ROZDZIAŁ PIĄTY.

TEORJA RÓWNOWAGI EKONOMICZNEJ.

(Ciąg dalszy).

1. Równowaga ogólna przy niezmiennych ilościach dóbr bezpośredniego spożycia.

Pewna ilość właścicieli kilku odmiennych towarów spotyka się na rynku, aby je wymienić jedne na drugie. W jaki sposób, wobec pewnych warunków, którym podlega tranzakcja, będą określone ceny dóbr ekonomicznych i ilości przy których się zatrzymuje [1] każdy z wymie-

[1] Ze sposobu, w który sformułowaliśmy zadanie, możnaby wywnioskować, że chodzi tu zawsze o oddzielną, pojedyńczą tranzakcję, zupełnie niezależną od wszelkiego względu na czas. Toby było niesłusznem: ilości dóbr powinne być odniesione do tego okresu czasu, do którego się stosują funkcje - wskaźniki wyborów (por. wyżej, str. 100). Co zaś do samej tranzakcji, to może ona odbywać się momentalnie, lub rozciągać się na cały okres; w takim razie

niających? Oto jest, streszczone w sposób elementarny, zagadnienie ogólnej równowagi ekonomicznej.

Teoretycznie, moglibyśmy rozważać kolejno wszystkie warunki, którym mógłby podlegać system ekonomiczny. Oczywistem jest jednak, że nie miałoby to sensu. Z jednej strony musimy się ograniczyć do zagadnień, odpowiadających rzeczywistym zjawiskom; z drugiej zaś ekonomja teoretyczna może się zajmować tylko wypadkami o powszechnem znaczeniu i dosyć prostymi i typowymi, aby módz podlegać dedukcyjnemu rozumowaniu.

Nie jest tak trudnem, jakby się mogło zdawać, pogodzić te dwa wymagania; abstrakcje ekonomji teoretycznej są zawsze albo chwilowemi uproszczeniami, które nie zmieniają ogólnego biegu rozumowania i które łatwo jest potem sprostować, albo też wyrazem dążeń rzeczywistości.

Ale po upewnieniu się, że rozważane zagadnienie odpowiada rzeczywistemu zjawisku,

---

składa się ona materjalnie z serji kolejnych tranzakcji, nie niezależnych, a stanowiących jedno ekonomiczne zjawisko. Wreszcie, może ona być odosobnioną, przypadkową, lub też powtarzać się prawidłowo, perjodycznie, pozostając jednak niezależną (co ma miejsce, kiedy ilości spożyte w jednym okresie nie wpływają na wskaźniki wyborów następującego okresu). W ostatnim wypadku, o ile jeszcze przypuścimy, że wszystkie pierwiastki systemu, odnajdują się bez zmiany w początku każdego okresu, te same formuły dałyby warunki równowagi wszystkich kolejnych tranzakcji.

teorja równowagi nie potrzebuje zgłębiać istoty i znaczenia tego ostatniego, ani też badać w jakich psychologicznych, historycznych, społecznych warunkach jest ono wogóle możliwem. Badania te są niewątpliwie bardzo ważne; niektórzy uczeni chcą nawet widzieć w nich istotną część naszej nauki; nie będziemy próbowali dysputować tej opinji, bo kwestja wydaje się nam scholastyczną. Jak wielkiemby nie było znaczenie omawianych badań, są poza niemi inne, które również muszą być dokonane. Rozwiązanie zagadnień, scharakteryzowanych w początku obecnego rozdziału, należy do tej liczby. Nie mając pretensji do tego, aby być całą nauką, stanowi ono niezbędną jej część.

* * *

Rozważając równowagę gospodarki indywidualnej streściliśmy w jednem równaniu całokształt ograniczeń, którym podlega działalność ekonomiczna jednostki. W obecnym wypadku nie możemy postąpić tak samo. Zależnie od ogólnych warunków zagadnienia, ograniczenia owe przyjmują odmienną formę. Niektóre z nich przedstawiają się natychmiast pod formą wyrażeń matematycznych. Ma to miejsce np. dla tych ograniczeń, które charakteryzują główne kategorje równowagi ekonomicznej. Możemy rozważać czy to zagadnienie wymiany prostej, jeżeli przypuścimy, że są nam danemi ilości całkowite przedmiotów bezpośrednio użytecznych (dających się spożyć), czy też zagadnienie produkcji, które ma miejsce, kiedy ilości te na razie są nieokreślone, ale zato mamy ilości materjałów lub usług, mogących być przetworzonemi na pierwsze. Możemy wreszcie rozważać jako zmienne (niewiadome) ilości niektórych usług; jest to poszczególny, ale bardzo ważny z punktu widzenia ekonomji, wypadek zagadnienia produkcji. Te kategorje wyczerpują całokształt zagadnień równowagi ekonomicznej, a każdej z nich odpowiadają odmienne wyrażenia matematyczne dla istniejących ograniczeń.

Teoretyczny charakter przedmiotu i wymagania rozumowania dedukcyjnego zmuszają nas do wielu uproszczeń. Jak to zawsze robi ekonomja teoretyczna, rozważamy rynek doskonały, to jest złożony z osób dobrze poinformowanych i zupełnie wolnych ([1]) w swych działaniach. Przypuszczamy z początku, że rozważana społeczność jest zamkniętą, to jest nic z zewnątrz nie otrzymuje i zewnątrz nie oddaje; przyjmujemy, że badane procesy odbywają się całkowicie w ciągu tego samego okresu (w rzeczywistości zaczynają się one w różnych chwilach i są rozmaitej długości — wobec tego krzyżują się ciągle, ale ta okoliczność nic nie zmienia w prawach

([1]) Por. wyżej, str. 10 i 93. W *Manuel d'Economie politique*, Pareto robi jakby próbę zwolnienia się od tego ostatniego ograniczenia, rozważając „punkty zatrzymania" (points d'arrêt). Myśl ta zresztą nie została przezeń rozwiniętą w badaniach nad równowagą, trudno więc powiedzieć, o ile może być użyteczną.

równowagi ekonomicznej); uważamy że wszyscy kupujący i sprzedający są w tem samem położeniu co do umiejętności, kredytu, etc.; pomijamy wszystkie koszta i straty, które pociąga wymiana, a więc podatki, koszta transportu, komisji, i t. d. Niektóre z tych okoliczności mogą zresztą być później uwzględnione.

O ile rozważamy wypadek wymiany właściwej, działalność ekonomiczna spotyka pierwsze ograniczenie w tem, że ilości towarów muszą pozostawać bez zmiany podczas całej tranzakcji. Nazywając $x_{1\cdot0}$, $x_{2\cdot0}$, ... ilości pewnego przedmiotu posiadane przed wymianą przez osoby (1), (2), ..., zaś x_1, x_2 .... te same ilości po wymianie, będziemy mieli dla każdego towaru równanie

$$(23) \quad x_1 + x_2 + x_3 + \ldots = x_{1\cdot0} + x_{2\cdot0} + x_{3\cdot0} + \ldots$$

Drugiem ograniczeniem są prawidła, którym z natury muszą podlegać ceny. W zasadzie mogłyby one być stałemi, zmiennemi podług pewnych prawideł, lub zmiennemi bez prawidłowości. Tylko pierwszy wypadek ma dla nas znaczenie: na doskonałym rynku i przy określonych ilościach może być wobec panujących zwyczajów tylko jedna cena dla wszystkich przedmiotów jednego gatunku, i chociaż ta konsekwencja nie jest logicznie konieczną, trudno nam wyobrazić sobie wymianę po cenach zmiennych na rynku doskonałym; przeciwnie może to mieć łatwo miejsce na rynku zwyczajnym, gdzie część kupców tylko później odkrywa swe zamiary.

Wówczas ceny mogą się zmieniać podług pewnych prawideł czy też bez żadnej prawidłowości, ale oczywistem jest, że teorja nie może uwzględnić tego ostatniego wypadku; w poprzednich zaś będziemy mieli zawsze równania

$$-\frac{\partial x}{\partial y}=\frac{f_y}{f_x}=p_y\ ;\ -\frac{\partial x}{\partial z}=p_z\ ;\ \text{etc.}$$

które charakteryzują drogę, którą może iść wymiana; jest to właśnie jedno z tych ograniczeń działalności ekonomicznej, które Pareto nazywa „przeszkodami drugiego rodzaju" (obstacles du deuxième genre).

Wreszcie mamy warunek, że można nabywać nowe dobra tylko oddając wzamian część posiadanych; wyraża się on przez równanie bilansu. O ile ceny są stałe, mamy dla każdego z wymieniających

$$x_1 - x_{1\cdot 0} + p_y (y_1 - y_{1\cdot 0}) + p_z (z_1 - z_{1\cdot 0}) + \ldots\ldots = 0$$

Jeżeli ceny są zmienne, równanie bilansu może nie być całkowalnem (por. wyżej, str. 159); bilans zależy wówczas od drogi, którą się dochodzi do równowagi.

Takiemi są matematyczne wyrażenia ograniczeń, którym podlega działalność biorących udział w wymianie.

* * *

Kiedy rozważaliśmy gospodarkę indywidualną, warunki wymiany (ceny) były dane z góry;

rozważona jednostka mogła więc tylko wybrać ilości towarów w sposób, najlepiej odpowiadający jej upodobaniom. Na rynku jednak każda częściowa wymiana wpływa, choćby bardzo nieznacznie, na cenę. Część osób mogłaby więc starać się tak działać, aby wpłynąć w pewien sposób na ceny.

Zależnie od tego, czy będą tak postępowały, czy nie, będziemy odróżniali za V. Pareto dwa typy działalności ekonomicznej. Pierwszy, odpowiadający wolnemu współzawodnictwu, ma miejsce, kiedy wymieniający prowadzą tranzakcje swe w sposób najkorzystniejszy dla nich *przy danych każdorazowo cenach;* wpływają coprawda na ceny, ale niechcący. Przeciwnie, osoby działające podług typu II, który odpowiada monopolowi, w ten sposób kombinują swe tranzakcje, aby otrzymać najkorzystniejszą dla siebie cenę. Matematycznie, różnica jest bardzo wyraźną: w pierwszym wypadku szuka się maximum użyteczności, czy wogóle funkcji—wskaźnika, przypuszczając, że równanie (20) jest danem; w drugim zaś, że porametry, które to równanie zawiera, są jeszcze do określenia.

Są to dwa zasadnicze typy. Inne [1], które można sobie wyobrazić, przedstawiają zawsze pewną kombinację tych dwóch. Będą to zawsze

---

[1] Pareto rozważa jeszcze typ III, odpowiadający ustrojowi socjalistycznemu. Z punktu widzenia teorji równowagi, jest to poszczególny wypadek typu II.

czynności, które mają w pewnym stopniu za cel wpłynięcie na cenę, ale nie mogę go zupełnie urzeczywistnić; wypadki tego rodzaju należy głównie przypisać niedoskonałościom rynku, ograniczeniom swobody i t. d. Mają one wielkie znaczenie w życiu codziennem; zrozumiałem jest jednak, że teorja zajmuje się głównie dwoma zasadniczemi; rezultaty przez nią otrzymane muszą oczywiście podlegać odpowiednim poprawkom, przy przenoszeniu ich do ekonomji stosowanej.

* * *

Większość autorów rozważa na początku swej teorji wymiany (wielu nie poszło dalej) przykład odosobnionej pary osób, wymieniających pomiędzy sobą dwa przedmioty. Wypadek ten jest rzadkim w rzeczywistem życiu, i niepodobna przytem przypuścić, jak to się zwykle robi, aby te obie osoby działały podług typu I. To też takie studjum ma tylko wartość dydaktyczną, lub służy za wstęp do badania bardziej skomplikowanych wypadków. Matematyka daje nam możność rozważania ostatnich w całej ich naturalnej komplikacji; bez jej pomocy można tylko streścić w przybliżeniu tendencje równowagi, ale nie sformułować je dosyć ściśle, aby mogły służyć do dalszych rozumowań.

Rozważmy naprzód tranzakcje, odbywające się podług typu I, przy cenach stałych. Przy pewnych cenach $p_y, p_z, \ldots$, każda jednostka żąda lub ofiaruje ilości takie, aby były wypełnione równania (13)—(14); ostatnie ma w danym razie formę (20). Pozatem mamy warunek niezmienności ogólnej ilości każdego dobra. A więc w chwili równowagi muszą mieć miejsce następujące równania: [1]

1) Te, które pokazują, że każda jednostka posiada najodpowiedniejsze dla siebie ilości każdego dobra:

$$
\text{(A).}\quad
\begin{array}{l}
\varphi_{1.x} = \dfrac{1}{p_y}\,.\,\varphi_{1.y} = \dfrac{1}{p_z}\,.\,\varphi_{1.z} = \ldots\ldots \\[2ex]
\varphi_{2.x} = \dfrac{1}{p_y}\,.\,\varphi_{2.y} = \ldots\ldots\ldots\ldots \\[2ex]
\varphi_{3.x} = \dfrac{1}{p_y}\,.\,\varphi_{3.y} = \ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}
$$

. . . .

jeżeli ilość przedmiotów jest m, a ilość osób n, będziemy mieli naogół $(m-1)n$ równań (A);

2) równania bilansu, po jednemu dla każdej osoby:

$$x_1 - x_{1.0} + p_y\,(y_1 - y_{1.0}) + p_z\,(z_1 - z_{1.0}) + \ldots. = 0$$

$$x_2 - x_{2.0} + p_y\,(y_2 - y_{2.0}) + p_z\,(z_2 - z_{2.0}) + \ldots. = 0$$

. . . . , ...

czyli n równań, które nazwiemy (B)

3) równania pokazujące, że ilości przedmiotów pozostają bez zmiany:

---

[1] Pareto, *Manuel*, str. 591 i nast.

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots = x_{1.0} + x_{2.0} + \ldots\ldots\ldots$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots = y_{1.0} + y_{2.0} + \ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

czyli m równań (C).

Otrzymaliśmy w ten sposób $(m-1)\,n+m+n$ równań dla określenia mn ilości towarów (nabytych przez każdego) i $(m-1)$ cen, czyli $(mn+m-1)$ niewiadomych. Łatwo jest dowieść [1], że jedno z równań (B) i (C) jest wynikiem wszystkich innych, może więc być pominiętem. Pozostaje nam wówczas $(mn+m-1)$ równań dla określenia tyluż niewiadomych; rezultat jest więc określonym jednoznacznie. W skomplikowanym wypadku, który tutaj rozważamy, nie możnaby było twierdzić tego *a priori*, bez pomocy matematycznego rozumowania: to ostatnie ma więc tutaj wielką wartość, jako sposob ścisłego udowodnienia.

Całokształt równań (A), (B), (C) daje nam rozwiązanie zagadnienia równowagi właściwej wymiany. Na rynku doskonałym równowaga ta urzeczywistniłaby się całkowicie po szeregu wahań; łatwo widzieć, w jaki sposób toby się stało. Przypuśćmy, że z początku ceny zostały zaproponowane dowolnie: każdy żąda lub ofiarowuje przedmioty w ilościach takich, aby były wypeł-

---

(1) Mianowicie, mnożąc drugie równanie (C) na p_y, trzecie na p_z, i t. d., i dodając je następnie wszystkie (wraz z pierwszem, pozostałem bez zmiany) otrzymamy sumę równań (B).

nione równania (A) i (B); ale niema oczywiście żadnej racji, aby (C) były niemi również. Trzeba się wówczas zgodzić na podniesienie ceny towarów, na które popyt przewyższa istniejącą ilość, na zniżkę w przeciwnym razie. Wahania takie będą miały miejsce, dopóki równania (C) nie zostaną wypełnione jednocześnie z (A) i (B).

Na zwyczajnym rynku zjawiska odbywają się nie zupełnie w ten sposób. Część wymieniających ukrywa jak najdłużej swe zamiary, i ostatnie wychodzą na jaw tylko wtedy, kiedy już część tranzakcji została dokonaną. Ale w miarę tego, jak się lepiej poznaje rzeczywistą sytuację, zjawisko konkretne zbliża się coraz bardziej do teoretycznego; to właśnie wyrażamy mówiąc, że ostatnie odpowiada tendencjom rzeczywistości. Jeżeli przypuścimy, że mamy do czynienia z handlującymi, którzy się spotykają często i posiadają mniej więcej zawsze te same ilości towarów, nasze rozwiązanie teoretyczne da nam przybliżony obraz rzeczywistego zjawiska.

Uwagi powyższe są bardzo proste, to też nie będziemy ich powtarzali, mówiąc o monopolu, o równowadze produkcji, kapitalizacji, etc. Należy, raz na zawsze, zapamiętać, że rozwiązanie matematyczne daje nam stosunki, któreby miały miejsce, gdyby równowaga została całkowicie osiągniętą; ponieważ ten pierwszy warunek nigdy się nie urzeczywistnia, mamy tylko obraz tendencji ekonomicznych, tem wyraźniej zaznaczonych, im bardziej rozważane zjawiska są prawidłowe, powtarzają się często w analogicznych warunkach. Tendencje te spotykają na swej drodze rozmaite trudności, które określimy przez ogólną nazwę trudności dostosowania się. Matematyczne rozwiązanie nie mówi nam naturalnie nic o tym ostatnim czynniku, ale obserwacje lub bardzo łatwe rozumowania pozwolą nam ocenić jego znaczenie w każdym poszczególnym wypadku. Tak więc wiemy, że dostosowanie się rozmaitych pierwiastków wymaga okresów czasu rozmaitej długości, podczas których część tych pierwiastków może być uważaną za stałe: to nas upoważnia np. do rozważania oddzielnie kwestji wymiany, produkcji, kapitalizacji, i t. d.

Byłoby bezsensownem zarzucać matematycznej ekonomji niezdolność jej do rozwiązania wszelkich możliwych kwestji. Ale z drugiej strony, trzeba zawsze pamiętać, jakiem jest właściwe znaczenie każdego matematycznego rezultatu i nie żądać od niego więcej, niż może nam dać.

* * *

Układając nasz system równań przyjęliśmy dla uproszczenia, że każda osoba spożywa pewną ilość każdego dobra. Łatwo jest wprowadzić odpowiednie sprostowanie: jeśli ktoś nie używa przedmiotu V, to nie istnieje równanie $\varphi_{i.x} = \frac{1}{p_v} \varphi_{i.v}$; mamy więc o jedno równanie i o jedną niewiadomą mniej; system nasz pozostaje określonym jednoznacznie.

Ale równania formy $\varphi_{1.x} = \frac{1}{p_y} \varphi_{1.y}$ może nie być, a pomimo tego jednostka (1) zachowuje pewną ilość y.

Możemy tu mieć dwa główne wypadki:

1) Osoba (1) działa podług typu II; (aby być w stanie skutecznie to robić, musi mieć monopol y). Zastąpimy w takim razie łatwo brakujące równanie, jeżeli wiemy do jakiego celu dąży ta osoba. Możemy zawsze wyeliminować pośród pozostałych nam $(mn + m - 2)$ równań $(mn + m - 3)$ niewiadome i napisać

$$y_{1.0} - y_1 = f(p_y)$$

Jeżeli monopolista poszukuje największego zysku, wyrażonego w pieniądzu x, otrzymamy potrzebne nam równanie przyrównując do O pochodną iloczynu p_y $(y_{1.0} - y_1)$ w stosunku do p_y, czyli

$$\frac{d\,[p_y . f(p_y)]}{dp_y} = 0 \qquad (24)$$

Jest ono identycznem ze znaną nam już formułą Cournot (równanie (1) rozdziału II). Wyższość rozwiązania, danego przez Pareto polega na tem, że równanie to jest związanem z całokształtem systemu. Rzeczywiście, nie jest to samo równanie (24), które określa jedną cenę p_y, ale to równanie wespół z innemi określa wszystkie ceny i wszystkie ilości.

Otrzymamy również nowe równanie, przypuszczając, że monopolista tak kombinuje cenę, aby otrzymać największe zadowolenie, i wogóle zawsze, gdy cel jego będzie dostatecznie określonym.

2) Osoba (1) jest kupcem lub przedsiębiorcą, sprzedającym *y*. Przykład ten był często zarzucany teorji użyteczności krańcowej i mógłby być przez kogoś skierowanym przeciw tej, którą rozważamy. Kupiec taki, powiadają, nie ofiarowuje towaru swego po jakiejbądź cenie, jakby wynikało z nieobecności odpowiedniego równania (A). To jest słusznem, ale istnienie owego przedsiębiorcy tłómaczy się dobrze tylko wtedy, kiedy rozważamy zjawisko produkcji; w takim razie mamy nowe związki pomiędzy badanemi wielkościami. Jeżeli zaś się chce uważać to zjawisko za właściwą wymianę, można się przekonać, że w dosyć długim przeciągu czasu przedsiębiorca sprzedał dokładnie tyle, ile kupił lub wytworzył w tym czasie, czyli, że oddał cały swój towar, a zrobiłby to po jakiejbądź cenie, gdyby nie mógł inaczej. W ten lub inny sposób wraz z równaniem znika u nas zawsze jedno z niewiadomych.

Odwrotnie, gdyby któreś z niewiadomych zostały nam dane, musielibyśmy skreślić tyleż równań. Gdyby się naznaczyło dowolnie $(m - 1)$ cen, trzebaby było skreślić $(m - 1)$ równań z grupy (A), (gdyż są to jedyne, które ostatecznie mogłyby nie być wypełnione), co jest równoznacznem ze zmuszeniem jednej lub kilku osób do wymieniania ilości zgóry narzuconych, nie zaś tych, które im odpowiadają. Ponieważ jest to naogół niemożliwem, dowolnie naznaczone ceny nie mogłyby być utrzymane. Rozważanie systemu równań doprowadza nas, jak widzimy, do prawa, które tyle razy wygłaszali klasycy ekonomji; ale tutaj jest one lepiej uzasadnionem.

Dalszą analizę ekonomicznej wartości otrzymanych formuł odkładamy na później. Teraz zaś zajmiemy się równowagą produkcji towarów.

To nowe zagadnienie ma, jak wiadomo, miejsce, kiedy ilości dóbr spożywanych uważamy nie za dane, ale za zmienne (niewiadome); wówczas brak nam pewnej ilości równań i musimy szukać nowych.

2. Równowaga produkcji. Przesłanki zagadnienia.

Kwestja równowagi wymiany została już prawie całkowicie rostrzygniętą przez Walras'a. Co się tyczy kwestji produkcji, uczony francuski dał tylko ogólną formułę rozwiązania; rozważany przez niego samego wypadek (stałe współczynniki produkcji przy nieobecności kosztów ogólnych), jest niesłychanie rzadkim w rzeczywistości. Chcąc zaś rozwinąć i uogólnić pomysły Walras'a, napotyka się dosyć poważne trudności. Ciekawem jest nawet, że wielu uczonych, którzy się zbliżają do Walras'a w traktowaniu zagadnienia wymiany, nie próbowało podążyć za nim w badaniach nad produkcją. Edgeworth wyraźnie nawet zaznaczył, że nie uważa za możliwe traktować ten przedmiot za pomocą systemu równań.

Profesorowi Pareto zawdzięczamy ogólne rozwiązanie, które tu badamy ([1]).

Przypomnimy tutaj króciutko terminologję Walras'a, zapożyczoną od J. B. Say'a, i która zapewne jest znaną czytelnikowi. Odróżnia on „kapitały" i „dochody". Pierwsze trwają zawsze po użyciu — drugie są zawsze spożyte w jednem użyciu. Kapitały mogą być: 1) naturalnemi (ziemia, źródła, kopalnie, etc.); 2) osobistemi (same osoby—rozmaite formy pracy są uważane naturalnie za usługi tych kapitałów osobistych); wreszcie 3) ruchomemi (mobiliers — pod tym słowem rozumie Walras wszystkie wytworzone kapitały). Wszystkie one są zdolne do oddawania nam *usług*; tem słowem określa Walras fakt, że kapitały mogą nam służyć czy to bezpośrednio dla zaspokojenia naszych potrzeb (dom mieszkalny), czy to pośrednio—ułatwiając produkcję, *przyczem pozostają bez zmiany* (przynajmniej jako wartość, zob. niżej, str. 186). Usługą jest więc czynność użyteczna kapitału; pojęcie to jest dla nas bardzo ważnem, gdyż pozwala przyrównać wynajęcie kapitału do sprzedaży towaru. Każda usługa wymaga wynagrodzenia, którego wysokość określa się przez całokształt warunków równowagi. Sam proces produkcji przedstawia Walras w sposób schematyczny: odbywa się ona za pośrednictwem przedsiębiorców, którzy, *jako tacy*, nic nie posiadają: kupują oni na rynku materjały i usługi pro-

([1]) *Manuel*, str. 605 i nast.

dukcyjne (to jest wynajmują kapitały—o ile przedsiębiorca jest jednocześnie właścicielem kapitału, to, podług naszej terminologji, kupuje on od siebie usługi swego własnego kapitału) i płacą ich właścicielom gotowemi towarami.

Terminologja powyższa ([1]) i ogólne ujęcie przedmiotu zostały przyjętemi przez następców Walras'a, i będziemy się niemi posługiwali tutaj, bo są bardzo wygodne. Robiąc to, nie potrzebujemy jednocześnie przyjmować teorji kapitału Walras'a, która nie we wszystkich częściach daje się obronić. Określenie kapitału jest stanowczo niewystarczającem: możemy go dopełnić, ([2]) rozumiejąc pod tym słowem wszystkie rzeczy, które przy użyciu zachowują się bez zmiany, *jako wartość*, a nie koniecznie materjalnie. Zaliczymy więc do kapitałów wszystkie zapasy i t. d.; ich *usługą* jest możność, którą dają, przedsięwzięcia procesu produkcyjnego pewnej długości; funkcja więc ich ekonomiczna jest w gruncie rzeczy tą samą, co i funkcja maszyn, gmachów, etc. Określenie usługi mogłoby też podlegać krytyce: Walras nie uwydatnił naszem zdaniem, dostatecznie faktu, że pojęcie to musi koniecznie być odniesionem do okresu czasu pewnej długości. Powyższe wady określeń nie mają znaczenia, o ile chodzi o same tylko matematyczne rozwiązanie, ale mogłyby poważnie wpłynąć

([1]) Walras *Elements*, 1900, str. 175—207.

([2]) Zob. niżej, oddział 5-ty tegoż rozdziału.

na interpretację jego rezultatów. Zresztą, dopóki mówimy tylko o właściwej produkcji, określenie kapitału nie wchodzi wogóle w grę; moglibyśmy zupełnie go pominąć i mówić tylko o usługach i materjałach. Ale musielibyśmy powrócić do tego punktu mówiąc o kapitalizacji.

* * *

Przypuśćmy więc, że dla wytworzenia towarów X, Y, Z . . . trzeba nam materjałów i usług produkcyjnych ([1]) A, B, C, . . . Przypuszczamy że ilości jednych i drugich mogą się zmieniać w sposób ciągły ([2]).

Oznaczamy przez A, B, C, . . . ilości materjałów lub usług dostarczone przez ich właścicieli przedsiębiorcom przez A', B', C' . . . ilości przetworzone przez tych ostatnich na towary (tak że różnice $[A—A']$, $[B—B']$, . . . stanowią ewentualny zysk przedsiębiorstw), wreszcie przez A'_0, B'^0, . . . ilości wchodzące do stałych kosztów przedsiębiorstw, to znaczy niezależnie od wytworzonych ilości x, y, z, . . .

([1]) Jeżeli A jest materjałem, którego trzeba mieć pewną ilość przed rozpoczęciem produkcji, powinnibyśmy odróżniać ilość a', wchodzącą materjalnie do cząstki X i a'' usługę kapitału, który przedstawia zapas. Nie będziemy jednak robili w dalszym ciągu tego odróżnienia, aby zbytnio nie przeciążać notowań.

([2]) Por. str. 86.

Określimy teraz w następujący sposób współczynniki produkcji:

W określonych warunkach technicznych ([1]) będziemy mieli pomiędzy ilościami przetworzonych materjałów, a ilościami wytworzonych towarów zależność:

$$A' = F(x,y, ...),\ B' = F'(x,y, ...),$$

wówczas częściowe pochodne

$$a_x = \frac{\partial F}{\partial x},\quad a_y = \frac{\partial F}{\partial y},\quad b_x = \frac{\partial F'}{\partial x},$$

są właśnie współczynnikami produkcji.

Ich zcałkowanie, ([2]) o ile jest możliwem, da nam właśnie całkowitą ilość materjałów przetworzonych w zależności od ilości sfabrykowanych:

$$(25)\quad \begin{aligned} A' &= A'_0 + \int_0^x a_x\, dx + \int_0^y a_y\, dy + \dots \\ B' &= B'_0 + \int_0^x b_x\, dx + \int_0^y b_y\, dy + \dots \end{aligned}$$

([1]) Warunki techniczne nie wystarczają do określenia współczynników produkcji; ekonomiczne warunki odegrywają tu ważną rolę, jak to wyjaśnimy poniżej (oddział 4 tego rozdz.).

([2]) a_x, b_x mogłyby być takiemi, że ilości A', B' . . . zależałyby nietylko od x, y, . . . , ale i od porządku, w jakim zostały wytworzone. Wówczas funkcje F, F', . . . nie istnieją. Nietrudno wyobrazić sobie przykłady takiego wypadku, zdaje się jednak, że nie odegrywają wielkiej roli w życiu praktycznem, teorja może je więc pominąć, i możemy przyjąć istnienie funkcji F, F' . . .

W każdym razie wyrażenie $a_x\, dx$ daje nam ilość A potrzebną do wytworzenia ilości dx, kiedy wytworzyliśmy już x — przedmiotu X, y — Y i t. d.

zcałkowanie jest oczywiście zawsze możliwem jeśli a_x zależy od x tylko, a_y tylko od y, etc.

Określimy ceny kosztu towarów jako wielkości π_x π_y, ..., takie abyśmy mieli:

$$\pi_x \,.\, dx = (a_x + b_x\, p_b + c_x\, p_c + \ldots\ldots)\, dx$$
$$\pi_y \,.\, dy = (a_y + b_y\, p_b + c_y\, p_c + \ldots\ldots)\, dy$$

. . . .

(rolę pieniądza odegrywa tu przedmiot A, a nie X, jak poprzednio, dla tego też $p_a = 1$).

Jeżeli ceny p_b, p_c, . . są stałe, a współczynniki a_x, b_x, . . . a_y, b_y . . . zależą tylko od jednego x, względnie y, jak się to dzieje zwykle w rzeczywistości, π_x, π_y, . . . są pochodnemi funkcji dających całkowity koszt produkcji X, Y, etc.

$$(26) \qquad \begin{aligned} \Pi_x &= \pi_{0.x} + \int_0^x \pi_x\, dx \\ \Pi_y &= \pi_{0.x} + \int_0^y \pi_y\, dy \end{aligned} \qquad \text{i t. d.}$$

Łatwo jest widzieć, że, o ile współczynniki produkcji są wielkościami stałemi, a niema kosztów ogólnych, cena kosztu (jednostki) towaru jest również stałą i nie zależy od wytworzonej ilości.

* * *

Co się tyczy typów działań ekonomicznych, to typ I, czyli wolna konkurencja, cechowany jest w zjawiskach produkcji tem, że przedsiębiorca, zmuszony działać podług niego, nie ciągnie żadnych zysków (oczywistem jest, że nie może ponosić straty). To przypuszczenie Walras'a było często bardzo krytykowanem, ale zwykle źle zrozumianem. Rzeczywisty przedsiębiorca daje swemu przedsiębiorstwu swe zdolności i wiedzę, odróżniające go od innych, swą pracę, kredyt, stosunki, etc., wreszcie kapitał, który posiada. Przedsiębiorca idealny nie wnosi nic z tego; jest pod wszystkimi względami równym swym współzawodnikom, albo ściślej, we wszystkiem, czem się różni, nie jest przedsiębiorcą, a dostawcą usług ekonomicznych; jako przedsiębiorca jest on tylko uosobieniem swego interesu. W tych warunkach zyski jego mogłyby tylko być skutkiem jakiegoś (chociażby częściowego) monopolu, albo przypadku, albo trudności spotykanych przez innych w dostosowaniu się do warunków, i t. d. Łatwem, wobec tego, jest do zrozumienia, że przy doskonałem współzawodnictwie i w stanie równowagi przedsiębiorca, jako taki, niema ani zysku ani straty. To przypuszczanie, które wyrazimy przez równanie

$$(27) \qquad \Pi_x = X p_x$$

odpowiada więc tendencji ekonomicznej [1]. Po-

---

[1] Zwrócimy jeszcze raz uwagę na to, że teoretycznych tendencji, o których tu mowa, nie należy mieszać z tendencjami rozwoju ekonomicznego. W danym razie, np., nie chcemy wcale powiedzieć, że rozwój ekonomiczny dąży do urzeczywistnienia typu idealnego przedsiębiorcy. Ale, o ile przypuścimy, że pierwiastki równowagi pozostają dość długo

kazuje nam ono w jakiej kategorji zjawisk musimy szukać wyjaśnienia zysku przedsiębiorcy, gdyby się znalazł: musiałoby więc być zrobionem niezależnie od wygody, którą przedstawia dla rozumowania matematycznego.

Jest jeszcze inny warunek, który musi być wypełnionym przy operacjach, prowadzonych podług typu I. Trzeba, aby cena kosztu ostatniej wytworzonej jednostki równała się cenie sprzedaży, co wyrazimy symbolicznie

$$(28) \qquad \pi'_x = p_x$$

Rzeczywiście, nie można przypuścić aby przedsiębiorca posunął produkcję do stopnia, gdzie $\pi'_x > p_x$; z drugiej strony gdyby $\pi'_x < p_x$, miałby korzyść z dalszego rozwijania produkcji, gdyż przedsiębiorca, działający ściśle podług typu I nie liczy się z możnością wpłynięcia na ceny (która w rzeczywistości powstrzymuje producentów od tego kroku). Otóż dwa te równania (27) i (28) nie zawsze mogą współistnieć; ma to miejsce mianowicie, jeśli przedsiębiorstwo, przy stałych współczynnikach produkcji, ponosi koszta niezależne od wytworzonej ilości, i w wielu wypadkach przy zmiennych współczynnikach, o ile ceny nie są jednocześnie też zmiennemi. Wynika

---

bez większych zmian, okaże się, że konkurencja stopniowo wyeliminuje powody, które pozwalały pewnym przedsiębiorcom, jako takim, ciągnąć zyski. W tym to właśnie sensie równanie (27) syntetyzuje tendencje ekonomiczne.

stąd, że przedsiębiorcy nie zawsze są w stanie ściśle się przytrzymywać typu I. Zależnie od okoliczności zbliżają się bardziej do warunków, wyrażonych przez równanie (27), lub do tych, które streszcza (28). Teoretycznie powinnibyśmy więc rozważać konsekwencje obu tych przypuszczeń; zdaje się jednak, że pierwsze, t. j.

$$\Pi_x = X\, p_x$$

lepiej odpowiada rzeczywistym tendencjom, to też ograniczymy się do niego.

W jednym wypadku równania (27) i (28) mogą z pewnością współistnieć, a mianowicie, kiedy przy stałych współczynnikach produkcji nie ma kosztów ogólnych. Jest to wypadek, rozważany przez Walras'a.

3. Równowaga produkcji (ciąg dalszy). Rozwiązanie, dane przez Pareto [1] dla typów I i II.

Przypuśćmy że właściciele materjałów i usług produkcyjnych, w liczbie θ, spotykają się na rynku z przedsiębiorcami, którym sprzedają część swoich materjałów i usług, resztę zaś wymieniają pomiędzy sobą. Przedsiębiorcy przekształcają owe materjały i usługi na produkta i temi [2] produk-

---

[1] Pareto, *Manuel*, str. 610 i nast.

[2] Ponieważ proces produkcji trwa zawsze pewien czas, dostawcy nie są nigdy opłacani przez produkta materjalnie zawierające ich materjały i usługi, ale przez towary już istniejące przedtem. Trzeba więc przedstawić sobie,

tami opłacają swych dostawców. Zapytajmy teraz w jaki sposób określają się ceny i ilości (przetworzone, spożyte, etc.), które odpowiadają pozycji równowagi ekonomicznej. Stosunki, w ten sposób odkryte, dążą do urzeczywistnienia się, o ile rozważamy osoby, powtarzające ze sobą perjodycznie, mniej więcej te same, tranzakcje. (Zauważmy, że, jeżeli mówiąc o wymianie, mogliśmy ostatecznie rozważać odosobnioną tranzakcję, to w danym wypadku podobne pojęcie nie odpowiadałoby właściwie żadnemu zjawisku ekonomicznemu. Różnica jest jednak raczej pozorną, niż rzeczywistą. I tu i tam tylko tranzakcje często powtarzane w analogicznych warunkach mogą przedstawiać pewną prawidłowość; do nich więc tylko może się stosować teorja).

Ilości materjałów i usług, dostarczonych (perjodycznie, jeżeli mowa o równowadze wogóle; raz jeden, jeśli rozważamy poszczególny wypadek) przez ich właścicieli, nazwiemy $a_{1.0}$, $b_{1.0} \ldots a_{2.0}$, $b_{2.0} \ldots a_{3.0} \ldots$ Ilości wyprodukowanych towarów są x, y, z, ... Rolę pieniądza odegrywa przedmiot A, cena jego więc równa się jedności.

że cześć kapitałów składa się z zapasów gotowych towarów. Przedsiębiorcy wynajmują te kapitały (to jest kupują ich usługi) narówni z innymi. Za ich pomocą opłacają dostawców, a po ukończeniu produkcji zwracają wynajęty kapitał. Nie zmienia to nic w naszem rozumowaniu; należy tylko pamiętać dla uniknięcia nieporozumień, że część usług produkcyjnych stanowią konieczne usługi, oddane przez zapasy istniejących towarów.

Równania (A) str. 178 muszą istnieć zawsze i w tym wypadku, zarówno dla towarów, jak i materjałów surowych i usług, o ile są one bezpośrednio użyteczne; (jeżeli przedmiot jest zupełnie nieużytecznym dla właściciela, oddaje on cały posiadany zapas po jakiejbądź cenie). Równania (B) istnieją również, ale (C) muszą być zastąpione przez inne.

Nie mamy jak poprzednio: $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ $\ldots = a_{1.0} + a_{2.0} + \ldots$, ale $a_{1.0} - a_1 + a_{2.0} - a_2 +$ $\ldots = A$, gdzie A oznacza ilość dostarczoną przedsiębiorstwom, a więc nową niewiadomą. Również nie mamy $x_{1.0} + x_{2\cdot 0} + \ldots = x_1 + x_2 + \ldots$, ale $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots = X$, gdzie X oznacza ilość sprzedaną przez przedsiębiorstwa, a więc również nową niewiadomą.

Niewiadomemi są te ilości dla tego, że przedsiębiorstwa w swych rachunkach nie przytrzymują się względów użyteczności, nie ma więc dla nich równań (A); w stanie normalnym nie ofiarowują też posiadanego towaru po jakiejbądź cenie.

Całokształt równań

$$a_{1.0} - a_1 + a_{2\cdot 0} - a_2 + \ldots\ldots = A$$
$$b_{1.0} - b_1 + b_{2\cdot 0} - b_2 + \ldots\ldots = B$$

. . . .

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots = X$$
$$y_1 + y_2 + y_3 + \ldots\ldots = Y$$

. . . .

w liczbie $(m+n)$, jeżeli mamy m towarów i n usług i materjałów; stanowi nowy system (C').

W tym wypadku nie można wyeliminować jednego równania z grup (B) i (C'), jakeśmy robili poprzednio z grup (B) i (C).

Dalsze równania dadzą nam bilanse przedsiębiorstw. Jeżeli rozważamy typ I, to jak już powiedzieliśmy, najlepiej odpowiada tendencjom ekonomicznym równanie (27). Wobec tego będziemy mieli m równań formy

$$(D)\quad \begin{aligned} Xp_x &= \Pi_x = \pi_{0.x} + \int_0^x \pi_x .\, dx \\ Yp_y &= \Pi_y = \pi_{0.y} + \int_0^y \pi_y .\, dy \end{aligned}$$

. . . .

W chwili równowagi ilości wytworzone przez przedsiębiorstwa równają się sprzedanym, mamy więc: $x = X$; $y = Y$, . . .

Z równań (D) otrzymujemy łatwo (1) następujące:

$$(E)\quad A' = A\,;\ B' = B\,;\ C' = C\,, \ldots .$$

---

(1) Dodając (D), biorąc pod uwagę równania (25) i (26) i, z natury rzeczy wypływające:

$$A'_0 + B'_0 + \ldots\ldots = \pi_{0.x} + \pi_{0.y} + \ldots\ldots$$

otrzymujemy;

$$Xp_x + Yp_y + Zp_z + \ldots\ldots = A' + p_b B' + p_c C' + \ldots\ldots$$

Z drugiej zaś strony, dadając (B) i biorąc pod uwagę (C'):

$$Xp_x + Yp_y + Zp_z + \ldots = A + p_b B + p_c C +$$

które wyrażają równość dostarczonych przez dostawców i przetworzonych przez przedsiębiorstwa ilości każdego materjału lub usługi produkcyjnej. Ze sposobu w jaki otrzymaliśmy owe równania widać, że jedno z razem wziętych równań (B), (C'), (D) i (E) wynika ze wszystkich innych, może więc być pominiętem.

Ostatecznie równowaga jest określoną przez:

$(m+n-1)\,\theta$ równań (A)
θ „ (B)
$(m+n)$ „ (C')
$(m+n-1)$ „ (D) i (E), czyli przez

$[(\theta+2)\,(m+n)-1]$ równań, zawierających tyleż niewiadomych, a mianowicie: $(m+n)\,\theta$ ilości nabytych przez każdego dóbr, n całkowitych ilości dóbr dostarczonych przedsiębiorstwem, m ilości towarów sprzedanych przez przedsiębiorstwa, wreszcie $(m+n-1)$ cen.

Zagadnienie równowagi produkcji jest w ten sposób rozwiązanem, a rezultat określonym jednoznacznie.

System równań pozwala nam pozatem rozważać z łatwością liczne wypadki, które były źródłem trudności dla wielu teorji. Wezmijmy np., częste dosyć zjawisko, że dwa lub więcej przed-

---

a więc

$$A + B p_b + B p_c + \ldots = A' + p_b B' + p_c C' + \ldots$$

Ponieważ żadna z ilości przetworzonych nie może być większą od dostarczonej, ostatnie równanie pociąga za sobą (E).

miotów wytwarza się wspólnie („złączona podaż“ prof. Marshall'a); mamy tylko wspólne koszta produkcji, a więc brak nam jednego lub paru równań (D); ale mamy zato inne stosunki pomiędzy wytworzonemi ilościami tych przedmiotów, wynikające z warunków produkcji. Dają nam one, jak łatwo to sprawdzić, dokładnie tę ilość równań, która nam jest potrzebną.

Przykład ten dobrze pokazuje nam, jak fałszywem jest powiedzenie, że koszta produkcji określają cenę; nie można nawet powiedzieć (jak to robią zresztą czasami nawet autorowie świetnych dzieł), że określają one wytworzoną ilość; jedynem słusznem sformułowaniem jest następujące: równość kosztów produkcji (zwykłych czy skombinowanych) z całym przychodem ze sprzedaży jest jednym z warunków równowagi ekonomicznej, który, wraz ze wszystkiemi innemi, określa zarówno ceny, jak i ilości towarów.

Tutaj, jeszcze bardziej niż w poprzednich wypadkach, tylko rozumowanie matematyczne może nam wykazać, że mamy dokładnie tę ilość warunków, która jest potrzebną dla określenia wszystkich tych wielkości, i dokładnie oznaczyć granice, w których powyższe twierdzenie jest słusznem.

* * *

Badanie monopolu (typu II) produkcji jest niewątpliwie trudniejszem, niż kiedy chodziło o zwykłą wymianę, ale prowadzi się w sposób analogiczny. Przypuśćmy, że jeden z przedsiębiorców, powiedzmy fabrykant Y, nie podlega warunkom typu I. Nie mamy wówczas jednego z równań (D), a na jego miejsce nierówność $Y.\, p_y - \Pi_y > O$ (bo oczywistem jest, że różnica będzie zyskiem, a nie stratą). Jednocześnie upadają wszystkie równania (E), ale możemy je przywrócić, jeżeli przypuścimy, że zysk przedsiębiorcy wyraża się zawsze w jedynym przedmiocie A [1]. Będziemy więc mieli zawsze: $B = B'$, $C = C'$, ... i $A = A' + \xi$: wreszcie $\Pi_y + \xi = Y\, p_y$.

Jak poprzednio, jedno z równań jest wynikiem wszystkich innych; powinno być pominiętem. Poczem mamy o jedną niewiadomą więcej, niż mamy równań; jest to właśnie ξ, zysk przedsiębiorcy. Jak na str. 182 eliminujemy wszystkie niewiadome i otrzymujemy:

$$\xi = f(p_y).$$

Jeżeli monopolista poszukuje maximum zysku, wyrażonego w A, otrzymamy potrzebne równanie pisząc:

$$(29) \qquad \frac{d\, f\,(p_y)}{d\, p_y} = O.$$

Otrzymamy też nowe równanie, jeżeli przypuścimy, że monopolista określa cenę tak, aby

---

[1] Inne wypadki traktują się w podobny sposób; ten, który rozważamy w tekście, zbliża się najbardziej do zachodzącego w rzeczywistości.

otrzymać maximum zadowolenia. Mógłby on mieć i inny jeszcze cel; o ile ten ostatni jest dobrze określonym, rachunek pozwoli nam zawsze zbadać, czy zrobione przypuszczenia wystarczają dla otrzymania określonego rezultatu.

* * *

Równanie (29) ma podobne znaczenie do drugiego równania Cournot (równanie (3) rozdziału II). Tamto jest nawet bardziej rozwiniętem i wygodniejszem do wyciągania wniosków. To też większość uczonych (1), którzy tę kwestję badali, przyjęli z mniejszemi lub większemi zmianami metodę Cournot. Nie odmawiając wartości tej metodzie, którą uważamy za użyteczną w wielu poszczególnych wypadkach, przypomnimy czytelnikowi, powyżej o tym przedmiocie zrobione uwagi (2).

4. Ekonomiczna zmienność współczynników produkcji.

Przyjmowaliśmy dotychczas, że współczynniki produkcji zależą jedynie od warunków tech-

---

(1) Edgeworth: La teoria pura del monopolio, *Giornale degli Economisti*, 1897; onże w *Economic Journal*, szczególnie 1897 i 1911. Auspitz i Lieben: *Untersuchungen* etc. i *Marshall* w swych *Principles*, etc.

(2) Str. 48 i str. 182. Porównaj także rozdz. VII.

nicznych. Zależą one jednak w znacznym stopniu i od cen, szczególnie od cen materjałów i usług, użytych w produkcji.

Aby wytworzyć X, trzeba pewnych ilości A, B,... Może się zdarzyć, że otrzymamy ten sam rezultat używając takie lub inne kombinacje tych przedmiotów: można np. zmniejszyć ilość robotników, wzmacniając potęgę maszyn i t. d. Niektóre materjały i usługi mogą więc zastępować się wzajemnie w określonym stosunku. Wogóle pomiędzy wszystkiemi współczynnikami produkcji pewnego przedmiotu znajdziemy pewną ilość r, takich, pomiędzy któremi istnieje stosunek następujący [1]

$$(30) \qquad f\,(a_x,\ b_x,\ c_x,\ \ldots\ldots) = 0.$$

Wszystkie współczynniki nie są zresztą związane przez takie równanie i warunki techniczne wystarczają dla określenia pewnej ich części.

Zależnie od ceny usług i materjałów, przedsiębiorca będzie używał większej lub mniejszej ilości każdego z nich; zadanie jego polega na tem, aby określić w ten sposób współczynniki produkcji, aby koszt produkcji X był jak najmniejszym. Jeżeli współczynniki nie zmieniają się z ilością, zadanie jest względnie prostem;

---

[1] Możemy mieć $(q+r)$ współczynników, związanych przez $(q+1)$ równań; wypadek ten sprowadza się do poprzedniego przez eliminację q z nich pomiędzy $(q+1)$ równaniami.

w przeciwnym razie (a jest to właśnie hypoteza, która najlepiej odpowiada rzeczywistości) jest dosyć skomplikowanem; dla matematycznego przedstawienia jego rozwiązania musimy wprowadzić pojęcia rachunku przemienności.

Całkowity koszt produkcji X, może być wyrażony w ten sposób:

$$(31) \quad \Pi_x = \pi_{o.x} + \int_0^x (a_x + b_x\, p_b + c_x\, p_c + \ldots.)\, dx;$$

To właśnie wyrażenie powinno być sprowadzone do minimum. Ma to miejsce, kiedy przemienność powyższej całki równa się O.

Zmiana formy funkcji a_x, b_x oddziaływa na całokształt systemu ekonomicznego, a więc i na ceny. Przy absolutnem minimum kosztu, możliwem przy istniejących warunkach, mielibyśmy:

$$\int_0^x (\delta\, a_x + p_b\, \delta\, b_x + p_c\, \delta\, c_x + \ldots\ldots$$
$$+ b_x\, \delta\, p_b + c_x\, \delta\, p_c + \ldots\ldots)\, dx = O.$$

Przedsiębiorca, działający podług typu I dąży, jak wiemy, tylko do względnego minimum, tego, któreby miało miejsce, gdyby ceny pozostawały bez zmiany; mamy więc w tym razie:

$$(32) \quad \int_0^x (\delta\, a_x + p_b\, \delta\, b_x + p_c\, \delta\, c_x + \ldots\ldots)\, dx = O.$$

Podobne równania otrzymamy dla Y, Z i t. d. W chwili równowagi równania formy (32) muszą współistnieć ze wszystkiemi innemi równaniami naszego systemu.

Można dowieść ([1]), że o ile mamy r współczynników, związanych przez równanie formy (30), równanie (32) pociąga za sobą $(r-1)$ równań formy:

$$(33) \quad \begin{aligned} p_b \cdot \frac{\partial b_x}{\partial c_x} + p_c &= 0 \\ p_b \cdot \frac{\partial b_x}{\partial e_x} + p_e &= 0 \end{aligned}$$

. . . .

Z (30) możemy otrzymać wyrażenia pochodnych $\frac{\partial b_x}{\partial c_x}, \ldots\ldots$ i wstawić je do (33); ostatnie wraz z (30) dają nam system r równań dla określenia tyluż ilości a_x, $b_x, \ldots\ldots$ w zależności od p_b, $p_c, \ldots\ldots$, a, o ile to ma miejsce, i od x. Otrzymamy w ten sam sposób r' równań, dotyczących współczynników przedmiotu Y, r'' — dotyczących przedmiotu Z, i t. d., wogóle

$$\Sigma\ r \text{ nowych równań.}$$

Nazwiemy (F) tę nową grupę. Całokształt równań (A), (B), (C'), (D) (E) i (F) ([2]), które

---

([1]) Pareto, *Manuel*, str. 633.

([2]) Otrzymalibyśmy podobne równania (F), gdybyśmy przypuścili, że przedsiębiorca działa podług typu II, t. j. przewiduje przyszłe zmiany cen. W praktyce jednak, jeżeli nie mamy jakichś wyjątkowych okoliczności, byłoby to trudnem, prawie niemożliwem. Nie mamy, więc racji rozważać tej kwestji, którą teorja mogłaby zresztą wziąć pod uwagę.

określają równowagę produkcji nazwiemy systemem (Ω).

Wzięcie pod uwagę ekonomicznej zmienności współczynników produkcji, kompensacji, które mogą zachodzić pomiędzy niemi, i ich zależności od wszystkich innych pierwiastków systemu jest niesłychanie ważnem dla ekonomji politycznej. Ono tylko może nam wyjaśnić wielką ilość zjawisk, pozornie przeczących zasadom nauki. Matematyka daje temu badaniu dokładność, któregoby nie mogło mieć bez jej pomocy. Można się o tem przekonać, badając liczne błędy, w które wpadają pisarze, nie używający matematyki. Prawda, że i w tym wypadku najogólniejsze formuły są dosyć nieokreślonemi, ale zdaje się, że badanie, przynajmniej przybliżone, funkcji takich, jak (30), będzie w wielu wypadkach łatwiejszem, niż analogiczne poszukiwania w innych dziedzinach ekonomji. To też można się spodziewać, że badania tego rodzaju rzucą zupełnie nowe światło na prawa rządzące produkcją, mianowicie w kwestjach umiejscowienia przedsiębiorstw, rozmaitej ich koncentracji w różnych dziedzinach przemysłu ([1]), maszynizmu i t. d.

([1]) Podział produkcji pewnego przedmiotu pomiędzy rozmaitemi przedsiębiorstwami, który przypuściliśmy danym, określa się w rzeczywistości jednocześnie ze współczynnikami produkcji przez całokształt warunków równowagi ekonomicznej. Warunek najmniejszego kosztu pociąga za sobą i tutaj ilość równań, wystarczającą dla określenia ilości, wytworzonych przez każde przedsiębiorstwo. Nowe równania należą

Otwiera się tu dla ekonomji matematycznej niezmiernie wdzięczne pole do działania; jest ona bowiem jedyną drogą do odkrycia praw zupełnie jeszcze nieznanych, a tak dla nauki i nawet dla praktyki ważnych.

* * *

Istnieją próby rozwiązania kwestji równowagi produkcji, wychodząc z nieco innego punktu widzenia, a mianowicie rozważając „produkcyjność" czynników produkcji. Matematyczne badanie tego rodzaju zostało dokonanem przez p. Alberta Aupetit ([1]). Produkcyjność określa się w sposób następujący;

$$(34) \qquad Q_x = F(x_a, x_b, \ldots\ldots)$$

jest wyrażeniem, które nam daje wytworzoną ilość pewnego towaru w zależności od ilości (x_a, x_b, ...) użytych materjałów i usług; produkcyjnością A nazywamy wówczas częściową pochodną $\frac{\partial F}{\partial x_a}$.

Używając tego pojęcia można otrzymać rozwiązanie zadania, które się może nawet wydać prostszem i bardziej wykwintnem od streszczonego powyżej. Ale, abyśmy mogli przyjąć, że

---

również do grupy (F). Matematyczne studja nad tym trudnym przedmiotem są jeszcze bardzo mało rozwinięte. (Pareto, *Manuel*, str. 635).

([1]) *Essai d'une théorie générale de la monnaie* Paryż 1901.

funkcja (34) rzeczywiście istnieje, trzebaby było, aby wszystkie materjały i usługi produkcyjne mogły się, choć w małym stopniu, zastępować, inaczej mówiąc, aby wszystkie współczynniki produkcji były zmiennymi. Takie przypuszczenie odbiega jednak bardzo od tego, co widzimy w praktyce. To też lepiej obejść się bez teorji, która się na tej hypotezie opiera, tembardziej, że możemy rozwiązać zagadnienie w sposób bardziej zgodny z rzeczywistością.

5. Równowaga kapitalizacji.

Dotychczas rozważaliśmy tylko usługi kapitałów, nie zaś same kapitały; przypuszczaliśmy że ilości tych usług są nam dane; w tych warunkach ich ceny, zarówno jak ceny i wytworzone ilości przedmiotów, określały się przez system równań (Ω), taki, jakim go przedstawiliśmy w poprzedniej części tego rozdziału.

Ale w rzeczywistości ilości pewnych usług (albo też odpowiednich kapitałów) nie są danemi, lecz zależą od warunków ekonomicznych. Część kapitałów może być wytworzoną, posiada cenę i koszt produkcji. Teorja równowagi musi to uwzględnić.

Rozróżniamy, jak powyżej, kapitały naturalne, osobiste i ruchome, czyli wytworzone; kategorje te niezawsze są ściśle odgraniczone; nietrudno jest znaleźć kapitały, posiadające jednocześnie cechy dwóch kategorji; łatwo jest jednak wówczas zrobić odpowiednią poprawkę.

Ilości kapitałów naturalnych, któremi rozporządza pewna społeczność, muszą być uważane za stałe; mogą wprawdzie uledz zmianie w pewnych warunkach (np. być powiększonemi przez odkrycia), ale są to zjawiska dynamiczne, któremi się w tej chwili nie zajmujemy.

Ilości kapitałów osobistych zależą w pewnej mierze od warunków ekonomicznych. Równowaga pomiędzy wysiłkiem i wynagrodzeniem odegrywa niewątpliwie ważną rolę w podziale członków społeczeństwa pomiędzy rozmaite zawody (nazywamy rozmaitemi te zawody, gdzie przejście od jednego do drugiego jest trudnem, ponieważ praca, w jednym z nich przynajmniej, wymaga dłuższej i kosztownej nauki, lub specjalnych zdolności). Ale stosunki, zachodzące tutaj, są nam bardzo mało znane; przeważny wpływ czynników pozaekonomicznych zaciemnia i robi trudnem badanie przedmiotu. Przyjmiemy więc (a możemy to zrobić z małą względnie nieścisłością) ilości kapitałów osobistych za dane zagadnienia.

Kapitały „ruchome" mogą z natury rzeczy być wytwarzane dowolnie w określonych warunkach. Okoliczność ta zasadniczo odróżnia je od poprzednich i mogłaby usprawiedliwić wręcz odmienny sposób traktowania ich w naszej teorji. Mamy bowiem dwie drogi do wyboru; możemy:

1) Albo przyrównać kapitały ruchome do poprzednich kategorji; przypuszczając regularną ich amortyzację, rozważać je, jako zachowujące

po użyciu całą swą wartość, i brać pod uwagę w produkcji tylko ich usługi (1).

2) Albo też przyrównać te kapitały do materjałów i, biorąc pod uwagę różnicę wartości, spowodowaną przez czas produkcji, uważać, że proces wytwarzania pochłania cały kapitał.

Obie drogi są teoretycznie jednakowo dopuszczalne. Wybieramy pierwszą, bo narazie wydaje się ona nam wygodniejszą.

* * *

Ilości kapitałów ruchomych muszą odpowiadać pewnym warunkom, aby równowaga ekono-

---

(1) Można się zapytać w jaki sposób kapitał wytworzony może całkowicie zachować swą wartość, oddając jednocześnie usługę, która jest opłaconą. Jeżeli rozważamy całkowity cykl produkcji, taki kapitał okazuje się pochłoniętym przez produkt i nie widać pozornie racji, dlaczego wartość, którą przenosi na ten produkt, nie byłaby równa jego własnej wartości. Byłoby to słusznem, gdyby proces wytwarzania odbywał się w ciągu jednej chwili, albo też gdybyśmy jednakowo cenili dobra obecne i przyszłe. W rzeczywistości jednak taki cykl całkowity jest zawsze dosyć, a nawet i bardzo długim; ten sam przedmiot zaś ma zupełnie odmienną cenę zależnie od chwili w którym będzie do rozporządzenia. Równość pomiędzy wartością kapitału i jego produktu nie istnieje, a wraz z nią upada i powyższy zarzut. Jeżeli się nie bierze pod uwagę tych okoliczności, dochodzi się z konieczności do wniosku, że zysk kapitałów wytworzonych nie może istnieć w stanie równowagi statycznej (por. Schumpeter: *Das Wesen und die Hauptgesetze der Theoretischen Nationaloekonomie.* Lipsk 1908. Cz. III. Rozd. II.).

miczna mogła się utrzymać. Zmiany, które w nich zachodzą, są dwojakiego rodzaju: przedewszystkiem, ogólna ich ilość może być powiększona przez oszczędność, lub zmniejszona przez roztrwonienie (możemy połączyć w jeden trzy możliwe tutaj wypadki, rozważając oszczędność dodatnią, ujemną lub równą zeru); następnie, ilość kapitału każdego rodzaju może być zmienioną przez przekształcenie jednego kapitału w drugi; praktycznie przekształcenie to dokonywa się w ten sposób, że dany kapitał nie odtwarza się po użyciu, a odpowiednia część dochodu zostaje użytą na wytworzenie innego. Walras połączył obie te kwestje pod nazwą zagadnienia kapitalizacji i dał ostatniemu rozwiązanie matematyczne (1).

Ilości kapitałów, mające być wytworzonemi (w zasadzie mogą one być dodatnie lub ujemne), rozważa on, jako nowe niewiadome i szuka równań, potrzebnych do ich określenia. Oznaczmy te ilości przez D_k, D_t, D_q,....... W pewnej chwili istnieją kapitały ruchome K, T, Q,...... w liczbie n'; ilości każdego z nich są k, t, q,..... (ilości te muszą nam być dane; jeżeli rozważamy produkcję bez pomocy kapitału, są one równe zeru); ceny ich — P_k, P_t, P_q ,...... Jeżeli ceny *netto* (2) ich usług, nie są w pewnym stosunku do

(1) *Eléments* 1839 str. 251; 1900 str. 241.

(2) To znaczy to, co zostaje z ceny po odtrąceniu kosztów ubezpieczenia i amortyzacji kapitałów. Przypuszczamy istnienie tych cen netto, gdyż istnienie samych usług i odmienna ocena dóbr teraźniejszych i przyszłych *robią je moż-*

cen samych kapitałów, nastąpi przenoszenie kapitału z mniej do bardziej korzystnej lokaty. Może to mieć miejsce, nawet jeżeli całkowita ilość kapitału się nie zmienia, ale dla uproszczenia przypuścimy, że pewna ilość osób uważa za korzystniejsze oszczędzać część dochodu, niż spożywać go natychmiast, i że podział sumy zaoszczędzonej pomiędzy nowowytwarzające się kapitały wystarcza dla przystosowania ogólnych ilości do potrzeb. W takim razie otrzymamy rozwiązanie naszego zagadnienia, rozważając w jaki sposób dokonywa się podział tej sumy.

Nazwijmy i przeciętną stopę procentową, czyli stopę czystego zysku. Przypuszczamy narazie, że istnieje ona, nie badając jej pochodzenia. W chwili równowagi jednostka każdego kapitału musi dawać w stosunku do swej ceny jednakowy czysty dochód; stosunek tegoż do ceny samego kapitału jest właśnie stopą czystego zysku. Mamy więc dla każdego gatunku kapitału równanie formy

$$(35) \qquad P_k = \frac{p_k - \pi_k}{i}$$

gdzie π_k przedstawia koszta amortyzacji i ubezpieczenia.

---

liwemi (ale nie wyjaśniają, ani usprawiedliwiają — ta ostatnia kwestja nie należy zresztą do ekonomji politycznej, ale do etyki). Nie przesądzamy tutaj nic o wysokości tych cen netto, która, tak jak wysokość wszystkich cen wogóle, jest określoną przez całokształt warunków równowagi.

Kapitały, które mogą być wytworzone w określonych warunkach, podlegają w chwili równowagi i przy wolnem współzawodnictwie prawu równości kosztów produkcji i sumy otrzymanej ze sprzedaży. Mamy więc dla każdego z nich równanie formy (D):

$$(36) \qquad \Pi_k = P_k . D_k . \quad [1]$$

Wprowadziliśmy $2n'$ nowych niewiadomych (n' ilości i n' cen kapitałów); mamy też $2n'$ nowych równań; zawierają one jednak nową niewiadomą [2] — i; trzeba nam nowego równania, które otrzymamy, rozważając sumę zaoszczędzoną, jako funkcję wszystkich pierwiastków równowagi.

Dotychczas rozumowanie Walras'a jest bez zarzutu; niestety nie jest zupełnie tak ze sposobem, w który wyprowadza powyższą zależność

---

(1) Walras, który przyjmował, że współczynniki produkcji są stałe, daje tutaj równanie wyrażające równość ceny (jednostkowej) i kosztu produkcji jednostki:

$$k_t \, p_t + k_p \, p_p + \ldots\ldots = P_k$$

które z naszymi notowaniami byłoby:

$$a_k \, p_a + b_k \, p_b + \ldots\ldots = P_k .$$

(2) Mogłoby się zdawać, że mamy jeszcze nowe niewiadome, mianowicie koszta ubezpieczenia i amortyzacji; ale te ilości sprowadzają się w sposób określony do innych pierwiastków równowagi, które albo są wielkościami stałemi, albo, o ile są zmiennemi, wchodzą już do naszych formuł. Tak czy inaczej mamy więc zawsze ilość równań potrzebną dla ich określenia.

funkcjonalną. Ciekawem jest nawet, że w pierwszych wydaniach swych *Eléments* zadawalniał się on empirycznem jej skonstatowaniem, a dopiero w ostatniem próbuje wyprowadzić ją rozumowo. Przypuszcza on w tym celu, że jedynem źródłem oszczędzania jest specjalna potrzeba — posiadania w przyszłości dochodu bez pracy. Rozważa więc rodzaj idealnego towaru [1], polegającego na wieczystym dochodzie i mającego cenę $p_e = \frac{1}{i}$, gdzie i, jak uprzednio oznacza stopę czystego zysku.

Potrzeba posiadania dochodu podlega ogólnemu prawu zmniejszania się intensywności ze wzrostem ilości. *Rzadkość* jej (w znaczeniu Walras'a), czyli krańcowy stopień użyteczności, jest nam danym przez pochodną $\varphi_e(q_e)$. Każda osoba, w chwili równowagi, tak rozdziela swe środki na zaspokojenie rozmaitych potrzeb bieżących i potrzeby posiadania dochodu, że stosunek *rzadkości* towaru-dochodu do jego ceny równa się takiemuż stosunkowi każdego innego towaru.

---

[1] Zauważmy, że pojęcie towaru-dochodu (marchandise-revenu) zawiera *implicite* myśl o niejednakowej ocenie dóbr obecnych i przyszłych. Aby dochód wieczysty, t. j. suma nieskończenie wielka, ale płatna w coraz to odleglejszych chwilach, mogła mieć cenę, równać się więc sumie określonej i oczywiście znacznie mniejszej, ale płatnej w chwili obecnej, trzeba oczywiście, aby te same jednostki tych dwóch sum były niejednakowo oceniane.

Mamy więc:

$$(37) \qquad \varphi_e(q_e) \cdot \frac{1}{p_e} = \varphi_b(q_b) \cdot \frac{1}{p_b} = \ldots\ldots = \varphi_a(q_a)$$

Mamy następnie równanie bilansu, które napiszemy w nieco zmiennej formie. Nazwijmy $q_a, q_b, q_c, \ldots\ldots$ ilości dóbr, które dana jednostka sprzedaje; $q_x, q_y, \ldots\ldots$ ilości towarów, które kupuje; q_e — ilość wieczystego dochodu, prawo do którego pragnie nabyć. Wówczas:

$$(38) \qquad q_a + q_b p_b + q_c p_c + \ldots\ldots = \\ = q_x p_x + q_y p_y + \ldots\ldots + q_e p_e .$$

Równania (37) i (38) określają punkt równowagi indywidualnej. Jeżeli wyeliminujemy pomiędzy niemi wielkości $q_a, q_b, \ldots\ldots q_x \ldots\ldots$ otrzymamy ilość dochodu, którego pragnie jednostka w zależności od wszystkich cen:

$$q_e = f_e(p_b, p_c, \ldots\ldots p_x, p_y, \ldots\ldots p_e).$$

Suma zaoszczędzona przez jednostkę równa się sumie żądanego dochodu, pomnożonej przez jego cenę;

$$e = q_e p_e = \frac{q_e}{i}$$

Dodajac oszczędności indywidualne, otrzymamy sumę zaoszczędzoną przez społeczność:

$$(39) \quad E = Q_e p_e = F_e(p_b, p_c, \ldots\ldots p_x, p_y, \ldots\ldots i)$$

Z drugiej strony równa się ona sumie wartości nowowytworzonych kapitałów:

$$(40) \qquad E = D_k P_k + D_t P_t + D_q P_q + \ldots\ldots$$

Mamy więc dwa nowe równania dla określenia nowych niewiadomych i i E. Zagadnienie kapitalizacji jest więc rozwiązanem w sposób jednoznacznie określony.

Przytoczyliśmy rozumowanie Walras'a z lekkiemi tylko zmianami w notowaniach; nie podzielamy jednak całkowicie zapatrywań jego na tę kwestję. Pojęcia towaru-dochodu i potrzeby dochodu wydają się nam niewystarczającemi. Nie oszczędza się jedynie dla późniejszego dochodu, ale też i z innych względów, jak przyszłe spożycie (w stanie trwałej równowagi ta suma pokrywa się zresztą ze spożyciem z uprzednio zaoszczędzonych dóbr), a szczególniej dążenie do abstrakcyjnego bogactwa; to też równanie (37) nie charakteryzuje dostatecznie warunków indywidualnej równowagi.

Z drugiej strony, pojęcia użytecznyści i potrzeby nie powinny być używane, jeżeli stajemy na stanowisku teorji wyborów. Powinnibyśmy byli rozważać jedynie wskaźnik elementarny oszczędności. Może wskazanemby tu było zastosować formułę równoważności spożycia teraźniejszego i przyszłego w rodzaju tej, którą dał Jevons. Tak czy inaczej można będzie otrzymać równania, zastępujące (37) i pozwalające na określenie punktu równowagi oszczędności jednostki.

Walras rozważał równowagę indywidualną, tylko dla tego, aby wyprowadzić funkcję całkowitej podaży nowego kapitału. Ta ostatnia mogłaby być napisaną i empirycznie: nie zawiera ona śladów hypotezy zrobionej dla jej otrzymania.

W tych warunkach ogólne formuły Walras'a mogą być uważane za prawidłowe. Ale, aby być zupełnie zadawalniającem, rozwiązanie ogólne musiałoby być takiem, aby, wychodząc zeń, można było dotrzeć aż do wielkości indywidualnych.

* * *

Istnieje pewna różnica pomiędzy tem rozwiązaniem, a temi, które znaleźliśmy rozważając równowagę wymiany prostej lub produkcji. Te ostatnie stosowały się zarówno do wypadku poszczególnego, jak i do zjawisk powtarzających się perjodycznie. Umawiając się, że ilości dóbr, o których mowa, są odniesione do określonego okresu, mogliśmy przypuścić, że po końcu tego okresu wszyscy znajdą się w tych samych warunkach, co w jego początku, że więc warunki produkcji i wymiany pozostaną identycznie temi samemi. Ilościom wytworzonym lub wymienionym odpowiadały ilości spożyte. Tutaj rzecz się ma inaczej: jeżeli kapitały zostały zmienione (powiększone) w ciągu jednego okresu, następny nie może się już zacząć w poprzednio istniejących warunkach. A więc jedno z dwojga: albo formuły nasze stosują się tylko do pojedyńczego wypadku, albo, próbując je uogólnić, wychodzimy poza granice zagadnienia równowagi statycznej.

Pierwsza hypoteza jest prostą: rozważamy określony okres czasu; przypuszczamy, że każda jednostka dąży do zrównoważenia ilości spożytych i zaoszczędzonych w ciągu danego okresu, i szukamy ilości dóbr wytworzonych, wymienionych, spożytych i przetworzonych w kapitały, cen i t. d. które będą odpowiadały pozycji równowagi *podczas rozważanego okresu;* przypuszczamy, że nowe kapitały nie są używane przed jego końcem. Ale oczywistem jest, że równowaga taka nie może być trwałą; nie utrzyma się już w ciągu następnego okresu, który się zaczyna w warunkach zmienionych przez wejście w grę nowych kapitałów.

Jeżeli zaś rozważamy całokształt zjawiska, to mamy szereg kolejnych stanów równowagi, odpowiadających okresom czasu, potrzebnym dla wprowadzenia w użycie nowo wytworzonych kapitałów. Teoretycznie, okresy te, zarówno jak i odpowiadające im wytworzone, spożyte, zaoszczędzone i t. d. ilości dóbr możemy rozważać jako nieskończenie małe. Nie mamy więc już właściwie równowagi: system ekonomiczny rozwija się wskutek działania swych własnych pierwiastków.

Zagadnienie nasze może jednak być badanem za pomocą matematyki. W każdym, nieskończenie małym okresie czasu, który nazwiemy dt, równowaga ekonomiczna ma miejsce; równania, charakteryzujące ją zachowują swą wartość; należy tylko odpowiednio je zmienić, zastępując, gdzie trzeba, ilości skończone przez wielkości nieskończenie małe, odpowiadające nieskończenie małym przyrostom czasu dt. W ten sposób otrzymamy system równań różniczkowych, w liczbie równej ilości niewiadomych, które, o ile są całkowalne, dadzą nam rozwiązanie zagadnienia dynamicznego. W każdym razie daje nam ten system ogólną formę tego rozwiązania [1].

Czy rozwój ów musi nas doprowadzić do stanu zupełnej równowagi? Aby miała miejsce trzeba, abyśmy otrzymali:

$$(41)\quad E = F_e\,(p_b\,,\,p_c\,,\,\ldots\ldots\,p_x\,,\,p_y\ldots\,i) = O$$

Raz wypełnione, równanie byłoby niem ciągle, ale nie mamy racji przypuszczać, że przedstawia ono obraz tendencji ekonomicznych. W ogólnym wypadku nie dochodzi się więc do ostatecznej równowagi kapitalizacji.

Nie przesadzimy, zdaje się, mówiąc, że tylko matematyczna teorja równowagi może należycie oświetlić godne uwagi zjawisko samodzielnego rozwoju systemu ekonomicznego, którego zasadnicze pierwiastki pozostają bez zmiany. Zapewne, wielu ekonomistów zwróciło nań uwagę wcześniej od matematyków, ale zdaje się nam, że pierwsi nie wyjaśnili dokładnie nie tylko granic, ale nawet i właściwego charakteru zjawiska; mieszano go mianowicie z temi, gdzie rozwój odbywa się, poczęści przynajmniej, pod wpływem czynników pozaekonomicznych. W rzeczywistem życiu rozmaite te tendencje krzyżują się i zlewają, ale teorja musi starannie je rozróżniać; jedne bowiem są, w pewnych granicach, koniecznemi, inne zaś — przypadkowemi.

---

(1) Jedyną próbę badania tych kwestji jest artykuł prof. Pareto „Le equazioni del equilibrio dinamico" we wrześniowym numerze „*Giornale degli Economisti*" za 1901 rok (str. 283 i nast.).

Dodajmy, że w praktyce wejście w grę poważniejszych ilości nowych kapitałów wymaga dosyć długiego czasu. Teorja może więc rozważać stan równowagi w ciągu okresów średniej długości, gdyż błąd, w ten sposób wprowadzony, jest bardzo małym.

* * *

Równanie (41) zasługuje na uwagę; oczywistem jest, że, jeżeli teorja jest słuszną dla jakiejbądź wielkości E, jest nią również, gdy $E = O$. Wynagrodzenie kapitału i stopa procentowa istnieją więc w wypadku zupełnej równowagi tak samo, jak i w innych. Walras rozważał rozwijające się społeczeństwo dla uproszczenia rozumowania i aby być bliższym rzeczywistych warunków, nie zaś dla tego, żeby myślał, że ten wypadek różni się zasadniczo od tego, o którym obecnie mówimy. W tym ostatnim mamy również równania (36), tylko wielkości D_k, D_p, ... muszą być uważane za przyrosty *możliwe*, nie zaś rzeczywiście zachodzące. Ta uwaga nie stosowałaby się do wypadku, w którym ilość każdego kapitału musi dla jakiejbądź przyczyny być uważana za stałą: tutaj nie mamy równań (36) ani (40); w tych warunkach, niezależnie od tego czy istniałyby, czy nie, nowe oszczędności, zadane pozostaje nieokreślonem; moglibyśmy np. naznaczyć dowolnie stopę procentową; ceny usług byłyby określonemi tak, jak to wyłożyliśmy w 3-cim paragrafie tego rozdziału, a ceny kapitałów wynikałyby z nich na mocy równań (35).

Za pomocą podobnej właśnie operacji określają się obecnie ceny kapitałów naturalnych i wogóle tych, których produkcja nie podlega wolnemu współzawodnictwu. Ceny ich usług i stopa procentowa określają się przez całokształt warunków równowagi; równania zaś (35) dają nam ceny samych kapitałów. Kwestje te mają ważne znaczenie przy badaniu wzrostu (ewentualnie zniżki) wartości, którym podlegają niektóre kapitały.

6. Uwzględnienie pominiętych warunków. Teorja pieniądza.

Zaczynając studjum nad równowagą ogólną, pominęliśmy liczne ograniczenia, którym działalność ekonomiczna podlega. Wskażemy obecnie jak niektóre z nich mogą być wzięte pod uwagę.

Koszta przewozu i wogóle wszystkie wydatki potrzebne na zbliżenie towaru i spożywcy muszą być uważane za część kosztów produkcji; wysokość ich określa się w ten sam sposób, co wysokość wszystkich cen. Inaczej ma się rzecz z podatkami, które mogą być ustalone dowolnie.

Sposób wprowadzenia nowego pierwiastku do naszych formuł będzie zależał od tego, do jakiego typu należy badany podatek. Przypuśćmy, że jest on proporcjonalnym do ceny produktu, który się sprzedaje; w takim razie musimy odróżniać dwie ceny: płaconą przez spożywcę i otrzymaną przez sprzedającego; w ten sposób otrzymujemy pewną ilość niewiadomych, ale mamy tyleż równań formy

$$p'_a = p_a + \frac{p_a}{k}$$

gdzie k jest współczynnikiem proporcjonalności, ustanowionym przez władzę prawodawczą. Jeżeli podatek jest stałym dla każdej jednostki towaru (lub wogóle dla każdego aktu podlegającego podatkowi), cena dla spożywcy wyrazi się przez

$$p'_a = p_a + l.$$

Jeżeli mamy do czynienia z podatkiem od częstego dochodu, wygodniej nam będzie zmienić równania (B), pisząc, że wydatki każdej jednostki równają się jej dochodom za potrąceniem pewnej ich części. Szczegóły prawodawstwa podatkowego wprowadzają naturalnie pewne komplikacje do powyższych formuł, nie będziemy się jednak nad niemi zastanawiali, gdyż są naogół łatwe do uwzględnienia.

Dochód, który skarb ciągnie z podatków, wydawanym jest na opłacenie rozmaitych towarów i usług. Podział tego dochodu pomiędzy użytki może być dokonanym na zasadzie pewnych prawideł, które nam dadzą równania, odpowiadające grupie (A), albo też wszystkie oddzielne pozycje mogą być dowolnie ustalone przez władzę prawodawczą. Tak czy inaczej mamy zawsze ilość równań, potrzebną dla określenia ewentualnych niewiadomych.

* * *

System (Ω), dopełniony przez formuły, które przed chwilą omawialiśmy mógłby nam służyć dla badania incydencji podatków. Przedmiot ten zawsze pociągał matematyków; nikt go zresztą dotychczas nie traktował z punktu widzenia ogólnej teorji równowagi ekonomicznej; to też otrzymane rezultaty, często wartościowe, były zawsze tylko fragmentami całości. Z drugiej strony, całkowity system (Ω) jest zbyt skomplikowanym, aby mógł służyć do natychmiastowych dedukcji. Trzebaby było znaleźć metodę uproszczenia go, nie naruszając jednak zasadniczych stosunków, które zawiera. W każdym razie, tylko opierając się na nim, możemy mieć nadzieję otrzymania całkowitej i dokładnej teorji incydencji podatków.

* * *

Możemy również pominąć przypuszczenie, że społeczność rozważana jest w sobie zamkniętą, i badać kilka grup, wymieniających pomiędzy sobą pewną ilość przedmiotów lub usług; w ten sposób mianowicie stawiamy zagadnienie handlu międzynarodowego. Kwestje te badał Pareto w artykule „*Teoria matematica dei cambi forestieri*“ (1) i w swym „*Cours d'économie politique*“ (str. 180—182).

---

(1) *Giornale degli economisti*, luty 1894.

Moglibyśmy również wprowadzić i wiele innych, na razie pominiętych, pierwiastków życia gospodarczego, należących do mniej lub więcej poszczególnych tego życia wypadków. Jedna z owych możliwych poprawek ma szczególnie ważne znaczenie: jest to wzięcie pod uwagę zjawiska monety, to jest pieniądza, rozważanego jako środek obiegu, (nie zaś tylko jako wspólna miara wartości, za jaki go dotychczas uważaliśmy).

Abstrakcyjna teorja równowagi ekonomicznej może ostatecznie obejść się bez pojęcia środka obiegu monetarnego (1); niezmiernie jest jednak trudnem wyobrazić sobie choć trochę rozwinięte społeczeństwo, w którem równowaga mogłaby być osiągniętą bez pomocy jakiejkolwiek monety. Jej to istnienie umożliwia ustalanie się poziomu użyteczności krańcowych; ona nam pozwala rozważać teoretycznie, jako jednocześnie zachodzące, wszystkie akty kupna i sprzedaży; pod formą monety istnieją kapitały—zapasy i t. d., i t. d. Teorja musi więc wziąć pod uwagę dodatkowe warunki, którym ze względu na istnienie takiego przedmiotu może podlegać równowaga ekonomiczna.

Kwestje monetarne wcześniej od innych próbowano badać matematycznie (dzieło Ceva!) i trudnoby też było wymienić bardziej znanego ekonomisty-matematyka, któryby się niemi wcale

---

(1) Schumpeter myśli, przeciwnie, że konieczność środka obiegu wynika bezpośrednio z rozważania równowagi (Porównaj wyżej, str. 122, dopisek).

nie zajmował. Ze swemi cyframi i ścisłemi stosunkami ilościowemi wydają się one najodpowiedniejszem polem do zastosowania matematyki. Nie można jednak powiedzieć, aby rzeczywistość odpowiadała nadziejom, które możnaby pokładać na matematycznej teorji kwestji monetarnych ([1]).

Znajdujemy najdoskonalszy dotychczas wyraz takiej teorji w dziełach Leona Walras'a ([2]). Podajemy ją w streszczeniu, upraszczając notowania.

Rolę środka obiegu monetarnego nie koniecznie musi odegrywać ten sam towar, który służy za miarę wartości. Przypuśćmy z początku, dla uproszczenia rozumowania, że, jak się to mniej więcej dzieje w krajach o przymusowym

---

([1]) Dla uniknięcia nieporozumień dodamy tutaj co następuje: 1) nie mówimy tutaj o dziełach czysto statystycznych, dla których matematyka może być niezbędną; 2) jest wysoce prawdopodobnem, że znajomość matematyki może oddać znakomite usługi osobom mającym do rozwiązania w praktyce kwestje monetarne; rzeczywiście, jakiego rodzaju by nie były te kwestje, wymagają one zawsze operowania licznemi i skomplikowanemi danemi ilościowemi, co, przy równem uzdolnieniu, jest zawsze łatwiejszem dla matematyka niż dla niematematyka. Ale to są poszczególne wypadki, któremi nie możemy się zajmować tutaj: obchodziłyby one naukę tylko wówczas, gdyby można było dać ogólną ich teorję, a to niestety niema miejsca.

([2]) *Théorie de la Monnaie*, Lozanna, 1886; *Eléments d'economie politique pure*, 4-te wydanie, 1900; str. 297; nast.; tudzież liczne broszury i artykuły.

obiegu papierowego pieniądza, rolę monety odegrywa przedmiot, nie mający żadnej użyteczności własnej, podczas, gdy pieniądzem, w znaczeniu miernika wartości, jest jakiś jeden z użytecznych towarów. Ostatni oznaczymy, jak poprzednio, literą A; mówiąc w dalszym ciągu o cenach, będziemy rozumieli, że są wyrażone w tym właśnie towarze. W rzeczywistości, ceny są zwykle wyrażone w monecie obiegowej, ale to w niczem nie zmienia naszego rozumowania.

Wprowadziliśmy nowy pierwiastek do naszego systemu; chodzi teraz o określenie ceny monety obiegowej. Trudność wynika stąd, że, ponieważ moneta ta nie ma żadnej użyteczności, brak nam pozornie odpowiednich równań (A). Tu właśnie wchodzi w grę rozumowanie, będące kamieniem węgielnym teorji Walras'a. Nie zachowuje się pewnej ilości monety dla przyjemności jej zachowania, ale tylko mając na względzie otrzymanie za jej pomocą pewnej ilości towarów, inaczej mówiąc ze względu na „usługę zaopatrzenia" [1] (service d'aprovisionnement), którą ta moneta oddaje. Moneta jest więc w tem samem położeniu, co i te rodzaje kapitału, które same przez się są nieużyteczne, ale oddają użyteczne usługi; różnica polega na

---

(1) Przepraszamy czytelnika za ten, nieco barbarzyński, neologizm; nie mogliśmy jednak znaleźć słowa polskiego, lepiej tłómaczącego termin Walras'a, a pierwszym obowiązkiem krytyka jest naturalnie możliwe najdokładniejsze oddanie terminologji rozważanego autora.

tem, że wielkość „usługi zaopatrzenia“ nie zależy, przynajmniej bezpośrednio, od ilości monety, którą się jej poświęca, ale od sumy cen dóbr, na kupno których ma ona starczyć. Co zaś do ceny (odniesionej do jednostki wartości, a wyrażonej, jak i inne, w towarze, służącym za miernik wartości) samej tej usługi w ciągu normalnie rozważanego okresu czasu, to jest ona oczywiście równą stopie procentowej. Teraz łatwo nam skonstatować, że będziemy mieli dla określenia ilości „usługi zaopatrzenia“, żądanych w chwili równowagi, te równania (A), których nam pozornie brakowało.

Nazwijmy H_a sumę cen „usług zaopatrzenia“, żądanych w chwili równowagi; ogólna ilość przedmiotu, służącego za monetę obiegową (ilość ta musi nam być daną), jest Q_u. Cena usługi monety daną jest nam natychmiast przez równanie:

$$Q_u p_u' = H_a \tag{42}$$

Cena zaś samej monety:

$$p_u = \frac{p_u'}{i}$$

gdzie i jest stopą procentową.

Moglibyśmy również rozwiązać zagadnienie rozważając odrazu żądaną ilość zapasu monety (l'encaisse désirée); lepiej jest jednak wprowadzić do naszych formuł cenę wynajmu kapitału monetarnego.

Teoretycznie, suma H_a, będąc funkcją wszystkich pierwiastków równowagi, zależy też i od p_u'.

Walras przypuszcza jednak, że zależność ta jest tak małą, że „mało brakuje do tego, aby równanie obiegu monetarnego, w wypadku monety, nie będącej towarem, nie wchodziło wcale do systemu równań równowagi“. Wówczas wielkość H_a jest daną nam przez ten system, a p'_y i p_y zależą tylko od Q_u. Wynika stąd, że cena monety jest odwrotnie proporcjonalną do jej ilości. Wniosek ten, bardzo stanowczo sformułowany w pierwszych wydaniach „*Eléments*“ Walras'a, został nieco złagodzonym w ostatniem. Przedstawia on, jak wiadomo, zasadnicze twierdzenie ilościowej teorji pieniądza.

Jeżeli rolę monety odegrywa nie przedmiot nieużyteczny, a jeden z towarów, np. ten, który służy za miernik wartości, nie ma właściwie wielkich zmian do wprowadzenia do powyższych rozumowań. Możemy rozważać część pozostałą, jako towar, i część użytą do użytku monetarnego, jako dwa odrębne przedmioty, i powtórzyć nasze rozumowanie. Mamy coprawda dwie nowe niewiadome, mianowicie ilości przedmiotu w obu użytkach, ale mamy też dwa nowe równania:

$$(43)\qquad \begin{gathered} Q' + Q'' = O \\ p_m = p_a \end{gathered}$$

Pierwsze [2] powiada nam, że suma ilości w obu użytkach równa się całkowitej ilości, istniejącej

---

[1] *Eléments*, 1900 str. 311.

[2] W naszym systemie, zamiast pisać to równanie, należy zmienić odpowiednie równanie (C), gdyż mamy tylko jedną nową niewiadomą — mianowicie A''.

na rynku; drugie konstatuje konieczną równość ceny przedmiotu w obu zastosowaniach. System pozostaje określonym: jest to ten, który (o ile mamy monetę metalową) znany jest pod nazwą monometalizmu.

Jeżeli Q', t. j. ilość przedmiotu, używana jako towar, jest bardzo małą w porównaniu z Q'', prawidło, że wartość pieniądza jest odwrotnie proporcjonalną do jego ilości, stosowałoby się i w tym wypadku. Walras przyjmuje to w swoich badaniach, ale przypuszczenie takie bardzo odbiega, naszem zdaniem, od rzeczywistości.

Możemy mieć dwa towary, używane jako monety obiegowe. Można dowieść, że w takim razie brak nam równania dla otrzymania określonego rezultatu: mamy 6 nowych niewiadomych, a tylko 5 równań. (1). Można więc naznaczyć dowolnie jakiś nowy stosunek pomiędzy rozważanemi wielkościami (2). W praktyce robi się

(1) Mianowicie: po dwa równania (43) dla każdego z obu przedmiotów i równanie formy (42), które obecnie przedstawi się w zmienionej formie:

$$(44) \qquad Q''_a p'_a + Q''_b p'_b = H_a$$

(2) Może się wydać, że temu wnioskowi Walras'a przeczy istnienie krajów, gdzie kursują równolegle dwie monety, pomiędzy któremi niema żadnego prawnie ustalonego stosunku. Wypadek ten, dawniej częstszy, spotyka się jeszcze w Indo-Chinach, gdzie obok monet, bitych przez władze francuskie, kursują jeszcze stare „sapeki" (*Arnauné: La monnaie, le crédit et le change*, 1905, str. 327 i nast.). Nie możemy badać

to zwykle przez określenie stosunku wartości obu rodzajów monet; mamy więc typ systemu monetarnego, do którego należy bimetalizm *legalny*. System równań obiegu monetarnego pozwala nam określić granice, w których bimetalizm istnieje rzeczywiście, a poza któremi przechodzi faktycznie w monometalizm.

Matematyczna teorja zjawisk monetarnych daje nam pewne wskazówki, co do wartości ilościowej teorji pieniądza, tudzież co do kwestji bimetalizmu; naszem zdaniem jednak, możnaby było otrzymać to samo, nie uciekając się prawie do rozumowania matematycznego.

Rola, którą odegrywa pieniądz w życiu gospodarczem, ma głównie charakter dynamiczny. Jego istnienie, forma którą przybiera, a szczególnie zmiany w jego ilości, wywierają ogromny wpływ na formę funkcji — wskaźników i na podział bogactwa pomiędzy rozmaite klasy społeczeństwa. Z tego wynikają bardzo ważne zjawiska ekonomiczne, których badanie nie należy do

---

tutaj trudnej kwestji równoległej waluty. Zapewne należy przyjąć, że w takich wypadkach istnieje nie jeden całkowity „pożądany zapas monety", jakby to wynikało z równania (44), ale oddzielne dla każdego rodzaju pieniędzy, odpowiednio do wypłat, które się w każdym z nich uskuteczniają. Wielkości tych zapasów musiałyby pozatem zapewne być rozważane, jako funkcje także i cen każdej z monet.

W tych warunkach mamy dosyć pierwiastków dla określenia rezultatu. Stosunek pomiędzy wartościami monet nie mógłby więc być ustalonym dowolnie.

teorji równowagi. Zjawiska zaś gospodarcze dynamiczne nie mogły być dotychczas użytecznie badanemi za pomocą matematyki. Te względy tłómaczą nam po części małe powodzenie tej metody w badaniu kwestji monetarnych.

* * *

Wiele dyskutowano nad kwestją, jak mierzyć i porównywać ze sobą wartość pieniądza w rozmaitych czasach. Kwestja ta ma dokładnie określone znaczenie dla tych, którzy uważają wartość za jedną z własności przedmiotu; jest ona mniej jasną, jeśli się ją uważa li tylko za stosunek wymienny: wartość jednego przedmiotu może zmieniać się w stosunku do innego, czy też do wszystkich innych przedmiotów, ale nie bezwzględnie.

Przyjmijmy więc, że wyrażenia: wzrost, zmniejszenie wartości pieniądza są tylko skrótami i postarajmy się określić, o ile możności dokładnie, ich znaczenie.

Jeżeli przypuścimy, że nasze funkcje-wskaźniki są wskaźnikami użyteczności, pochodne ich będą krańcowemi stopniami użyteczności. Ceny, wyrażone w pieniądzu, dają nam stosunki pomiędzy krańcowemi stopniami użyteczności towarów i pieniądza w chwili równowagi. Przeciętna, wyprowadzona z cen, równa się przeciętnej rzeczonych stosunków. Moglibyśmy powiedzieć, że wartość pieniądza powiększa się lub zmniejsza, zależnie od tego czy przeciętna cen spada lub wzrasta; wyrażenie to atoli nie byłoby zupełnie ścisłem, gdyż nie określiliśmy o jaką przeciętną nam chodzi. Ta pozorna trudność redakcji pokrywa głębszą trudność wypływającą z natury rzeczy.

W rzeczy samej, przeciętna stosunków krańcowych stopni użyteczności towarów do krańcowego stopnia użyteczności pieniądza nie obchodzi nas sama przez się, ale tylko o tyle, o ile daje nam pojęcie o sumie dobrobytu, który nam pewną ilość pieniędzy może dostarczyć. Sumy zaś dobrobytu niepodobna zmierzyć, wobec czego nigdy nie będziemy mogli twierdzić żeśmy zupełnie trafnie wybrali sposób wyprowadzania przeciętnej. Teoretycznie moglibyśmy jednak, przynajmniej robiąc pewne hypotezy, zbliżyć się do tego ideału. Jak widzimy, badaczowi pozostaje tu dosyć znaczna swoboda ruchów, nic też dziwnego, że uczeni wyczerpali w poszukiwaniu owej idealnej przeciętnej prawie wszystkie możliwe kombinacje. Próbowano kolejno przeciętnej arytmetycznej cen, prostych, lub mnożonych na mniej lub więcej dowolne współczynniki, przeciętnej geometrycznej, harmonicznej (1). Ponieważ chodzi tu o przeciętne, to jest o wyrażenia matematyczne, wydaje się naturalnem, że konsekwencje logiczne każdej z powyżej wymie-

(1) To jest, jeśli mamy n cen,

$$m = \frac{n}{\frac{1}{p_b} + \frac{1}{p_c} + \dots \frac{1}{p_x}}$$

nionych form najlepiej będą określone za pomocą rachunku; w ten sposób otrzymalibyśmy może dla wybrania sposobu obliczania przeciętnej bardziej przekonywające racje, niż te, które były dotychczas przytaczane. O ile nam jednak wiadomo, badania w tym kierunku nie dały dotychczas zadawalniającego rezultatu.