PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY

ORGAN STOWARZYSZENIA ELEKTROTECHNIKÓW POLSKICH.

WYCHODZI 1-go i 15-go KAŻDEGO MIESIĄCA.

PRZEDPŁATA:

za kwartał I-szy . . . . . Mk. 6000,—

Cena zeszytu pojedyńczego Mk. 1000.—

Sprzedaż numerów pojedyńczych we wszystkich większych księgarniach.

Biuro Redakcji i Administracji: Warszawa, Czackiego № 5 m. 24, I piętro (Gmach Stowarzyszenia Techników), telefon № 90-23.

Administracja otwarta codziennie od godziny 12 do 4 pp. i od 5 do 6½ wieczorem.

- Redaktor przyjmuje we wtorki od godziny 7-ej do 8-ej wieczorem. -

Konto № 363 Pocztowej Kasy Oszczędności.

Rok V. Warszawa, dnia 1 Stycznia 1923 r. Zeszyt 1.

TREŚĆ: Sposób wykreślny rozwiązywania równań, przedstawiających stan sieci elektrycznych, prof. St. Odrowąż-Wysocki. — Sprawozdanie z wystawy polskiego przemysłu elektrotechnicznego. — Normy i przepisy bezpieczeństwa. — Z gospodarki elektrycznej. — Wiadomości techniczne. — Różne. — Kącik językowy. — Stowarzyszenia i organizacje. — Posiedzenia. — Nowe wydawnictwa. — Przemysł i handel. — Pytania i odpowiedzi.

Przegląd Radjotechniczny: Stała stacja radjotelegraficzna w Grudziądzu „RDG", inż. J. Plebański. — Wiadomości techniczne.—Informacje.—Przegl. literatury.—Stow. i organizacje.—Odpowiedzi Redakcji.

Sposób wykreślny rozwiązywania równań, przedstawiających stan sieci elektrycznych.

Podał prof. **St. Odrowąż Wysocki.**

I.

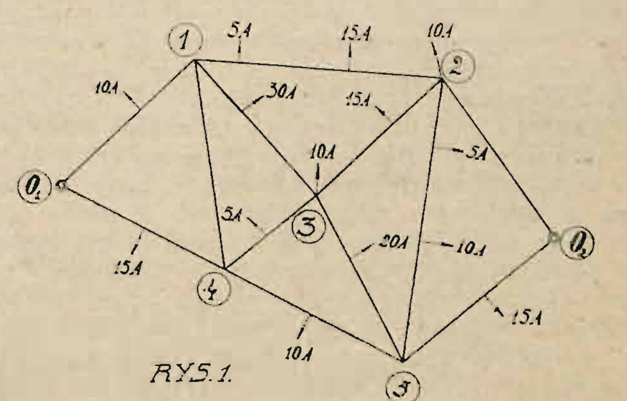
Przed trzydziestu laty zadanie obliczania rozpływu prądu w sieci elektrycznej uważano za zbyt złożone, za nienadające się do rozwiązania rachunkowego. Aby zdać sobie sprawę z wielkości prądów, jakie będą płynąć w poszczególnych odcinkach projektowanej lub budowanej sieci, wykonywano maleńki model tej sieci, obciążano go elektrycznie w pewnej skali i mierzono prądy, płynące w różnych odcinkach modelu. W roku 1892 opatentowano nawet przyrząd uniwersalny, który mógł służyć za model dla każdej dowolnej sieci elektrycznej.

Dopiero w ostatnich latach wieku zeszłego sieci elektryczne ujęto w karby rachunkowe. Rozwiązano zadanie dzięki pewnej operacji myślowej, a mianowicie przez rozszczepienie prądów rzeczywistych na dwa rodzaje prądów umyślonych: 1) tak zwanych prądów składowych i 2) prądów wyrównawczych.

Rys. 1 daje nam przykład najprostszej sieci elektrycznej. Prąd dopływa zzewnątrz przez dwa punkty zasilające O_1 i O_2, a odpływa w czternastu punktach odbiorczych: *a*, *b*, *c*, *2*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* *i*, *3*, *k*, *l*, *m*. Punkty zasilające mają napięcie jednakowe. Zadanie polega na obliczeniu wszystkich prądów, płynących po bokach sieci, czyli na ustaleniu rozpływu prądu.

W tym celu przypuszczamy najpierw, że prąd dopływa zzewnątrz nie tylko przez punkty zasilające, lecz również przez wszystkie punkty węzłowe: *1*, *2*, *3*, *4* i *5*. Przyjmujemy, że punkty zasilające i węzłowe mają napięcia jednakowe i ustalamy odpowiedni rozpływ prądu. Rozpatrujemy każdy bok sieci z osobna i obliczamy prądy dopływające z krańców tego boku, czyli z punktów węzłowych. Prądy te obliczamy tak, jak w mechanice oblicza się siły odporowe w belkach, podpartych na obu krańcach. Prądy odbierane odpowiadają ciężarom, prądy dopływowe — odporom, a iloczyny prądów przez opory przewodów — momentom sił. W ten sposób z łatwością ustalimy rozpływ prądów umyślonych, zwanych składowemi.

W rzeczywistości jednak prąd dopływa tylko przez punkty zasilające. Prądy zaś składowe, które



RYS. 1.

jakoby wypływały z punktów węzłowych, są fikcją. Ponieważ do punktów węzłowych nie dopływa zzewnątrz sieci żaden prąd, przeto trzeba doprowadzić do nich ten sam prąd inną drogą, mianowicie z punktów zasilających po sieci. Będą to prądy również umyślone, zwane wyrównawczemi. Obliczenie rozpływu prądów wyrównawczych w porównaniu z prądami rzeczywistemi jest o tyle tylko łatwiejsze, że obciążenie sieci jest teraz skupione wyłącznie tylko w punktach węzłowych. Żebyśmy znali napięcia punktów węzłowych ustalenie prądów wyrównawczych byłoby łatwe. Prąd ten bowiem w każdym boku sieci równa się, na wzór prawa Ohma, różnicy napięć, panujących na krańcach boku, podzielonej przez opór elektryczny boku. Ale napięcia poza punktami zasilającemi nie są nam jeszcze znane. Dwa są sposoby obliczania rozpływu prądów wyrównawczych, i o tych sposobach pomówimy niżej. Zaznaczymy tylko, że prądy rzeczywiste w każdym odcinku sieci równają się sumie algebraicznej prądu składowego z wyrównawczym.

Pierwszy sposób rozwiązywania sieci nosi nazwę metody Fricka. Jest to sposób obliczania prądów wyrównawczych przez stopniowe upraszczanie sieci. Ponieważ punkty zasilające mają potencjał jednakowy, przeto rozpływ prądu nie ulegnie zmianie, gdy sieć rozetniemy w tych punktach. Przypuśćmy, że boki, zbiegające się w punkcie zasilającym, są oddzielone od siebie i każdy z nich ma swój własny umyślony punkt zasilający. Po takiej operacji sieć przekształca się zwykle w drzewo rozgałęzione. Obciążone są tylko punkty węzłowe. Zaczynamy upraszczać kształt tego drzewa, przenosząc obciążenie i znosząc stopniowo jeden punkt węzłowy za drugim. Odbywa się zwijanie sieci. W końcu otrzymujemy jeden nierozgałęziony tor elektryczny, zasilany na obu krańcach. Obliczamy prądy dopływające z obu stron i przystępujemy do czynności odwrotnej, mianowicie do rozwijania sieci. Wreszcie doprowadzamy sieć do stanu pierwotnego. W ten sposób ustalamy prądy wyrównawcze, a dodając prądy składowe, znajdujemy rozpływ prądów rzeczywistych.

Metoda Fricka nadaje się do sieci, które po rozcięciu przekształcają się w drzewo rozgałęzione. Gdy zaś pozostanie jaki wielobok zamknięty, metody tej zastosować nie można. Kenelly rozszerzył pole zastosowania metody Fricka przez transfigurację, czyli przekształcanie trójkąta w gwiazdę. Ale już przy czworokącie natrafiamy na przeszkodę nie do przezwyciężenia.

Inna metoda, mianowicie Coltri'ego, nadaje się do wszelkich sieci bez wyjątku i polega na zastosowaniu równań. Jako niewiadome występują różnice napięć poszczególnych punktów węzłowych względem stałego napięcia punktów zasilających. Liczba niewiadomych jest liczbą punktów węzłowych. Dla każdego punktu węzłowego można na podstawie 1-go prawa Kirchhoffa ułożyć równanie, które będzie opiewało, że suma prądów, zbiegających się w danym punkcie węzłowym, równa się zeru. Zadanie redukuje się do rozwiązania n równań 1-go stopnia z n niewiadomemi. Niestety liczba równań bywa nieraz bardzo wielka. Powszechnie znane sposoby rozwiązywania równań dają pole do pomyłek (zwykle pomyłki w znaku) i mają jeszcze tę złą stronę, że w nich pomyłki uwidoczniają się dopiero po ukończeniu całego rachunku. To też do sieci elektrycznych używa się zwykle innej metody, w której błędy rachunkowe eliminują się same przez się przy dalszem obliczaniu. Mamy na myśli metodę Seidla, której autorem w rzeczywistości jest Gauss. Wg. tej metody przyjmujemy dla wielkości niewiadomych liczby dowolne i wstawiamy je do równań. Gdyby liczby przyjęte przez nas były trafne, otrzymalibyśmy po drugiej stronie równań zera. Zwykle jednak przyjęte przez nas liczby nie zadawalają równań i, zamiast zer, otrzymujemy pewne liczby, które zwiemy chybami. Teraz zwracamy się do jednego z równań i obliczamy dla jednej z niewiadomych taką poprawkę, aby chyb w tem równaniu spadł do zera. Wskutek tej poprawki zmieniają się chyby w innych równaniach. Następnie zwracamy się do innego równania i prowadzimy takie samo obliczenie. Czynność tę powtarzamy dotąd, dopóki wszystkie chyby i poprawki nie zmaleją do żądanej granicy.

Przy sieciach elektrycznych niewiadomemi są różnice napięć, czyli tak zwane spadki napięcia. Spadki te muszą być utrzymane w pewnych granicach i zwykle nie przekraczają 5% napięcia roboczego. Przystępując do rozwiązania równań, elektryk, projektujący sieć, może do pewnego stopnia przewidzieć wielkość niewiadomych. Przy trafnem wyznaczeniu niewiadomych już pierwsze chyby bywają dość nieznaczne. Pomimo to jednak rozwiązywanie równań tą metodą trwa bardzo długo, jest pracą zmudną, męczącą. Czyniono różne próby skrócenia tej pracy. Jeszcze przed wojną inżynier monachijski Nowak zbudował maszynę do rozwiązywania równań. Maszyna ta była jakby modelem sieci z kółkami zębatemi i licznikami w punktach węzłowych. O ile nam wiadomo, poza wynalazcą nikt z maszyny tej nie korzystał. Natomiast doskonałe wyniki osiągnęła metoda wykreślna rozwiązywania równań, wprowadzona przez Schwaigera, a w roku 1921 uogólniona przez Thomälena dla wszelkich sieci bez wyjątku.

II.

Równania dla sieci o trzech punktach węzłowych w ogólnej formie są następujące:

$$a_{11}\, x_1 - a_{12}\, x_2 - a_{13}\, x_3 - a_{10} \cdot 0 - A_1 = 0 \quad (1)$$
$$-a_{21}\, x_1 + a_{22}\, x_2 - a_{23}\, x_3 - a_{20} \cdot 0 - A_2 = 0 \quad (2)$$
$$-a_{31}\, x_1 - a_{32}\, x_2 + a_{33}\, x_3 - a_{30} \cdot 0 - A_3 = 0 \quad (3)$$

Niewiadome: x_1, x_2, x_3 są spadkami napięć punktów węzłowych *1, 2, 3* względem punktów zasilających, oznaczonych ogólnie liczbą *0*. Spółczynniki liczbowe a_{12}, a_{13}, a_{23} i t. d. są przewodnością elektryczną (odwrotnością oporu, wyrażoną w Ω^{-1}) boków sieci, zawartych między punktami węzłowemi: 1 i 2; 1 i 3; 2 i 3 i t. d. Spółczynniki liczbowe a_{10}, a_{20}, a_{30} są przewodnością boków, zawartych między punktem węzłowym (1, 2, 3) z jednej strony, a punktami zasilającemi (0) — z drugiej. Obok tych spółczynników mamy mnożnik zero, zamiast wielkości niewiadomej, gdyż spadek napięcia w punktach zasilających musi się równać zeru. Spółczynniki a_{11}, a_{22}, a_{33} są sumą przewodności wszystkich boków, zbiegających się w danym punkcie węzłowym, a więc:

$$a_{11} = a_{12} + a_{13} + a_{10}$$
$$a_{22} = a_{21} + a_{23} + a_{20}$$
$$a_{33} = a_{31} + a_{32} + a_{30}$$

Wreszcie człony liczbowe A_1, A_2, A_3 są to prądy składowe (wyrażone w *A*), wypływające z punktów węzłowych.

Jeszcze jest jedna właściwość równań, ilustrujących stan sieci elektrycznych, mianowicie:

$$a_{12} = a_{21}\,; \quad a_{13} = a_{31}\,; \quad a_{23} = a_{32}\,,$$

gdyż bok *1 — 2* jest identyczny z bokiem *2 — 1* i t. d. Innemi słowy, równania są symetryczne.

Przystępujemy do rozwiązywania równań. Chcąc wyzbyć się niewiadomej x_1, dodajemy do równania

(2) równanie (1), pomnożone przez $\frac{a_{21}}{a_{11}}$, a następnie dodajemy do równania (3) równanie (1), pomnożone przez $\frac{a_{31}}{a_{11}}$

$$(2)+(1)\ \frac{a_{21}}{a_{11}} \qquad (3)+(1)\ \frac{a_{31}}{a_{11}}.$$

W ten sposób otrzymujemy dwa równania z dwiema niewiadomemi:

$$\left(a_{22}-a_{12}\frac{a_{21}}{a_{11}}\right)x_2-\left(a_{23}+a_{13}\frac{a_{21}}{a_{11}}\right)x_3- \\ -\left(a_{20}+a_{10}\frac{a_{21}}{a_{11}}\right).\,0-\left(A_2+A_1\frac{a_{21}}{a_{11}}\right)=0 \qquad (2')$$

$$-\left(a_{32}+a_{12}\frac{a_{31}}{a_{11}}\right)x_2+\left(a_{33}-a_{13}\frac{a_{31}}{a_{11}}\right)x_3- \\ -\left(a_{30}+a_{10}\frac{a_{31}}{a_{11}}\right).\,0-\left(A_3+A_1\frac{a_{31}}{a_{11}}\right)=0 \qquad (3')$$

Oznaczmy przyrosty spółczynników liczbowych literami pojedyńczemi: a'_{22}, a'_{23}, a'_{20}, A_{12} i t. d. Równania nasze przybiorą postać następującą:

$$\left(a_{22}-a'_{22}\right)x_2-\left(a_{23}+a'_{23}\right)x_3- \\ -\left(a_{20}+a'_{20}\right).\,0-\left(A_2+A_{12}\right)=0 \qquad (2')$$

$$-\left(a_{32}+a'_{32}\right)x_2+\left(a_{33}-a'_{33}\right)x_3- \\ -\left(a_{30}+a'_{30}\right).\,0-\left(A_3+A_{13}\right)=0 \qquad (3')$$

Wreszcie, dla jeszcze większego uproszczenia oznaczmy w równaniu (2') spółczynniki wraz z przyrostami nowemi literami:

$$b_{22}\,x_2\quad -b_{23}\,x_3\quad -b_{20}.\,0\quad -B_2=0 \qquad (2')$$

$$-(a_{32}+a'_{32})\,x_2+(a_{33}-a'_{33})\,x_3- \\ -(a_{30}+a'_{30}).\,0-(A_3+A_{13})=0 \qquad (3')$$

Dla wyeliminowania następnej niewiadomej x_2 dodajemy do równania (3') równanie (2') pomnożone przez $\frac{a_{32}+a'_{32}}{b_{22}}$

$$(3')+(2')\,\frac{a_{32}+a'_{32}}{b_{22}}.$$

Otrzymujemy jedno równanie z jedną niewiadomą:

$$\left[a_{33}-a'_{33}-\frac{b_{23}(a_{32}+a'_{32})}{b_{22}}\right]x_3-\left[a_{30}+a'_{30}+\frac{b_{20}(a_{32}+a'_{32})}{b_{22}}\right].\,0- \\ -\left[A_3+A_{13}+\frac{B_2\,(a_{32}+a'_{32})}{b_{22}}\right]=0,$$

przyczem do spółczynników liczbowych przybyły nowe przyrosty, które również oznaczamy literami pojedyńczemi:

$$(a_{33}-a'_{33}-a''_{33})\,x_3-(a_{30}+a'_{30}+a''_{30}).\,0- \\ -(A_3+A_{13}+A_{23})=0. \qquad (3'')$$

Oznaczywszy wreszcie spółczynniki wraz ze wszystkiemi przyrostami nowemi literami, otrzymamy równanie ostateczne:

$$b_{33}\,x_3-b_{30}.\,0-B_3=0. \qquad (3'')$$

Z równania tego otrzymujemy niewiadomą x_3:

$$x_3=\frac{B_3}{b_{33}}.$$

Z równania (2'):

$$x_2=\frac{B_2+b_{23}\,x_3}{b_{22}}.$$

Wreszcie z równania (1), zmieniwszy w nim dla analogji litery a i A na b i B, otrzymujemy niewiadomą x_1

$$x_1=\frac{B_1+b_{12}\,x_2+b_{13}\,x_3}{b_{11}}.$$

Zadanie jest już rozwiązane.

Bieg obliczania i kolejność działań obliczenia wykreślnego będą takie same, jak w powyższej metodzie rachunkowej. Najpierw rysujemy wykres równania pierwszego (1):

$$b_{11}\,x_1-b_{12}\,x_2-b_{13}\,x_3-b_{10}.\,0-B_1=0$$

i znajdujemy z tego wykresu przyrosty:

$$a'_{23},\ a'_{20},\ a'_{32},\ a'_{30},\ A_{12}\ \text{i}\ A_{13}.$$

Następnie budujemy wykres drugiego równania przekształconego (2'):

$$b_{22}\,x_2-b_{23}\,x_3-b_{20}.\,0-B_2=0$$

i znajdujemy z niego przyrosty:

$$a''_{30}\ \text{i}\ A_{23}.$$

Wreszcie narzucamy wykres trzeciego równania przekształconego (3''):

$$b_{33}\,x_3-b_{30}.\,0-B_3=0$$

i znajdujemy z niego niewiadomą x_3. Teraz wracamy do wykresu poprzedniego (2'), żeby znaleść niewiadomą x_2, a w końcu cofamy się do wykresu pierwszego (1) i znajdujemy niewiadomą x_1.

Mimochodem zaznaczymy, że równania przekształcone: (2'), (3') i (3'') mają te same własności, co równania zasadnicze. Dodatni spółczynnik liczbowy równa się zawsze sumie wszystkich spółczynników pozostałych, a pozatem wszystkie równania spółczesne są względem siebie symetryczne. Stąd wniosek, że równania przekształcone zawsze ilustrują jakąś umyśloną sieć elektryczną. Możemy sobie wyobrazić, że przy każdem rugowaniu niewiadomej przekształcamy naszą sieć, wyrzucając z niej jeden z punktów węzłowych, przenosząc prąd z tego punktu do pozostałych punktów węzłowych, wreszcie powiększając przewodności boków przez dodanie przyrostów. Czasami otrzymujemy przyrost dla boku, którego w sieci nie było. To znaczy, że w przekształconej sieci powstaje bok nowy, czyli nowe połączenie bezpośrednie punktów węzłowych.

Tak. więc wszystkie operacje matematyczne mają swoją treść elektryczną, co należy poczytywać za zaletę tej metody.

Samo wykonanie wykresów objaśnimy na przykładzie liczbowym.

III.

Obliczanie rozpływu prądu sieci, podanej na rys. 1, prowadzi do rozwiązania następujących równań:

$$77,3\,x_1 - 9,1\,x_2 - 20,4\,x_3 - 7,1\,x_4 \qquad - 40,7.\,0 - 33,64 = 0 \quad (1)$$

$$-9,1\,x_1 + 68,2\,x_2 - 15,2\,x_3 \qquad - 8,3\,x_5 - 35,6.\,0 - 47,44 = 0 \quad (2)$$

$$-20,4\,x_1 - 15,2\,x_2 + 84,5\,x_3 - 28,5\,x_4 - 20,4\,x_5 \qquad - 44,19 = 0 \quad (3)$$

$$-7,1\,x_1 \qquad - 28,5\,x_3 + 80,6\,x_4 - 4,3\,x_5 - 40,7.\,0 - 14,68 = 0 \quad (4)$$

$$-8,3\,x_2 - 20,4\,x_3 - 4,3\,x_4 + 68,6\,x_5 - 35,6.\,0 - 26,56 = 0 \quad (5)$$

Skala wykresu zależy od trzech czynników: 1) od odległości h, jaką wyznaczymy między podstawowemi linjami poziomemi wykresu (na rys. 2 — RR' i SS'), 2) od skali przewodności: 1 mm $= g\ \Omega^{-1}$ i 3) od skali natężenia prądu: 1 mm $= i\ A$. Przyjmujemy w tym przykładzie: $h = 50$ mm, $g = 1$ mm, $i = 1$ mm.

Rozpoczynamy od wykresu równania (1). Na górnej poziomej odkładamy przewodności poszczególnych boków sieci, jedną za drugą w przyjętej skali:

$$b_{12} = 9,1 \qquad b_{13} = 20,4 \qquad b_{14} = 7,1 \qquad b_{10} = 40,7\,.$$

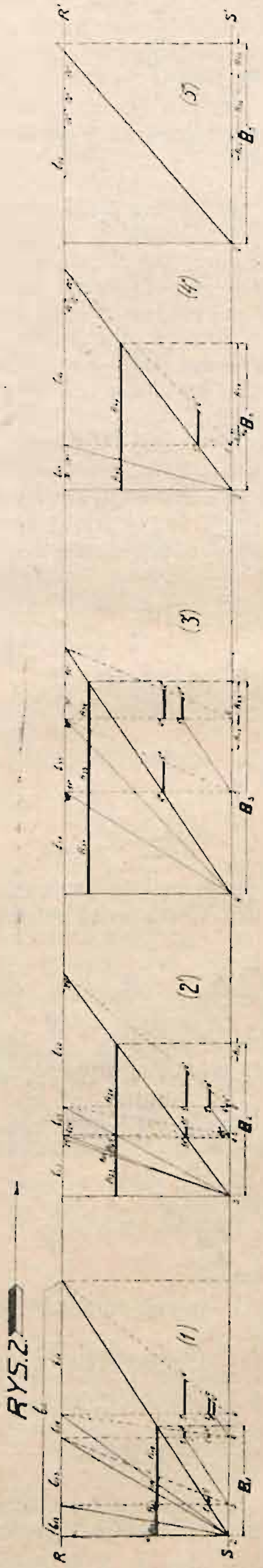
Suma tych odcinków da nam wielkość spółczynnika $b_{11} = 77,3$. Odłożone odcinki rzutujemy na poziomą dolną. Utworzyły się cztery prostokąty, z których pierwszy oznaczymy cyfrą *2* (od wskaźnika *12*), następny — cyfrą *3* (od wskaźnika *13*), trzeci — *4*, ostatni — *0*. Cyfry te stawiamy przy dolnych lewych wierzchołkach prostokątów. Z punktu *2* prowadzimy promienie do punktów, granicznych między odłożonemi odcinkami. Ostatni promień do krańca odcinka b_{10} będziemy zwali promieniem głównym. Promień ten, wychodzący z punktu *2*, przecina pion następny w punkcie *2'*. Prowadzimy teraz linje równoległe do promienia głównego przez punkty następne: *3* i *4*. Linje te przecinają najbliższe piony w punktach *3'* i *4'*. Następnie prowadzimy w naszych prostokątach przekątne z wierzchołków: *3*, *4*, *0*. Przyrosty spółczynników liczbowych znajdziemy, jako odcinki poziome, zawarte w prostokątach między lewym bokiem pionowym a przekątną. Przyrosty dla równania drugiego znajdziemy na poziomie punktu *2'*, dla równania trzeciego—na poziomie punktu *3'*, a dla równania czwartego—na wysokości punktu *4'*. Z lewej strony każdego przyrostu stawiamy cyfrę punktu danego poziomu, z prawej zaś strony — cyfrę, odpowiadającą wierzchołkowi, z którego wychodzi dana przekątna. Oznaczenia odcinków są tak dobrane, że odpowiadają wskaźnikom przyrostów. A więc znaleźliśmy przyrosty:

dla równania (2) $2'3' = a'_{23}$ $\quad 2'4' = a'_{24}$ $\quad 2'0' = a'_{20}$

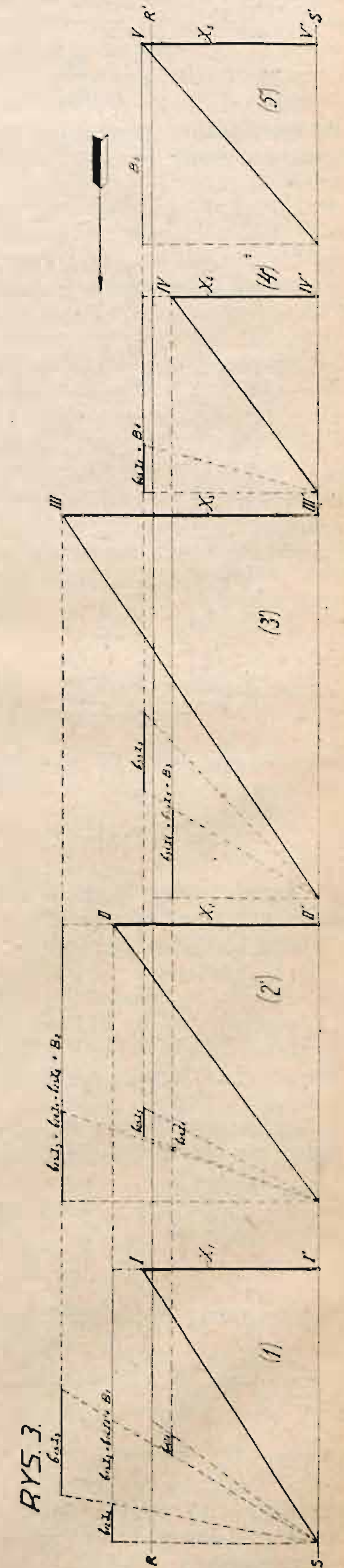
" " (3) $3'4' = a'_{34}$ $\quad 3'0' = a'_{30}$

" " (4) $4'0' = a'_{40}$

Usuwając pierwszy punkt węzłowy, musimy rozbić obciążenie tego punktu $B_1 = 33,64\ A$ na części: A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{10}, które będą proporcjonalne do spółczynników: b_{12}, b_{13}, b_{14} i b_{10}. W tym celu odkładamy na dolnej poziomej od punktu *2* odcinek, odpowiadający wielkości B_1 na krańcu tego odcinka wstawiamy pion do przecięcia się z promieniem głównym, wreszcie przez znaleziony punkt przecięcia



RYS. 2



RYS. 3

prowadzimy poziomą. Promienie nasze podzielą tę linję poziomą na odcinki: A_{12}, A_{13}, A_{14} i A_{10}. Wskaźniki tych wielkości mówią, z którego punktu węzłowego ma być przeniesiony dany prąd i *do* którego punktu; a więc np. A_{12} jest to prąd przerzucony z punktu *1* do *2*. Ze wszystkich tych odcinków, z wyjątkiem A_{10}, będziemy korzystali przy następnych wykresach, jako z przyrostów. Co się zaś tyczy odcinka A_{10}, to ten odcinek oznacza prąd, przerzucony na punkt zasilający, dla którego nie mamy równania i nie budujemy wykresu. W języku elektrotechnicznym powiemy, że prąd ten nas nie obchodzi, gdyż niema żadnego wpływu na spadki napięcia w sieci.

Z chwilą znalezienia z wykresu pierwszego przyrostów przewodności: a'_{23}, a'_{24}, a'_{20}, a'_{34}, a'_{30}, a'_{40} i przyrostów prądu: A_{12}, A_{13} i A_{14}, pierwszy punkt węzłowy jest już zniesiony, a niewiadoma x_1 wyrugowana.

Przechodzimy do wykresu drugiego, który będzie ilustrował równanie drugie w formie przekształconej (2′). W równaniu zasadniczem mieliśmy spółczynniki następujące:

$$a_{23}=15{,}2 \qquad a_{25}=8{,}3 \qquad a_{20}=35{,}6 \qquad A_2$$

obecnie przybywają przyrosty, powstałe z likwidacji równania pierwszego:

$$a'_{23} \qquad a'_{24} \qquad a'_{20} \qquad A_{12}$$

a więc w sumie otrzymamy:

$$b_{23}=a_{23}+a'_{23} \quad b_{24}=a'_{24} \quad b_{25}=a_{25} \quad b_{20}=a_{20}+a'_{20}$$
$$B_2=A_2+A_{12}.$$

Tak więc drugie równanie przekształcone będzie brzmiało:

$$b_{22}\,x_2-b_{23}\,x_3-b_{24}\,x_1-b_{25}\,x_5-b_{20}\,.\,0-B_2=0 \qquad (2')$$

Wykres drugi budujemy w ten sam sposób, jak pierwszy (patrz rys. 2) i znajdujemy przyrosty przewodności:

$$a''_{34} \qquad a''_{35} \qquad a''_{30} \qquad a''_{45} \qquad a''_{40} \qquad a''_{50}$$

i przyrosty prądu:

$$A_{23},\ A_{24}\ \text{i}\ A_{25}.$$

Trzeci wykres będzie przedstawiał równanie:

$$b_{33}\,x_3-b_{34}\,x_4-b_{35}\,x_5-b_{30}\,.\,0-B_3=0 \qquad (3'')$$

w którem

$$b_{34}=a_{34}+a'_{34}+a''_{34} \quad b_{35}=a_{35}+a''_{35} \quad b_{30}=a'_{30}+a''_{30}$$
$$B_3=A_3+A_{13}+A_{23}.$$

Z wykresu tego znajdziemy przyrosty:

$$a'''_{45} \qquad a'''_{40} \qquad a'''_{50} \qquad A_{34}\ \text{i}\ A_{35}.$$

Czwarty wykres będzie ilustrował przekształcone równanie czwarte:

$$b_{44}\,x_4-b_{45}\,x_5-b_{40}\,.\,0-B_4=0 \qquad (4''')$$

a ostatni wykres — równanie

$$b_{55}\,x_5-b_{50}\,.\,0-B_5=0. \qquad (5^{IV})$$

Dla uniknięcia pomyłek notujemy w trakcie budowania wykresów wszystkie dane w następującej tabeli:

№ równania	Spółczynniki równań zasadniczych	Spółczynniki równań przekształconych	Przyrosty przewodności	Przyrosty prądu
1	$a_{12}=9{,}1$	$b_{12}=a_{12}$	a'_{23}	A_{12}
	$a_{13}=20{,}4$	$b_{13}=a_{13}$	a'_{24}	A_{13}
	$a_{14}=7{,}1$	$b_{14}=a_{14}$	a'_{20}	A_{14}
	$a_{10}=40{,}7$	$b_{10}=a_{10}$	a'_{34}	
			a'_{30}	
	$A_1=33{,}64$	$B_1=A_1$	a'_{40}	
2′	$a_{23}=15{,}2$	$b_{23}=a_{23}+a'_{23}$	a''_{34}	A_{23}
	$a_{25}=8{,}3$	$b_{24}=a'_{24}$	a''_{35}	A_{24}
	$a_{20}=35{,}6$	$b_{25}=a_{25}$	a''_{30}	A_{25}
		$b_{20}=a_{20}+a'_{20}$	a''_{45}	
			a''_{40}	
	$A_2=47{,}44$	$B_2=A_2+A_{12}$	a''_{50}	
3″	$a_{34}=28{,}5$	$b_{34}=a_{34}+a'_{34}+a''_{34}$	a'''_{45}	A_{34}
	$a_{35}=20{,}4$	$b_{35}=a_{35}+a''_{35}$	a'''_{40}	A_{35}
		$b_{30}=a'_{30}+a''_{30}$	a'''_{50}	
	$A_3=44{,}19$	$B_3=A_3+A_{13}+A_{23}$		
4‴	$a_{45}=4{,}3$	$b_{45}=a_{45}+a''_{45}+a'''_{45}$	a^{IV}_{50}	A_{45}
	$a_{40}=40{,}7$	$b_{40}=a_{40}+a'_{40}+a''_{40}+a'''_{40}$		
	$A_4=14{,}68$	$B_4=A_4+A_{14}+A_{24}+A_{34}$		
5^{IV}	$a_{50}=35{,}6$	$b_{50}=a_{50}+a''_{50}+a'''_{50}+a^{IV}_{50}$		
	$A_5=26{,}56$	$B_5=A_5+A_{25}+A_{35}+A_{45}$		

Przechodzimy do odnajdywania niewiadomych. Zaczynamy od wykresu ostatniego (rys. 3). Odłożywszy na dolnej poziomej odcinek równy wielkości B_5 od punktu *0* do *V′*, wstawiamy w punkcie *V′* pion do przecięcia się z promieniem głównym w punkcie *V*. Łatwo dowieść, że niewiadoma

$$x_5=\overline{VV'}\,\frac{i}{h\,.\,g}$$

innemi słowy, że odcinek $\overline{VV'}$ przedstawia niewiadomą x_5 w pewnej skali. W danym przykładzie przyjęliśmy $i=1$, $h=50$, $g=1$, a więc,

$$\frac{i}{h\,.\,g}=\frac{1}{50\,.\,1}=\frac{1}{50}$$

a niewiadoma x_5 wyniesie:

$$x_5=\overline{VV'}\,.\,\frac{1}{50}=54\ \text{mm.}\,\frac{1}{50}=1{,}08\ V,$$

Po znalezieniu niewiadomej x_5 cofamy się do wykresu czwartego (4‴) żeby znaleść niewiadomą x_4. Wielkość tej niewiadomej wg. równania (4‴) wynosi:

$$x_4=\frac{b_{45}\,x_5+B_4}{b_{44}}.$$

Równanie to rozwiążemy wykreślnie. W tym celu poprowadzimy przez punkt V, znaleziony ostatnio, linję poziomą (rys. 3) i na tej linji wykonamy dodawanie dwóch wielkości:

$$b_{45}\, x_5 + B_4\, .$$

Właśnie na tej linji, którą będziemy nazywali poziomem 5-ej niewiadomej, znajdziemy już gotowy iloczyn $b_{45}\, x_5$ w postaci odcinka między promieniami, ograniczającemi wielkość b_{45}. Obok tego odcinka odkładamy wielkość B_4 i z otrzymanego krańca opuszczamy pion do przecięcia się z promieniem głównym w punkcie IV i z dolną poziomą w punkcie IV'. Odcinek $IV\; IV'$ daje wielkość niewiadomej x_4.

$$x_4 = IV\; IV' \,.\, \frac{1}{50} = 45{,}5 \text{ mm.} \frac{1}{50} = 0{,}91\; V\,.$$

Cofamy się do wykresu trzeciego (3″) i przez punkt IV prowadzimy poziom 4-ej niewiadomej. Iloczyn $b_{34}\; x_4$ znajdziemy na poziomie niewiadomej 4-ej między promieniami odcinka b_{34}, a iloczyn $b_{35}\; x_5$ na poziomie niewiadomej 5-ej między promieniami odcinka b_{35}. Dodawanie tych iloczynów i wielkości B_3 wykonywamy na poziomie niewiadomej, znalezionej ostatnio t. j. niewiadomej 4-ej. Z krańca odcinka sumarycznego opuszczamy pion i znajdujemy odcinek $III\; III'$.

$$x_3 = 80 \text{ mm.} \frac{1}{50} = 1{,}6\; V\,.$$

W ten sam sposób znajdziemy z wykresu (2′)

$$x_2 = 67 \text{ mm.} \frac{1}{50} = 1{,}34\; V$$

i z wykresu (1)

$$x_1 = 54 \text{ mm.} \frac{1}{50} = 1{,}08\; V$$

W przykładzie niniejszym obliczenia przyrostów (rys. 2) i obliczanie niewiadomych (rys. 3) prowadziliśmy dla jasności na wykresach oddzielnych. W praktyce wykonywamy obie czynności na tym samym rysunku. Co się tyczy dowodzenia, że równania przekształcone mają te same właściwości, co równania zasadnicze i że znalezione odcinki rzeczywiście ilustrują wielkości przyrostów i wielkości niewiadomych — to dowodzenia te są tak elementarne i proste, że uważamy podawanie ich za zbędne.

Przyjmowaliśmy dotychczas, że niewiadome, t. j. spadki napięcia, wszystkie są dodatnie i że prądy składowe wszystkie są ujemne, czyli wszystkie odpływają z punktów węzłowych. W normalnych sieciach tak jest w rzeczywistości Gdybyśmy jednak obliczali rozpływ prądu w szynach tramwajowych sieci trójprzewodowej — to mielibyśmy wówczas prądy składowe zarówno dopływające, jak odpływające, a spadki napięcia byłyby częściowo dodatnie, a częściowo ujemne. Z taką samą różnorodnością znaków spotykamy się przy obliczaniu rozpływu prądów bezwatowych w sieciach prądu zmiennego, obciążonych nie tylko indukcyjnie, lecz i pojemnościowo.

Metoda wykreślna nadaje się i do tych wyjątkowych wypadków. Prądy składowe z odwrotnym znakiem trzeba odkładać na wykresie w odwrotnym kierunku: od prawej strony ku lewej. Promienie wykresu przedłużamy w dół. Dodatnie wielkości niewiadomych, czyli rzeczywiste spadki napięcia, znajdziemy nad podstawową linją poziomą, jak dotychczas, ujemne zaś wielkości, czyli wzrosty napięcia, — pod tą linją.

Metoda wykreślna w porównaniu z rachunkową zaoszczędza bardzo wiele czasu, a w dodatku jest ciekawsza, gdyż zamiast suchych liczb oderwanych wprowadza rysunek pełen treści elektrycznej. Metoda ta nie daje pola do pomyłek; przyrosty same wypływają z rysunku, trzeba tylko baczyć, by wszystkie znalezione przyrosty zostały uwzględnione w dalszych wykresach. Dokładność jest wielka i dla potrzeb praktyki najzupełniej wystarczająca.

Sprawozdanie z wystawy polskiego przemysłu elektrotechnicznego,

urządzonej z okazji I-go Zjazdu Przemysłowców i Kupców elektrotechnicznych w lokalu Stowarzyszenia Techników w Warszawie, w dn. 8, 9 i 10 grudnia 1922 r.

Dnia 7 ub. m. otwarta została wystawa krajowych wyrobów przemysłu elektrotechnicznego celem zaznajomienia nietylko członków zjazdu ale i szerszej publiczności co jesteśmy już w stanie produkować i w jakim gatunku. Wystawa ta nie była pierwszą. Dwa lata temu urządzono podobny pokaz w Toruniu z okazji Zjazdu Elektrotechników polskich, króry odbywał się w tem mieście. Prócz tego Targi Poznańskie oraz Lwowskie zawierały sporą ilość wyrobów elektrotechnicznych. Można się więc już do pewnego stopnia zorjentować i wyrobić zdanie o wynikach jakie dotychczas zdołaliśmy w tej dziedzinie osiągnąć i przyznać trzeba że widać tu postęp i to postęp, jak na nasze ciężkie warunki gospodarcze i walutowe, znaczny. Nie należy zapominać, że przemysł nasz elektrotechniczny rozwijał się początkowo przy dość słabej pomocy ze strony Rządu, tak, że rezultaty, które mieliśmy okazję oglądać, w znacznej mierze stanowią zasługę inicjatywy prywatnej naszych przemysłowców, ich energji i pracy. Nie można zaprzeczyć, że w roku ostatnim pomoc Rządu kredytem w P.K.K.P. i zmianami taryfy celnej ułatwiła nieco zadanie naszym przemysłowcom i przyczyniła się również do rozwoju przemysłu elektrotechnicznego, nie można jednak zapominać, że trudności pomimo to wszystko są wielkie i zwalczyć je można tylko dużym nakładem pracy i energji. Konieczną jest również jeszcze wybitniejsza pomoc kredytowa ze strony P. K. K. P. oraz dokładne dostosowywanie taryfy celnej do potrzeb przemysłu, aby zwalczyć groźną konkurencję przemysłu niemieckiego, posiadającego fabryki, zaopatrzone w nowoczesne urządzenia, bardziej sprawnego i wykwalifikowanego, a zarazem tańszego robotnika. Jako jedna z dużych trudności przemysłu elektrotechnicznego występuje brak fabryk pomocniczych, jako to fabryk materjałów izolacyjnych (jak się dowiadujemy taka fabryka powstaje w Warszawie w najbliższej przyszłości), śrubek, blach fa-