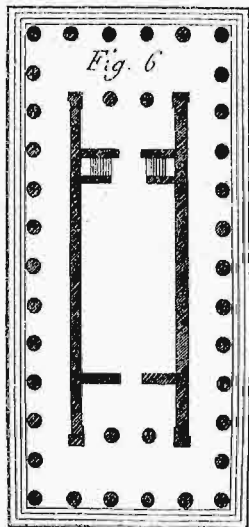


Sądzę, że właśnie z tego powodu w portyku świątyni greckiej liczba kolumn była zawsze parzystą, a liczba przerw między niemi nieparzystą, tak, że na jego osi wypadła zawsze przerwa międzykolumnowa, otwór, a nigdy słup.

Że to zasadnicze założenie portyku greckiego wynikało jedynie z potrzeby rytualnej, liturgicznej, a bynajmniej nie dla nie-naruszalnej jakoby zasady estetycznej, dla której subtelny w swym poczuciu artystycznym Grek zdaniem niektórych estetyków, nie mógł niby znosić widoku słupa na osi fasady, dowodzi fakt, że w wypadkach, gdzie ta potrzeba rytualna nie istniała, grecy na osi fasady słup ustawiali bardzo często, jak to wskazuje kilka przykładów następujących.

Gdy poczęto stawiać świątynię większych rozmiarów, otaczając je dookoła kolumnadą (t. zw. *peripteros*), pod którą odbywały się procesje kapłanów i chórów, liczbę kolumn w licu czołowym dawano zawsze parzystą, z otworem drzwiowym na osi budynku, zaś w licu bocznym dawano dowolnie — parzystą lub nieparzystą ich liczbę. Najczęściej jednak w epoce rozkwitu sztuki greckiej, dawano z boków świątyni nieparzystą liczbę kolumn, a więc słup na osi fasady, trzymając się zasady, by liczba kolumn bocznych równała się zdwojonej liczbie kolumn czołowych + 1, a więc 6 kolumn czołowych i $6 \times 2 + 1 = 13$ bocznych, lub 8 i $8 \times 2 + 1 = 17$ kolumn (rys. 4).



Rys. 4. Plan świątyni w Girgenti z kolumnadą okólną (t. zw. *peripteros*).

O DRGANIACH W OBRABIARKACH DO METALI.

Podał Henryk Mierzejewski, prof. Politechniki Warszawskiej.

(Ciąg dalszy do str. 56 w № 12 r. b.)

Zastosujmy obecnie zasadę Hamiltona:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \delta \int_{t_0}^{t_1} \Pi dt.$$

Mamy:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \varepsilon b h \int_{t_0}^{t_1} \int_0^1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} \cdot \frac{\partial \delta \zeta}{\partial t} dt dx.$$

Przez ε oznaczamy gęstość właściwą.

Całkując częściowo względem czasu, możemy przekształcić powyższe wyrażenie:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \cdot \frac{\partial \delta \zeta}{\partial t} dt = \left[\frac{\partial \zeta}{\partial t} \delta \zeta \right]_{t=t_0}^{t=t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \delta \zeta dt.$$

Tym sposobem szukana warjacja:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = -\varepsilon b h \int_{t_0}^{t_1} dt \int_0^1 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \delta \zeta dx,$$

gdyż dla $t=t_0$ i dla $t=t_1$ stosownie do umowy $\delta \zeta = 0$, zaś wyrażenie poza znakiem całki znika. Podobnie mamy:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \Pi dt = \frac{E b h^3}{12} \int_{t_0}^{t_1} dt \int_0^1 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta \zeta}{\partial x^2} dx.$$

Wyrażenie $\int_0^1 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta \zeta}{\partial x^2} dx$ przekształcamy, stosując całkowanie częściowe. Mamy najpierw:

$$\int_0^1 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta \zeta}{\partial x^2} dx = \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial \delta \zeta}{\partial x} \right]_{x=0}^{x=1} - \int_0^1 \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \frac{\partial \delta \zeta}{\partial x} dx.$$

Całkując jeszcze raz, otrzymujemy:

$$\int_0^1 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial \delta \zeta}{\partial x} dx = \left[\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \delta \zeta \right]_{x=0}^{x=1} - \int_0^1 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \delta \zeta dx.$$

Podstawiając wyrażenie powyższe we wzór poprzedni, otrzymujemy:

$$\int_0^1 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta \zeta}{\partial x^2} dx = \left[\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial \delta \zeta}{\partial x} - \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \delta \zeta \right]_{x=0}^{x=1} + \int_0^1 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \delta \zeta dx.$$

Tym sposobem warjacja energii potencjalnej będzie:

$$\delta \int_0^1 \Pi dt = \frac{E b h^3}{12} \int_{t_0}^{t_1} dt \left[\left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial \delta \zeta}{\partial x} - \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} \delta \zeta \right) \right]_{x=0}^{x=1} + \int_0^1 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \delta \zeta dx.$$

Mamy teraz wyznaczyć wartości wyrażenia dwuwyzowego pod znakiem całki dla wartości granicznych $x=0$ i $x=1$, czyli dla początku i końca belki, jakie określają warunki brzegowe.

Najważniejsze z możliwych wypadków są następujące:

1. *Belka jest zamocowana w obu końcach.* Dla $x=0$ i $x=1$ tak $\zeta=0$ jak i $\frac{\partial \zeta}{\partial x}=0$, gdyż przez zamocowanie obu końców uniemożliwia się przesunięcia wzdłuż osi. Wyrażenie podcałkowe jest równe zeru.

2. *Belka posiada oba końce swobodne.* Dla $x=0$ i $x=1$, tak $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}=0$ jak i $\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3}=0$, gdyż końce belki nie posiadają żadnej krzywizny, jak również krzywizna końców swobodnych nie zmienia się. Wyrażenie podcałkowe jest równe zeru.

3. *Belka jest w końcu $x=0$ zamocowana, zaś w drugim $x=1$ swobodna.* Dla $x=0$ znika ζ i $\frac{\partial \zeta}{\partial x}$, zaś dla $x=1$ znika $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}$ i $\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3}$. Wyrażenie podcałkowe jest równe zeru.

4. *Belka jest podparta w obu końcach.* Przez podparcie końców warunki brzegowe sprowadzają się do tego, że ζ i $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}$ znikają, zaś $\frac{\partial \zeta}{\partial x}=0$. I w tych warunkach wyrażenie podcałkowe staje się zerem.

Tak więc we wszystkich omawianych wypadkach mamy:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \Pi dt = \frac{E b h^3}{12} \int_{t_0}^{t_1} dt \int_0^1 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \delta \zeta dx.$$

Z zasady Hamiltona wynika, że:

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \int_0^1 dx \left[\varepsilon b h \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \frac{E b h^3}{12} \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} \right] \delta \zeta = 0.$$

Ponieważ $\delta \zeta$ jest najzupełniej dowolne, przeto wyrażenie w nawiasach musi zniknąć. Otrzymujemy tym sposobem równanie różniczkowe drgań belki:

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + \frac{E h^2}{12} \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} = 0. \quad (1)$$

Rzeczą jest zrozumieć, że rozwiązanie tego równania zależy od warunków brzegowych. Metoda całkowania jest

jednak ta sama we wszystkich czterech wypadkach. Zakładamy mianowicie, że:

$$\zeta = \varphi(x) \cos nt \text{ lub } \zeta = \varphi(x) \sin nt.$$

Podstawiając powyższe wyrażenie w równanie otrzymamy:

$$\frac{d^4 \varphi}{dx^4} - \lambda \varphi(x) = 0, \quad \text{gdzie } \lambda = \frac{12 \rho n^2}{E h^2}. \quad (2).$$

Mamy obecnie określić t. zw. wartość własną λ . Równanie ostatnie jako linjowe, jednorodne i ze stałymi współczynnikami posiada rozwiązanie:

$$\varphi(x) = e^{\tau x},$$

gdzie τ oznacza stałą, którą wyznaczamy jak zwykle z równania algebraicznego $\tau^4 - \lambda = 0$. Mamy stąd układ czterech wartości:

$$\tau_1 = \sqrt[4]{\lambda}; \quad \tau_2 = -\sqrt[4]{\lambda}; \quad \tau_3 = i\sqrt[4]{\lambda}; \quad \tau_4 = -i\sqrt[4]{\lambda}.$$

Zakładając $\sqrt[4]{\lambda} = s$, otrzymamy:

$$\varphi_1 = e^{sx}; \quad \varphi_2 = e^{-sx}; \quad \varphi_3 = e^{isx}; \quad \varphi_4 = e^{-isx}.$$

Powyższy układ całek możemy zastąpić innym, dogodniejszym w praktyce, który jest oparty na funkcjach trygonometrycznych i hyperbolicznych zamiast wykładniczych.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(e^{sx} + e^{-sx}) &= \cosh x = \varphi_I(x), \\ \frac{1}{2}(e^{sx} - e^{-sx}) &= \sinh x = \varphi_{II}(x), \\ \frac{1}{2}(e^{isx} + e^{-isx}) &= \cos x = \varphi_{III}(x), \\ \frac{1}{2}(e^{isx} - e^{-isx}) &= \sin x = \varphi_{IV}(x), \end{aligned}$$

Tym sposobem ogólna całka równania przedstawi się w sposób następujący:

$$\varphi(x) = A \cosh(sx) + B \sinh(sx) + C \cos(sx) + D \sin(sx) \quad (3).$$

Przyczem stałe A, B, C, D i wartości λ należy określić z warunków brzegowych¹⁾.

1. Belka zamocowana w obu końcach.

Warunki brzegowe są następujące:

$$\text{Koniec } x=0 \quad \zeta=0 \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x}=0 \quad \varphi(0)=0 \quad \varphi'(0)=0.$$

$$\text{Koniec } x=1 \quad \zeta=0 \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x}=0 \quad \varphi(1)=0 \quad \varphi'(1)=0.$$

Otrzymujemy:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(0) &= +A & +C & = 0 \\ \frac{1}{s} \varphi'(0) &= & +B & +D = 0 \\ \varphi(1) &= +A \cosh s + B \sinh s + C \cos s + D \sin s = 0 \\ \frac{1}{s} \varphi'(1) &= +A \sinh s + B \cosh s - C \sin s + D \cos s = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4).$$

Dwa pierwsze równania dają możność wyrugowania C i D z dwóch następnych. Otrzymujemy tym sposobem:

$$\begin{aligned} A(\cosh s - \cos s) + B(\sinh s - \sin s) &= 0 \\ A(\sinh s + \sin s) + B(\cosh s - \cos s) &= 0. \end{aligned}$$

Pomijając rozwiązanie banalne $A=0$ i $B=0$ otrzymamy:

$$\begin{vmatrix} \cosh s - \cos s & \sinh s - \sin s \\ \sinh s + \sin s & \cosh s - \cos s \end{vmatrix} = 0$$

skąd otrzymujemy na koniec równanie przestępne, określające s

$$\cosh s \cdot \cos s = +1 \quad (5).$$

Równania powyższe, podobnie jak i następne, rozwiązał lord Rayleigh, otrzymując następujące wartości pierwiastków:

$$s_1 = 4,7300; \quad s_2 = 7,8532; \quad s_3 = 10,9956; \quad s_4 = 14,1372; \\ s_5 = 17,2788.$$

¹⁾ Ogólną teorię drgań, wyłożoną w sposób ogólny i nowoczesny, z zastosowaniem równań całkowych, czytelnik znajdzie w pracy Klemensa Schaefera: Wstęp do fizyki teoretycznej (Lipsk. Wyd. Veit, 1914) str. 577 do 725. Dowodzenia przytoczone przeze mnie są na tej pracy głównie oparte. O funkcjach hyperbolicznych patrz: Jahnke—Emde. Funktionentafeln. Lipsk. Teubner, r. 1909.

2. Oba końce swobodne.

Warunki brzegowe wyrażają się w sposób następujący:

$$\text{Koniec } x=0 \quad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}=0 \quad \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3}=0 \quad \varphi''(0)=0 \quad \varphi'''(0)=0$$

$$\text{Koniec } x=0 \quad \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}=0 \quad \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3}=0 \quad \varphi''(0)=0 \quad \varphi'''(0)=0.$$

Postępując tak samo jak i w wypadku poprzednim, otrzymujemy bez trudności równanie:

$$\cosh s \cdot \cos s = +1 \quad (6).$$

identyczne z poprzednim.

Sprostowanie. W zeszytych № 11 we wzorach końcowych zamiast ξ wprowadzić ζ .

(D. n.)

DROGI BETONOWE.

Napisał J. Zubko, inż.

(Ciąg dalszy do str. 12 w № 63 r. b.)

Ilość materiału potrzebnego do budowy jezdni betonowej może być łatwo określona. Jeżeli przyjmujemy, że mamy budować drogę o przekroju poprzecznym wskazanym na rys. 1 (№ 12, str. 62) to powierzchnia¹⁾ poprzecznego przekroju jezdni będzie:

$$15 \times 500 + 2 \times \frac{2}{3} xy^2 = 7500 + \frac{4}{3} \times 2,5 \times 250 = \\ = 8334 \text{ cm}^2 = 0,8334 \text{ m}^2.$$

Czyli, na jeden metr bieżący jezdni betonowej będziemy potrzebowali $0,8334 \text{ m}^2 \times 1 \text{ m} = 0,8334 \text{ m}^3$ betonu.

Przy użyciu betonu w stosunku 1 : 2 : 4 na 1 m^3 betonu potrzebujemy:

cementu	0,21 m^3 = 350 kg
piasku	0,47 "
żwiru	0,94 "
wapna lasowanego ²⁾	30 kg.

Na 1 m bież. jezdni betonowej będziemy potrzebowali:

cementu	$350 \times 0,8334 = 292 \text{ kg}$
piasku	$0,47 \times 0,8334 = 0,39 \text{ m}^3$
żwiru	$0,94 \times 0,8334 = 78 \text{ "}$
wapna lasowanego ²⁾	$30 \times 0,8334 = 25 \text{ kg}$

Jeżeli beton ma być wzmocniony żelazem, to może być użyta siatka druciana lub pręty żelazne. W pierwszym wypadku na 1 m bież. jezdni betonowej przypadnie siatki żelaznej $2,1 \text{ kg} \times 5 = 10,5 \text{ kg}$.

W razie użycia drugiego sposobu wzmocnienia jezdni betonowej, musimy robić w jezdni szwy poprzeczne w odległości jeden od drugiego od 15 do 30 m, wskutek czego ilość żelaza będzie zmienną; obliczenie jej w każdym razie nie może sprawić kłopotu.

Jeżeli przyjąć wzmocnienie betonu zapomocą siatki, to na 500 m długości drogi będzie potrzeba materiałów:

cementu	146 000 kg
piasku	195 m^3
żwiru	390 "
siatki żelaznej	5250 kg
wapna lasowanego ²⁾	12500 "

Ceny materiałów nie podaję, ponieważ obecnie nie mamy cen stałych i każdy interesujący się tą sprawą bardzo łatwo sam będzie w stanie obliczyć, znając miejscowe ceny, koszt materiałów potrzebnych do budowy drogi betonowej.

Robocizna potrzebna do wybudowania drogi będzie podana dalej.

Budowa drogi betonowej.

Łoże drogi. Poprzeczny przekrój łoża drogi betonowej może mieć trzy formy: 1) równoległą do powierzchni jezdni

¹⁾ Przy obliczeniu przyjęto, że jezdni ma kształt paraboli, chociaż w praktyce może być określona jako łuk koła.

²⁾ Wapno lasowane można dodawać dla powiększenia nieprzemakalności betonu. Domieszka wapna nie jest konieczna.