ROZDZIAŁ DRUGI.

ANTONI AUGUSTYN COURNOT.

1. Uwagi ogólne.

Antoni Augustyn Cournot, znany głównie ze swych prac filozoficznych, dał też pierwsze prawdziwie naukowe prace matematyczno-ekonomiczne ([1]). Część jego badań do dziś dnia zachowała swą wartość; z drugiej strony wywarł on, chociaż nieco późno, znaczny wpływ na kilku wybitnych ekonomistów.

([1]) Boven (*Les applications mathématiques à l'économie*, Lausanne, 1912) uważa za pierwszą taką pracę „*Traité des Richesses*", dzieło anonymowe (napisane przypuszczalnie przez Isnard'a), wydane w Londynie i Lozannie w 1781 r.

Sądząc ze streszczenia i wyciągów podanych przez Boven'a jest to praca rzeczywiście ciekawa, znacznie wyższa poziomem od utworów Canard'a, Whewell'a, etc. Naszym zdaniem niepodobna jej jednak porównać z „*Recherches*" Cournot, (którego Boven trochę niedocenia).

Co się tyczy ogólnego poglądu na ekonomję, Cournot jest jeszcze pod wpływem pojęć swego czasu. Nie starał się on wziąć pod uwagę wszystkich pierwiastków, odegrywających rolę w życiu ekonomicznem. Uważa, że pojęcia użyteczności, dobrobytu i t. d. powinny być wykluczone z ekonomji teoretycznej, (którą nazywa „teorją bogactw" — „théorie des richesses") [1].

Jedyną rzeczą, którą się ostatnia powinna zajmować, jest bogactwo, wyrażone przez cenę dóbr ekonomicznych, bo jest to jedyne ściśle określone pojęcie ekonomiczne, jedyne więc, które się nadaje do ścisłego rozumowania. Uznaje on coprawda wzajemną zależność zjawisk gospodarczych, ale nie sądzi, aby można było poddać tak zawiłą kwestję rozumowaniu matematycznemu. Żąda od tego ostatniego pomocy w bardziej ograniczonem przedsięwzięciu, a mianowicie w zbadaniu w jaki sposób prawo popytu na każdy poszczególny towar, skombinowane z okolicznościami w jakich się ten towar wytwarza, określa jego cenę i dochód wytwórców,

---

Zresztą, ponieważ nie udało się nam, niestety, znaleźć oryginału *Traité des richesses*, musimy się powstrzymać od wypowiedzenia stanowczej opinji w tej kwestji.

(1) COURNOT: *Recherches sur les principes mathématiques d'une théorie des richesses*. Paryż, 1838, str. 9—14.

Cytujemy to dzieło podług oryginalnego wydania, zaznaczając jednak, że jest ono dzisiaj niesłychanie rzadkiem. Istnieją przekłady: angielski (bardzo dobry), New-Jork, 1897, i włoski, Turyn, 1878.

przypuszczając, że ceny innych towarów i dochody innych wytwórców pozostają bez zmiany.

Ten punkt widzenia jest niewystarczającym; niema też nic dziwnego, że niektóre wnioski Cournot okazały się błędnemi; ale nawet w najlepszych częściach pracy, mianowicie w teorji monopolu, autor nie potrafił dać rozwiązania ostatecznego, nie potrzebującego już żadnych dopełnień. Cournot zrobił dla poznania praw monopolistycznej gospodarki to, co nieco później teorja użyteczności krańcowej zrobiła dla zbadania wymiany przy wolnej konkurencji: zformułował zasadniczy, zachodzący w tym wypadku, stosunek, ale nie związał go należycie z całokształtem systemu ekonomicznego.

Wyższość Cournot polega na sposobie w jaki pojął zastosowanie rachunku, a mianowicie w użyciu funkcji nieokreślonych, które jedynie odpowiadają naturze przedmiotu.

Stosunki pomiędzy wielkościami ekonomicznemi tylko wyjątkowo mogą być przedstawione przez określone i znane nam funkcje matematyczne (1); zależą one od zbyt licznych i szybko zmieniających się czynników, aby to było możliwem. Zastępując zaś nieznane i skomplikowane funkcje przez przybliżenia, narażamy się na nieścisłość i błędy, tak że metoda ta powinna być

(1) Okoliczność ta, jakeśmy to już zaznaczyli we wstępie, i jak Cournot to świetnie wyjaśnia (*Recherches*, str. VII i VIII), często doprowadzała do mylnego wniosku, że matematyka wcale nie może być zastosowaną do ekonomji.

zaniechaną. Powinniśmy rozważać funkcje takiemi, jak daje je nam poznać rzeczywistość, to jest w formie nieokreślonej. Ale owe nieokreślone funkcje mogą posiadać pewne właściwości, które możemy poznać i badać; badania te doprowadzą nas do mniej lub więcej ważnych wniosków. W tym to kierunku powinien być skierowanym wysiłek ekonomji matematycznej.

Używając funkcji nieokreślonych, Cournot, nie zdając sobie z tego sprawy, bierze pod uwagę wpływ owych pozornie nieobliczalnych czynników, które w zasadzie wyklucza z teorji. W ten sposób naprawia on do pewnego stopnia swój błąd i zbliża się do nowych badań ekonomicznych. Przeciwnie, tam, gdzie próbuje używać funkcji określonych, zbliża się do pisarzy, o których mówiliśmy w rozdziale poprzednim.

Ta druga kategorja zawiera przedewszystkiem studjum o kursie weksli zagranicznych, zawarte w rozdziale drugim „*Recherches*". Nie zatrzymujemy się na niem, ponieważ kwestja ta nie przedstawia wielkiego znaczenia dla ekonomji teoretycznej; pozatem, leżące w zasadzie rozumowania Cournot przypuszczenie, że uregulowanie rachunków ma miejsce bez żadnego transportu metalowych pieniędzy, nie jest zdaje się odpowiednim punktem wyjścia dla całkowitej i ścisłej teorji omawianego zjawiska. Nie zatrzymamy się również na uwagach o dochodzie społecznym i jego wahaniach, zawartych w rozdziałach XI i XII dzieła Cournot. Zastosowanie matematyki jest tam bardzo ograniczonem; symbole są używane prawie wyłącznie dla ustalenia pojęć, nie zaś jako właściwy środek heurystyczny. Rozumowanie zawiera zresztą błąd, odkryty przez prof. Pareto ([1]). Przejdziemy więc zaraz do „prawa zbytu towarów“ i do opartej na niem teorji monopolu.

2. Prawo zbytu towarów. Teorja pojedyńczego monopolisty.

Cournot nazywa „prawem zbytu“ (loi du débit) zależność pomiędzy ceną towaru a ilością sprzedaną po tej cenie. Istnienie pewnej zależności między temi wielkościami było prawdopodobnie zawsze znanem ekonomistom. Ono to było podstawą znakomitego prawa podaży i popytu, tak często nieprawidłowo formułowanego w sposób następujący: cena zmienia się proporcjonalnie do wielkości popytu i odwrotnie proporcjonalnie do wielkości podaży. Zasługą Cournot jest prawidłowe sformułowanie zachodzącego stosunku i nadanie mu formy matematycznej, mogącej służyć do dalszych rozumowań.

Jeżeli przypuścimy, że wszystkie inne czynniki, które wpływają na sprzedaż pewnego towaru (jako to: potrzeby, gusta, opinje, środki kupujących i t. d.) pozostają bez zmiany, to ilość sprzedana towaru będzie się znajdowała w pew-

---

([1]) *„Di un errore del Cournot nel trattare l'economia politica colla matematica“, Giornale degli Economisti, 1892.*

nej określonej zależności od jego ceny, a mianowicie, będzie się zmniejszała wraz ze wzrostem ceny. Dokładne prawo tej zależności nie jest nam nigdy znanem — jest ono odmiennem dla każdego towaru, dla każdego rynku, a nawet, ściśle rzecz biorąc, zmienia się z każdą chwilą (teoretycznie zresztą możemy sobie wyobrazić okresy pewnej długości, podczas których prawo to nie ulega zmianie; w praktyce możemy brać pod uwagę wielkości przeciętne jakiegoś naturalnego okresu, np. roku); zachowuje jednak zawsze swą zasadniczą własność — zmniejszenie zbytu ze wzrostem ceny. [1].

Wyrazimy to matematycznie, mówiąc, że ilość sprzedana jest funkcją ceny. Cournot przyjmuje, że funkcja ta jest ciągłą; może się to wydać dziwnem na pierwszy rzut oka: ani cena, ani ilość sprzedana nie mogą ulegać zmianom nieskończenie małym; jeżeli jednak rozważamy całokształt tranzakcji, dokonanych nad pewnym towarem na dosyć wielkim rynku, przekonamy się, że wahania ilości i ceny są rzeczywiście niezmiernie małemi w porównaniu do całkowitych tych wielkości; możemy więc zastąpić rzeczywiście zachodzącą zależność przez inną, która, będąc niezmiernie zbliżoną do pierwszej, daje się jednocześnie wyrazić przez funkcję ciągłą. Wy-

---

[1] Jeżeli rozważamy całe społeczeństwo, to, zdaje się, nie znajdziemy żadnego wyjątku z tego prawidła (por. niżej rozdział IV, 6).

niki badań przeprowadzonych, używając tej ostatniej, nie będą zawierały poważniejszej nieścisłości.

Symbolicznie wyrazimy zależność zachodzącą pomiędzy ceną a ilością sprzedaną w sposób następujący: Oznaczmy przez p — cenę, przez D — ilość sprzedaną w okresie, podczas którego „prawo zbytu" nie ulega zmianie; wówczas:

$$D = F(p); \quad \frac{dD}{dp} < 0 \text{ (1)}.$$

Najważniejszem zastosowaniem tych formuł jest teorja monopolu Cournot (2).

Rozważamy monopolistę, to jest jedynego sprzedawcę pewnego przedmiotu. Przypuszczamy dalej, że stara się on naznaczyć taką cenę na

---

(1) Jakeśmy to już zaznaczali i jak jeszcze wyjaśnimy później, ilość sprzedana pewnego towaru jest funkcją nietylko jego ceny, ale również cen i ilości sprzedanych innych przedmiotów. Wielkości te nie mogą, przynajmniej teoretycznie, być uważane za pozostające bez zmiany, podczas gdy zmienia się jedna z nich. Powinnibyśmy więc byli pisać:

$$D_a = F(p_a, p_b \ldots . D_b, D_c \ldots),$$

Ale wpływ tych czynników jest małym w porównaniu z tym, jaki wywiera cena rozważanego przedmiotu. Wobec tego, wyniki otrzymane, rozważając tylko $D = F(p)$, chociaż niekompletne, nie zawierają najczęściej żadnej nieścisłości (por. niżej rozdz. VII, szczególnie paragrafy 1 i 3).

(2) *Recherches*, rozd. V.

swój towar, aby osiągnąć jak największy zysk pieniężny.

Mogą się przedstawić dwa wypadki:

1) Produkcja towaru, o którym mowa, nic nie kosztuje (np. woda mineralna, której istnieje jedno tylko źródło); monopolista stara się wówczas, aby iloczyn $p.D = p.F(p)$ był jak największym. Ponieważ ten iloczyn jest funkcją p, otrzymamy warunek jego maximum, przyrównując do O pochodnę jego w stosunku do p.

Będziemy więc mieli:

$$(1) \qquad F(p) + pF'(p) = 0,$$

gdzie $F'(p)$ oznacza pierwszą pochodnę $F(p)$ w stosunku do p.

Równanie (1) daje nam wielkość p, którą teoretycznie naznaczy monopolista. W praktyce będzie się on starał zbliżyć do niej za pomocą kolejnych wahań ceny, o ile warunki zewnętrzne pozostawiają mu zupełną wolność działania. W życiu gospodarczem wiele okoliczności przeszkadzać mu będzie do osiągnięcia owej najkorzystniejszej wielkości p; ekonomja opisowa powinna je starannie zbadać; dla czystej teorji jednak mają znaczenie tylko tendencje ekonomiczne, i formuła (1) wystarcza dla niej, jako warunek równowagi w omawianym wypadku ([1]).

([1]) Nie znając formy funkcji $F(p)$, nie możemy twierdzić, czy iloczyn $pF(p)$ ma jedno czy kilka maximum. W ostat-

Formuły (1) i (2) stosują się również wówczas, kiedy przedsiębiorstwo monopolistyczne ponosi tylko pewne koszta stałe, zupełnie niezależne od sprzedanej ilości. Istnienie takich kosztów i wszelkie zachodzące w nich zmiany nie wpływają wcale na wysokość ceny.

2) Zmonopolizowany towar ponosi pewne koszta produkcji, wzrastające z ilością wyprodukowaną. Monopolista stara się wówczas otrzymać jak największą różnicę pomiędzy sumą, za którą sprzedał swój towar, a sumą kosztów; ta ostatnia wzrasta z ilością sprzedaną (bo przypuszczamy naturalnie, że cała ilość wyprodukowana się sprzedaje), może być więc uważana za jej funkcję. Oznaczymy wobec tego sumę kosztów symbolem $f(D)$ [1]; różnica, którą mono-

---

nim razie znajdują się pomiędzy niemi minima, do których się również stosuje równanie (1). Aby być pewnemi, że mamy do czynienia z maximum, musimy wiedzieć jeszcze, że druga pochodna $pF(p)$ w stosunku do p jest ujemną. Trzeba więc, abyśmy mieli:

$$(2) \qquad 2F'(p) + pF''(p) < 0.$$

[1] Uwagi odsyłacza [1] stronicy 52 stosują się również i do tego wypadku; wpływ cen innych przedmiotów jest tu nawet o wiele silniejszym, niż tam. Ponieważ Cournot nie robił żadnych przypuszczeń co do formy funkcji $f(D)$, możemy przyjąć, że wartość rezultatów nie cierpi na tem niewzięciu pod uwagę drugorzędnych wpływów; nie mamy jednak bezwzględnej pewności, że tak jest. Jest to

polista chce mieć jak największą, wyrazi się w takim razie przez: $pD - f(D)$; warunek jej maximum jest nam danym przez formułę

$$D + \frac{dD}{dp}\left(p - \frac{df(D)}{dD}\right) = 0,$$

albo, oznaczając przez $\psi(p)$ wyrażenie $\frac{df(D)}{dD}$, co możemy zrobić, gdyż wszystkie zawarte w niem wielkości są ostatecznie funkcjami p, przez

$$(3) \qquad F(p) + F'(p)\,[p - \psi(p)] = 0.$$

Zwrócimy uwagę czytelnika na stosunek $\frac{df(D)}{dD}$, który przedstawia koszta produkcji (jednostki) towaru w chwili, gdy ta produkcja osiągnęła wielkość D, podobnie, jak w mechanice pochodna $\frac{ds}{dt}$ oznacza szybkość punktu ruchomego w chwili t. Nie trzeba mieszać stosunku $\frac{df(D)}{dD}$ z przeciętną ceną kosztu jednostki towaru, która się wyraża przez $\frac{f(D)}{D}$; stałe koszta przedsiębior-

---

właściwie największy zarzut, który można zrobić wszystkim badaniom, nie biorącym pod uwagę całokształtu zjawiska. Niebezpieczeństwo nieścisłości w podobnych wypadkach jest naturalnie znacznie większem, jeżeli próbujemy określić własności funkcji (por. niżej rozd. VII).

stwa wpływają na ostatni stosunek, a pozostają bez wpływu na pierwszy; przeciwnie wszelka zmiana kosztów wzrastających z wyprodukowaną ilością zmienia wartość $\frac{df(\mathrm{D})}{d\mathrm{D}}$, czyli $\psi\,(p)$. Jeżeli podobna zmiana miała miejsce, musimy zastąpić w naszych formułach $\psi\,(p)$ przez $\psi\,(p)+u$; u jest dodatniem, o ile koszta się podnoszą; ujemnem, o ile się zmniejszają.

Posługując się powyższemi określeniami i formułami, rozwiązuje Cournot następujące zagadnienie: jakim będzie wpływ zmiany w cenie kosztu na cenę sprzedaży zmonopolizowanego przedmiotu?

Oznaczmy przez $\psi\,(p)+u$ nową cenę kosztu, przez $p+\delta$ nową cenę przedmiotu; można dowieść matematycznie, że wielkość δ ma zawsze ten sam znak, co i u. Zmiany ceny kosztu i ceny sprzedaży zachodzą więc zawsze w tym samym kierunku [1]. Zależnie od okoliczności δ może być większym lub mniejszym od u.

---

[1] Matematyczne udowodnienie powyższego twierdzenia jest u Cournot niezmiernie zwięzłem. Podamy je tutaj w rozwinięciu, jako przykład rozumowań tego rodzaju.

Przypuśćmy z początku, że u jest niezmiernie małem; będzie niem również i δ. Zastępując w formule (3) $\psi\,(p)$ przez $\psi\,(p)+u$ i p przez $p+\delta$, otrzymamy

$$\text{(a)}\quad \mathrm{F}\,(p+\delta)+\mathrm{F}'\,(p+\delta)\,[p+\delta-\psi\,(p+\delta)-u]=0.$$

Rozwińmy wyrażenia

$$\mathrm{F}\,(p+\delta),\ \mathrm{F}'\,(p+\delta),\ \psi\,(p+\delta)$$

podług formuły Taylora:

W VI-tym rozdziale „Recherches“ znajduje się studjum nad incydencją podatków, którym może podlegać przedsiębiorstwo monopolistyczne. Zawiera ono wiele ciekawych uwag o zmianach ceny i zysków monopolisty, zaszłych wskutek wprowadzenia podatku; niestety w innych częściach jest ono zepsutem przez zbyt ciasny i nieprawidłowy pogląd na straty spożywców.

$$
\begin{aligned}
& F\,(p+\delta) = F\,(p) + F'\,(p).\delta + F''\,(p).\,\frac{\delta^2}{2} + \dots \\
\text{(b)}\quad & F'\,(p+\delta) = F'\,(p) + F''\,(p).\delta + \dots\dots \\
& \psi\,(p+\delta) = \psi\,(p) + \psi'\,(p).\delta + \dots\dots
\end{aligned}
$$

Ponieważ u i δ są bardzo małe, możemy odrzucić członki, zawierające kwadraty lub iloczyny tych wielkości; wstawiając do (a) wartości, wzięte z (b), napiszemy:

$$
\begin{aligned}
F\,(p) + F'\,(p.).\delta + [F'\,(p) + F''\,(p).\delta].\,[p + \delta - \psi\,(p) - \\
- \psi'\,(p).\delta - u] = O,
\end{aligned}
$$

a wykonywując wskazane działania i odrzucając członki, które stanowią lewą stronę równania (3), ponieważ ich suma równa się O, jako też te, co zawierają δ^2 luc $u\delta$,

$$F'\,(p).\delta + F'\,(p)\,[\delta - \psi'\,(p).\,\delta - u] + F''\,(p).\delta\,[p - \psi\,(p)] = O$$

$$\delta\,\{F'\,(p)\,[2 - \psi'\,(p)] + F''\,(p).\,[p - \psi\,(p)]\} - F'\,(p).\,u = O.$$

jest to równanie (4) Cournot. Współczynnik, na który mnożymy δ, przedstawia drugą pochodną wyrażenia $[pD - f(D)]$ w stosunku do p; musi więc być ujemnym, o ile równanie (3) odpowiada maximum tego wyrażenia. Współczynnik u, $F'(p)$, musi być zawsze ujemnym; δ i u mają więc zawsze ten sam znak. Możemy rozciągnąć to udowodnienie na wypadek, gdy u i δ nie są bardzo małe, w następujący sposób: rozbijemy u i δ na bardzo małe cząstki u_1, u_2, u_3 . . . . . , δ_1, δ_2, δ_3 . . . . . ; tak, aby δ_1 odpowiadało u_1, δ_2 — u_2, i t. d. Sumy $u_1 + u_2 + u_3 + \dots\dots$, $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots\dots$ są oczywiście tego samego znaku.

3. Monopoliści dopełniających się towarów. Ocena dzieła Cournot.

Przypuśćmy, że dwa przedmioty, które mogą służyć tylko do tego, aby w określonem połączeniu tworzyć pewien trzeci towar, są posiadane przez dwuch monopolistów, nie będących w żadnej pomiędzy sobą umowie. W jaki sposób będą wówczas określone ceny tych przedmiotów?

Przypuszczamy z początku dla uproszczenia, że zarówno oba materjały, jak i zrobiony z nich towar, mogą być wytworzone bez żadnych kosztów. Oznaczmy przez m_1 i m_2 ułamki wskazujące proporcje, w których pierwsze wchodzą do jednostki ostatecznego wytworu, przez p_1 i p_2 ich ceny, a przez p cenę ostatniego.

Wówczas

$$p = m_1 p_1 + m_2 p_2$$
$$D = f(m_1 p_1 + m_2 p_2).$$

Ilości sprzedane obu materjałów są

$$D_1 = m_1 f(m_1 p_1 + m_2 p_2)$$
$$D_2 + m_2 f(m_1 p_2 + m_2 p_2).$$

Każdy z monopolistów stara się otrzymać jak największy zysk pieniężny. Dla pierwszego p_2, dla drugiego p_1 są jednem z danych zadania, niezależnem od jego woli; każdej wielkości p_2 odpowiada p_1, które robi największym dochód pierwszego; również każdej wielkości p_1 odpowiada najkorzystniejsza dla drugiego wielkość p_2. Naogół więc, po każdej zmianie p_1 nastąpi zmiana p_2. Równowaga może się ustalić wówczas tylko, gdy obaj monopoliści będą jednocześnie zadowoleni, co nastąpi, gdy będą współistniały równania:

$$(4) \quad \begin{aligned} f\,(m_1p_1 + m_2p_2) + m_1p_1f'\,(m_1p_1 + m_2p_2) = 0 \\ f\,(m_1p_1 + m_2p_2) + m_2p_2f'\,(m_1p_1 + m_2p_2) = 0 \end{aligned}$$

(Otrzymujemy pierwsze z tych równań, przyrównując do O wyrażenie $\frac{dD_1.p_1}{dp_1}$ i dzieląc na m_1, drugie zaś, przyrównując do zera $\frac{dD_2.p_2}{dp_2}$ i dzieląc na m_2).

Wówczas zmiana p_1 jest niekorzystną dla pierwszego, a zmiana p_2 dla drugiego. Można dowieść, że równowaga w ten sposób osiągnięta będzie stałą.

Dodając równania (4), zastępując wyrażenie $(m_1p_2 + m_2p_2)$ przez p i dzieląc na 2, otrzymamy dla ceny ostatecznego wytworu równanie:

$$(5) \qquad f\,(p) + \frac{1}{2}\,pf'(p) = 0.$$

Jeżeli porównamy je z równaniem (1), które napiszemy tutaj w sposób następujący:

$$f\,(p_o) + p_of'(p_o) = 0,$$

widzimy, że członek ujemny, (zawierający $f'(p)$) ma w formule (5) mniejszą wartość bezwzględną, niż w formule (1); mniejszym również musi być i członek dodatni; skąd ten wynik: w razie monopolu złożonego, cena ostatecznego wytworu jest zawsze wyższą, a ilość sprzedana mniejszą, niżby to miało miejsce przy pojedyńczym monopoliście.

Mielibyśmy podobne formuły i wyniki, przypuszczając, że produkcja omawianych przedmiotów ponosi koszta. Aby jednak rozciągnąć nasze badania na wypadek, gdy materjały mogą służyć do kilku użytków, trzebaby nam było bardzo skomplikowanych rachunków.

* * *

Można twierdzić (wielu znakomitych uczonych, np. Bertrand [1], było tego zdania), że wyniki powyższe, primo bardzo abstrakcyjne, secundo często małego znaczenia lub prawie oczywiste, nie zasługują na trudne i skomplikowane rozumowania, których przykład daliśmy w odsyłaczu do str. 56. Na to można odpowiedzieć dwie rzeczy: Przedewszystkiem, że w nauce nie może być zanadto wielkich wysiłków dla otrzymania zupełnie ścisłych udowodnień, dla związania oddzielnych twierdzeń w jedną całość, dla ugrupowania konsekwencji wokoło ogólnych prawideł, z których wynikają; tylko w ten sposób można stworzyć naukę, godną tej nazwy. W wypadku, który nas

---

[1] *Journal des Savants*, 1883; str. 502.

zajmuje, jak w wielu innych, analiza matematyczna jest jedynym środkiem dla osiągnięcia tego rezultatu. Prawidłowo zastosowana, daje nam ona zawsze wyniki ścisłe i pewne, o ile tylko przypuszczenia nasze odpowiadają rzeczywistości; w ten sposób oznacza nam ona granice, w których twierdzenia nasze są słusznemi, co jest nową wyższością nad zwyczajnem rozumowaniem, zostawiającem nas zwykle w niepewności co do tych granic. Do tego bardzo ważnego punktu będziemy mieli jeszcze sposobność wrócić niejednokrotnie.

Powtóre można powiedzieć, że wogóle w ekonomji politycznej, a szczególnie, kiedy badamy zjawiska monopolu, nasze doświadczenie nie daje nam nigdy bezpośrednio oczywistych wyników. Cournot badał względnie proste wypadki; gdy przechodzimy do bardziej skomplikowanych, twierdzenia pozornie oczywiste okazują się czasami radykalnie błędnemi. Tylko ścisła teorja może nam wyjaśnić pozorne anomalje, które się od czasu do czasu spotykają w praktyce; teorja taka, chociaż nie jest dokładnym obrazem rzeczywistości, daje nam klucz do jej zrozumienia.

Mamy więc prawo twierdzić, że Cournot otrzymał, dzięki zastosowaniu matematyki, wyniki, posiadające niewątpliwą wartość naukową i nie dające się uzyskać w inny sposób. Można uważać, że badania jego mają tylko drugorzędne znaczenie — to jest kwestją osobistego poglądu można mu zarzucić również, że hypotezy jego odbiegają zbytnio od rzeczywistości. Najważniejszym zarzutem, naszem zdaniem, jest ten, że Cournot nie brał pod uwagę całokształtu zjawiska ekonomicznego, a starał się tylko rozwiązywać kwestje, oderwane od całości. Ekonomja matematyczna może iść dalej i otrzymać lepsze rezultaty. Dzieło dokonane przez Cournot posiada jednak ogromne znaczenie: on pierwszy zastosował jedyną gałęź matematyki, która rzeczywiście może nam być użyteczną; metodą swą wywarł wielki wpływ na Leona Wolzas; studja jego nad monopolem zostały rozwinięte przez tak znakomitych uczonych, jak Alfred Marshall i F. Y. Edgeworth.

4. Zagadnienie dwuch monopolistów.

Pozostaje nam do zbadania ciekawy błąd, w który wpadł Cournot, pragnąc przejść od swej teorji monopolu do teorji ustroju gospodarczego, opartego na wolnem współzawodnictwie. Zagadnienie jest dosyć ciekawem z punktu widzenia metodologicznego; wykazuje nam między innemi, jak trudną i delikatną operacją jest zastosowanie matematyki i do jak fałszywych konkluzji może nas doprowadzić najdrobniejszy błąd w rozumowaniu.

Cournot wyobraża sobie z początku, że sprzedaż pewnego towaru jest całkowicie w rękach dwuch osób, pomiędzy któremi niema żadnego porozumienia. Obaj ci monopoliści otrzymują towar bez żadnych kosztów i są w identycznych warunkach co do jego sprzedaży. Przy pewnej cenie p, jednakowej naturalnie dla obu, pierwszy sprzedaje ilość D_1, a drugi ilość D_2; zyski ich są nam dane przez iloczyny pD_1 i pD_2; każdy z nich stara się *na swoją rękę* otrzymać maximum swego zysku.

W dalszym ciągu rozumuje Cournot w następujący sposób: (1).

„Zamiast pisać, jak poprzednio, $D = f(p)$, wygodniej nam zastosować tutaj odwrotne notowanie: $p = f\ (D)$; zyski przedsiębiorców wyrażą się wówczas przez

$$D_1 . f\ (D_1 + D_2) \quad ; \quad D_2 . f\ (D_1 + D_2),$$

to jest przez ułamki, do każdego z których wchodzą dwie zmienne D_1 i D_2. Przedsiębiorca (1) nie może wpłynąć na wielkość D_2; wszystko, co może on zrobić, jest, kiedy D_2 zostało już ustalonem przez przedsiębiorcę (2), wybrać dla D_1 wielkość, która mu najlepiej odpowiada, do czego dojdzie, zmieniając odpowiednio cenę; ale wówczas przedsiębiorca (2), zmuszony przyjąć tę cenę i wielkość D_1, może starać się ustalić wielkość D_2, korzystniejszą dla siebie, niż poprzednia. Analitycznie sprowadza się to do tego, że D_1 będzie określonem w zależności od D_2 przez warunek:

$$\frac{d\ [D_1 . f\ (D_1 + D_2)]}{dD_1} = O,$$

(1) *Recherches* str. 89.

a D_2 będzie określonem w zależności od D_1 przez warunek:

$$\frac{d\,[D_2.f(D_1 = D_2)]}{dD_2} = O,$$

skąd wynika, że ostateczne wielkości D_1 i D_2, a więc też D i p będą określone przez system równań:

$$f\,(D_1 + D_2) + D_1.f'\ (D_1 + D_2) = O$$
$$f\,(D_1 + D_2) + D_2.f'\ (D_1 + D_2) = O$$

Wychodząc z tych założeń, Cournot wykazuje graficznie, że osiągnięta równowaga będzie stałą i że cena p jest niższą od tej, którąby naznaczył pojedyńczy monopolista, co było, zdaje się, głównym celem powyższych wywodów. To samo twierdzenie jest następnie rozciągniętem na wypadek, kiedy produkcja ponosi koszta; w miarę, jak ilość sprzedawców powiększa się, cena musi spadać; nakoniec przy zupełnie wolnem współzawodnictwie (ma ono miejsce podług Cournot wówczas, gdy ilość sprzedana przez każdego jest na tyle małą, że nie wywiera dającego się zauważyć wpływu na cenę), równa się ona $\frac{d\varphi\,(D)}{dD}$, to jest cenie kosztu ostatniej wytworzonej jednostki towaru.

Otóż całe rozumowanie, podane przez nas w dosłownem tłómaczeniu, służące za podstawę tych wniosków, jest najzupełniej błędnem.

Już na pierwszy rzut oka jest ono nieco niepokojącem, co wynika z jego niezmiernie abstrakcyjnego charakteru i często robionego pomieszania punktów widzenia ekonomji teoretycznej i opisowej.

Tak np. większość osób przedstawia sobie, że dwaj jedyni posiadacze pewnego towaru mogą tylko: albo wejść pomiędzy sobą w umowę, albo też walczyć na noże. W tym ostatnim wypadku każdy z nich stara się za pomocą zmian ceny zagarnąć dla siebie całkowitą sprzedaż, nie zaś otrzymać najkorzystniejszą w danych warunkach jej część. Otóż, to nie jest wypadek, który rozważa Cournot; zagadnienie, które się on stara rozwiązać, może być zformułowanem w ten sposób: czy istnieje cena taka, że małe odchylenie się od niej było by niekorzystnem jednocześnie dla obu sprzedających? Problemat ten jest czysto teoretycznym, ale ma on swoje znaczenie. Zdaje się nam, że, jeżeli tak znakomity matematyk, jak Bertrand (1), nie odkrył błędu Cournot, a doszedł do wniosku, że, jedynem rozwiązaniem kwestji jest, iż cena spadnie do O, to stało się to właśnie dla tego, że nie rozważał rzeczy z należytego punktu widzenia. Rozwiązanie Bertrand'a jest słusznem dla hypotezy bezlitośnej konkurencji, ale nie rozwiązuje naszego zadania. To samo dotyczy innych uwag, również pozornie słusznych, jak np., że jeden z monopolistów nie mógł by podnieść

(1) *Journal des Savants*, 1888.

ceny, nie tracąc jednocześnie całej klienteli; to jest prawdziwem, ale nie dotyczy omawianego zagadnienia.

Błąd Cournot został odkrytym dzięki badaniom F. Y. Edgeworth'a i V. Pareto, które dowiodły jednocześnie, że równowaga w razie istnienia dwuch monopolistów jest naogół niemożliwą do osiągnięcia.

Źródłem błędu Cournot jest przypuszczenie, że osoba (1) może wpływać tylko na ilość D_1, przez siebie sprzedaną, nie zaś na D_2. Autor chciał traktować to zadanie w ten sam sposób, jak powyżej omawiany wypadek monopolistów dopełniających się przedmiotów. Zagadnienia te jednak przedstawiają tylko zupełnie powierzchowną analogję. Kiedy chodzi o dopełniające się przedmioty, producent jednego z nich w żaden sposób nie może wpłynąć na cenę drugiego; wszystko, co może więc zrobić, to dążyć do maximum zysku uważając ową cenę za daną. W wypadku dwuch sprzedawców tego samego towaru, każdy z nich może tak samo dobrze wpływać na ilość sprzedaną przez siebie, jak i na zbyt swego współzawodnika. Każdy więc stawia sobie podwójne zadanie:

1) Wobec pewnej ilości D_2, sprzedanej przez drugiego, określić swój zbyt w sposób najkorzystniejszy.

2) Pomiędzy możliwemi ilościami D_2, wybrać tą, która mu najlepiej odpowiada.

Analitycznie, zagadnienie przedstawia się w ten sposób: iloczyn, który sprzedający (1) chce zrobić maksymalnym jest funkcją dwuch niezależnych zmiennych D_1 i D_2; otrzymamy warunki jego maximum przyrównując oddzielnie do O częściowe pochodne jego w stosunku do D_1 i D_2 następnie musimy zrobić to samo dla pD_2.

Pisząc $p = f\ (D_1\ ,\ D_2)$, otrzymamy następujący system równań:

$$\frac{\partial\,[D_1.f(D_1\ ,\ D_2)]}{\partial D_1} = f(\ldots) + \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_1} \cdot D_1 = O$$

$$\frac{\partial\,[D_1.f(\ldots)]}{\partial D_2} = \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_2} \cdot D_1 = O$$

$$\frac{\partial\,[D_2.f(\ldots))}{\partial D_1} = \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_1} \cdot D_2 = O$$

$$\frac{\partial\,[D_2.f(\ldots)]}{\partial D_2} = f(\ldots) + \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_2} \cdot D_2 = O$$

który się ostatecznie sprowadza do:

$$f(\ldots) = O\ ;\ \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_1} = O\ ;\ \frac{\partial f(\ldots)}{\partial D_2} = O$$

Aby równowaga mogła być osiągniętą, te trzy równania, zawierające tylko dwie niewiadome, musiałyby współistnieć, ale to jest niemożebnem. Jest więc teoretycznie niemożliwem, aby dwaj posiadacze tego samego towaru działali jednocześnie, i każdy na swoją rękę, jako monopoliści, to jest naznaczając cenę tak, aby otrzymać jaknajwiększy zysk ([1]). Ten wypadek jest

([1]) Zobacz: Pareto: *Manuel d'économie politique*, str. 596 do 598 i 599 do 605, i Pareto: *Economie mathématique* w *Encyclopédie des sciences mathématiques*, t. I, vol. 4, str. 606.

wykluczonym, jeżeli na jakimś rynku pewien towar znajdzie się w ręku dwuch tylko osób. Inne wypadki mogą się przedstawić, które nauka musi badać, ale których tutaj nie możemy rozważać. Ogólne zagadnienie dwuch posiadaczy pewnego towaru pozostaje nieokreślonem; nie należy go jednak mieszać z bardziej ograniczonym wypadkiem, który rozważał Cournot i który jest niemożliwym.

Ponieważ zasadnicze rozumowanie Cournot jest błędnem, odpadają więc i wszystkie wyprowadzone zeń wnioski, a więc cała teorja ceny przy wolnem współzawodnictwie.

Poświęciliśmy względnie dużo miejsca kwestji dwuch monopolistów, gdyż z jednej strony dobrze wykazuje na przykładzie różnicę punktów widzenia ekonomji teoretycznej i opisowej, z drugiej zaś, daje poznać niebezpieczeństwa rozumowań matematycznych, niepopartych przez dostateczną analizę ekonomiczną. Ta ostatnia uwaga stosuje się zarówno do Cournot, jak i do niektórych z jego krytyków.