości w tych jednostkach. Pochodzi to stąd, że każdą wielkość uważać możemy za iloczyn jednostki, wziętej przy pomiarze, przez liczbę, wyrażającą daną wielkość w tej jednostce. Gdy np. zmniejszamy jeden czynnik iloczynu (jednostkę), to ponieważ iloczyn ma pozostać nie zmieniony, drugi czynnik (liczba) zmieni się w stosunku odwrotnym.

Najlepiej to zrozumiemy na przykładzie. Pewną drogę mierzymy w metrach i otrzymujemy wynik pomiaru 25 *m*; jeżeli tą samą drogę zmierzymy w centymetrach, to otrzymamy 2500 *cm*. Oznaczmy drogę, wyrażoną w metrach przez S_m, a w centymetrach przez S_c, wtedy wypadnie:

$$\frac{S_c}{S_m} = \frac{2500}{25} = 100.$$

Natomiast wiemy, że centymetr jest sto razy krótszy od metra, więc, oznaczając długość centymetra przez l_c, a długość metra przez l_m, otrzymamy:

$$\frac{l_c}{l_m} = \frac{1}{100}.$$

1. **Jednostki zasadnicze.** Dla wszystkich prawie wielkości fizycznych mamy jednostki pochodne od jednostek zasadniczych długości, masy materjalnej i czasu. Ogólnie przyjęte jednostki zasadnicze w tak zwanym układzie bezwzględnym są następujące: **centymetr, gram, sekunda,** stąd nazwa układu: centymetrogramosekundowy lub w skróceniu: układ c. g. s.

Centymetr, stanowiący jednostkę długości w układzie c. g. s., wynosi 0,01 część metra, który jest długością, w temperaturze 0° C., pomiędzy dwiema kreskami, naciętemi przy końcach pręta metalowego wzorcowego, przechowywanego w Paryżu.[1])

Gram — jednostka masy w układzie c. g. s., jest tysiączną częścią kilograma, który stanowi masę metalowego cylindra wzorcowego, również przechowywanego w Paryżu.[2])

Sekunda — jednostka czasu w układzie c. g. s., jest $\frac{1}{86400}$ częścią średniej doby słonecznej, która stanowi średni czas, upływający od jednego do następnego przejścia słońca przez południk dowolnego miejsca na kuli ziemskiej.

Na podstawie tych trzech jednostek powstał układ jednostek bezwzględnych i pochodne jednostki praktyczne.

2. **Jednostki pochodne układu c. g. s. w mechanice.**

P r ę d k o ś ć. Prędkość ruchu jednostajnego punktu wynosi jedną jednostkę bezwzględną, gdy w ciągu sekundy punkt przechodzi drogę długości jednego centymetra.

Wymiar: $v = cm \cdot s^{-1}$.

---

[1]) Metr stanowi w przybliżeniu dziesięciomiljonową część ćwierci południka ziemskiego.

[2]) Kilogram stanowi w przybliżeniu masę wody w objętości 1 litra przy 4° C

Jednostkę taką nazywamy **centymetrem na sekundę**.

Przyśpieszenie. Ruch ciała odbywa się ze stałym przyśpieszeniem, wynoszącym jednostkę bezwzględną, gdy prędkość ruchu zmienia się o jednostkę bezwzględną w ciągu sekundy.

Wymiar: $u = cm \, . \, s^{-2}$.

Jednostkę taką nazywamy **centymetrem na kwadrat sekundy**.

Siła. Bezwzględną jednostkę siły stanowi taka siła, która masie jednego grama nadaje przyśpieszenie jednego centymetra na kwadrat sekundy.

Wymiar: $f = gr \, . \, cm \, . \, s^{-2}$.

Taką jednostkę siły nazywamy **dyna**.

Praca. Bezwzględną jednostką pracy jest praca wykonana przez siłę jednej dyny, gdy punkt przyczepienia tej siły przechodzi w kierunku siły drogę, wynoszącą jeden centymetr.

Wymiar: $A = gr \, . \, cm^2 \, . \, s^{-2}$.

Taką jednostkę nazywamy **ergiem**.

Energja. Energję mierzymy w tych samych jednostkach co i pracę.

Moc[1]). Jednostka bezwzględna mocy wykonywa w ciągu sekundy jeden erg pracy.

Wymiar: $W = gr \, . \, cm^2 \, . \, s^{-3}$.

Taką jednostkę mocy nazywamy **ergiem na sekundę**.

3. Praktyczne jednostki mechaniczne i cieplne. Ważniejsze jednostki praktyczne oparte częściowo na układzie bezwzględnym są następujące:

Siła. Za jednostkę siły stosujemy często **kilogram**; jest to siła, z jaką ziemia przyciąga masę jednego kilograma. Przyśpieszenie ciążenia ziemskiego przyjmujemy zwykle równe 981 $cm \, . \, s^{-2}$. Przy tym założeniu:

1 kilogram siły = 981000 dyn.

Praca. Jednostką pracy pochodną od erga jest: **dżaul**.

1 dżaul = 10^7 ergów.

Inną jednostką praktyczną, częściej używaną, jest **kilogramometr**, stanowiący pracę siły, wynoszącej jeden kilogram, na drodze jednego metra w kierunku siły.

1 kilogramometr = 981000 . 100 = 9,81 . 10^7 dynocentymetrów czyli ergów = 9,81 dżauli.

W elektrotechnice jednak stosowana jest najczęściej jednostka: **kilowatgodzina**, stanowiąca pracę mocy, wynoszącej jeden kilowat w ciągu jednej godziny. Dalej wykażemy, że 1 kilowat = 1000 dżauli na sekundę, więc:

1 kilowatgodzina = 3600000 dżauli.

Ilość ciepła. W praktyce najczęściej używamy dwuch jednostek ilości ciepła: **kalorję gramową** i **kalorję kilogramową**. Są to ilości ciepła potrzebne do ogrza-

[1]) W niektórych książkach moc nazywają autorzy dzielnością lub sprawnością.

nia jednego grama lub też jednego kilograma wody o jeden stopień Celsiusza w ściśle określonych warunkach.[1])

1 kalorja kilogramowa = 1000 kalorji gramowych.

1 kalorja kilogramowa jest równoważna 427 kilogramometrom pracy mechanicznej.[2])

Na podstawie tej liczby wypada, że:

1 dżaul = $\frac{1}{9{,}81}$ kilogramometrów = około 0,24 kalorji gramowej,

1 kilowat godzina = około 857 kalorji kilogramowych.

Moc. Opierając się na bezwzględnej jednostce pracy, określamy praktyczną jednostkę mocy **wat**, jako taką moc, która może wykonać pracę 10^7 ergów w ciągu sekundy, co stanowi jeden dżaul na sekundę. Częściej jednak jest stosowana jednostka większa **kilowat**, która równa się 1000 watom.

Pozatem stosuje się jeszcze jednostka mocy **koń mechaniczny**. Jest to moc, która może wykonać pracę 75 kilogramometrów w ciągu sekundy.

75 kilogramometrów = 75 . 981000 . 100 dynocentymetrów czyli ergów = 75 . 9,81 dżauli.

Stąd wynika, że:

1 koń mechaniczny = 736 dżauli na sekundę = 736 watów[3]).

Porównywając różne jednostki mocy pomiędzy sobą, otrzymujemy:

1 kilowat = 1,36 konia mechanicznego = 0,24 kalorji kilogramowej na sekundę.

4. O układach jednostek w nauce o elektryczności i magnetyzmie. Na zasadzie zależności, pomiędzy różnemi wielkościami, stosowanemi w nauce o elektryczności i magnetyzmie, można ułożyć szereg wzorów, w których poszczególne wielkości określają się na podstawie poprzednich. Pierwszą wielkość można określić na zasadzie związku z zasadniczemi wielkościami fizycznemi: długością, masą materjalną i czasem.

Opierając się na takich wzorach, łatwo jest wyznaczyć stopniowo wymiar poszczególnych wielkości.

Praktyczne znaczenie mają dwa układy wymiarów. Jeden rozpoczynający się od wzorów elektrostatyki, drugi, od wzorów magnetycznych. Pierwszy nazywa się układem **elektrostatycznym**, a drugi **elektromagnetycznym**.

Układ elektrostatyczny. Zasadniczą wielkością jest tu ilość elektryczności, którą określamy na podstawie wzoru Coulomba (patrz str. 77). We wzorze tym, oprócz ilości elektryczności, siły i odległości ładunków elektrycznych mamy spółczynnik zależny od rodzaju ośrodka, w którym znajdują się ładunki. Wymiaru tego czynnika, zwanego zdolnością elektryczną ośrodka, w zależności od długości, masy materjalnej i czasu w rozważanym układzie związków wyznaczyć nie mo-

---

[1]) Patrz Zasady fizyki p. A. Witkowskiego T. II.

[2]) 427,1 jest liczbą średnią z nowszych pomiarów.

[3]) Moc konia mechanicznego angielskiego może wykonać pracę 550 stopofuntów na sekundę (food-pounds per second), jest on trochę większy od używanego na kontynencie i wynosi 746 watów.

żemy, pozostawiamy więc go we wszystkich równaniach wymiarowych jako czynnik mający pewien wymiar: [**k**].

Aby uniezależnić równania wymiarowe od wyboru jednostek, oznaczać będziemy w tych równaniach długość przez L, masę materjalną przez M, a czas przez T.

Ilość elektryczności. W nauce elektrostatyki podstawowe równanie Coulomba wyraża siłę przyciągania lub odpychania dwuch ładunków elektrycznych wzorem:

$$f = \frac{1}{\mathbf{k}} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

q_1 i q_2 są to ładunki elektryczne skupione w punktach, znajdujących się w odległości r jeden od drugiego, **k**—zdolność elektryczna ośrodka.

Zakładając $q_1 = q_2 = q$, otrzymamy:

$$q = r \cdot \sqrt{\mathbf{k} \cdot f}.$$

Z tego wzoru wynika, że:

Wymiar: $q = \mathrm{L} \cdot \sqrt{[\mathbf{k}] \cdot \mathrm{M} \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2}} = \mathrm{L}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{M}^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{T}^{-1} \cdot [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}}$

Gęstość powierzchniowa elektryczności. Gdy na powierzchni S mamy ładunek Q, rozłożony jednostajnie, to gęstość powierzchniowa będzie:

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Wymiar: $\sigma = \mathrm{L}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{T}^{-1}\, [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{L}^{-2} = \mathrm{L}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{T}^{-1}\, [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}}$.

Natężenie pola elektrycznego. Gdy w polu elektrycznym na ładunek elektryczny q działa siła f, a natężenie pola jest $\mathbf{E}$, to

$$\mathbf{E} = \frac{f}{q}.$$

Stąd:

wymiar: $\mathbf{E} = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2} \cdot \mathrm{L}^{-\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{M}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{T} \cdot [\mathbf{k}]^{-\frac{1}{2}} = \mathrm{L}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{T}^{-1} \cdot [\mathbf{k}]^{-\frac{1}{2}}$.

Różnica potencyałów. (Inaczej napięcie elektryczne). Dla pracy wykonanej przy przeniesieniu ilości elektryczności q z miejsca, gdzie potencjał jest V, do innego miejsca, gdzie potencjał jest V_2, mamy wzór następujący:

$$A = (V_1 - V_2) \cdot q.$$

Stąd:

$$V_1 - V_2 = \frac{A}{q}.$$

Wymiar:

$(V_1 - V_2) = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L}^2 \cdot \mathrm{T}^{-2} \cdot \mathrm{L}^{-\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{M}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{T} \cdot [\mathbf{k}]^{-\frac{1}{2}} = \mathrm{L}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{T}^{-1} \cdot [\mathbf{k}]^{-\frac{1}{2}}$.

Ten sam wymiar ma siła elektromotoryczna.

Pojemność. Przy rozważaniu własności kondensatorów określiliśmy pojemność kondensatora jako spółczynnik warunkujący ilość elektryczności, znajdującej się na każdej z okładek kondensatora w zależności od różnicy potencjałów pomiędzy okładkami:

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}.$$

Stąd:

$$\text{wymiar: } C = L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} [k]^{\frac{1}{2}} . L^{-\frac{1}{2}} . M^{-\frac{1}{2}} . T . [k]^{\frac{1}{2}} = L . [k].$$

Pojemność ma tu wymiar długości pomnożonej przez wymiar zdolności elektrycznej ośrodka.

Prąd elektryczny. Siłę prądu elektrycznego w układzie elektrostatycznym znajdziemy na zasadzie poglądu na prąd, jako na ruch elektryczności wzdłuż przewodnika.

$$i = \frac{q}{t}.$$

i—siła prądu stałego, przy którym w ciągu czasu t przepływa ilość elektryczności q.

$$\text{Wymiar: } i = L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} . T^{-1} = L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [k]^{\frac{1}{2}}.$$

Opór elektryczny. Na zasadzie prawa Ohma możemy wyrazić opór omiczny pewnego przewodnika wzorem:

$$r = \frac{V_1 - V_2}{i}.$$

Prąd i przepływa po przewodniku, na którego końcach istnieje różnica potencjałów $V_1 - V_2$.

Stąd:

$$\text{wymiar: } r = L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} [k]^{-\frac{1}{2}} . L^{-\frac{3}{2}} . M^{-\frac{1}{2}} . T^2 . [k]^{-\frac{1}{2}} = L^{-1} . T . [k]^{-1}.$$

Spółczynnik samoindukcji. Wyraz dla siły elektromotorycznej samoindukcji w zależności od spółczynnika samoindukcji i szybkości zmienności prądu podany był na str. 70:

$$E_{st} = - L \frac{di_t}{dt}.$$

Stąd:

$$L = - E_{st} . \frac{dt}{di_t},$$

a przeto, uwzględniając, że siła elektromotoryczna i różnica potencjałów mają wymiar jednakowy, otrzymamy:

$$\text{Wymiar: } L = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} k^{-\frac{1}{2}} . L^{-\frac{3}{2}} . M^{-\frac{1}{2}} . T^2 . [k]^{-\frac{1}{2}} . T = L^{-1} . T^2 . [k]^{-1}.$$

Przechodzimy teraz do wielkości magnetycznych.

Natężenie pola magnetycznego. Według wzoru Laplace'a (str. 7).

$$dH = \frac{dl . i}{r^2} . \sin\alpha.$$

Funkcje trygonometryczne są liczbami oderwanemi, nie mają zatem żadnego wymiaru, czyli że potęgi przy L, M i T są dla nich zerowe, z powyższego więc wzoru otrzymamy:

$$\text{Wymiar: } H = L . L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} [k]^{\frac{1}{2}} . L^{-2} = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} . [k]^{\frac{1}{2}}.$$

M a s a m a g n e t y c z n a. Na str. 6 mamy wzór dla natężenia pola:

$$H = \frac{F}{m} .$$

Stąd:

$$m = \frac{F}{H} .$$

Ten wzór wyraża wielkość masy magnetycznej według siły F, jaka działa na nią, gdy jest umieszczona w polu magnetycznym o natężeniu H.

Stąd:

Wymiar: $m = \mathrm{M} . \mathrm{L} . \mathrm{T}^{-2} . \mathrm{L}^{-\frac{1}{2}} . \mathrm{M}^{-\frac{1}{2}} . \mathrm{T}^{2} . [\mathbf{k}]^{-\frac{1}{2}} = \mathrm{L}^{\frac{1}{2}} . \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} . \mathbf{k}^{-\frac{1}{2}}$.

I n d u k c j a m a g n e t y c z n a. Według wzoru podanego na str. 30, indukcję magnetyczną wyrażamy przez natężenie pola H i własności magnetyczne ośrodka określone przez przenikliwość magnetyczną μ. Wzór powyższy jest następujący:

$$B = \mu . H.$$

μ—jest wielkością o niewiadomym narazie wymiarze, pozostawiamy więc ją w równaniach wymiarowych, oznaczając wymiar jej przez: $[\mu]$

Wymiar: $B = \mathrm{L}^{\frac{1}{2}} . \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} . \mathrm{T}^{-2} . [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}} . [\mu]$.

S t r u m i e ń m a g n e t y c z n y. Według wzoru podanego na str. 48, strumień indukcji wyraża się przez indukcję magnetyczną i wielkość pola powierzchni, przez którą strumień przenika:

$$N = B . s.$$

Wymiar: $N = \mathrm{L}^{\frac{1}{2}} . \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} . \mathrm{T}^{-2} . [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}} . [\mu] . \mathrm{L}^{2} = \mathrm{L}^{\frac{5}{2}} \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} \mathrm{T}^{-2} . [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}} . [\mu]$.

S i ł a m a g n e t o m o t o r y c z n a. Według str. 59, siłę magnetomotoryczną M zwojnicy, składającej się z n zwojów z prądem i, wyrażamy wzorem:

$$M = 1{,}256 . ni.$$

Tutaj spółczynnik 1,256 . n jest liczbą oderwaną, więc:

Wymiar: M = wymiar: $i = \mathrm{L}^{\frac{3}{2}} . \mathrm{M}^{\frac{1}{2}} . \mathrm{T}^{-2} . [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}}$.

O p ó r m a g n e t y c z n y. Według str. 59, opór magnetyczny obwodu strumienia magnetycznego wyraża się wzorem:

$$\mathbf{R} = \frac{l}{\mu . s} .$$

l—długość, s—stały przekrój strumienia, przebiegającego w ośrodku o przenikliwości magnetycznej μ.

Wymiar $\mathbf{R} = \mathrm{L} . \mathrm{L}^{-2} . [\mu]^{-1} = \mathrm{L}^{-1} . [\mu]^{-1}$.

U k ł a d e l e k t r o m a g n e t y c z n y. Zasadniczą wielkością jest tu masa magnetyczna, którą określamy na zasadzie wzoru Coulomba (patrz str. 5). We wzorze tym, oprócz mas magnetycznych, siły i odległości biegunów, mamy spółczynnik zależny od rodzaju ośrodka, w którym znajdują się bieguny. Wymiaru tego czynnika, zwanego przenikliwością lub zdolnością magnetyczną ośrodka, wyznaczyć nie możemy, pozostawiamy go więc we wszystkich równaniach wymiarowych jako czynnik mający pewien wymiar. $[\mu]$:

Masa magnetyczna. W nauce magnetyzmu podstawowe równanie Coulomba wyraża siłę przyciągania lub odpychania dwuch mas magnetycznych wzorem:

$$f = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_2}.$$

m_1 i m_2 są to masy biegunów magnetycznych, znajdujących się w odległości r jeden od drugiego, w ośrodku o przenikliwości magnetycznej μ.

Zakładając: $m_1 = m_2 = m$, otrzymamy

$$m = r \cdot \sqrt{\mu} \cdot f.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } m = L \cdot \sqrt{[\mu] \cdot M \cdot L \cdot T^{-2}} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{\frac{1}{2}}.$$

Natężenie pola magnetycznego. Na str. 6 mamy wzór:

$$H = \frac{F}{m}.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } H = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^{-\frac{3}{2}} \cdot M^{-\frac{1}{2}} \cdot T \cdot [\mu]^{-\frac{1}{2}} = L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-\frac{1}{2}}.$$

Indukcja magnetyczna. Na str. 30 mamy wzór:

$$B = \mu \cdot H.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } B = L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{\frac{1}{2}}.$$

Strumień magnetyczny. Na str. 48 mamy wzór:

$$N = B \cdot s.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } N = L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{\frac{1}{2}} \cdot L^2 = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{\frac{1}{2}}.$$

Opór magnetyczny. Według wzoru na str. 59.

$$\text{Wymiar: } \mathbf{R} = L^{-1} \cdot [\mu]^{-1}.$$

Siła magnetomotoryczna. Jeżeli przez M oznaczymy siłę magnetomotoryczną i przez $\mathbf{R}$ opór magnetyczny, to według wzorów podanych na str. 59 wypadnie:

$$N = \frac{M}{\mathbf{R}},$$

Stąd:

$$M = N \cdot \mathbf{R}.$$

$$\text{Wymiar: } M = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot \mu^{\frac{1}{2}} \cdot L^{-1} \cdot [\mu]^{-1} = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-\frac{1}{2}}.$$

Od wielkości magnetycznych przejdziemy teraz do wielkości elektrycznych. Są dwa wzory, na podstawie których takie przejście uskutecznić możemy.

Jeżeli siłę magnetomotoryczną oznaczymy przez M, to według wzoru dla siły magnetomotorycznej (str. 59) wypadnie:

$$M = 1{,}256 \,.\, ni.$$

Stąd:

$$i = \frac{M}{1{,}256 \,.\, n}.$$

Ponieważ 1,256 . n jest liczbą oderwaną, więc:

Wymiar: i = wymiarowi: $M = L^{\frac{1}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, T^{-1} \,.\, [\mu]^{-\frac{1}{2}}$.

Możemy jednak rozumować jeszcze inaczej. Na str. 7 mamy wzór Laplace'a:

$$dH = \frac{dl \,.\, i}{r^2} \,.\, \sin\alpha.$$

Stąd:

$$i = \frac{dH \,.\, r^2}{dl \,.\, \sin\alpha},$$

a przeto:

wymiar: $i = L^{-\frac{1}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, T^{-1} \,.\, [\mu]^{-\frac{1}{2}} \,.\, L^2 \,.\, L^{-1} = L^{\frac{1}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, T^{-1} \,.\, [\mu]^{-\frac{1}{2}}$

Ilość elektryczności. Na str. 11 mamy wzór:

$$q = i \,.\, t,$$

stąd:

Wymiar: $q = L^{\frac{1}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, T^{-1} \,.\, [\mu]^{-\frac{1}{2}} \,.\, T = L^{\frac{1}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, [\mu]^{-\frac{1}{2}}$

Napięcie (różnica potencjałów). Na str. 13 mamy wzór:

$$e = \frac{A}{q},$$

Stąd:

Wymiar: $e = M \,.\, L \,.\, T^{-2} \,.\, L \,.\, L^{-\frac{1}{2}} \,.\, M^{-\frac{1}{2}} \,.\, [\mu]^{\frac{1}{2}} = L^{\frac{3}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, T^{-2} \,.\, [\mu]^{\frac{1}{2}}$.

Ten sam wymiar ma siła elektromotoryczna.

Opór elektryczny. Na str. 21 mamy wzór:

$$r = \frac{W}{i^2}.$$

Stąd:

Wymiar: $r = M \,.\, L^2 \,.\, T^{-3} \,.\, L^{-1} \,.\, M^{-1} \,.\, T^2 \,.\, [\mu] = L \,.\, T^{-1} \,.\, [\mu]$.

Spółczynnik samoindukcji. Według wzoru (1) (str. 70) mamy:

$$L = \frac{n \,.\, N_t}{i_t},$$

n—jest liczbą oderwaną, więc:

Wymiar: $L = L^{\frac{3}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, T^{-1} \,.\, [\mu]^{\frac{1}{2}} \,.\, L^{-\frac{1}{2}} \,.\, M^{-\frac{1}{2}} \,.\, T \,.\, [\mu]^{\frac{1}{2}} = L \,.\, [\mu]$.

W tym układzie równań spółczynnik samoindukcji ma wymiar długości pomnożonej przez wymiar przenikliwości magnetycznej.

Pojemność elektryczna. Na str. 89 mamy wzór:

$$C = \frac{q}{e}.$$

Stąd:

Wymiar: $C = L^{\frac{1}{2}} \,.\, M^{\frac{1}{2}} \,.\, [\mu]^{-\frac{1}{2}} \,.\, L^{-\frac{3}{2}} \,.\, M^{-\frac{1}{2}} \,.\, T^{2} \,.\, [\mu]^{-\frac{1}{2}} = L^{-1} \,.\, T^{2} \,.\, [\mu]^{-1}.$

Wymiary dla ważniejszych wielkości znalezione w powyższych układach zestawiamy w tablicy, gdzie podajemy również stosunek wymiaru elektrostatycznego do elektromagnetycznego:

Nazwa wielkości.	Oznaczenie.	Wymiar w układzie: elektrost.	Wymiar w układzie: elektromag.	Stosunek wymiaru elektrostatycznego do elektromagnetycznego.
Ilość elektryczności	q	$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}}$	$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{-\frac{1}{2}}$	$L . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$
Napięcie elektryczne	e	$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [k]^{-\frac{1}{2}}$	$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$	$L^{-1} . T . [k]^{-\frac{1}{2}} . [\mu]^{-\frac{1}{2}}$
Pojemność	C	$L . [k]$	$L^{-1} . T^{2} . [\mu]^{-1}$	$L^{2} . T^{-2} . [k] . [\mu]$
Siła prądu	i	$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [k]^{\frac{1}{2}}$	$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [\mu]^{-\frac{1}{2}}$	$L . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$
Opór elektryczny	r	$L^{-1} . T . [k]^{-1}$	$L . T^{-1} . [\mu]$	$L^{-2} . T^{2} . [k]^{-1} . [\mu]^{-1}$
Spółczynnik samoindukcji	L	$L^{-1} . T^{2} . [k]^{-1}$	$L . [\mu]$	$L^{-2} . T^{2} . [k]^{-1} . [\mu]^{-1}$
Natężenie pola magnetycznego	H	$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [k]^{\frac{1}{2}}$	$L^{-\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [\mu]^{-\frac{1}{2}}$	$L . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$
Masa magnetyczna	m	$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . [k]^{-\frac{1}{2}}$	$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$	$L^{-1} . T . [k]^{-\frac{1}{2}} . [\mu]^{-\frac{1}{2}}$
Indukcja magnetyczna	B	$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]$	$L^{-\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$	$L . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$
Strumień magnetyczny	N	$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]$	$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$	$L . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$
Siła magnetomotoryczna	M	$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [k]^{\frac{1}{2}}$	$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [\mu]^{-\frac{1}{2}}$	$L . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{\frac{1}{2}}$
Opór magnetyczny	R	$L^{-1} . [\mu]^{-1}$	$L^{-1} . [\mu]^{-1}$	1

Jeżeli teorja podana w tej książce ma stanowić jednolity całokształt nauki o elektryczności i magnetyzmie, to przy dowolnym wyprowadzaniu jednych wielkości z drugich musimy otrzymywać zawsze wymiary te same; uzgodnienie to osiągniemy, określając wymiar iloczynu $\mathbf{k} \cdot \mu$.

Aby wszystkie wymiary w układzie elektromagnetycznym i elektrostatycznym wypadły zgodnie, podane powyżej stosunki muszą wyrażać się za pomocą jednostki oderwanej.

Załóżmy, że:

$$L \cdot T^{-1} \cdot [\mathbf{k}]^{\frac{1}{2}} \cdot [\mu]^{\frac{1}{2}} = 1,$$

stąd:

$$L \cdot T^{-1} \cdot \sqrt{[\mathbf{k}] \cdot [\mu]} = 1,$$

$$\sqrt{[\mathbf{k}] \cdot [\mu]} = L^{-1} \cdot T,$$

$$[\mathbf{k}] \cdot [\mu] = L^{-2} \cdot T^{2}.$$

Równanie to wskazuje, że wymiar iloczynu $\mathbf{k} \cdot \mu$ ma być taki sam, jak jednostki podzielonej przez kwadrat prędkości. Jeżeli więc zrobimy takie założenie, to wszystkie stosunki w powyższej tablicy staną się równe jednostce.

W ten sposób mamy wyznaczony wymiar iloczynu $\mathbf{k} \cdot \mu$, co zaś do wymiaru każdego czynnika oddzielnie, to na zasadzie podanej tu teorji odnaleźć go nie można.

Dla ułożenia jednak bezwzględnego układu jednostek, opartego na centymetrze, gramie i sekundzie, jest rzeczą niezbędną znać wymiary obu czynników $\mathbf{k}$ i μ. Maxwell wprowadził do nauki dwa bezwzględne układy jednostek: elektrostatyczny, który opiera się na założeniu, że $\mathbf{k}$ jest liczbą oderwaną i wtedy:

$$[\mu] = L^{-2} \cdot T^{2}$$

i elektromagnetyczny, oparty na założeniu, że μ jest liczbą oderwaną, wtedy:

$$[\mathbf{k}] = L^{-2} \cdot T^{2}.$$

Przy określeniu jednostek Maxwell przyjął w układzie elektrostatycznym dla powietrza $\mathbf{k} = 1$, a w układzie elektromagnetycznym dla powietrza $\mu = 1$.

Chcąc otrzymać wymiary jednostek w bezwzględnym układzie elektrostatycznym, należy w powyższej tablicy $[\mathbf{k}]$ opuścić, a zamiast $[\mu]$ napisać: $L^{-2} \cdot T^{2}$.

Chcąc zaś otrzymać wymiary jednostek w bezwzględnym układzie elektromagnetycznym, należy $[\mu]$ opuścić, a zamiast $[\mathbf{k}]$ napisać $L^{-2} \cdot T^{2}$.

Najważniejszy jest bezwzględny układ elektromagnetyczny; na podstawie tego układu przyjęte są jednostki praktyczne, które stanowią wielokrotność dziesiętną lub ułamek dziesiętny jednostek bezwzględnych elektromagnetycznych.

5. Układ bezwzględnych jednostek elektrostatycznych. Podstawowemi jednostkami są tu *cm.*, *gr.* i *s.*; w tych jednostkach wyrażać będziemy wymiary jednostek elektromagnetycznych. Dla powietrza $\mathbf{k} = 1$, μ ma wymiar $cm^{-2} \cdot s^{2}$.

Opierając się na wynikach rozumowań paragrafu poprzedniego, otrzymamy następujące określenia poszczególnych bezwzględnych jednostek elektrostatycznych: [1])

Ilość elektryczności. Wymiar jednostki ilości elektryczności będzie:

$$cm^{\frac{3}{2}} . gr^{\frac{1}{2}} . s^{-1}.$$

Bezwzględną jednostkę elektrostatyczną ładunku elektrycznego określimy jako jedną z dwuch liczbowo równych ilości elektryczności, skupionych w dwuch punktach, znajdujących się w odległości jednego centymetra jeden od drugiego w powietrzu, gdy siła przyciągania lub odpychania, działająca pomiędzy temi ilościami elektryczności, wynosi jedną dynę.

Gęstość powierzchniowa elektryczności. Wymiar jednostki gęstości ładunku będzie:

$$cm^{-\frac{1}{2}} . gr^{\frac{1}{2}} . s^{-1}.$$

Jednostkę bezwzględną stanowi taka gęstość ładunku, przy której na 1 cm^2 powierzchni przypada jednostka elektrostatyczna ładunku elektrycznego.

Natężenie pola elektrycznego. Wymiar jednostki natężenia pola będzie:

$$cm^{-\frac{1}{2}} . gr^{\frac{1}{2}} . s^{-1}.$$

Jednostkę bezwzglądną natężenia pola elektrycznego określimy jako natężenie takiego pola, które na jednostkę bezwzględną ilości elektryczności działa z siłą jednej dyny.

Różnica potencjałów (napięcie). Wymiar jednostki różnicy potencjałów jest:

$$cm^{\frac{1}{2}} . gr^{\frac{1}{2}} . s^{-1}.$$

Jednostką bezwzględną napięcia będzie różnica potencjałów dwuch punktów, pomiędzy którymi, przenosząc jedną bezwzględną jednostkę ilości elektryczności, otrzymamy albo wykonamy jeden erg pracy.

Pojemność. Wymiar pojemności jest:

$$cm.$$

Bezwzględną jednostką pojemności jest pojemność kondensatora, do którego wprowadzić należy jedną bezwzględną jednostkę elektryczności na każdą z okładek, aby różnica potencjałów wynosiła jedną bezwzględną jednostkę napięcia.

W podobny sposób można określić wartość wszystkich innych jednostek elektromagnetycznych, mając na uwadze, że przenikliwość magnetyczna μ jest tu wielkością mianowaną.

Przenikliwość magnetyczna. Wymiar tej wielkości jest:

$$cm^{-2} . s^2.$$

Jednostkę określimy przez następujące rozumowanie. Według teorji ruchu

[1]) Przytaczamy tu tylko niektóre ważniejsze.

fal elektromagnetycznych [1]), podanej przez Maxwella, prędkość biegu fal elektromagnetycznych w ośrodku o przenikliwości magnetycznej μ i zdolności elektrycznej $\mathbf{k}$, wynosi:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{k} \,.\, \mu}},$$

stąd:

$$\mu = \frac{1}{v^2 \,.\, \mathbf{k}}.$$

W rozważanym układzie μ będzie jednostką, gdy $v^2 \,.\, \mathbf{k} = 1$, a więc $v = \sqrt{\frac{1}{\mathbf{k}}}$.

Stąd **jednostkę elektrostatyczną przenikliwości magnetycznej ma taki ośrodek, w którym fale elektromagnetyczne biegną z prędkością, równą** $\sqrt{\frac{1}{\mathbf{k}}}$ **centymetrów na sekundę.**

Z doświadczeń wiemy, że w powietrzu fale elektromagnetyczne biegną z prędkością

$$3 \,.\, 10^{10}\, cm \,.\, s^{-1},$$

a $\mathbf{k}$, według założenia $= 1$, więc dla powietrza:

$$\mu = \frac{1}{3^2 \,.\, 10^{20}} = 1{,}11 \,.\, 10^{-21}\, cm^{-2} \,.\, s^2.$$

6. Układ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych. Podstawowemi jednostkami są tu *cm*, *gr* i *s*.; w tych jednostkach wyrażać będziemy wymiary jednostek elektromagnetycznych. Dła powietrza $\mu = 1$, $\mathbf{k}$ ma wymiar $cm^{-2} \,.\, s^2$.

Opierając się na wynikach rozumowań podanych w § 4, otrzymamy określenia poszczególnych bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych następujące:

M a s a m a g n e t y c z n a. Wymiar jednostki masy magnetycznej będzie:

$$cm^{\frac{3}{2}} \,.\, gr^{\frac{1}{2}} \,.\, s^{-1}.$$

Jednostką masy magnetycznej jest **jedna z dwuch równych mas, skupionych w biegunach, znajdujących się w odległości jednego centymetra jeden od drugiego w powietrzu, gdy bieguny te przyciągają się do siebie lub odpychają z siłą jednej dyny.**

N a t ę ż e n i e p o l a m a g n e t y c z n e g o. Wymiar jednostki jest następujący:

$$cm^{-\frac{1}{2}} \,.\, gr^{\frac{1}{2}} \,.\, s^{-1}.$$

Jednostkę natężenia pola magnetycznego ma takie pole, które na jednostkę masy magnetycznej działa z siłą jednej dyny.

Jednostka taka nazywa się **gaus.**

I n d u k c j a m a g n e t y c z n a. W tym układzie indukcja magnetyczna ma ten sam wymiar i tę samą jednostkę, co natężenie pola.

[1]) Patrz pr. A. Witkowskiego „Zasady fizyki“ t. III, str. 626 i 627.

S t r u m i e ń i n d u k c j i m a g n e t y c z n e j. Wymiar jednostki strumienia magnetycznego jest:

$$cm^{\frac{3}{2}} \,.\, gr^{\frac{1}{2}} \,.\, s^{-1}.$$

Jednostką strumienia indukcji magnetycznej jest strumień, przenikający płaszczyznę o jednym centymetrze kwadratowym powierzchni, prostopadłą do linji indukcji w polu jednostajnym, w którym indukcja wynosi jednostkę.

Jednostka taka nazywa się **maksuel.** [1])

S i ł a p r ą d u. Wymiar jednostki siły prądu w bezwzględnym układzie elektromagnetycznym jest następujący:

$$cm^{\frac{1}{2}} \,.\, gr^{\frac{1}{2}} \,.\, s^{-1}.$$

Określimy najwłaściwiej tę jednostkę, opierając się na wzorze: (patrz str. 8).

$$H = \frac{2\pi \,.\, i}{R}.$$

H jest to natężenie pola, wywołane przez prąd kołowy. Oznaczmy przez H' natężenie pola, wywołane przez jednostkę długości obwodu tego koła, wtedy.

$$H' = \frac{H}{2\pi R} = \frac{i}{R^2},$$

stąd:

$$i = H' \,.\, R^2.$$

Z tego wzoru wynika, że przy $R = 1$, $H' = 1$ i $i = 1$. Możemy więc określić jednostkę siły prądu w sposób następujący:

Jednostkę siły posiada taki prąd, przepływający po obwodzie koła o promieniu 1 *cm*. którego cząstka długości, wynosząca 1 *cm*, wywołuje w środku koła pole magnetyczne o natężeniu równym jednostce.

I l o ś ć e l e k t r y c z n o ś c i. Wymiar jednostki ilości elektryczności jest:

$$cm^{\frac{1}{2}} \,.\, gr^{\frac{1}{2}}.$$

Jednostką jest ilość elektryczności, która w ciągu sekundy przebiega przez każdy przekrój przewodnika, jeśli po tym przewodniku płynie prąd, którego siła jest jednostką.

N a p i ę c i e [2]). Wymiar napięcia jest:

$$cm^{\frac{3}{2}} \,.\, gr^{\frac{1}{2}} \,.\, s^{-2}.$$

Napięcie pomiędzy dwoma punktami w polu elektrycznym (np. na przewodniku) **wtedy równa się jednostce, gdy, przy przesuwaniu pomiędzy temi punktami jednostki ilości elektryczności, wykonywamy lub otrzymujemy pracę jednego erga.**

S i ł a e l e k t o m o t o r y c z n a. Wymiar i jednostki siły elektromotorycznej są takie same, jak napięcia. Można jednak określić ją, rozumując inaczej.

Na stronie 182 mieliśmy wyraz dla siły elektromotorycznej idukcji:

$$E_t = \frac{d\,N_t}{d\,t}.$$

[1]) Od nazwiska uczonego, Maxwella
[2]) To samo, co różnica potencjałów.

Na zasadzie tego wzoru:

$$\text{Wymiar } E = cm^{\frac{3}{2}} \, . \, gr^{\frac{1}{2}} \, . \, s^{-1} \, . \, s^{-1} = cm^{\frac{3}{2}} \, . \, gr^{\frac{1}{2}} \, . \, s^{-2} \, .$$

Jednostkę siły elektromotorycznej określimy w sposób następujący. **Siła elektromotoryczna równa jednostce powstaje wtedy w obwodzie elektrycznym, gdy w ciągu jednostki czasu strumień magnetyczny, objęty tym obwodem, zmienia się o jednostkę.**

Opór elektryczny. Wymiar jednostki oporu jest następujący:

$$cm \, . \, s^{-1} \, .$$

Według wzoru Joule'a (str. 21) jednostkę oporu określimy w ten sposób: **Jednostkę oporu stanowi opór takiego przewodnika, w którym przy sile prądu równej jednostce, moc, wynosząca jeden erg na sekundę, wytwarza ciepło.**

Według prawa Ohma: **jednostkę oporu ma taki przewodnik, na którego końcach napięcie jest równe jednostce, gdy po przewodniku przepływa prąd, wynoszący jednostkę.**

Pojemność. Wymiar jednostki pojemności będzie:

$$cm^{-1} \, . \, s^{2} \, .$$

Jednostkę pojemności możemy określić np. ze wzoru (patrz str. 90):

$$i_t = C \, . \, \frac{d e_t}{dt} \, .$$

Jednostkę pojemności ma taki kondensator, przez który płynie prąd chwilowy, równy jednostce, gdy napięcie na okładkach kondensatora w ciągu sekundy zmienia się o jednostkę.

Spółczynnik samoindukcji. Wymiar jednostki spółczynnika samoindukcji stanowi:

$$cm \, .$$

Spółczynnik ten mierzy się więc w centymetrach.

Określenie jednostki może być różne, zależnie od wzoru, na którym się w określeniu opieramy.

Według wzoru (1) na str. 70: **obwód elektryczny ma spółczynnik samoindukcji równy jednostce, gdy, przy sile prądu wynoszącej jednostkę, obwód ten obejmuje jednostkowy strumień magnetyczny.**

Według wzoru (3) na str. 70, **obwód elektryczny ma wtedy spółczynnik samoindukcji — jednostkę, gdy w obwodzie tym powstaje siła elektromotoryczna, równa jednostce przy zmianie siły prądu o jednostkę w ciągu jednej sekundy.**

Zdolność elektryczna ośrodka. Wymiar tej wielkości stanowi:

$$cm^{-2} \, . \, s^{2} \, .$$

Na podstawie wzoru, wyrażającego prędkość ruchu fal elektromagnetycznych w ośrodku o przenikliwości magnetycznej μ i zdolności elektrycznej $\mathbf{k}$ wynika, że:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{k} \, . \, \mu}} \, ,$$

przeto:

$$\mathbf{k} = \frac{1}{v^2 \, . \, \mu}$$

W rozważanym układzie **k** będzie jednostką, gdy $v^2 . \mu = 1$, a więc $v = \sqrt{\frac{1}{\mu}}$.

Stąd jednostkę bezwzględną elektromagnetyczną zdolności elektrycznej ma taki ośrodek, w którym fale elektromagnetyczne biegną z prędkością $v = \sqrt{\frac{1}{\mu}}$.

Ponieważ z doświadczeń wiemy, że w powietrzu fale elektromagnetyczne biegną z prędkością $3 . 10^{10}\ cm . s^{-1}$, a w rozważanym układzie jednostek dla powietrza $\mu = 1$, a więc dla powietrza:

$$k = \frac{1}{3^2 . 10^{20}} = 1{,}11 . 10^{-21}\ cm^{-2} . s^2 .$$

7. **Przykłady stosowania jednostek bezwzględnych elektromagnetycznych.** Obliczyć siłę, z którą odpychają się od siebie dwa miligramy jonów wodoru, umieszczone w powietrzu na odległości jednego centymetra jeden od drugiego. Gramrównoważnik wodoru wynosi 1 *gr* [1]), przeto jeden miligram zawiera ładunek:

$$0{,}001 . 96540 \text{ kulombów,}$$ [1])

albo: $$0{,}0001 . 96540 \text{ bezwzgl. jedn. elektrom.}$$ [2])

Na zasadzie prawa Coulomba:

$$f = \frac{1}{k} . \frac{q^2}{r^2},$$

$$k = 1{,}11 . 10^{-21}, \qquad q = 9{,}654, \qquad r = 1, \text{ więc:}$$

$$f = 8{,}39 . 10^{22} \text{ dyn.}$$

Ponieważ 1 *grc* = 981 dyn, więc:

$$f = 0{,}855 . 10^{14} \text{ tonn.}$$

Wynik ten jest ciekawy, gdyż daje pojęcie o wielkości sił, działających pomiędzy jonami.

Obliczmy w przybliżeniu pojemność kondensatora z izolacją szklaną, mającego kształt cylindra z dnem; średnica cylindra wynosi 10 *cm*. Szkło jest oklejone cynfolją na dnie i z boków na wysokość 10 *cm* zewnątrz i wewnątrz. Stała dielektryczna szkła = 7. Grubość szkła wszędzie jednakowa = 2 *mm*. Zdolność elektryczna w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych będzie:

$$1{,}11 . 10^{-21} . 7.$$

Dla obliczenia pojemności zastosujemy wzór, wyprowadzony dla kondensatora płaskiego: [3])

---

[1]) Patrz rozdział XVII.

[2]) Patrz § 10 niniejszego rozdziału.

[3]) Patrz rozdział IX § 7.

$$C = \frac{\mathrm{k} \cdot S}{4\pi \cdot d},$$

$$S = \pi \cdot 5^2 + 2\pi \cdot 5 \cdot 10 = 125\,\pi,$$

$$C = \frac{1{,}11 \cdot 10^{-21} \cdot 7 \cdot 125 \cdot \pi}{4 \cdot \pi \cdot 0{,}2},$$

stąd:

$$C = 1{,}215 \cdot 10^{-18} \text{ bezwzgl. jedn. elektrom.}$$

Według § 10, 1 mikrofada $= 10^{-15}$ bezwzgl. jedn. elektrom., więc:

$$C = 1{,}215 \cdot 10^{-3} \text{ mikrofarada.}$$

8. Stosunek jednostek bezwzględnych elektrostatycznych do elektromagnetycznych. Oznaczmy przez q_s jeden z dwuch równych ładunków elektrycznych, wyrażonych w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych. Załóżmy, że te ładunki są skupione w dwuch punktach, znajdujących się w odległości r jeden od drugiego w ośrodku, którego zdolność elektryczna jest $\mathbf{k}_s$. Wtedy siła współdziałania pomiędzy temi ładunkami wyrazi się wzorem:

$$f = \frac{1}{\mathbf{k}_s} \cdot \frac{q_s^2}{r^2}.$$

Jeżeli te same ładunki, wyrażone w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych, oznaczymy przez q_m, to w tym układzie jednostek zdolność elektryczna ośrodka będzie $\mathbf{k}_m$ i:

$$f = \frac{1}{\mathbf{k}_m} \cdot \frac{q_m^2}{r^2}.$$

Z tych dwuch równań wypada:

$$\frac{q_s^2}{r^2} = \frac{\mathbf{k}_s}{\mathbf{k}_m} \cdot \frac{q_m^2}{r^2}.$$

$$\frac{q_s}{q_m} = \sqrt{\frac{\mathbf{k}_s}{\mathbf{k}_m}}.$$

$\mathbf{k}_s$ jest liczbą oderwaną, natomiast $\mathbf{k}_m$ ma wymiar $cm^{-2} \cdot s^2$, t. j. wymiar odwrotności kwadratu prędkości, więc wymiar $\sqrt{\frac{\mathbf{k}_s}{\mathbf{k}_m}}$ jest wymiarem prędkości. Z tego powodu oznaczamy ten pierwiastek zwykle przez v i piszemy:

$$\frac{q_s}{q_m} = v.$$

Na podstawie wzorów, wyrażających związek pomiędzy różnemi wielkościami w nauce o elektromagnetyzmie, znajdziemy stosunki następujące: [1])

Siła prądu:

$$i_s = \frac{q_s}{t}; \qquad i_m = \frac{q_m}{t}.$$

[1]) Wszystkie litery ze znakiem s wyrażają odpowiednie wielkości w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych, a ze znakiem m — w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych.

Stąd:

$$\frac{i_s}{i_m} = \frac{q_s}{q_m} = v.$$

N a p i ę c i e: Praca przy ruchu elektryczności w obu układach bezwzględnych wyraża się tą samą liczbą i posiada jeden wymiar. Łatwo to stwierdzić, wypisując wymiary z tablicy, podanej na str. 280.

Wymiar: e. Wymiar: q = Wymiar: A.

W jednostkach elektrostatycznych otrzymamy:

$$L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [k]^{-\frac{1}{2}} . L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-1} . [k]^{\frac{1}{2}} = L^2 . M . T^{-2}.$$

W jednostkach elektromagnetycznych:

$$L^{\frac{3}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . T^{-2} . [\mu]^{\frac{1}{2}} . L^{\frac{1}{2}} . M^{\frac{1}{2}} . [\mu]^{-\frac{1}{2}} = L^2 . M . T^{-2}.$$

Możemy więc napisać:

$$e_s = \frac{A}{q_s}; \quad e_m = \frac{A}{q_m},$$

stąd:

$$\frac{e_s}{e_m} = \frac{q_m}{q_s} = v^{-1}.$$

O p ó r e l e k t r y c z n y:

$$r_s = \frac{e_s}{i_s}; \quad r_m = \frac{e_m}{i_m},$$

stąd:

$$\frac{r_s}{r_m} = \frac{e_s . i_m}{e_m . i_s} = v^{-1} . v^{-1} = v^{-2}.$$

P o j e m n o ś ć:

$$C_s = \frac{q_s}{e_s}; \quad C_m = \frac{q_m}{e_m},$$

stąd:

$$\frac{C_s}{C_m} = \frac{q_s . e_m}{q_m . e_s} = v . v = v^2.$$

Z d o l n o ś ć e l e k t y c z n a o ś r o d k a: Stosownie do oznaczenia, wprowadzonego na początku niniejszego paragrafu:

$$\frac{\mathbf{k}_s}{\mathbf{k}_m} = v^2.$$

Z d o l n o ś ć m a g n e t y c z n a o ś r o d k a: Według teorji ruchu fal elektromagnetycznych, wprowadzając **k** i μ w jednostkach elektrostatycznych, szybkość tego ruchu wyrażamy wzorem:

$$\sqrt{\frac{1}{\mathbf{k}_s . \mu_s}},$$

jeżeli zaś **k** i μ wyrazimy w jednostkach elektromagnetycznych, to ta sama prędkość wyrazi się wzorem:

$$\frac{1}{\sqrt{\mathbf{k}_m \cdot \mu_m}} .$$

Możemy więc napisać równanie:

$$\frac{1}{\sqrt{\mathbf{k}_s \cdot \mu_s}} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{k}_m \cdot \mu_m}} ,$$

stąd:

$$\mathbf{k}_s \cdot \mu_s = \mathbf{k}_m \cdot \mu_m ,$$

$$\frac{\mu_s}{\mu_m} = \frac{\mathbf{k}_m}{\mathbf{k}_s} = v^{-2} .$$

Zestawiając wyniki powyższych rozważań, widzimy, że **stosunki wielkości** elektromagnetycznych, wyrażonych w układzie elektrostatycznym i elektromagnetycznym wyrażają się pewną prędkością w różnych potęgach.

Stosunki jednostek w układach elektrostatycznym i elektromagnetycznym są **odwrotne** względem podanych powyżej stosunków odpowiednich wielkości [1])

Wymiary wszystkich wielkości mechanicznych w obu układach są jednakowe i wielkości te wyrażają się liczbami jednakowemi.

9. **Doświadczalne wyznaczenie wielkości „*v*"**. Wyznaczyć „*v*" można w różny sposób. Ze wzorów paragrafu poprzedniego widzimy, że wystarcza w tym celu wymierzyć jakąkolwiek wielkość w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych i w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych; mając te liczby, z powyższych wzorów, łatwo obliczyć „*v*".

W y z n a c z e n i e „*v*" p r z e z p o m i a r i l o ś c i e l e k t r y c z n o ś c i. W roku 1856 Weber i Kohlrausch zmierzyli za pomocą wagi skręceń Coulomba określoną część ładunku kondensatora. Zasada wagi skręceń polega na tym, że jedna z dwuch kulek naładowanych elektrycznością jest umieszczona na drążku poziomym, zawieszonym na druciku. Siłę odpychania tych kuleczek równoważy moment sił sprężystych skręconego drucika. Mierząc kąt skręcenia, łatwo oznaczyć siłę odpychania kuleczek, a stąd obliczyć według wzoru Coulomba ładunki w jednostkach elektrostatycznych.

Uczeni ci mierzyli następnie ładunek wspomnianego powyżej kondensatora w jednostkach elektromagnetycznych, wyładowując go przez galwanometr balistyczny. [2]) Według pomiarów Webera i Kohlrauscha $v = 3{,}107 \cdot 10\ cm\ sek.^{-1}$.

W y z n a c z e n i e „*v*" p r z e z m i e r z e n i e n a p i ę c i a. Mierząc siłę prądu w przewodniku o wiadomym oporze, lord Kelvin wyznaczył w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych napięcie pomiędzy końcami tego przewodnika.

Następnie to samo napięcie zmierzył za pomocą elektrometru bezwzględnego,

---

[1]) Patrz wstęp do niniejszego rozdziału.

[2]) Patrz rozdział XXXVI.

którego zasada jest oparta na przyciąganiu się dwuch płytek kondensatora. Z równania (patrz str. 222).

$$F = \frac{8\pi \cdot d^2}{e^2 \cdot S} \cdot \mathbf{k}$$

można wyznaczyć e, znając F, d, S i przyjmując dla powietrza $\mathbf{k} = 1$.

Według pomiarów lorda Kelvina:

$$v = 3{,}004 \cdot 10^{10}\ cm \cdot sek.^{-1}.$$

Wyznaczenie „v" przez mierzenie pojemności. Ayrton i Perry w roku 1878 obliczyli z wymiarów pojemność pewnego kondensatora w jednostkach elektrostatycznych i następnie określili tę pojemność z napięcia i ładunku, zmierzonych w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych.

Ayrton i Perry otrzymali:

$$v = 2{,}980 \cdot 10^{10}\ cm\ sek.^{-1}.$$

Wyznaczenie „v" przez mierzenie prędkości światła. Według wzmianki w § 5 i 6, prędkość ruchu fal elektromagnetycznych wyraża się wzorem:

$$\frac{1}{\sqrt{\mathbf{k} \cdot \mu}}.$$

Jeżeli $\mathbf{k}$ i μ wyrażamy w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych, to wyraz tej prędkości będzie:

$$\frac{1}{\sqrt{\mathbf{k}_m \cdot \mu_m}}.$$

Gdy ośrodkiem jest powietrze, to $\mu_m = 1$, a z poprzedniego paragrafu:

$$\sqrt{\frac{\mathbf{k}_s}{\mathbf{k}_m}} = v;$$

lecz dla powietrza $\mathbf{k}_s = 1$, przeto otrzymamy:

$$\mathbf{k}_m = \frac{1}{v^2}.$$

Uwzględniając te wartości dla μ_m i $\mathbf{k}_m$, będzie:

$$\frac{1}{\sqrt{\mathbf{k}_m \cdot \mu_m}} = v.$$

Prędkość więc, określająca stosunek wielkości, wyrażonych w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych i elektromagnetycznych, równa się prędkości ruchu fal elektromagnetycznych w powietrzu. Prędkość ta na zasadzie elektromagnetycznej teorji światła równa się prędkości światła w powietrzu (ściślej w próżni) [1]. Według pomiarów spółczesnych liczba, wyrażająca szybkość światła w powietrzu, wynosi: $3 \cdot 10^{10}$ *cm/sek.*

[1]) Patrz „Zasady fizyki" prof. A. Witkowskiego, t. III.

10. **Praktyczny układ jednostek elektromagnetycznych.** Niektóre jednostki bezwzględne są zbyt wielkie lub też zbyt małe, a więc niedogodne przy wyrażaniu odpowiednich wielkości we wzorach liczbowych. W celu uniknięcia tej niedogodności, stosujemy dla wielkości częściej używanych jednostki praktyczne, których szczegółowe zestawienie podaję poniżej.

Prąd. Do mierzenia prądu przyjęto w praktyce jednostkę, wynoszącą 0,1 część jednostki bezwzględnej elektromagnetycznej i nazwano ją **amperem** (oznaczenie A).

Ilość elektryczności. Gdy za jednostkę czasu przyjmiemy sekundę, to ilość elektryczności według wzoru $q = it$, odpowiadająca jednemu amperowi i jednej sekundzie, wynosi 0,1 część bezwzględnej jednostki elektromagnetycznej. Taka jednostka nazywa się **kulombem** (oznaczenie C).

Przyjmując za jednostkę czasu godzinę, otrzymamy jednostkę ilości elektryczności, która nazywa się **amperogodziną** (oznaczenie Ah); wynosi ona oczywiście 3600 kulombów.

Napięcie i siła elektromotoryczna. Przyjmując za jednostkę pracy dżaul, a za jednostkę ilości elektryczności — kulomb, otrzymamy według wzoru $e = \frac{A}{q}$ jednostkę praktyczną napięcia **wolt** (oznaczenie V).

Biorąc pod uwagę, że jeden dżaul $= 10^7$ ergów, a jeden kulomb $= 10^{-1}$ jednostki bezwzględnej ilości elektryczności, otrzymamy:

$$\text{jeden } \textbf{wolt} = \frac{10^7}{10^{-1}} = 10^8 \text{ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.}$$

Opór. Jeżeli za jednostkę napięcia przyjmiemy wolt, a za jednostkę prądu — amper, to według wzoru $r = \frac{e}{i}$ otrzymamy jednostkę oporu **om** (oznaczenie Ω). Według powyżej wskazanych zależności:

$$\text{jeden } \textbf{om} = \frac{10^8}{10^{-1}} = 10^9 \text{ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.}$$

Pojemność. Wyrażając ilość elektryczności w kulombach, a napięcie w woltach, otrzymamy na podstawie wzoru $C = \frac{q}{e}$ pojemność w faradach (oznaczenie F). W praktyce stosujemy zwykle jednostkę milion razy mniejszą — mikrofarad (oznaczenie μF):

$$\text{Jeden } \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ farada.}$$

Według wyżej podanych zależności:

$$\text{jeden } \textbf{mikrofarad} = 10^{-6}\frac{10^{-1}}{10^8} = 10^{-15} \text{ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.}$$

Obliczenia pojemności przeprowadzają się niekiedy w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych, z tego więc względu należy jeszcze wyprowadzić zależność jednostek praktycznych od elektrostatycznych.

Oznaczmy pojemność pewnego kondensatora w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych przez C_s, a w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych przez C_m, wtedy uwzględniając, że zdolność elektryczna ośrodka w jednostkach elektrostatycznych wyraża się za pomocą liczby, stanowiącej stałą dielektryczną, a w jednostkach elektromagnetycznych za pomocą tej samej liczby pomnożonej przez $1{,}11 \,.\, 10^{-21}$, otrzymamy:

$$\frac{C_s}{C_m} = \frac{1}{1{,}11 \,.\, 10^{-21}} = 9 \,.\, 10^{20}.$$

Z tego stosunku wynika, że jednostka elektrostatyczna jest mniejsza od elektromagnetycznej.

Jednostka bezwzgl. elektromagn. pojemności $= 9 \,.\, 10^{20}$ jednostek bezwzgl. elektrost. pojemności.

Więc:

$$1\, \mu F = 10^{-15} \,.\, 9 \,.\, 10^{20} = 9 \,.\, 10^{5} \text{ jedn. bezwzgl. elektrost.}$$

S p ó ł c z y n n i k s a m o i n d u k c j i. Jeżeli za jednostkę siły elektromotorycznej przyjmiemy wolt, za jednostkę prądu amper, a za jednostkę czasu sekundę, to spółczynnik samoindukcji otrzymamy według wzoru $L = \frac{-E}{\frac{di}{dt}}$, wyrażony w **henry** (oznaczenie H). Z podanych powyżej zależności wynika, że:

jeden **henry** $= \frac{10^8}{10^{-1}} = 10^9$ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych czyli centymetrów.

10^9 *cm* wynosi czwartą część południka geograficznego, z tego więc powodu praktyczną jednostkę spółczynnika samoindukcji nazywamy niekiedy **kwadrantem.**

M o c p r ą d u. Iloczyn siły prądu, wyrażonej w amperach, i napięcia w woltach daje moc prądu w watach. Wynika to ze wzoru następującego:

$$e\,(V) \times i\,(A) = e \,.\, 10^8 \times i \,.\, 10^{-1} \text{ (c. g. s.)} = e \,.\, i \,.\, 10^7 \text{ ergów na sekundę} = e \,.\, i \text{ watów.}$$

P r a c a p r ą d u. Iloczyn siły prądu, wyrażonego w amperach, napięcia w woltach i czasu w sekundach daje pracę prądu w dżaulach. Określa to wzór następujący:

$$e\,(V) \times i\,(A) \times t\,(s) = e \,.\, 10^8 \times i \,.\, 10^{-1} \times t \text{ (c. g. s.)} =$$
$$= eit\; 10^7 \text{ ergów} = eit \text{ dżauli} = eit \text{ watsekund.}$$

Częściej jednak za jednostkę pracy używa się kilowatgodzinę. Obliczenie pracy w kilowatgodzinach przeprowadza się w sposób następujący. Załóżmy, że siła prądu wynosi 5 A, napięcie 120 V, i że prąd jest stały; obliczyć należy jego pracę w ciągu 36 minut.

Na zasadzie wzorów poprzednich, moc prądu:

$$W = 5 \times 120 = 600 \text{ watów} = 0{,}6 \text{ kilowata,}$$

a praca prądu:

$$A = 0{,}6 \,.\, \frac{36}{60} = 0{,}36 \text{ kilowatgodzin.}$$

11. Zestawienie ważniejszych jednostek elektromagnetycznych, mechanicznych i cieplnych. Aby ułatwić korzystanie z wiadomości podanych powyżej, przytaczam zestawienie jednostek praktycznych łącznie z oznaczeniami i liczbami, wyrażającemi ważniejsze stosunki między temi jednostkami.

Jednostki praktyczne:		Jednostka praktyczna zawiera jednostek bezwzględnych:	
nazwa.	oznaczenie.	elektromagnetycznych.	elektrostatycznych.
Kulomb	C	10^{-1}	$3 \cdot 10^{9}$
Amper	A	10^{-1}	$3 \cdot 10^{9}$
Miliamper [1]	mA	10^{-4}	$3 \cdot 10^{6}$
Wolt	V	10^{8}	$\frac{1}{300}$
Miliwolt	mV	10^{5}	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-5}$
Kilowolt [2]	kV	10^{11}	$\frac{1}{3} \cdot 10$
Om	Ω lub O	10^{9}	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$
Megom [3]	$M\Omega$	10^{15}	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-5}$
Farad	F	10^{-9}	$9 \cdot 10^{11}$
Mikrofarad [4]	μF	10^{-15}	$9 \cdot 10^{5}$
Henry	H	10^{9}	—

Koń mechaniczny (MK) $=$ 736 watów.

Wat (W) $=$ 1 dżaul na sekundę $= 10^7$ ergów na sekundę.

Kilowat (kW) $= 10^3$ watów $=$ 1,36 konia mechanicznego $=$ 0,24 kalorji kilogramowej na sekundę.

Dżaul (J) $= 10^7$ ergów $=$ 1 watsekundzie $=$ 0,24 kalorji gramowej.

Kilowatgodzina (kWh) $=$ 3600000 dżauli $=$ 1,36 koniogodzin $=$ $=$ 857 kalorji kilogramowych.

Amperogodzina (Ah) $=$ 3600 kulombów.

---

[1] Miliamper $=$ 0,001 ampera.

[2] Kilowolt $=$ 1000 woltów.

[3] Megom $= 10^6$ omów.

[4] Mikrofarad $= 10^{-6}$ farad.

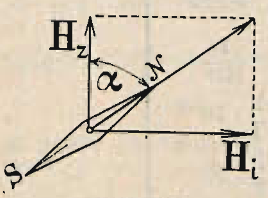
12. Wyznaczenie bezwzględnej jednostki elektromagnetycznej siły prądu. Istnieją dwa sposoby wyznaczenia wartości bezwzględnej jednostki elektromagnetycznej siły prądu.

Pierwszy polega na zastosowaniu wzoru, podanego w rozdziale I:

$$i = \frac{H_i \,.\, R}{2\pi}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(a)}$$

który określa siłę prądu, przepływającego po przewodniku kołowym o promieniu R, gdy w środku koła, utworzonego przez przewodnik, natężenie pola magnetycznego wynosi H_i.

Natężenie pola H_i wyznacza się przez porównanie z poziomą składową natężenia pola magnetycznego ziemskiego. [1]) W środku przewodnika kołowego, po którym przebiega prąd, umieszcza się zawieszoną na włókienku jedwabnym, lub też podpartą na ostrzu igłę magnesową. Gdy prąd nie płynie, igła ustawia się swoją osią magnetyczną w kierunku poziomej składowej natężenia pola ziemskiego. Płaszczyznę koła, stanowiącego przewodnik, ustawiamy równolegle do kierunku natężenia pola ziemskiego, a więc równolegle do osi magnetycznej igły przy prądzie równym zeru. Pod wpływem prądu, igła magnesowa odchyla się o kąt α (rys. 298) w ten sposób, że w nowym położeniu równowagi igły wypadkowa natężeń pól: H_z od ziemi i H_i [2]) od prądu przechodzi wzdłuż osi magnetycznej igły. Wtedy z trójkąta prostokątnego, wskazanego na rysunku, będzie:



Rys. 298.

$$H_i = H_z \,.\, \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(b)}$$

Podstawiając wyraz dla H_i z równania (b) we wzór (a), otrzymamy:

$$i = \frac{H_z \,.\, R}{2\pi} \,.\, \operatorname{tg} \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(c)}$$

Pozioma składowa magnetyzmu ziemskiego H_z wyznacza się np. sposobem Gauss'a [3]) przez mierzenie odległości pomiędzy magnesami, kąta odchylenia igły magnesowej i okresu wahnięć magnesu swobodnie zawieszonego. Ze wzoru, w którym wszystkie te wielkości są wyrażone w jednostkach zasadniczych, centymetrach, gramach i sekundach, oblicza się natężenie pola H_z. Tym sposobem wzór (c) pozwala obliczyć prąd w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych.

Przyrząd służący do wykonania odpowiednich pomiarów nazywa się busolą stycznych (tangensbusolą) (rys. 299). Mamy tu dwa układy zwojów. Obręcz zewnętrzna stanowi przewodnik miedziany dla prądów silnych. Na wewnętrznej obręczy drewnianej są nawinięte zwojnice z cieńszego drutu dla prądów słabszych. W środku widzimy tarczę z podziałkami dla odczytywania kątów i cienką

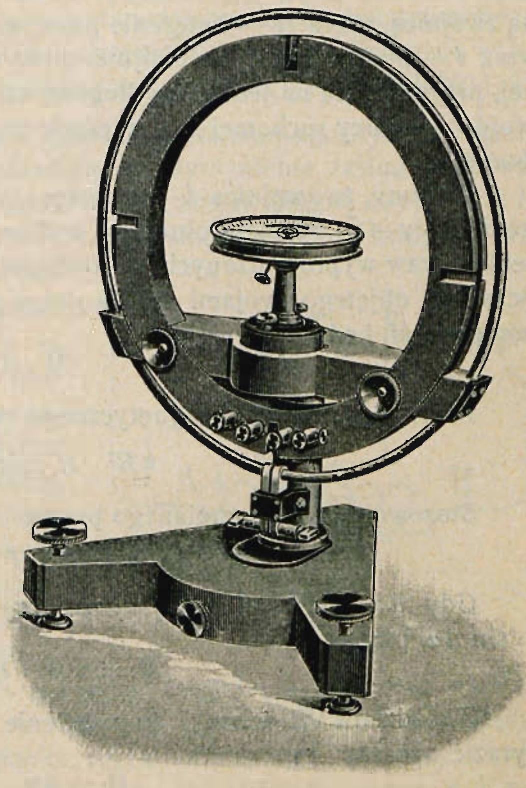
[1]) Patrz prof. A. Witkowskiego „Zasady fizyki" t. III, str. 481.

[2]) H_i jest prostopadłe do płaszczyzny przewodnika kołowego, a więc i do H_z.

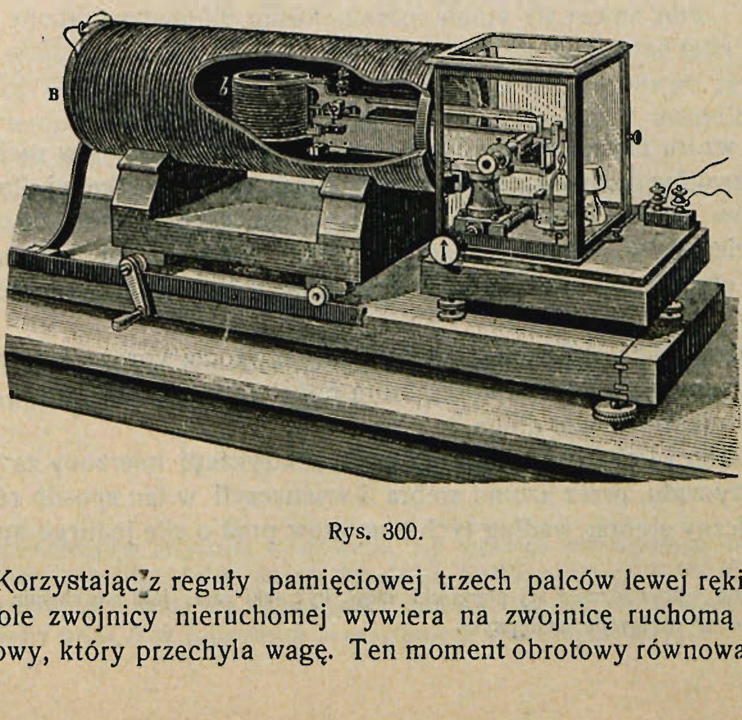
[3]) Szczegóły znajdzie czytelnik w tomie III „Zasad fizyki" prof. A. Witkowskiego, str. 479.

wskazówkę, przymocowaną do krótkiego magnesu, opartego na ostrzu w środku tarczy.

Drugi, odrębny sposób, tak zwany dynamometryczny, polega na zastosowaniu wzorów, wyrażających działanie prądów na prądy. W celu wykonania odpowiednich doświadczeń, stosowano rozmaite układy zwojnic. Zwykle jedna zwojnica jest nieruchoma, a druga ruchoma. Na rys. 300 widzimy przyrząd stosowany przez Pellat'a; przyrząd ten nazywa się elektrodynamometrem bezwzględnym. Zwojnica *B* jest nieruchoma, a zwojnica *b* ruchoma, umocowana na belce wagi, zaopatrzonej w szalkę *p*. Za pomocą mikroskopu, umieszczonego w szklanej ściance pudełka, obserwujemy położenie wagi. Nieruchoma zwojnica wywołuje wewnątrz pole magnetyczne, którego linje sił w środku są poziome, a natężenie pola prawie jednostajne. Zwojnica ruchoma ustawia się, jak widzimy na rysunku, w ten sposób, że płaszczyzny jej zwojów są



Rys. 299.



Rys. 300.

poziome. Korzystając z reguły pamięciowej trzech palców lewej ręki, łatwo spostrzec, że pole zwojnicy nieruchomej wywiera na zwojnicę ruchomą pewien moment obrotowy, który przechyla wagę. Ten moment obrotowy równoważymy za pomocą ciężarków, umieszczanych na szalce. Przez obie zwojnice przepuszczamy jeden i ten sam prąd. Oznaczmy przez M moment obrotowy działający na ruchomą zwojnicę, przez H — natężenie pola, wywołanego przez zwojnicę nieruchomą, przez i — prąd w każdej ze zwojnic, przez n_1 — liczbę zwojów zwojnicy nieruchomej, przypadającą na jednostkę długości tej zwojnicy, przez m—liczbę wszystkich zwojów zwojnicy ruchomej b i wreszcie przez R — promień zwojów zwojnicy ruchomej.

Załóżmy, że zwojnica b poprzednio pozioma, przechyliła się o kąt nieskończenie mały $d\alpha$. Moment obrotowy wykona wtedy pracę, która będzie się równała, według praw wyprowadzonych w rozdziale XVIII, przyrostowi strumienia magnetycznego, objętego zwojami tej zwojnicy pomnożonemu przez siłę prądu. Praca momentu M będzie:

$$M \, . \, d\alpha.$$

Przyrost strumienia magnetycznego będzie:

$$\pi R^2 \, . \, H \, . \, \sin d\alpha \, . \, m \, .$$

Stosownie do wspomnianego prawa:

$$M \, . \, d\alpha = \pi R^2 \, . \, H \, . \, \sin d\alpha \, . \, m \, . \, i.$$

Gdy $d\alpha$ jest wielkością nieskończenie małą, możemy napisać, że $d\alpha = \sin d\alpha$, przeto

$$M = \pi R^2 \, . \, H \, . \, m \, . \, i.$$

Z rozdziału VIII wiemy, że natężenie pola w środku długiej zwojnicy można wyrazić wzorem:

$$H = 4\pi \, . \, n_1 \, . \, i.$$

Przeto:

$$M = 4\pi^2 \cdot R^2 \, . \, n_1 \, . \, m \, . \, i^2 .$$

Stąd:

$$i = \frac{M}{2\pi \, . \, R \, . \sqrt{n_1 \, . \, m}} .$$

Z tego wzoru można obliczyć prąd, znając promień zwojów ruchomej zwojnicy, liczbę zwojów dużej zwojnicy, przypadającą na jednostkę jej długości i całą liczbę zwojów zwojnicy ruchomej, a pozatem zmierzywszy moment obrotowy M zapomocą ciężarków. Podstawiając wszystkie wielkości w jednostkach bezwzględnych, otrzymamy siłę prądu w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych.

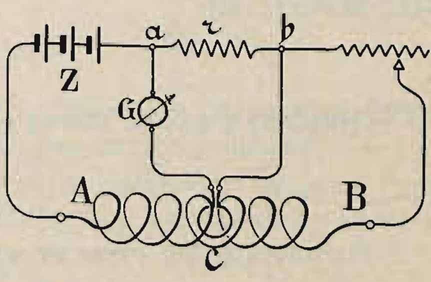
Przy dokładnych obliczeniach w powyższym wzorze wprowadzamy jeszcze poprawkę dla usunięcia niedokładności, którą popełniamy zakładając, że nieruchoma zwojnica jest nieskończenie długa [1]).

P. p. Potier i Pellat przepuszczali prąd elektryczny, mierzony za pomocą powyższego przyrządu, przez azotan srebra i wyznaczyli w ten sposób równoważnik elektrochemiczny srebra; według tych pomiarów prąd o sile jednego ampera w cią-

[1]) Sposób wprowadzania tej poprawki może być taki sam, jaki się stosuje przy pomiarze oporu, opisanym w paragrafie następnym.

gu jednej sekundy wydziela 0,0011192 *gr* srebra. Inni badacze otrzymali liczby, różniące się niewiele od powyższej. Według książki Dr. A. Winkelmann'a, p. t. „Handbuch der Physik", Raylegh i Sindgewick otrzymali sposobem dynamometrycznym 0,0011179, tym samym sposobem Kahle otrzymał 0,0011183, a Petterson i Guthe 0,0011192; F. i W. Kohlrausch otrzymali zapomocą busoli stycznych 0,0011183.

13. Wyznaczenie bezwzględnej jednostki elektromagnetycznej oporu przewodników. Z pomiędzy kilku sposobów na wyróżnienie zasługuje sposób Lorenz'a, udoskonalony przez M. Lippmann'a. Wewnątrz długiej zwojnicy AB, rys. 301, obraca się płaska zwojnica C około osi prostopadłej do osi zwojnicy AB. Przez galwanometr G [1]) zwojnica C jest połączona z punktami a i b, stanowiącemi końcówki oporu r, przez który płynie ze źródła Z ten sam prąd co i w zwojach długiej zwojnicy AB. Zwojnica C jest zaopatrzona w przerywacz, który ją wprowadza w obwód galwanometru tylko na chwilę, gdy płaszczyzna zwojnicy jest równoległa do linji sił magnetycznych, wywołanych przez prąd w zwojnicy AB. Przy obracaniu zwojnicy C powstaje w niej siła elektromotoryczna indukcji; wyżej wspomniany przełącznik ustawia się w ten sposób, aby łączył zwojnicę z obwodem w chwili gdy ta siła elektromotoryczna jest skierowana przeciw napięciu pomiędzy punktami a i b; przez zmianę prędkości ruchu obrotowego zwojnicy C możemy osiągnąć równowagę pomiędzy napięciem na końcach oporu r i siłą elektromotoryczną w zwojnicy C. Gdy to nastąpi, prąd w galwanometrze płynąć nie będzie, wtedy odchylenie galwanometru stanie się równe zeru. Należy więc, utrzymując w obwodzie $ZabBAZ$ pewien stały prąd i, dobrać taką prędkość ruchu zwojnicy C, aby odchylenie galwanometru stało się równe zeru, możemy wówczas twierdzić, że siła elektromotoryczna, powstająca w zwojnicy C, równa się napięciu na końcówkach ab.



Rys. 301.

Z rozdziału XVIII [str. 192] [2]) wiemy, że w jednym zwoju, obracającym się tak, jak zwojnica C, powstaje siła elektromotoryczna:

$$E_t = H \,.\, S \,.\, \frac{2\pi}{T} \,.\, \sin\frac{2\pi t}{T} \,.$$

Jeżeli założymy, że zwojnica C ma m zwojów, połączonych w szereg, to cała siła elektromotoryczna zwojnicy będzie:

$$E_t = m \,.\, H \,.\, S \,.\, \frac{2\pi}{T} \,.\, \sin\frac{2\pi t}{T} \,.$$

[1]) Lippman używał przyrządu specyalnego, tak zwanego włoskowatego elektrometru rtęciowego własnego pomysłu. Patrz „Zasady fizyki" pr. A. Witkowskiego T. III, str. 406.

[2]) Ponieważ w rozważanym tu przypadku zwojnica C obraca się w powietrzu, przeto zamiast B, możemy pisać H w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych.

Przełącznik wprowadza w obwód zwojnicę, gdy płaszczyzna zwojów jest równoległa do linji sił magnetycznych pola; wtedy zwojnica przecina w jednostkę czasu najwięcej linij, E_t osiąga więc w tej chwili wartość maksymalną. Zresztą widać to i z powyższego wzoru, gdy bowiem $t =$ np. $\frac{T}{4}$,

$$\sin \frac{2\pi \frac{T}{4}}{T} = \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

Z napięciem na końcówkach ab równoważy się maksymalna wartość siły elektromotorycznej:

$$\overline{E} = m . H . S . \frac{2\pi}{T}.$$

Oznaczmy prędkość kątową ruchu zwojnicy przez ω, wtedy:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Podstawiając ten wyraz we wzór dla $\overline{E}$, otrzymamy:

$$\overline{E} = m . H . S . \omega.$$

Z rozdziału VIII wiemy, że natężenie pola w środku bardzo długiej zwojnicy wyraża się wzorem:

$$H = 4\pi n_1 i,$$

gdzie n_1—liczba zwojów na jednym centymetrze długości zwojnicy.

Uwzględniając ten wyraz dla H, otrzymamy:

$$\overline{E} = 4\pi . m . n_1 . S . i . \omega.$$

Napięcie na końcówkach ab według prawa Ohma wyraża się iloczynem:

$$i . r.$$

Gdy więc nastąpi równowaga pomiędzy $\overline{E}$ i powyższym napięciem, możemy napisać:

$$i . r = 4\pi . m . n_1 . S . i . \omega,$$

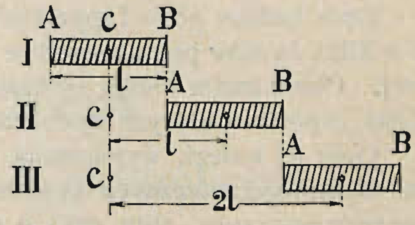
albo:

$$r = 4\pi m . n_1 . S . \omega.$$

Znając liczbę zwojów zwojnicy C, liczbę zwojów zwojnicy AB, przypadającą na centymetr jej długości, pole zwojów C i prędkość kątową ruchu obrotowego zwojnicy C, znajdziemy z powyższego równania opór r wyrażony w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych, o ile S i ω są wyrażone w jednostkach bezwzględnych.

Dla otrzymania wyników dokładnych, ze względu na skończoną długość zwojnicy AB, jest rzeczą konieczną wprowadzić poprawkę. P. Lippmann uskutecznił to w ten sposób, że wykonał trzy pomiary. Przedstawmy sobie, że w punkcie C rys. 302 znajduje się stale obracająca się zwojnica, zaś zwojnica AB zajmuje różne położenia. Oznaczmy natężenie pola w punkcie C w I-ym położeniu zwojnicy przez H_0, w drugim położeniu przez H_1, a w trzecim przez H_2. Gdyby zwojnica AB była pięć razy dłuższa, to można sobie przedstawić, że do zwojnicy AB w I położeniu dodano jeszcze po dwie takie same zwojnice z lewej i z prawej strony, wtedy całe natężenie pola w punkcie C będzie:

$$H_0 + 2H_1 + 2H_2.$$



Rys 302.

P. Lippmann, dobierając odpowiednio wartość oporu r, równoważył napięcie na końcówkach tego oporu z siłą elektromotoryczną, powstającą w obracającej się zwojnicy we wszystkich trzech przypadkach położenia zwojnicy AB, wskazanych na rys. 302. Oznaczmy odpowiednio przez r_0, r_1 i r_2 wartości oporu r otrzymane z trzech powyższych pomiarów.

We wszystkich doświadczeniach prędkość ruchu obrotowego zwojnicy i siła prądu w obwodzie pozostawały niezmienne, możemy więc napisać wzory następujące:

$$i \cdot r_0 = m \cdot H_0 \cdot S \cdot \omega,$$

$$i \cdot r_1 = m \cdot H_1 \cdot S \cdot \omega,$$

$$i \cdot r_2 = m \cdot H_2 \cdot S \cdot \omega.$$

Pomnóżmy drugie i trzecie równanie przez dwa i dodajmy wszystkie trzy równania, otrzymamy wtedy.

$$i\,(r_0 + 2r_1 + 2r_2) = m \cdot S \cdot \omega \cdot (H_0 + 2H_1 + 2H_2).$$

Możnaby wprawdzie w podobny sposób wyznaczyć jeszcze r_3, przy H_3, gdy zwojnica AB jest odsunięta od punktu C na odległość $3l$ (rys. 302), lecz wtedy r_3 wypada zbyt małe, aby można było wyznaczyć je dość dokładnie.

Nie wychodząc z granic błędów nieuniknionych przy pomiarach tego rodzaju, możemy przyjąć, że natężenie pola w środku zwojnicy pięć razy dłuższej niż stosowana przy doświadczeniach[1]) równa się natężeniu pola w środku zwojnicy nieskończenie długiej, wtedy

$$H_0 + 2H_1 + 2H_2 = 4\pi \cdot n_1 \cdot i,$$

$$i\,(r_0 + 2r_1 + 2r_2) = m \cdot S \cdot \omega \cdot 4\pi \cdot n_1 i,$$

a stąd:

$$r_0 + 2r_1 + 2r_2 = 4\pi \cdot m \cdot n_1 \cdot S \cdot \omega.$$

Oznaczmy sumę $r_0 + 2r_1 + 2r_2$ przez r, a długości przewodnika, odpowiadające powyższym oporom, przez L_0, L_1, L_2 i L, wtedy:

$$L = L_0 + 2L_1 + 2L_2.$$

W ten sposób wyznaczymy opór przewodnika długości L w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych. Zaznaczyć należy, że zamiast przeprowadze-

[1]) Lippman stosował zwojnicę AB długości 2 m.

nia powyższych trzech pomiarów, można wyprowadzić wzór dokładny, wyrażający natężenie pola w środku zwojnicy AB, określonej długości; wzór ten przedstawia się w postaci szeregu zbieżnego, w którym można przyjąć pod uwagę odpowiednią liczbę składników.

Opór badany przez Lippmann'a stanowiła wstęga metalowa zwinięta częściowo w kilka zwojów pogrążonych w nafcie dla utrzymania określonej temperatury stałej. Około metra wstęgi wystawało z nafty i na tej części znajdowały się podziałki, zapomocą których wyznaczano odcinki L_1 i L_2.

Opór tej wstęgi, wymierzony w powyższy sposób w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych porównywano z oporem rtęci w rurce szklanej. Według tych pomiarów, słup rtęci o przekroju 1 mm^2 posiada opór jednego oma, gdy długość tego słupa wynosi 106,27 centymetra w 0^0 C. Według innych pomiarów Mr. F. E. Smith'a opór słupa rtęci, którego długość równa się 106,3 *cm*, wynosi (1,00052 + 0,00004) . 10^9 bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.