ELEKTROTECHNIKA.

Obliczanie dalekonośnych przewodów prądu zmiennego

według prof. d-ra G. Roesslera.

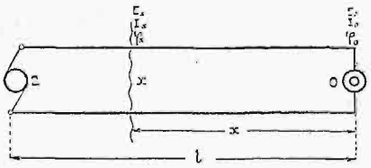
Podał **Stanisław Wysocki**, dypl. inż. elektr.

1) Równania podstawowe.

Przy obliczaniu przewodów dalekonośnych należy brać pod uwagę nie tylko opór omowy przewodu, lecz również naskórkowość przewodu, indukcyjność, pojemność, upływ prądu i promieniowanie czyli t. zw. koronę.

Czynniki te znacznie komplikują sprawę. W każdym punkcie przewodu prądu zmiennego inne panuje napięcie, inny prąd płynie i przy innym kącie przesunięcia fazy. Wyprowadzenie wzorów ścisłych do obliczania tych wielkości prowadzi przez równania różniczkowe 2-go rzędu. Co gorsza, nawet wzory ostateczne otrzymują postać tak skomplikowaną, iż nie nadają się do posiłkowania się nimi w praktyce.

Profesor politechniki Gdańskiej dr. G. Roessler, w swem klasycznem dziele „Fernleitungen von Wechselströmen" ujął tę sprawę nieco z innej strony i doszedł do wzorów najzupełniej ścisłych, a jednak prostych i wymownych. Osiągnął to przez wprowadzenie dwóch wielkości nowych: oporu pozornego przewodu przy pracy jałowej i oporu pozornego przy zwarciu. Pierwszą z tych wielkości zwać będziemy przez skrócenie *„oporem stanu jałowego"*, drugą—*„oporem zwarcia"*. W obu wypadkach pod oporem pozornym rozumiemy iloraz napięcia i natężenia prądu, zmierzonych na początku przewodu, czyli u źródła.



Rys. 1.

Przy pracy jałowej, czyli w wypadku, gdy przewód stoi pod napięciem, lecz bez obciążenia, prąd wypływający ze źródła idzie głównie na ładowanie przewodu, jako kondensatora, częściowo także na zatratę przez upływ wskutek nieidealnej izolacyi, a przy bardzo wysokiem napięciu—na promieniowanie. Przy prądzie stałym i przy izolacyi idealnej opór pracy jałowej przewodu byłby wielkością nieskończenie wielką, przy prądzie zmiennym zaś jest liczbą ściśle określoną, przyczem kable wobec większej pojemności wykazują mniejszy opór pracy jałowej, niż przewody napowietrzne.

Przy zwarciu czyli w wypadku, gdy końce przewodów połączone są ze sobą bezpośrednio, prąd wypływający ze źródła ma do przezwyciężenia opór omowy przewodu i opór indukcyjny. Przy prądzie stałym opór zwarcia przewodu byłby równoznaczny z oporem omowym, przy prądzie zmiennym zaś jest liczbą większą, przyczem przewody napowietrzne wobec większej indukcyjności wykazują większy opór zwarcia, niż kable.

Postawiliśmy sobie zadanie następujące. W odległości l *km* od zbiornika prądu (na rys. 1—0) znajduje się źródło prądu (na rys.—*Ź*). Odbiornik czerpie przy napięciu E_0 i współczynniku mocy $\cos \varphi_0$—prąd I_0. Obliczyć napięcie E_x, prąd I_x i φ_x dla dowolnego punktu (na rys.—*X*) na przewodzie, znajdującego się w odległości x *km* od odbiornika prądu. Rozwiązawszy to zadanie ogólne, będziemy mogli przejść do wypadku specyalnego, gdy $x = l$ i obliczyć napięcie, prąd i kąt przesunięcia u samego źródła prądu.

Dr. Roessler wyprowadził następujące równania ogólne:

$$E_x = c_x \left[E_0 + I_0 R_x^k\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$I_x = c_x \left[I_0 + \frac{E_0}{R_x^0}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

gdzie R_x^k jest oporem zwarcia przewodu przy długości x *km*,

R_x^0—oporem pracy jałowej przewodu przy dług. x *km*,

c_x—*współczynnikiem przewodnikowym* przy długości x *km*.

Nie zwracajmy początkowo uwagi na współczynnik c_x, który w rzeczywistości albo równa się jednostce, albo nie wiele odbiega od niej i jest do pewnego stopnia tylko korekturą wyrazu wziętego w nawias. Pominąwszy ten współczynnik, widzimy, iż napięcie w punkcie X większe jest od napięcia w punkcie 0 o wielkość $I_0 R_x^k$. Nadwyżka ta jest więc stratą napięcia i wyraża się w podobny sposób, jak przy prądzie stałym, w postaci iloczynu natężenia prądu i oporu. Inaczej mówiąc, strata napięcia na odcinku x *km* oblicza się przez pomnożenie prądu odbiornika I_0 przez opór zwarcia tego odcinka—R_x^k.

Również wymownym jest wzór (2). Jak widzimy, prąd w punkcie X jest większy od prądu w punkcie 0 o wielkość $\frac{E_0}{R_x^0}$. Nadwyżka ta jest więc prądem straconym na ładowanie przewodu, na upływ prądu i promieniowanie i wyrażonym zgodnie z prawem Ohma jako iloraz napięcia i oporu. Inaczej mówiąc, strata prądu na odcinku x *km* oblicza się przez podzielenie napięcia E_0 przez opór pracy jałowej tego odcinka R_x^0.

Oba wzory są nadzwyczaj proste, łatwe do zapamiętania i doskonale ilustrują zjawiska, zachodzące w przewodach.

Należy się jeszcze kilka słów wyjaśnienia, co do współczynnika przewodnikowego c_x. Podczas pracy jałowej, gdy $I_0 = 0$, równanie (1) przyjmuje postać

$$E_x = c_x E_0 .$$

Tak więc, współczynnik przewodnikowy dla odcinka x *km* wyraża się stosunkiem napięć

$$c_x = \frac{E_x}{E_0},$$

panujących na obu krańcach tego odcinka podczas pracy jałowej. W ten sposób, współczynnik c_x może być z łatwością doświadczalnie określony.

Wzory (1) i (2) są naukowo najzupełniej ścisłe. Przy wyprowadzeniu ich nie poczyniono żadnych uproszczeń, ani pominięć. Są ważne zarówno dla kabli, jak przewodów napowietrznych, zarówno przy prądzie jednofazowym, jak trójfazowym, przyczem w tym ostatnim wypadku należy pod E rozumieć napięcie gwiazdowe a pod I—prąd przewodowy.

Wzory powyższe rozwiązują sprawę nie bezpośrednio, lecz pośrednio, gdyż wyrażają nieznane wielkości zmienne E_x i I_x za pośrednictwem innych wielkości, również zmiennych, R_x^k, R_x^0 i c_x. Gdy jednak zależność E_x i I_x od długości x jest bardzo złożona, to przeciwnie zależność R_x^k, R_x^0 i c_x od x jest, jak to zobaczymy później, nader prosta.

Cała wyższość metody Roesslera polega na tem, że opiera się nie na współczynnikach teoretycznych (mamy tu na myśli pojemność i indukcyjność), *obliczanych* według wzorów, lecz na wielkościach, wynikających z *pomiarów* elektrycznych.

Obliczanie bowiem pojemności i indukcyjności według wzorów przybliżonych za pośrednictwem takich liczb, jak promień przekroju przewodnika, promień powłoki ołowianej, odległość osi żył od osi kabla, odległość pomiędzy osiami przewodników, stała dielektryczna materyału izolacyjnego i t. p. nie może dać wyników ścisłych. Drobne nawet niedokładności przy pomiarach będą się tu sumować i potęgować.

Inaczej się rzecz przedstawia, gdy czynniki odgrywające tu rolę, jak: opór, pojemność; indukcyjność, naskórkowość, upływ prądu i promieniowanie rozpatrywać będziemy nie każdy z osobna, lecz wszystkie razem, jako jedną całość, sprojektowaną, że się tak wyrazimy, na dwie płaszczyzny: 1) pracy jałowej i 2) zwarcia. Wprawdzie nie będziemy mogli analizować wpływu poszczególnych czynników teoretycznych, za to jednak osiągniemy maximum dokładności. Do celu doprowadzą nas wyłącznie tylko pomiary elektryczne, a mianowicie pomiar oporu pracy jałowej, oporu zwarcia i współczynnika prowadnikowego.

2) *Zastosowanie równań.*

Przemilczaliśmy dotychczas jedną ważną okoliczność, iż wszystkie litery podane we wzorach (1) i (2) są symbolami, przedstawiającymi nie tylko pewną wielkość absolutną, lecz również i kąt przesunięcia względem jednego dowolnie wybranego kierunku. Promienie wyprzedzające ten kierunek mają kąty dodatnie, promienie opóźniające się mają kąty odjemne. Co więcej, działania podane we wzorach (1) i (2) należy wykonywać nie algebraicznie, lecz geometrycznie. A więc dodawanie i odejmowanie odbywa się według prawa równoległoboku sił; przy mnożeniu wielkości absolutne (czyli „moduły") mnożymy, a kąty mnożników dodajemy, przy dzieleniu wreszcie moduły dzielimy, a kąty odejmujemy. Objaśnimy to na przykładzie.

Przykład 1. Kabel trójżyłowy o długości 60 *km* dołączony bez obciążenia do źródła prądu o napięciu międzyprzewodowem 14 000 V, czerpie prąd o natężeniu 20 A i mocy 14 775 W. Obliczyć opór pracy jałowej kabla.

Napięcie gwiazdowe u źródła

$$E^0_{60} = 14\,000 : 1{,}73 \cong 8\,100 \text{ V}.$$

Kąty obliczać będziemy względem kierunku napięcia E^0_{60}, a więc przyjmujemy kąt odpowiadający napięciu E^0_{60} równym zeru (=0).

Kąt przesunięcia fazy pomiędzy napięciem a prądem obliczymy według wzoru

$$\cos \varphi^0_{60} = \frac{14\,775}{8100 \,.\, 20} \qquad \varphi^0_{60} = 84^0\, 46'\, 2''.$$

Prąd u źródła $I^0_{60} = 20$ A. Odpowiedni kąt $= +84^0 46' 2''$; znak dodatni, gdyż prąd wyprzedza napięcie.

Opór pracy jałowej

$$R^0_{60} = 8100 : 20 = 405\ \Omega.$$

Odpowiedni kąt otrzymamy, odejmując od kąta E^0_{60} kąt I^0_{60}, a więc $0 - (+84^0\, 46'\, 2'') = -84^0\, 46'\, 2''$.

Z przykładu tego widzimy, iż kąty napięcia i prądu zależą od tego, jaki kierunek przyjmiemy za podstawę rachunku, natomiast kąty oporu zależą tylko od kąta przesunięcia fazy pomiędzy napięciem prądem i zupełnie nie zależą od tego, jaki kierunek przyjęliśmy za podstawowy.

Po tem wyjaśnieniu wstępnem, wrócimy do naszych równań (1) i (2) i zastosujemy je do przykładu.

Przykład 2. Odbiornik czerpie 30 A przy $\cos \varphi = 0{,}8$ i 10 000 V napięcia. Prąd trójfazowy o 50 okresach na sekundę. Kabel 3×10 *mm*² długości 60 *km*. Obliczyć napięcie i natężenie prądu, czerpanego z elektrowni.

Według danych fabrycznych, kabel 3×10 *mm*² przy 60 *km* długości i 50 okresach na sekundę wykazuje:

1) opór pracy jałowej $R^0_{60} = 405\ \Omega$ przy kącie $-84^0 46' 2''$ (por. przykład poprzedni);

2) opór zwarcia $R^k_{60} = 109{,}1\ \Omega$ przy kącie $-26'\, 36''$;

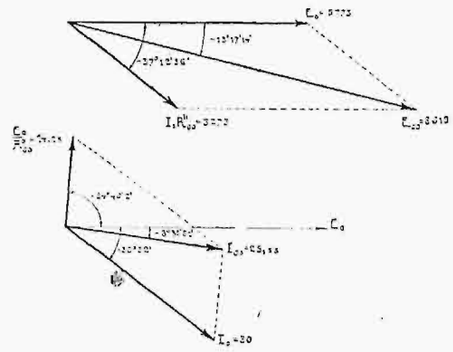
3) współczynnik przewodnikowy $c_{60} = 1$.

Napięcie gwiazdowe odbiornika

$$E_0 = 10\,000 : 1{,}73 = 5773 \text{ V};$$

odpowiedni kąt $= 0$, gdyż wszystkie kąty obliczać będziemy względem kierunku napięcia E_0.

Prąd przewodowy u odbiornika $I_0 = 30$ A; odpowiedni kąt $= -36^0\, 52'$, gdyż $\cos(36^0\, 52') = 0{,}8$; znak $-$ wskazuje, iż prąd opóźnia się względem napięcia.



Rys. 2 i 3.

Strata napięcia

$$I_0\, R^k_{60} = 30 \,.\, 109{,}1 = 3273 \text{ V};$$

odpowiedni kąt znajdziemy, dodając kąty obu mnożników

$$(-36^0\, 52') + (-26'\, 36'') = -37^0\, 12'\, 36''.$$

Zgodnie z podstawowem równaniem (1) odnajdziemy wielkość $\frac{E_{60}}{c_{60}}$, dodając geometrycznie (rys. 2) napięcie odbiornika E_0 ze stratą napięcia $I_0\, R^k_{60}$

$$\frac{E_{60}}{c_{60}} = E_{60} = 8610 \text{ V (na rys. 2 linia wypadkowa)},$$

a odpowiedni kąt $= -13^0\, 17'\, 14''$; znak — wskazuje, iż napięcie elektrowni opóźnia się względem napięcia odbiornika.

Napięcie międzyprzewodowe elektrowni

$$8610 \,.\, 1{,}73 = 14\,912 \text{ V}.$$

Przechodzimy teraz do prądów. „Strata prądu"

$$\frac{E_0}{R^0_{60}} = \frac{5773}{405} = 14{,}25 \text{ A};$$

odpowiedni kąt znajdziemy, odejmując kąt dzielnika od kąta dzielnej

$$0 - (-84^0\, 46'\, 2'') = +84^0\, 46'\, 2''.$$

Zgodnie z podstawowem równaniem (2) odnajdziemy $\frac{I_{60}}{c_{60}}$, dodając geometrycznie (rys. 3) prąd odbiornika I_0 z prądem straconym na ładowanie, upływ i promieniowanie $\frac{E_0}{R^0_{60}}$

$\frac{I_{60}}{c_{60}} I_0 = 25{,}58$ A (na rys. 3 linia wypadkowa), a odpowiedni kąt $= -8^0\, 33'\, 51''$.

Kąt przesunięcia fazy φ_{60} pomiędzy prądem a napięciem elektrowni wynosi

$$\varphi_{60} = (-8^0\, 33'\, 51'') - (-13^0\, 17'\, 14'') = +4^0\, 43'\, 23'';$$

znak $+$ wskazuje, iż prąd wyprzedza napięcie.

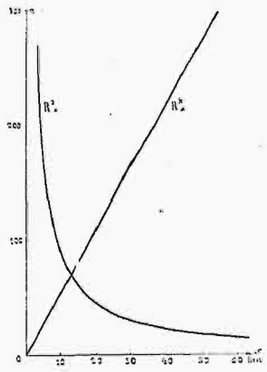
3) *Zmienność oporów i współczynnika przewodnikowego.*

W przykładzie powyższym rozpatrywaliśmy stan wielkości elektrycznych w dwóch tylko punktach przewodu: na początku i na końcu. Zachodzi pytanie, jakim zmianom stopniowym ulegają te wielkości wzdłuż całego przewodu. W zasadzie interesują nas zmiany, jakim ulega napięcie i natężenie prądu. Zmiany te jednak są skomplikowane i przypadkowe. Chcąc sprawę traktować ogólnie, musimy się zadowolić zbadaniem zmienności trzech czynników wpływających na prąd i na napięcie, a mianowicie: 1) oporu pracy jałowej, 2) oporu zwarcia i 3) współczynnika przewodnikowego.

Rys. 4 przedstawia zależność oporu pracy jałowej R^0_x i oporu zwarcia R^k_x od długości x. *Opór pracy jałowej* stoi na drodze prądom idącym na stratę. Im przewód dłuższy, tem więcej prądu idzie na ładowanie, więcej prądu upływa do

ziemi i więcej promieniuje, a więc i tem mniejszy jest opór pracy jałowej. Przy długości $x = 0$ niema tych prądów, a więc opór $R_x^0 = \infty$. Przeciwnie, przy nieskończenie długim przewodzie ($x = \infty$) całkowity prąd będzie stracony, a więc opór $R_x^0 = 0$. Wykres oporu pracy jałowej ma zatem kształt hyperboli równoramiennej, dla której współrzędne są zarazem niemal stycznemi.

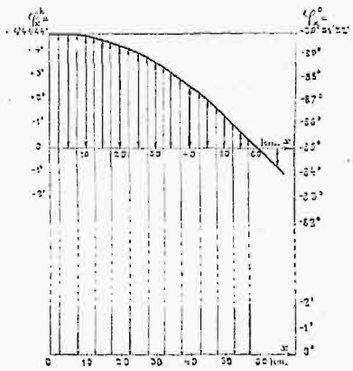
Opór zwarcia jest to nic innego, jak opór omowy przewodu, powiększony nieco wskutek wpływu indukcyjności. Opór ten równa się zeru, gdy $x=0$, a następnie wzrasta proporcyonalnie do długości przewodu. Wykres oporu zwarcia ma zatem kształt linii prostej.



Rys. 4.

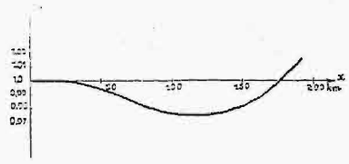
Wykresy powyższe zapoznały nas ze zmianami wielkości absolutnych oporu pracy jałowej i oporu zwarcia. Nie wyczerpuje to jednak kwestyi, gdyż zmianom ulegają nie tylko wielkości absolutne, lecz również i kąty. Przy nieznacznych długościach przewodu (od 0 do 1 *km*) oba kąty są wielkością niemal stałą; kąt oporu pracy jałowej φ_0^x jest odjemny o wielkości nieco mniejszej od 90° (por. przykład 1), kąt zaś oporu zwarcia φ_x^k zwykle dodatni o kilku lub kilkunastu stopniach. W miarę wzrostu długości x oba kąty φ_x^0 i φ_x^k, a raczej wielkości absolutne obu tych kątów maleją. Co więcej, oba kąty zmniejszają się o jedną i tę samą wielkość, tak, iż można je przedstawić zapomocą jednego wspólnego wykresu (rys. 5) o dwóch osiach odciętych: górna oś—dla φ_x^k, dolna—dla φ_k^0. Rzędne (na rys. strzałki grubsze) pomiędzy krzywą a osią górną przedstawiają kąty φ_x^k, rzędne zaś (na rys. strzałki cieńsze) pomiędzy krzywą a osią dolną przedstawiają φ_k^0. Krzywa tego wykresu ma charakter paraboli.

Ostatnia wreszcie wielkość zmienna—to *współczynnik przewodnikowy* c_x, który, jak już mówiliśmy, jest stosun-



Rys. 5.

kiem napięcia początkowego do końcowego przy pracy jałowej. Współczynnik ten przy $x = 0$ równa się jednostce, następnie nieznacznie spada (rys. 6), osiąga minimum, podnosi się i przekracza jednostkę. Wogóle jednak zmiany są



Rys. 6.

nieznaczne. Przy krótszych przewodach c_x jest mniejsze od jednostki, czyli napięcie przy pracy jałowej poza elektrownią jest większe od napięcia elektrowni. Jest to zjawisko znane pod nazwą „fenomenu Ferrariego". Spadek napięcia przy pracy jałowej ujawnia się dopiero przy przewodach dłuższych.

(D. n.)

Z DZIAŁALNOŚCI KOŁA ELEKTROTECHNIKÓW.

Posiedzenie z d. 3 grudnia 1917 r. Obecnych osób 23. Przewodniczy kol. Wysocki. Odczytano list od Delegacyi Kół i Wydziałów z prośbą o wypowiedzenie się w sprawie projektu organizacyi Ministeryum Robót Publicznych, opracowanego przez Delegacyę. Powstanie projektu wyjaśnia kol. Gnoiński. Projekt odczytuje kol. Olendzki, i po przyjęciu do wiadomości projektowanej organizacyi departamentów: 1) architektury, budownictwa i urządzeń zdrowotnych, 2) dróg wodnych, lądowych i powietrznych, dyskutowano nad projektem departamentu poczt i telegrafów. Projekt ostatni, uzupełniony poprawkami komisyi, zorganizowanej przez kol. Olendzkiego z zaproszeniem osób postronnych, fachowców, został przyjęty, jako projekt Koła Elektrotechników. Projekt organizacyi departamentu elektryfikacyjnego referuje kol. Tymowski. Po przedyskutowaniu zostaje przyjęty projekt organizacyi departamentu w opracowaniu komisyi elektryfikacyjnej z zastrzeżeniem, że schemat układu zostanie przerobiony odpowiednio do celów i zadań urzędu elektryfikacyjnego, przyjętych przez Koło. Kol. Mech proponuje w organizacyi departamentu dróg uwzględnić sekcyę trakcyi elektrycznej. Następnie dyskutowano nad organizacyą departamentu szkolnictwa techniczno-zawodowego i zakonkludowano, że ta organizacya w Ministeryum Robót Publicznych miejsca mieć nie powinna, lecz powinna być organem Ministeryum Oświaty.

Posiedzenie z d. 17 grudnia 1917 r. Osób obecnych 23. Z powodu nieobecności kol. Lechowskiego, odczytanie protokółu z poprzedniego posiedzenia odłożono. Kol. Tymowski odczytuje odezwę „Wzajemnych Ubezpieczeń Budowli od Ognia" o stanie prowincyonalnych elektrowni i następnie—odezwę kol. Szybalskiego o utworzeniu inspekcyi krajowej dla urządzeń elektrycznych. W dyskusyi zabierali głos koledzy: Gnoiński, Wysocki, Mech, Tyszka. Ostatni kolega, jako przedstawiciel komisyi przepisowej Koła, narzeka, że prace komisyi nie postępują tak raźno, jakby się należało, i z tego powodu powątpiewa, aby przepisy mogły być opracowane w czasie krótkim. Kol. prof. Drewnowski radzi zastosowywać istniejące przepisy niemieckie i austryackie, i niechaj „Ubezpieczenia Wzajemne Budowli" ogłoszą je za obowiązujące. Kol. Babicki, który pracuje w „Ubezpieczeniach Wzajemnych Budowli", wyjaśnia, że odezwa „Ubezpieczeń" miała na myśli grube wskazówki wykonywania instalacyi. Uchwalono zastosować się do życzeń odezwy „Ubezpieczeń" i poprosić o wydelegowanie przedstawiciela do komisyi przepisowej Koła, celem łącznego opracowania przedmiotu.

Następnie przewodniczący kol. Wysocki udzielił głosu kol. Sikorskiemu, który wygłosił referat o **elektrowniach paryskich**. Po referacie o wyjaśnienia prosili koledzy: Gnoiński, Tymowski, Rzewnicki, Arlitewicz, oraz gość inż. Budziński. Referat będzie drukowany w *Przegl. Techn.*

Posiedzenie z d. 7 stycznia r. b. Obecnych osób 14. Przewodniczący kol. Wysocki komunikuje, że otrzymał list od inż. Sokolnickiego ze Lwowa z wiadomością o utworzeniu się w Galicyi urzędu elektryfikacyjnego, do którego proszeni są dwaj inżynierowie dla objęcia posad w tym urzędzie. Poza tem kol. Wysocki podaje do wiadomości, że kol. prof. Drewnowski podczas ostatniej swojej bytności we Lwowie zainicyował dy-