

## ROZDZIAŁ II.

### NAPREŻENIA SZYBKOSMIENNE I UDAROWE W UKŁADACH IZOLACYJNYCH.

W dielektryku, znajdującym się pod działaniem wolnozmiennego pola elektrycznego, prąd dielektryczny składa się z prądu przewodzenia i prądu przesunięcia /por. Rozdział I, ust. 5./. Skutkiem zjawisk absorpcji dielektrycznej w dielektryku niejednorodnym, prąd, czynny, a więc ogrzewający dielektryk, powiększa się w stosunku do czystego prądu przewodzenia. Z rosnącą częstotliwością prąd ten zwiększa się jeszcze bardziej, co nie może pozostać bez wpływu na wytrzymałość dielektryku. Będzie o tem mowa obszerniej w następnych rozdziałach. Tutaj zajmiemy się bliżej rodzajami naprężeń, jakie wtedy występują w izolacji, oraz przyczynami ich powstawania.

W rozdziale I. zajmowano się naprężeniami występującymi w stanie ustalonym lub nibyustalonym. Naprężenia szybkosmienne w technice wysokich napięć mają naogół charakter nieustalony, zazwyczaj krótko trwający, lecz powtarzający się, co właśnie jest szczególnie dla nich charakterystyczne. Powstają one skutkiem: 1 /drgań w obwodach o stałych skupionych i 2/ drgań układów o stałych rozłożonych. Bardzo często występują jedne z nich, jako następstwo drugich. Można je jednak rozpatrywać oddzielnie, ponieważ zwykle czasy ich przebiegu różnią się co do rzędu wielkości.

Oba te przypadki są znane z ogólnych podstaw elektrotechniki; wobec tego zajmiemy się ich zasadą tylko w krótkości, ponieważ na tem będą oparte rozważania, dotyczące zjawisk przepięciowych, o czem będzie mowa w następnych rozdziałach.

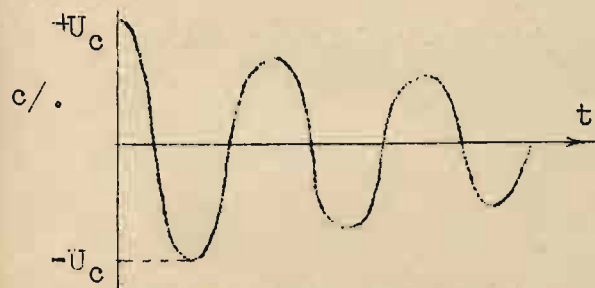
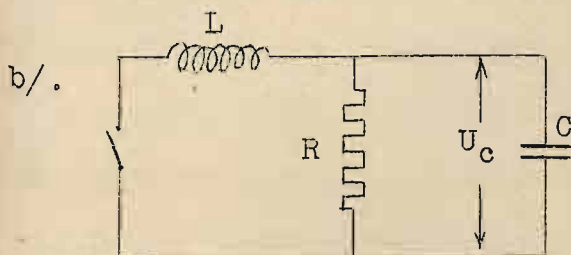
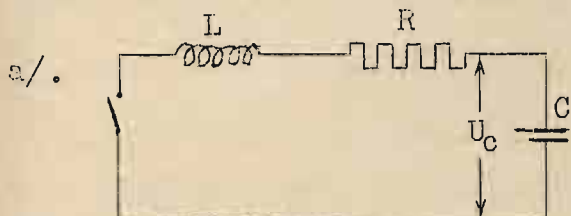
#### 1. DRGANIA W OBWODACH O STAŁYCH SKUPIENIACH.

W praktycznej elektrotechnice wszystkie obwody posiadają oporność indukcyjność i pojemność, więcej lub mniej skupioną, tworzą więc układy zdolne do drgań. Każde nagłe zakłócenie stanu ustalonego w takim obwodzie, np. przy wszelkiego rodzaju łączeniach i zwarciach, może spowodować powstanie drgań. Nie wchodząc w bardziej złożone układy, zajmiemy się

tu najprostszym przypadkiem wyładowania i ładowania kondensatora w obwodzie o skupionej indukcyjności i oporności.

### Wyładowanie kondensatora.-

Kondensator C /Rys.20a./ naładowany do napięcia U, zostaje nagle zwarty przez cewkę o indukcyjności L i oporności R. Powstaje prąd  $i$



Rys.20.

płynący w obwodzie; napięcie na kondensatorze zaczyna się zmniejszać. Wskutek indukcyjności obwodu prąd nie może zniknąć od razu; kondensator ładuje się z powrotem do napięcia o przeciwnym znaku. Wskutek strat występujących w obwodzie powstaje tłumienie. Straty te można przedstawić, jako oporność włączoną szeregowo lub równoległe do kondensatora.

Przy połączeniu szeregowym/Rys. 20a./kondensator naładowuje się za drugim razem do napięcia  $-u_c$ , mniejszego, niż to, przy którym został wyładowany

/+  $u_c$ /; następuje znowu wyładowanie i t.d. przy napięciu coraz to mniejszym z powodu strat. Amplitudy napięcia i prądu kondensatora stale maleją według znanych wzorów:

$$u_c = \frac{1}{\omega \sqrt{LC}} U \sin(\omega t - \arctan \frac{\omega}{\omega_0}) \cdot e^{-\alpha t}$$

$$i_c = \frac{1}{\omega L} U \sin \omega t \cdot e^{-\alpha t}$$

gdzie  $\alpha = \frac{R}{2L}$ ,

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Przytem częstotliwość drgań własnych układu

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad /1a./$$

Przebieg zjawiska zależy w bardzo dużym stopniu od wielkości oporności R

w stosunku do  $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ . Jeżeli  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , to  $f_0$  ma wartość rzeczywistą; jest to przypadek wyładowania okresowego /Rys.20c./. Przy  $R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ ,  $f_0$  ma wartość urojona; wyładowanie jest aperiodyczne. Wzory powyższe dają wskazówkę, jak należy dobrać  $R$ , aby otrzymać wymagane tłumienie.

Jeżeli tłumienie jest bardzo słabe, to  $\alpha \ll \omega$ , a  $R \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , wtedy

$$u_c = U \cos \omega t \cdot e^{-\alpha t}$$

$$i_c = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot U \sin \omega t \cdot e^{-\alpha t}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad /2./$$

W większości przypadków praktycznych bez sztucznego tłumienia, można zadowolić się temi uproszczonemi wzorami.

Przy połączeniu równoległym  $R$  i  $C$  /Rys.20b./ powyższe wyrażenia przybierają postać

$$u_c = \sqrt{1 - \frac{1}{2R\omega C}} \cdot U \sin(\omega t - \arctg \frac{\omega}{\alpha}) \cdot e^{-\alpha t}$$

$$i_c = \frac{1}{\omega L} U \sin \omega t \cdot e^{-\alpha t}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{2RC}} \quad /1b./$$

gdzie

$$\alpha = \frac{1}{2RC}; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{2RC}}$$

Wyładowanie okresowe zachodzi w tym przypadku, skoro  $R > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ , a aperiodyczne, jeżeli  $R < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Jeżeli tłumienie jest bardzo słabe, to jest kiedy  $\alpha \ll \omega$ , a  $R \gg \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ , to

$$u_c = U \cos \omega t \cdot e^{-\alpha t}$$

$$i_c = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot U \sin \omega t \cdot e^{-\alpha t}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Otrzymamy więc takie same wyrażenie, jak dla przypadku połączenia sze-



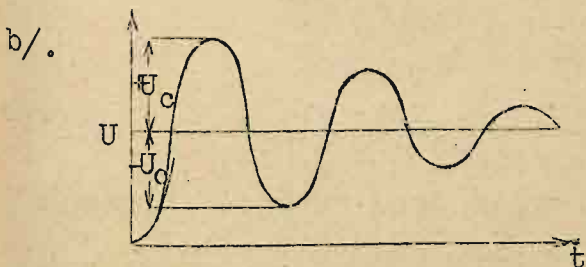
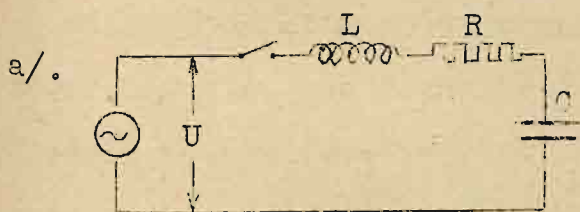
regowego. Przebieg wyładowań będzie taki sam, jak tam.

Przypadek połączenia szeregowego oporności  $/R/$  z kondensatorem  $/C/$  zachodzi np. dla cewki ze stratami w uzwojeniu i w żelazie, a połączenia równoległego np. dla kondensatora ze stratami dielektrycznymi. Sztuczne zwiększenie oporności szeregowej lub zmniejszenie bocznikowej stosuje się często, aby otrzymać drgania szybko zanikające lub zapobiec przepięciom rezonansowym.

### Ładowanie kondensatora.

Bardziej interesujący dla techniki wysokich napięć jest przypadek nagłego włączenia kondensatora do źródła prądu, a więc ładowanie kondensatora  $/Rys. 21a./$ . Jako kondensator możemy uważać np. szyny zbiorcze. Przy przyłączaniu linii do szyn zbiorczych np. przez cewki indukcyjne, znajdujące się często na końcu linii, mogą powstać również zjawiska drgające o dużej częstotliwości, jak podaje przykład: jeżeli  $L = 1mH$ ,

$R = 0,1\Omega$ ,  $C = 400\mu F$ , to  $\sqrt{\frac{L}{C}} = 1580\Omega$ .  
A więc  $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$ , drgania są słabo tłumione. Częstotliwość ich  $f_0 =$   
 $= ok. 250000$ .



Rys. 21.

W przypadkach, wyżej podanych, i im podobnych interesuje nas amplituda drgań, ich częstotliwość oraz tłumienie. Prąd, jak łatwo można się przekonać z obliczenia, przybiera

wprawdzie znaczne wielkości, trwa jednak tak krótki czas, że nie może spowodować znacniejszego działania cieplnego.

Przy wyładowaniu kondensatora napięcie, przy którym nastąpiło wyładowanie, jest zarazem największym napięciem przebiegu. W przypadku ładowania przebieg drgający nakłada się na przebieg ustalony o napięciu źródła prądu  $U$ . Napięcie na kondensatorze będzie miało w momencie pierwszego naładowania tegoż podwójną /teoretyczną/ wielkość w stosunku do napięcia źródła prądu. W rzeczywistości amplituda będzie miała

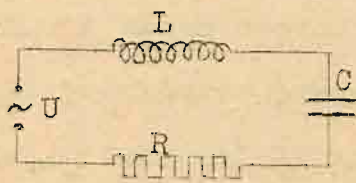
skutkiem tłumienia wartość mniejszą niż  $2U$ . Jednak nawet podwójna wartość napięcia nie jest groźna dla izolacji urządzenia elektrycznego.

Samo zjawisko ładowania lub wyładowania pojemności pewnej części obwodu elektrycznego nie powoduje więc nadmiernych naprężeń. Z powodu silnego tłumienia przebieg taki trwa bardzo krótki czas. Gorzej jest, jeżeli zjawisko ma charakter powtarzający się i trwający w sumie dłuższy czas np. przy przebiegach ziemnozwarciowych i rezonansowych.

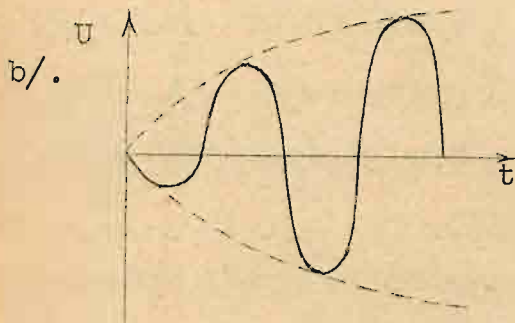
### -Drgania rezonansowe.

Jeżeli na obwód o stałych skupionych  $R, L$  i  $C$  /Rys.22a/ działa z zewnątrz SEM o częstotliwości  $f$ , zostaje on pobudzony do drgań. Wtedy

a/.



b/.



$$U = I \sqrt{R^2 + \left( \frac{1}{2\pi f C} - 2\pi f L \right)^2}$$

w przypadku, gdy  $f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = f_0$ ,

t.j. jeżeli częstotliwość drgań SEM zewnętrznych równa się częstotliwości drgań własnych obwodu, to następuje rezonans napięć, przy którym napięcia na indukcyjności i pojemności równoważą się:

Rys.22.

$$\frac{2\pi f L}{R} U = \frac{1}{2\pi f C \cdot R} U \quad /3/$$

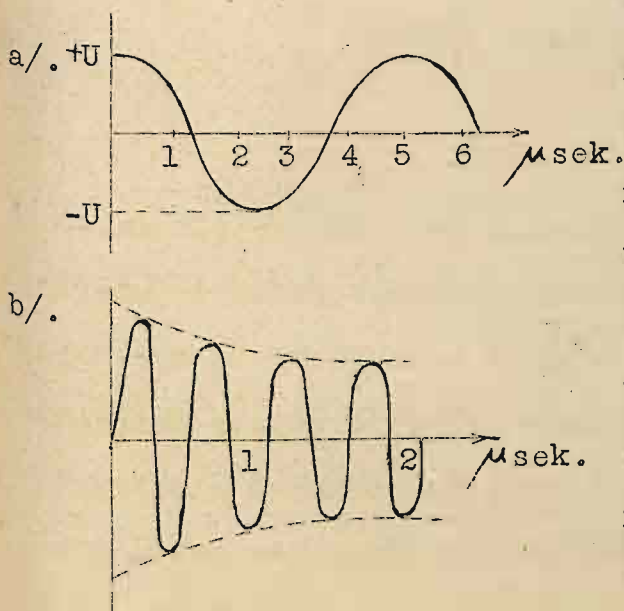
Przy małej wartości  $R$  mogą te napięcia przyjąć dużą wartość i naprężyć izolację nadmiernie. Jednak z powodu zwykle stosunkowo znacznej oporności w obwodzie, napięcie na cewce, czy kondensatorze rzadko kiedy przekracza dwukrotną wartość napięcia wzbudzającego. W razie, gdy niema zupełnej zgodności  $f$  i  $f_0$ , napięcie w obwodzie podnosi się, jednak do mniejszej wysokości.

Przejście ze stanu jałowego do rezonansowego nie odbywa się momentalnie, nawet w razie nagłego przyłożenia napięcia wzbudzającego do obwodu. Odbywa się to w postaci drgań wzmagaających się /Rys.22b./. Stan rezonansu utrzymuje się, jak długo istnieje przyczyna rezonansu.



Zwykle są nią wyższe harmoniczne źródła prądu, lub jeszcze szczęście, drgania linjowe, o których będzie mowa w rozdziale II i in.

Tak więc i tutaj tylko w niekorzystnych przypadkach można się spodziewać nadmiernego naprężenia izolacji z powodu zwiększonego napięcia. Powstaje natomiast niebezpieczeństwo z powodu wzmożonej częstotliwości. Drgania wtedy powstające przybierają zwykle postać drgań silnie tłumionych, często powtarzających się, powodujących z powodu bardzo wielkiej częstotliwości /rzędu setek tysięcy okresów na sekundę/ bardzo szybki wzrost napięcia od zera od wartości maksymalnej/ w czasie rzędu mikrosekund/. Skutkiem tego powodują one pewnego rodzaju działanie udarowe.



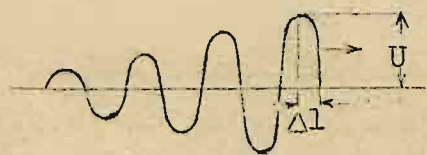
Rys. 23.

Na Rys. 23a i b. przedstawione są takie przebiegi drgające. W pierwszym /a/  $f = \text{ok. } 200000$ , wzrost napięcia do maksimum następuje w czasie  $1,25 \mu \text{ sek.}$

W drugim /b/ przebieg jest kilka razy szybszy i gwałtowniejszy. Takie drgania uderzają w izolację kilkadziesiąt i więcej razy na sekundę, stanowią więc poważne obciążenie.

Drgania tego rodzaju mogą ze swej strony wywołać fale wędrowne w przewo-

dach przyłączonych do obwodów, w których powstają /Rys. 24./. Z powodu dużej częstotliwości fale wędrowne mają przebieg stromy t.j. osiągają



Rys. 24.

na małej długości  $\Delta l$  całą wysokość napięcia  $U$ . Skutkiem tego powodują naprężenia izolacji między zwojowej maszyn i transformatorów i t.d. O tem będzie mowa w następnym rozdziale.

## 2. FALE WĘDROWNE.

W dielektryku znajdującym się w polu wolnozmiennej prąd dielek-

tryczny składa się z prądu przewodzenia i prądu przesunięcia. Gęstość jego jest według wzoru /Rozdz.I. wz.27./

$$\hat{J} = \gamma \hat{K} + \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{d\hat{K}}{dt}$$

Prąd przesunięcia wywołują według Maxwella zjawiska magnetyczne podobnie, jak prąd przewodzenia. Zostało to potwierdzone doświadczalnie. Prąd przesunięcia, który zależy od szybkości zmian pola, osiąga przy prądach szybkozmiennych takie wartości, że jego magnetyczne działanie może mieć wpływ na zjawiska w polu.

Związek między wielkościami magnetycznymi i elektrycznymi w takim polu wyrażają wzory

$$\int_1 \hat{H}.dl = \int \left[ \gamma \hat{K} + \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{\partial \hat{K}}{\partial t} \right] / ds = \int \hat{J}.ds$$

oraz

$$\int_1 \hat{K}.dl = - \frac{\partial}{\partial t} \int \hat{B}.ds$$

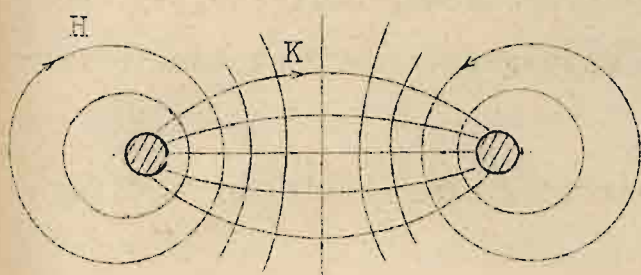
tutaj oznacza  $H$  natężenie pola magnetycznego,  $B$  jego indukcję,  $K$  natężenie pola elektrycznego,  $ds$  element powierzchni prostopadły do kierunku pola,  $\int H.dl$  i  $\int K.dl$  całki linjowe natężeń pola. Wzory te wyrażają, że między polem elektrycznym i magnetycznym istnieje ścisły związek. Skutkiem zmian strumienia magnetycznego powstaje strumień elektryczny. Strumień elektryczny powoduje ze swej strony powstanie prądu przewodzenia i prądu przesunięcia, płynącego przez dielektryk. Oba te prądy wytwarzają strumień magnetyczny. Zmiana jednego strumienia pociąga za sobą natychmiast zmianę drugiego. Z powyższego związku wynika, że wszelkie zmiany pola w środowisku mogą się odbywać tylko ze skończoną prędkością.

Zmiany te odbywają się w postaci fal elektromagnetycznych, rozchodzących się w przestrzeni otaczającej miejsce, gdzie istnieje przyczyna tych zmian. Jako taką przyczynę uważamy np. każdą zmianę prądu lub napięcia w obwodzie. Fala elektromagnetyczna związana jest z polem elektrycznym i magnetycznym. W dostatecznej odległości od miejsca powstania fali jej linje elektryczne i magnetyczne stoją prostopadle do



siebie. Taką falę nazywamy płaską. Wielkości polowe takiej fali zależą tylko od składowych w kierunku rozchodzenia się fali.

Przypadek taki zachodzi z dużym przybliżeniem np. przy przewodach elektrycznych /Rys.25./. Linje elektryczne przebiegają od jednego przewodu do drugiego, linje magnetyczne zamykają się naokoło przewodów.



Rys.25.

Wektory napięcia pola magnetycznego i elektrycznego stoją prostopadłe do siebie i do kierunku rozchodzenia się fal, t.j. do przewodów. W takim przypadku przebieg linii polowych jest taki sam, jak w polu statycznym.

Działanie więc tych pól można rozpatrywać, jak przy polach wolnozmennych.

Takie uproszczenia można uczynić dla tej części przewodów, która jest dosyć oddalona od miejsca zaburzenia, t.j. powstania fali, gdzie przebieg są inne. Przytem nie uwzględnia się, że natężenie pola elektrycznego ma pewną składową styczną do powierzchni przewodu i że wobec tego działanie magnetyczne tej składowej prądu przesunięcia nie jest uwzględnione. Rachunek wykazuje, że te uproszczenia są dopuszczalne, jeżeli prędkość zmian pola nie jest większa, niż to odpowiada częstotliwości  $10^7$  okr./sek. Jest to więc w granicach praktycznie zachodzących zjawisk przy wysokim napięciu.

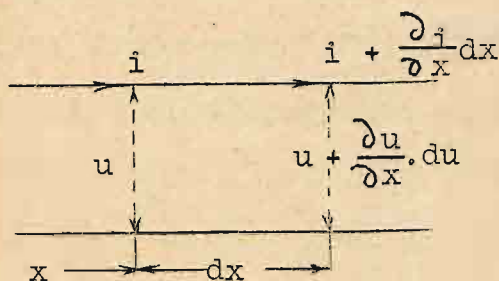
W dalszym ciągu zajmiemy się rozpatrywaniem tego rodzaju zjawisk z punktu widzenia naprężeń występujących w układach izolacyjnych, poddanych działaniu takich fal elektromagnetycznych. Przedewszystkiem musimy przedstawić w poglądowej formie przebiegi fal wędrownych, które stanowią charakterystyczną postać przepięć w przeważającej liczbie wypadków. Pod tym względem trzymać się będziemy ujęcia wprowadzonego przez C.P. Steinmetza/1908/ i K.W. Wagnera/1908/, a dostosowanego do celów praktycznych przez R. Rüdenberga /1912/.<sup>\*)</sup>

<sup>\*)</sup> R. Rüdenberg: Elektrische Schaltvorgänge, II wyd. Berlin, 1927.



### a/.Powstawanie fal.

Skutkiem zaburzeń stanu ustalonego w przewodach linii dalekonośnych występują zjawiska, które odbywają się w postaci fal elektromagnetycznych, rozchodzących się wzdłuż przewodów. Linja dalekonośna może być uważana, jako obwód elektryczny o styłych rozłożonych. Przyjmujemy /Rys.26./, że na odcinku takiej linii dwuprzewodowej stałe t.e., oporność  $R_0$ , indukcyjność  $L_0$ , pojemność  $C_0$  i upływność  $A_0$  są rozłożone równomiernie.



Rys.26.

Na podstawie znanych zależności możemy napisać

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = A_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Każdej zmianie prądu lub napięcia

w czasie odpowiada, jak z powyższych równań widać, zmiana napięcia lub prądu w przestrzeni.

Uniezależniając pierwsze z powyższych równań od prądu, a drugie od napięcia, dochodzimy do równań podstawowych napięcia i prądu w dowolnym punkcie długiej linii w odległości  $x$  :

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = A_0 R_0 u_x + \frac{1}{R_0 C_0} + A_0 L_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} + C_0 L_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial^2 i_x}{\partial x^2} = A_0 R_0 i_x + \frac{1}{R_0 C_0} + A_0 L_0 \frac{\partial i_x}{\partial t} + C_0 L_0 \frac{\partial^2 i_x}{\partial t^2}.$$

Z tych równań można już obliczyć  $u_x$  i  $i_x$  w dowolnej chwili, jeżeli tylko będziemy mieli dostateczną liczbę dodatkowych danych, dotyczących wartości napięć i prądów w wiadomych chwilach i w określonych miejscach.

Dla uproszczenia założymy, że linja jest nieodkształcająca, t.zn., że  $\frac{R_0}{L_0} = \frac{A_0}{C_0}$ , co praktycznie można przyjąć z dostateczną dokładnością. Wtedy ogólne równania napięcia i prądu mają rozwiązania:

$$u_x = \left[ f_1/x - ct/ + f_2/x + ct/ \right] \cdot e^{-\alpha t} \quad /4./$$

$$i_x = \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} \left[ f_1/x - ct/ - f_2/x + ct/ \right] \cdot e^{-\alpha t} \quad /5./$$

gdzie:  $f_1$  i  $f_2$  stanowią naogół dowolne funkcje odległości  $x$  i czasu  $t$ ;  $c = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$  jest prędkością, z jaką rozchodzą się z jednego dowolnego punktu do drugiego te same wartości prądu i napięcia; inaczej mówiąc, jest to prędkość rozchodzenia się fal napięcia i prądu po przewodzie;  $\alpha$  jest współczynnikiem warunkującym zanikanie funkcji:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{R_0}{L_0} + \frac{A_0}{C_0} \right).$$

Widać z tego, że napięcie można przedstawić jako sumę dwóch fal, a prąd jako różnicę dwóch fal, rozchodzących się z tą samą prędkością, ale w kierunkach przeciwnych. Fale te podczas ruchu nie zmieniają kształtu; występuje natomiast zmniejszenie ich amplitudy, gdyż zachodzi tłumienie z biegiem czasu, zależne od funkcji wykładniczej. Fale prądu są podobne do odpowiednich fal napięcia; rzędne fal prądu otrzymujemy z rzędnych napięcia, mnożąc je przez  $\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}$ . Odwrotność ostatniego wyrażenia:  $\sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = Z$ , stanowi oporność falową linii nieodkształcającej. Uwzględniając to we wzorze /5./, otrzymamy:

$$i = \left[ \frac{f_1/x - ct/}{Z} - \frac{f_2/x + ct/}{Z} \right] \cdot e^{-\alpha t} \quad /5a./$$

Dla obu fal prąd jest równy napięciu, podzielonemu przez oporność falową. Jedynie tylko prąd, związany z falą napięcia, przesuwającą się w kierunku  $x$ , mającego z prędkością  $c$ , jest znaku przeciwnego, niż to napięcie. Napięcia i prądy obu tych fal składowych są ze sobą w fazie.

Prędkość rozchodzenia się fal zależy od przenikalności magnetycznej i elektrycznej środowiska w następującym stosunku:

$$c = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu \epsilon}}, \quad /6./$$

gdzie  $c_0$  jest prędkością fal w powietrzu,  $c_0 = 3 \cdot 10^{10}$  cm/sek.

Indukcyjność i pojemność linii nie mają wpływu na prędkość fal, po nich biegnących. Sprawdzić to można łatwo np. dla przypadku 2 przewodów równoległych o promieniu  $r$  i w odstępnie  $a$  od siebie. Pojemność jednostkowa takiego układu wyraża się wzorem

$$C_0 = \frac{1}{4 \log_n \frac{a}{r} \cdot 9 \cdot 10^{11}} \text{ faradów,}$$



a indukcyjność  $L_0 = 4/\log_n \frac{a}{r} + 0,25 \cdot 10^9$  henrów

stad

$$c = 3 \cdot 10^{10} \sqrt{\frac{\log_n \frac{a}{r}}{\log_n \frac{a}{r} + 0,25}} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek.}$$

Zwykle w przewodach napowietrznych  $\mu = 1$  i  $\epsilon = 1$ , a w kablach  $\mu = 1$  a  $\epsilon = \text{ok.}4$ , tak, że prędkość fal w kablach jest mniej więcej dwa razy mniejsza, niż w przewodach napowietrznych.

Oporność falowa linii zależy od jej stałych, odpowiadających jednostce długości linii  $/L_0$  i  $C_0/$ , przyczem te stałe zależą od grubości przewodów i odległości ich od siebie lub od ziemi. Dla przypadku, kiedy jako przewód powrotny fali mamy ziemię, oporność falowa linii jest większa. Np. dla drutów grubości 1 cm, w odstępnie 100 cm. i wysokości zawieszenia nad ziemią 10 m., mamy dla układu: przewód - przewód  $Z = 550\Omega$ , przewód - ziemia  $Z = 910\Omega$ . W przypadku szyn zbiorczych 2 cm. grubych, 40 cm. odstepu i 30 cm. odległości od ziemi, będziemy mieli dla układu: szyna - szyna  $Z = 360\Omega$ , szyna - ziemia  $Z = 400\Omega$ .

Naogół wartości oporności falowej linii, normalnie budowanej dla pewnego napięcia, niewiele się różnią, tak, że wygodniej jest posługiwać się tem właśnie pojęciem, aniżeli pojemnością lub indukcyjnością jednostkową. Wynika to ze związku między temi wielkościami:

$$c = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad \text{oraz} \quad Z = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

stad mamy  $\frac{1}{Z} = c \cdot L_0$  oraz  $\frac{1}{Z} = c C_0$ .

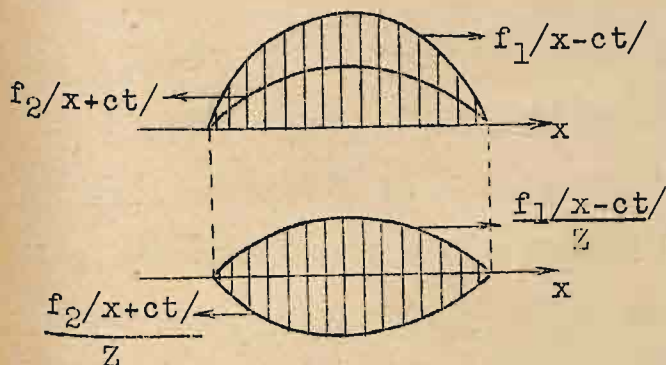
Ponieważ naogół  $c$  jest znane, przeto  $Z$  można obliczyć, znając  $L_0$  lub  $C_0$ .

Każda z funkcji  $f_1$  i  $f_2$  przedstawia krzywą /Rys.27./, których rzędne sumują się /dla napięcia/, lub odejmują się /dla prądu/. Te krzywe, przesuwając się wzdłuż osi  $x$ , nie zmieniają kształtu, jeżeli każdy punkt krzywej przepunie się w kierunku  $x$  w czasie  $t$  z prędkością  $c$ , a więc na odległość  $ct$  cm. Wtedy każdej rzędnej krzywej napięcia  $/u/$  odpowiada rzędna krzywej prądu  $/i/$ , związana z nią równaniem:

$$u = \pm \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \cdot i = \pm Zi; \quad /7./$$

stosownie do wyrażenia  $c = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ .

Otrzymujemy więc dwie wartości napięcia i prądu, jednakowe co do wielkości, a różniące się znakiem i przesuwające się w strony przeciwne. Jeżeli przyjmimy, że para wielkości związana znakiem + przesuwają się w kierunku rosnących wielkości  $x/w$  prawo/, a związanych znakiem - w przeciwnym /w lewo/, to po

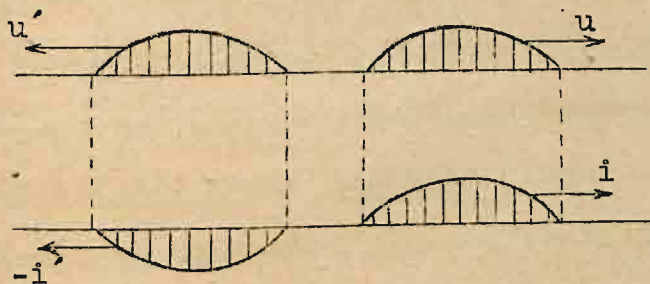


Rys. 27.

jakimś czasie  $t$  krzywe zajmą położenie wskazane na Rys. 28. Równie dobrze można przyjąć, że rzędne + przesuwają się w lewo, a - w prawo. Dla ujednolicenia zatrzymamy pierwszy przypadek, a dla odróżnienia tych par rzędnych oznaczać będziemy wielkości

przesuwające się w lewo indeksami. Będziemy więc mieli, stosownie do wz. /7./:

$$\begin{aligned} \text{napięcie } u &= + Z \cdot i & \text{przesuwa się w prawo,} & \quad /7a./ \\ \text{" } u' &= - Z \cdot i' & \text{" " w lewo,} & \quad /7b./ \end{aligned}$$



Rys. 28.

przyczem wielkości oznaczone znakiem - przedstawiać będziemy u dołu osi odciętych, wyobrażającej długości przewód elektryczny. Strzałka umieszczona przy krzywej oznacza kierunek przesuwania się funkcji.

Jeżeli funkcja, przesuwając się wzdłuż przewodu, natrafi na zmianę oporności falowej, następuje jej przekształcenie, przyczem zjawisko będzie miało podobny przebieg, jak u fal. Dla tego funkcje takie nazywamy falami napięcia lub prądu i to falami wędrownymi, ponieważ one niejako wędrują po przewodach, doznając odbić i t.d.

Zakłócenie stanu ustalonego przewodów długich odbywa się przeto



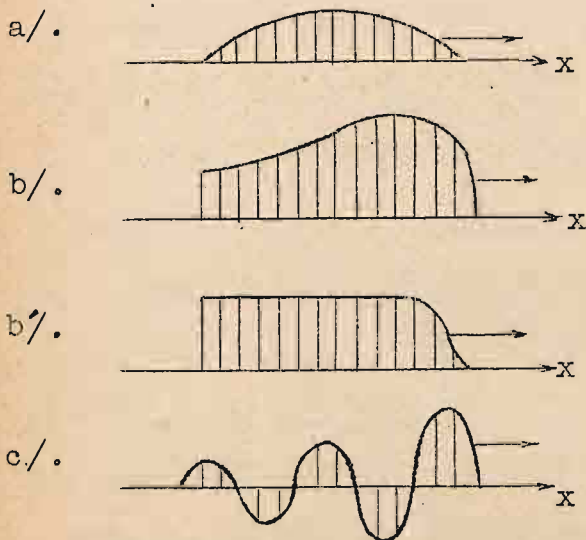
zawsze w postaci dwóch fal wędrownych napięcia i dwóch fal prądu, biegnących po przewodach w przeciwne strony z prędkością zależną od natury środowiska, niezależnie od siebie i niezależnie od stanu przewodów. Z praw ogólnych dla stanów nieustalonych wynika, że fale te, jako obraz stanu przejściowego nakładają się na istniejące na przewodzie napięcie czy prąd, tak że na przewodzie w rozpatrywanym miejscu i w danej chwili panuje

$$\text{napięcie} \quad U = u + u' \quad /8a./$$

$$\text{prąd} \quad I = i + i' \quad /8b./$$

### b/ Rodzaje fal.

Kształt fal wędrownych zależy od warunków ich powstawania. Naogół możemy odróżnić /Rys.29./:



Rys.29.

a./Fale o przebiegu łagodnym, np. w postaci ładunku powstającego skutkiem wpływów atmosferycznych i przesuwającego się po przewodach po uwolnieniu go /a/.

b./Fale o stromym czole czyli uskokowe, powstające np. skutkiem wyładowań piorunowych /b/, lub przebiegów ładowczych /b'/.  
 c./Fale drgające czyli ciągi fali /c/

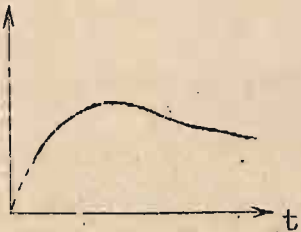
w postaci drgań tłumionych np. skutkiem wzbudzenia bodźczego obwodu oscylacyjnego /por. Rys.24./.

Na Rys.29. przedstawione są te przebiegi wzdłuż przewodu, t.j. każda rzędna krzywej oznacza wielkość napięcia lub prądu w danym punkcie przewodu i w danej chwili. Mając ten rozkład napięcia czy prądu, można, znając prędkość przesuwania się fali, wyznaczyć przebieg czasowy napięcia w danym punkcie przewodu /Rys.30b./. Obrawszy odpowiednie skale czasu, można otrzymać jednakowe obrazy dla przebiegów przestrzennych i czasowych.

a/.



b/.



Rys.30.

Fale wędrowne mogą powstawać w związku ze źródłem napięcia lub prądu zasilającego przewód, lub też niezależnie od tego.

Stosownie do tego rozróżnić możemy /Rys.31./:

a/ Fale zasilane, jeżeli wysyła je źródło o tak dużej wydajności, że odpływ energii, jaką fala przedstawia, nie wpłynie praktycznie na energję źródła. Wysokość fali jest wtedy naogół jednakowa, zależna od napięcia źródła, o ile nie uwzględnimy tłumienia w przewodzie.

b/ Fale samotne, jeżeli powstają niezależnie od źródła. Napięcie ich jest wtedy naogół różne na ich obszarze.

a/.



b/.



Rys.31.

Fala napięcia znajdująca się na przewodzie przedstawia napięcie panujące w poszczególnych punktach przewodu na odcinku zajęty przez nią.

Napięcie to rozumieć należy, jako różnicę potencjałów, występującą między przewodem a ziemią, lub drugim przewodem,

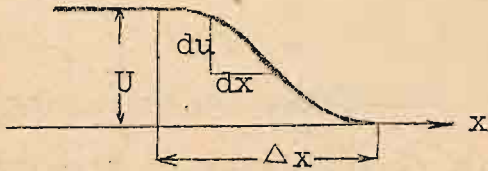
zależnie od tego, jak powstawało zjawisko zakłócenia. W każdym razie istnieć musi w tym drugim przewodzie, czy w ziemi, odpowiednik fali napięcia w przewodzie w postaci takiej samej fali, lecz o znaku przeciwnym, biegnącej z taką samą prędkością. Przebiegi, jakim podlega ta druga fala, są takie same, jak w fali pierwszej. Wobec tego będziemy tutaj zajmować się naogół tylko jedną falą, przyjmując milcząco, że druga fala istnieje również.

Różnica rzędnych fali napięcia w dowolnych dwu punktach przedstawia różnicę potencjałów, panującą między temi punktami. Jeżeli odległość tych 2 punktów jest niewielka, np. odpowiadająca 2 sąsiednim zwojom, to naprężenie na tej długości, występujące podczas przepływu fali, może

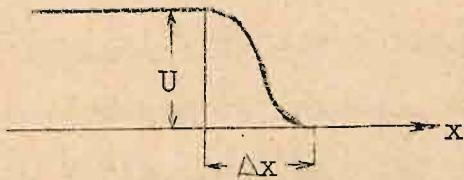


zagrozić izolacji. Występuje wtedy t.zw. przepięcie podłużne. Z tego powodu interesuje nas kształt fali, a głównie kształt jej przedniej części, czyli czoła fali. Głównie dotyczy to fal o stromym czole, a więc

a/.



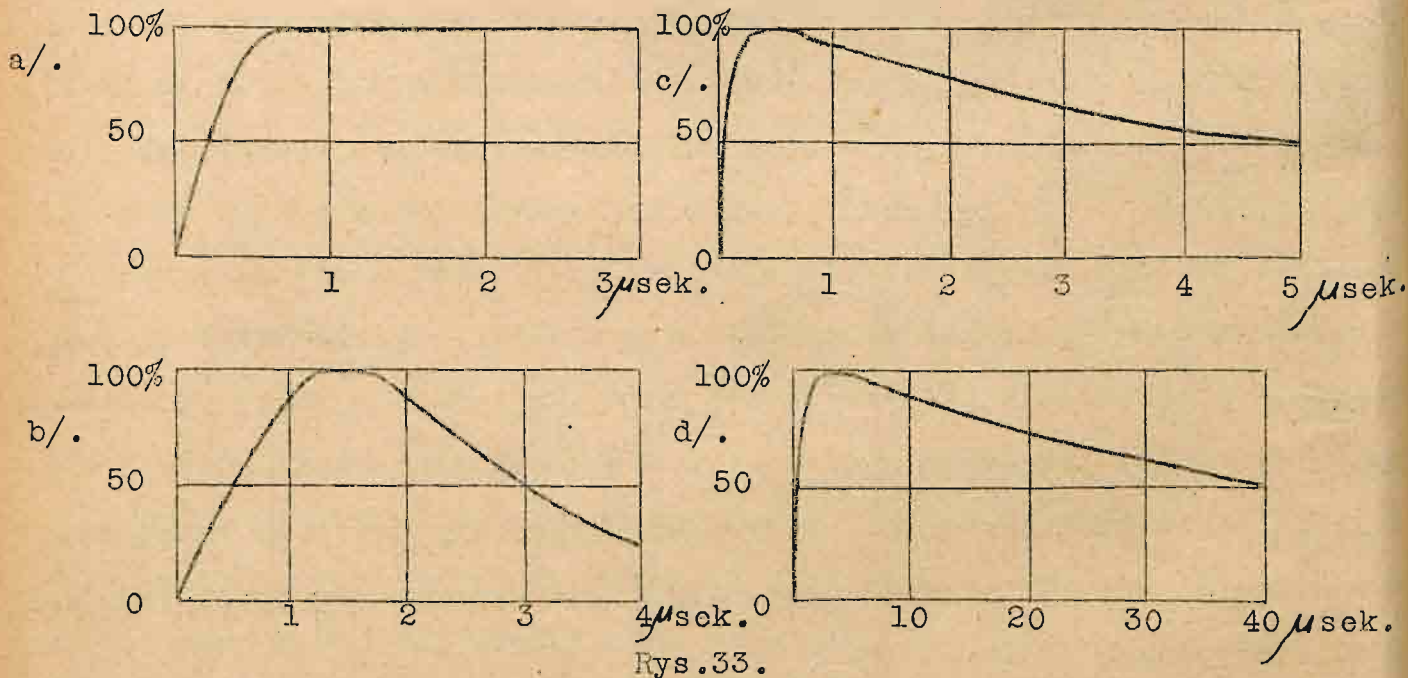
b/.



Rys.32.

uskokowych/Rys.32./. Czołem fali nazywamy tę jej część, na której napięcie spada od wartości ustalonej do zera, praktycznie biorąc. Długość na której to występuje, nazywamy długością czoła fali, a zmianę napięcia wzdłuż czoła  $\frac{du}{dx}$  stromością czoła. Fale o tej samej amplitudzie, mające czoło

krótsze, są bardziej strome. Zarówno długość czoła, jak jego stromość, są ważnymi cechami charakterystycznymi fal wędrownych, które staramy się poznać. W podobny sposób jak czoło rozróżniamy tył fali, rozumiejąc przez to część fali zwróconą w kierunku przeciwnym do kierunku przesuwania się jej.



Rys.33.

Rys.33. przedstawia przebieg czasowy czterech takich fal. Fala a/ jest falą nietłumioną; napięcie osiąga wartość maksymalną już po czasie ok.  $1/2 \mu \text{sek.}$ , poczem amplituda ustala się. Jest to przypadek fali łączeniowej, ładującej. Fala b/ jest falą silnie tłumioną, osiągającą

maximum w czasie  $1\frac{1}{4}\mu\text{sek.}$ , a opadającą do połowy tej wartości w  $3\mu\text{sek.}$  Fale c/ i d/ są to fale t.zw. normalne, wytwarzane przez generatory fal uskokuwowych, a odpowiadające wyładowaniom piorunowym; fala c/ wzrasta przez  $1\frac{1}{4}\mu\text{sek.}$ , a opada do połowy w ciągu  $5\mu\text{sek.}$ ; czasy fali d/ są odpowiednio  $1\frac{1}{2}$  i  $40\mu\text{sek.}$

Przebiegi fal wędrownych odbywają się w czasie naogół niezmiernie krótkim; liczymy je w mikrosekundach. Czas ten jest więc bardzo krótki w porównaniu do zmian napięcia ustalonego w linii. Przy częstotliwości technicznej np. 50 okr./sek. długość fali odpowiadającej temu wynosi 6000 km., t.zn., że dla linii np. 60 km. długiej różnica napięć na początku i końcu linii wynosi tylko 1%. Można więc uważać, że normalne zmiany prądu czy napięcia w przewodzie odbywają się bardzo wolno w stosunku do przebiegu fal wędrownych, że więc napięcie na całej linii ma tę samą wartość w każdej chwili /stan nibyustalony/. Można zatem w takich przypadkach nie interesować się chwilowymi zmianami napięcia roboczego, a zjawiska fal wędrownych rozpatrywać oddzielnie i potem nakładać na tamte. Jest więc również obojętne, czy przewód jest pod napięciem i prądem, lub tylko pod napięciem, albo też wogóle bez napięcia. Rozpatrywać tu zatem będziemy tylko przebiegi fal wędrownych, nie interesując się naogół, co się dzieje poza tem na przewodach.

#### c/ Energja fal.

Fala wędrowna zawiera pewien zasób energii elektrycznej i magnetycznej. Ilość energii, odpowiadająca pojemności jednostki długości przewodu  $/C_0/$  przy napięciu  $u$ , będzie:

$$w_e = \frac{1}{2} C_0 u^2,$$

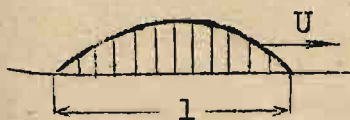
a odpowiadająca podobnej indukcyjności  $L_0$  i prądowi  $i$ :

$$w_m = \frac{1}{2} L_0 i^2$$

Ponieważ

$$\frac{L_0}{C_0} = Z^2 = \frac{u^2}{i^2},$$

Rys.34.



Przeto po podstawieniu:

$$\frac{1}{2} C_0 u^2 = \frac{1}{2} L_0 i^2$$



czyli

$$w_e = w_m ;$$

/9./

energja elektryczna i magnetyczna fali są jednakowe. Wobec tego cała energja jednostki długości fali

$$w = 2w_e = 2w_m$$

albo

$$w = C_0 u^2 = L_0 i^2.$$

Jeżeli długość fali jest  $x$ , to całą energję fali otrzymamy, całkując w granicach obszaru krzywej

$$W = \int w \cdot dx = C_0 \int u^2 \cdot dx = L_0 \int i^2 \cdot dx. \quad /10./$$

Energję fali możemy sobie praktycznie przedstawić jako energję ładunku znajdującego się na odcinku przewodu, zajęty przez fale, a rozłożonego w sposób, odpowiadający kształtowi fali /Rys.34./. Powierzchnia obszaru fali napięcia lub prądu, przedstawia zatem w odpowiedniej skali jej ładunek lub energję.

Ta energja względnie ładunek przesuwa się z falą przez przekrój przewodu z prędkością  $c$ . Odpowiada temu moc fali jako iloczyn energii i prędkości. Dla jednostki długości moc

$$p = w \cdot c = C_0 u^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{u^2}{Z} \quad /11a/$$

albo

$$= L_0 i^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = Zi^2 \quad /11b/$$

Moc fali zależy zatem także od oporności falowej. Dla przewodów napowietrznych jest więc przy tem samym napięciu znacznie mniejsza, niż dla kabli. Przy wysokich napięciach moc fal może osiągnąć duże wartości.

Przykład. Fala napięcia na przewodzie napowietrznym o oporności falo-

wej  $Z = 600 \Omega$  przedstawia przy napięciu  $U = 60 \text{ kV}$ , prąd

$$I = \frac{60000}{600} = 100 \text{ A}, \text{ a moc } P = \frac{60000^2}{600 \cdot 10^3} = 6000 \text{ kW}, \text{ a więc}$$

bardzo dużo. Jeżeli fala jest prostokątna i zajmuje długość jeden km., to jej energja  $W = P \cdot t = \frac{P \cdot l}{c} = \frac{6000 \cdot 10^3 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{10}} =$

$= 20 \text{ Wsek.}$ , a więc stosunkowo bardzo mało. Czas przejścia

przez przekrój przewodu całej fali  $t = \frac{l}{c} = \frac{10^5 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{10}} = 3,3 \mu \text{sek}$

Działanie więc tak dużych mocy jest nieznaczne, bo w każdym miejscu przewodu trwa tylko bardzo krótki czas.

d/ Tłumienie fal.

Fale wędrowne biegnące po przewodach doznają tłumienia z powodu oporności i upływności przewodów, które powodują straty energii na ciepło i na upływność.

Strata mocy w elemencie  $dx$  przewodu o oporności  $R_0$  i upływności  $A_0$

$$dp = /R_0 i^2 + A_0 u^2/.dx,$$

ponieważ

$$u^2 = Z^2 . i^2$$

przeto

$$dp = /R_0 + A_0 Z^2/i^2 . dx$$

Ta strata mocy musi być równa zmniejszeniu mocy całkowitej w elemencie przewodu  $/p = Z . i^2/$

$$- dp = - 2Zi . di$$

Z obu ostatnich równań

$$\frac{di}{i} = - \frac{1}{2} / \frac{R_0}{Z} + A_0 Z / dx.$$

Po scałkowaniu

$$i = i_0 . e^{-\alpha x},$$

gdzie  $i_0$  przedstawia wartość początkową prądu, a  $\alpha = \frac{1}{2} / \frac{R_0}{Z} + A_0 Z /$ .

W podobny sposób dostaniemy napięcie

$$u = u_0 . e^{-\alpha x}$$

Ogólnie więc możemy napisać

$$\frac{u}{u_0} = \frac{i}{i_0} = e^{-\alpha x} = e^{-\frac{1}{2} / \frac{R_0}{Z} + A_0 Z / x} \quad /12./$$

gdzie  $\alpha$  przedstawia czynnik tłumiący fale przy ich przebieganiu po przewodach: Przy stałych wartościach  $R_0$ ,  $A_0$  i  $Z$  tłumienie zależy tylko od przebiegniętej drogi. Po przebyciu więc pewnej drogi rzędne fal napięcia i prądu maleją według funkcji wykładniczej, czoło fali staje się niższe, kształt jednak zasadniczy pozostaje ten sam. Stałe  $R_0$ ,  $A_0$  i  $Z$  nie mają zatem wpływu na kształt fali, lecz tylko na jej amplitudę wzgl. rzędne.

Zamiast długości  $x$  można do powyższych wzorów podstawić czas

$$t = \frac{x}{c}, \text{ czyli } x = ct = \frac{t}{\sqrt{L_0 C_0}}.$$

A zatem

$$\frac{u}{u_0} = \frac{i}{i_0} = e^{-\beta t} = e^{-\frac{1}{2} / \frac{R_0}{L_0} + \frac{A_0}{C_0} / t} \quad /13./$$



gdzie  $\beta$  jest znanym czynnikiem tłumienia w czasie.

Wzory powyższe wskazują, że tłumienie fal wędrownych zależy przede wszystkim od oporności i upływności linii. Przy napięciach niższych upływność nie gra dużej roli u przewodów napowietrznych, natomiast większą u kabli. Skoro jednak wystąpi zjawisko ulotu, warunki się zmieniają i ulot określa tu wielkość tłumienia.

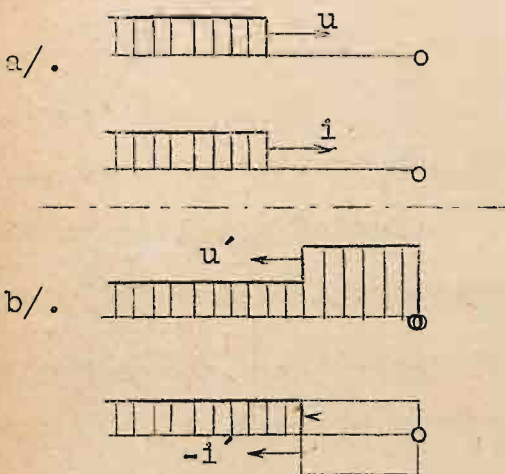
### 3. DRGANIA W OBWODACH O STAŁYCH ROZŁOŻONYCH.

Fala wędrowna, jak długo przebiega po przewodach o tej samej oporności falowej, nie zmienia kształtu, lecz tylko amplitudę wskutek tłumienia. Skoro jednak trafi na inną oporność falową, musi doznać zmiany, podobnie jak fale innego rodzaju przy przejściu z jednego środowiska do drugiego. Rozpatrzmy naprzód przypadki krańcowe, kiedy fala uderza o kraniec przewodu otwarty  $Z = \infty$ , lub zwarty  $Z = 0$ , a następnie przypadek odbijania się na obu krańcach.

#### a/ Odbicie na krańcach przewodu.

Po przewodzie przesuwają się fala  $u$  i  $i$ , Rys.35./, której część przed-

fala ma czoło prostopadłe. Jeżeli kraniec przewodu jest otwarty, to spotyka ona tam oporność  $Z = \infty$ , nie może więc dalej płynąć. Prąd tam staje się równy zeru /por. Rys.8b./



$$I = i + i' = 0$$

$$i' = -i \quad /14./$$

Może się to stać, jeżeli zjawi się tam prąd przeciwnego znaku  $-i$ , który będzie znosić prąd płynący z falą  $+i$ . Tym prądom odpowiadają napięcia  $u = +Zi$ ,  $u' = -Zi$ , a więc:

$$-\frac{u'}{Z} = -\frac{u}{Z}$$

czyli

$$u' = u$$

/15./

Napięcia mają ten sam znak;  $u'$  nakłada się więc na  $u$ , istniejące na przewodzie w postaci fali biegnącej wstecz. W rezultacie nastąpi odbicie

fali od otwartego końca przewodu skutkiem czego powstaną fale prądu i napięcia, płynące wstecz. Na przewodzie zapanuje stopniowo stan określony prądem  $I = 0$  i napięciem  $U = 2u$ .

Na otwartym końcu przewodu następuje więc odbicie fali napięcia przy zdwojeniu jej amplitudy, a znikanie fali prądu. Innymi słowy: na otwartym końcu przewodu fala napięcia odbija się przy zachowaniu znaku, a fala prądu przy zmianie znaku.

W przypadku fali o ograniczonej długości /fala samotna/ zjawisko odbicia fali trwa tak długo, aż cała fala dojdzie do końca przewodu. Przez ten czas napięcie fali odbitej nakłada się na falę padającą, fala prądu zaś stopniowo zanika, a na jej miejsce zjawia się fala prądu odbitego o znaku przeciwnym. Przebieg ten w 3 stadiach a., b., c., przedstawia Rys.36.

Przebiegi tego rodzaju łatwo można sobie również wytłumaczyć na zasadzie zachowania energii. Jeżeli znika część energii np. magnetycznej, to musi się ona pojawić w formie energii elektrycznej.

Na krańcu przewodu zwartym/Rys37/ np. z ziemią, musi napięcie zniknąć  $U = 0$ ; przeto /por.wz.8a./:

$$U = u + u' = 0$$

$$\text{czyli} \quad u' = -u \quad /16./$$

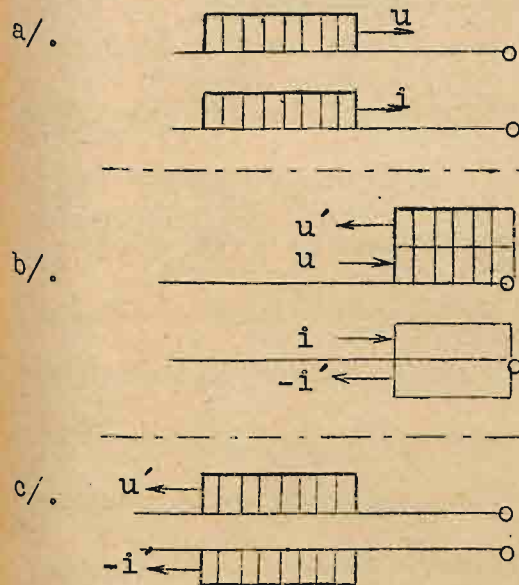
Zjawia się więc fala o przeciwnym zna-

ku, znosząca napięcie fali padającej. Odpowiadają temu prądy

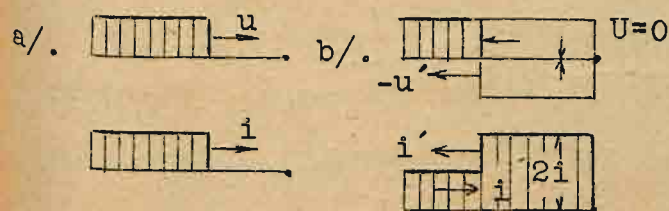
$$\frac{u'}{Z} = - \frac{u}{Z}$$

$$\text{czyli} \quad i' = +i \quad /17./$$

Powstaje więc odbita fala prądu, nakładająca się na padającą. Na przewodzie nastaje przeto stopniowo stan



Rys.36.



Rys.37.



charakteryzujący się przez  $U = 0, I = 2i$ .

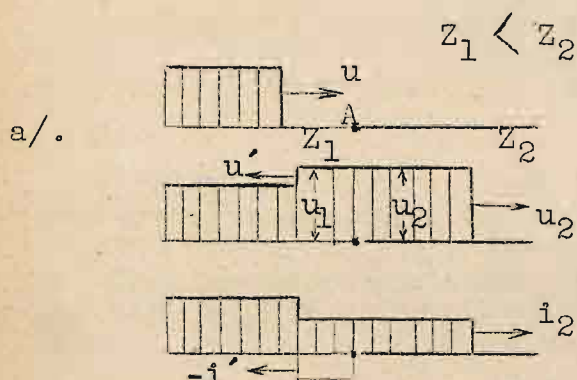
W podobny sposób przedstawić można odbicie fali samotnej. Na zwartym końcu przewodu powstaje zanikanie napięcia, a zdwojenie prądu. Następuje więc odbicie fali napięcia przy zmianie znaku, a fali prądu przy znaku takim samym.

Jak widać z powyższego, przebiegi odbicia fali na końcu otwartym i zwartym są podobne; jedynie tylko napięcie i prąd zamieniają swą rolę.

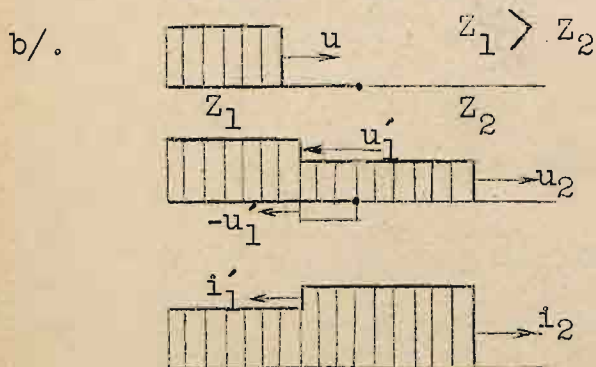
W razie fal zasilanych następuje pokrycie się przewodu na całej długości fali falą odbitą napięcia lub prądu, przy równoczesnym zaniknięciu prądu lub napięcia. Jeżeli fala jest samotna, powyższy stan zjawia się tylko chwilowo, a natomiast powstają obie fale odbite: napięcia i prądu.

#### b/. Przejście przez miejsce złączenia przewodów.

Fala wędrowną, napotkawszy na zmianę oporności falowej przewodu, doznaje pewnych zmian zależnych od stosunku oporności falowych odcinka,



skąd nadbiega i odcinka, na który trafia. W miejscu złączenia tych odcinków nastąpić muszą przebiegi pośrednie w stosunku do warunków krańcowych, opisanych w poprzednim ustępie. Nastąpi więc częściowe odbicie fali, a częściowe jej przepuszczenie.



Wyobraźmy sobie /Rys.38./ 2 przewody o opornościach falowych  $Z_1$  i  $Z_2$ , złączone bezpośrednio ze sobą w punkcie A. Z przewodu  $Z_1$  nadbiega fala  $u_1$  i dochodzi do punktu A, gdzie napotyka na nagłą zmianę oporności falowej. Następuje tam częściowe przepuszczenie fali, a częściowe odbicie. Do przewodu  $Z_2$

Rys.38.

wpływa więc jedna fala, a do przewodu  $Z_1$  druga. W przewodzie  $Z_2$  będzie możliwa tylko jedna fala  $/u_2 \text{ wzgl. } i_2/$ , w przewodzie zaś  $Z_1$  dwie fale  $/u'_1, i'_1/$  obok  $u_1, i_1/$ . W punkcie złączenia musi mieć napięcie wartość taką samą po obu stronach punktu A :

$$U_1 = U_2 ;$$

podobnie i prąd

$$I_1 = I_2 .$$

Podstawiając wartości :  $U_1 = u_1 + u'_1, U_2 = u_2$

otrzymamy

$$u_1 + u'_1 = u_2 ;$$

podobnie prądy

$$i_1 + i'_1 = i_2 .$$

Wyrażając prądy przez napięcia /według  $u = \pm Zi/$

$$\frac{u_1}{Z_1} - \frac{u'_1}{Z_1} = \frac{u_2}{Z_2}$$

$$u_1 - u'_1 = \frac{Z_1}{Z_2} u_2$$

skąd po wyeliminowaniu  $u'_1$  otrzymamy napięcie fali przepuszczonej

$$u_2 = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} u_1, \quad /18./$$

a napięcie fali odbitej

$$u'_1 = u_2 - u_1 = - \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} u_1 \quad /19./$$

Stosunek tych fal

$$\frac{u'_1}{u_2} = \frac{Z_2 - Z_1}{2Z_2}$$

Fala odbita  $/u'/$  jest dodatnia, jeżeli  $Z_2 > Z_1$  ; wtedy następuje podnie-

sienie napięcia w punkcie złączenia i stopniowe pokrywanie przewodów

$Z_1$  i  $Z_2$  tem zwiększonym napięciem /Rys.38a./. Jeżeli zaś  $Z_2 < Z_1$ , to

następuje obniżenie napięcia /Rys.38b./.

Odpowiednio do powyższego będą prądy. Prąd przepuszczony:

$$i_2 = \frac{u_2}{Z_2} = \frac{2u_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} i_1 ;$$

a prąd odbity

$$i'_1 = - \frac{u'_1}{Z_1} = - \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot \frac{u_1}{Z_1} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} i_1 .$$

Stosunek ich

$$\frac{i'_1}{i_2} = \frac{Z_1 - Z_2}{2Z_1} .$$

Prąd odbity jest dodatni, jeżeli  $Z_1 > Z_2$ , a ujemny, gdy  $Z_1 < Z_2$ , a więc odwrotnie, jak napięcie.

Naogół można ustalić następujące prawo przejścia fal wędrownych przez punkt złączenia przewodów o różnych opornościach falowych:



przy przejściu fali do przewodu o oporności większej następuje podniesienie fali napięcia, a obniżenie fali prądu; skoro zaś ten przewód ma oporność mniejszą, napięcie się obniża, a prąd powiększa. Temu zjawisku towarzyszą fale odbite w miejscu złączenia przewodów, które zachowują się odwrotnie, jak fale przepuszczone.

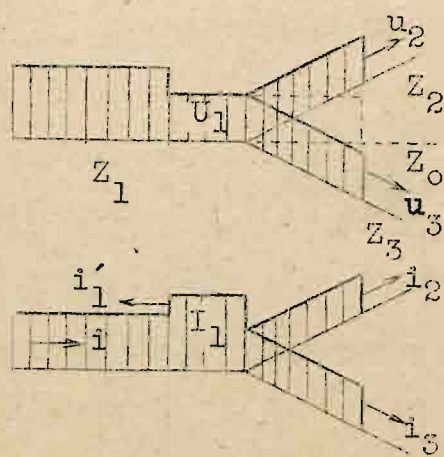
Jest to nader ważne zjawisko, tłumaczące przypadki podnoszenia się napięcia w punktach złączenia przewodów o opornościach falowych, dużo od siebie się różniących.

Przypadki krańcowe będą dla  $Z_2 = \infty$  /przewód otwarty/, wtedy następuje zdwojenie napięcia a zanikanie prądu, oraz dla  $Z_1 = 0$  /przewód zwarty/, wtedy następuje zdwojenie prądu a zanikanie napięcia. Największą więc możliwą wartość podniesienia się napięcia w przypadku odbicia fali jest 2 /nie uwzględniając innych możliwych zjawisk postronnych, które mogą jeszcze więcej podnieść napięcie/.

#### c/. Rozdział fali w punkcie węzłowym.

Fale, jako przepływ ładunków elektrycznych, podlegają podobnym prawom, jak prąd elektryczny w razie napotkania na swej drodze miejsca rozgałęzienia przewodów. Stosownie do prawa Kirchhoffa następuje rozdział fali prądu odpowiednio do oporności falowych przewodów.

Fala napięcia  $u$ , uderzając o punkt węzłowy, trafia tam na zmianę oporności falowej /Rys.39./. Przewody  $Z_2$  i  $Z_3$  połączone równolegle dają oporność wypadkową  $Z_0$ . Dla uproszczenia przyjmiemy, że  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$ .



Rys.39.

Wtedy  $Z_0 = \frac{1}{2} Z$ . W punkcie węzłowym równowaga napięć i prądów wymaga, aby

$$U_1 = U_2 = U_3$$

oraz  $I_1 = I_2 + I_3$ .

Po podstawieniu składowych:

$$U_1 = u_1 + u'_1; U_2 = u_2; U_3 = u_3$$

$$\text{oraz } I_1 = i_1 + i'_1; I_2 = i_2; I_3 = i_3$$

$$\text{otrzymamy } u_1 + u'_1 = u_2 = u_3$$

$$i_1 + i'_1 = i_2 + i_3$$

Przewody  $Z_2$  i  $Z_3$  możemy przedstawić jako jeden o oporności wypadkowej  $Z_0 = \frac{1}{2}Z$ . Wobec tego można układ traktować jako dwa przewody  $Z$  i  $Z_0$  złączone ze sobą bezpośrednio. Na podstawie poprzednio znalezionych zależności będziemy mieli, oznaczwszy odpowiednio napięcia i prądy  $U_0$  i  $I_0$ ,

$$u_1 + u'_1 = u_0; \quad i_1 + i'_1 = i_0$$

skąd

$$u_0 = \frac{2Z_0}{Z_1 + Z_0} u_1 = \frac{Z}{1,5Z} u_1 = \frac{2}{3} u_1.$$

Ponieważ  $u_0 = u_2 = u_3$ , przeto  $u_2 = u_3 = \frac{2}{3} u_1$ , a  $u'_1 = -\frac{1}{3} u_1$ .

W punkcie węzłowym nastąpi więc obniżenie napięcia; do przewodów  $Z_2$  i  $Z_3$  wpływają fale napięcia o zmniejszonej amplitudzie.

Podobnie otrzymamy prądy

$$i_0 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0} i_1 = \frac{2Z}{1,5Z} i_1 = \frac{4}{3} i_1.$$

Ponieważ

$$i_0 = i_2 + i_3 = \frac{u_2}{Z_2} + \frac{u_3}{Z_3}, \quad \text{a } u_2 = u_3 \text{ i } Z_2 = Z_3$$

przeto

$$i_2 = i_3 = \frac{2}{3} i_1, \quad \text{a } i'_1 = +\frac{1}{3} i_1.$$

W punkcie węzłowym następuje odbicie prądu przy zwiększeniu amplitudy, do przewodu  $Z_1$  wpływa fala prądu odbita nakładająca się na prąd tam istniejący. Do przewodów  $Z_2$  i  $Z_3$  wpływają więc fale prądu o tej samej amplitudzie.

#### d/. Oscylacja fal wędrownych.

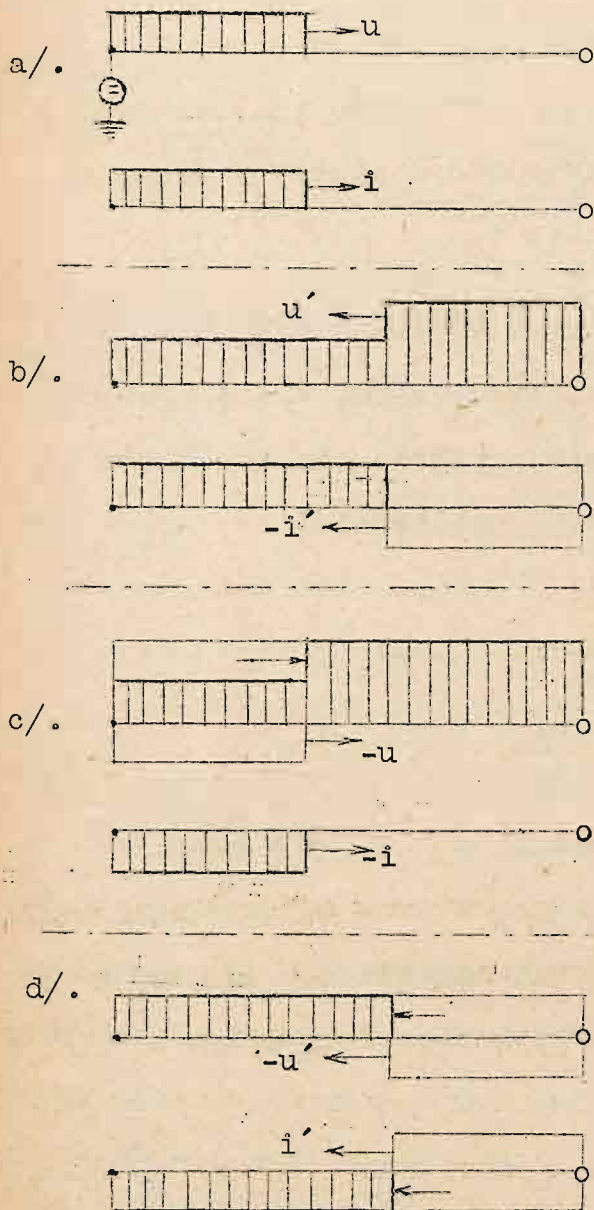
Zjawisko odbijania się fal wędrownych na krańcach przewodu ma charakter periodyczny, zależny od stanu tych krańców.

Wyobrazimy sobie najpierw przypadek, kiedy przewód  $Z$  na końcu otwarty zostaje włączony do źródła napięcia o stałym napięciu i bardzo dużej wydajności. Takie źródło można uważać jako mające oporność falową równą zeru, a więc jako przedstawiające zwarty początek przewodu.

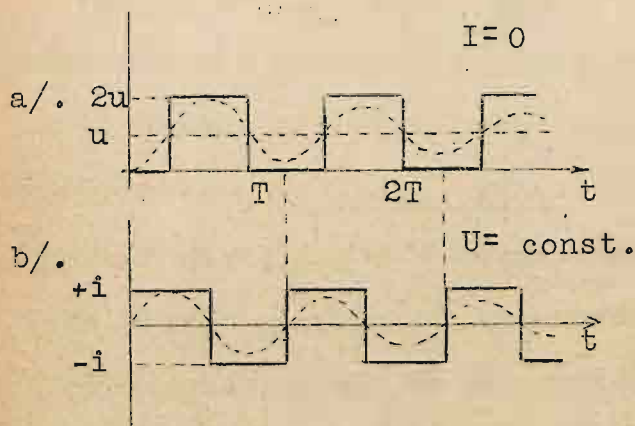
Rys.40. przedstawia przebiegi fal wędrownych w 4 kolejnych fazach:

a/ Fale napięcia  $u$  i prądu  $i$  ładują przewód. b/. Na końcu  $u$  odbija się i nakłada na istniejące napięcie jako fala  $u'$ ; prąd  $i$  znika skutkiem powstania fali -  $i'$ . c/. Na źródle /koniec zwarty/  $u'$  odbija się, zmieniając znak i jako fala ładująca -  $u$  znosi połowę panującego na przewodzie





Rys.40.



Rys.41.

napięcia  $/2u/$ , prąd  $-i'$  odbija się z tym samym znakiem  $-i/$ . d/. Na końcu przewodu  $-u$  odbija się z tym samym znakiem i jako fala wyładowująca  $-u'$  znosi napięcie  $+u$ ;  $-i$  odbija się ze znakiem przeciwnym i jako  $i'$  znosi prąd  $i$ . Skoro te fale dobiegną do źródła, następuje stan pierwotny, jak na początku fazy a/.

Jak widać przebiegi przybierają taki sam stan okresowo po 4-krotnym przebiegnięciu przewodu, czyli po czasie  $T = 4l\sqrt{L_0C_0}$ . Zjawisko powtarza się więc z częstotliwością zależną od długości linii:

$$f = \frac{1}{4l\sqrt{L_0C_0}} \quad /20./$$

Nazywamy ją częstotliwością fal wędrównych, albo częstotliwością drgań własnych linii, gdyż wtedy dana linja wykonywa drgania jako całość.

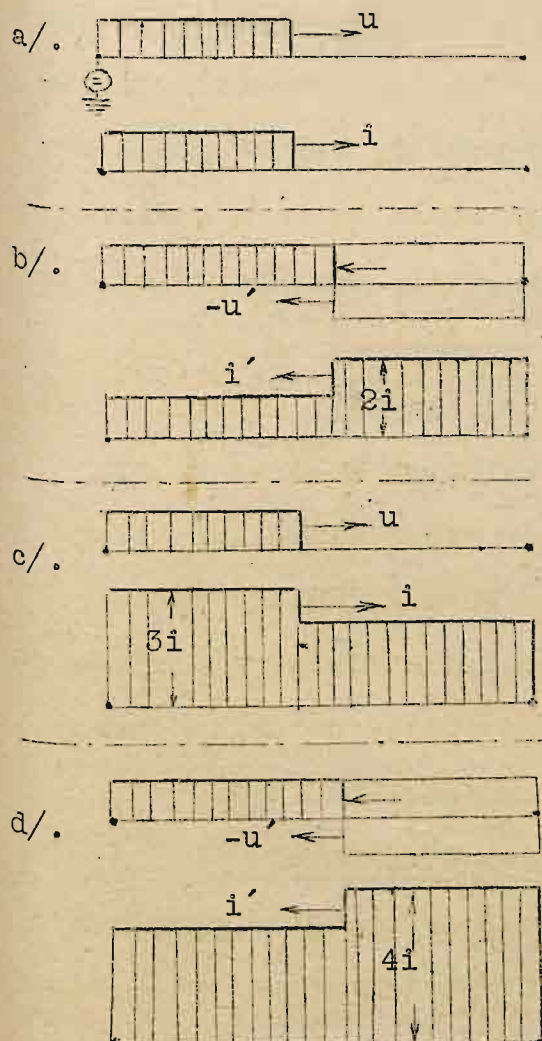
Przebieg napięcia i prądu w czasie na końcu przewodu przedstawia Rys.41 a. Napięcie waha się tam od 0 do  $2u$ ; prąd zaś ma stałe wartości 0. Na początku przewodu t.j. na źródle Rys.41b. Napięcie ma zawsze stałą wartość, a prąd waha się od  $+i$  do  $-i$ .

Przebiegi powyższe były wyprowadzone dla przypadku, kiedy tłumienia w przewodzie niema. W rzeczywistości występuje ono i powoduje, że napięcie

stopniowo się zmniejsza, wahając stale koło wartości  $u$ , aż wreszcie osiągnie tę wartość. Prąd zaś stale zmniejsza się do zera. Przewód jest wtedy naładowany.

Przebiegi rzeczywiste przedstawione są na Rys.41. za pomocą kres kropkowanych. W rzeczywistości linja wykonywa więc nie drgania prostokątne, lecz sinusoidalne z powodu tłumienia zwiększonego dla wyższych harmonicznych. Tylko dla bardzo krótkich odcinków /kilkadziesiąt metrów/ można stwierdzić /oscylograficznie/ drgania zbliżone do prostokątnych. Ponieważ długość przewodu odpowiada tu  $1/4$  długości fali, mówimy, że przewód jest ćwierćfalowy.

Okresowość tego zjawiska będzie inna, jeżeli przewód jest na obu krańcach otwarty, lub zwarty.

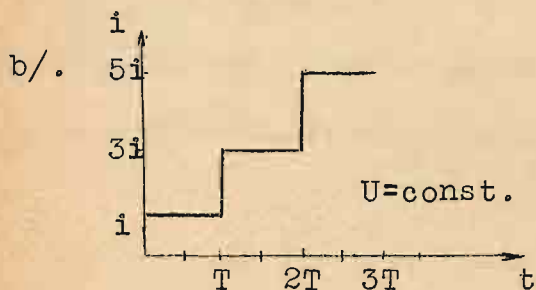
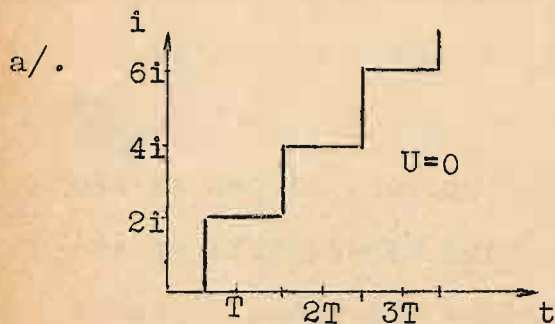


Rys.42.

Wyobraźmy sobie przewód na końcu zwarty /Rys.42./, przyłączony nagle do źródła o wielkiej wydajności, a więc niejako zwarty na obu krańcach. Faza a/ przedstawia fale napięcia  $u$  i prądu  $i$  ładujące przewód. b/ Na zwartym końcu przewodu następuje odbicie fali napięcia  $u$  przy zmianie znaku, fala  $-u'$  wyładowywa przewód; prąd podwaja się i  $i'$  nakłada się na  $i$ . c/ Na źródle prądu następuje znowu odbicie fali napięcia  $-u'$  przy zmianie znaku, powstaje fala  $u$  ładująca przewód; prąd odbija się z tym samym znakiem i nakłada na  $2i$ , powiększając go do wartości  $3i$ . d/ Na końcu przewodu mamy takie same przebiegi, jak przy końcu fazy b/; w rezultacie napięcie znika, a prąd powiększa się



do  $4i$  i t.d.



Rys.43.

Przebiegi powtarzają się więc po dwukrotnym przebiegnięciu przewodu, t.j. po czasie  $T = 2 \sqrt{L_0 C_0}$ , t.j. z częstotliwością  $f = \frac{1}{2 \sqrt{L_0 C_0}}$ , a więc dwa razy większą, niż w przypadku, gdy jeden kraniec przewodu jest otwarty, a drugi zwarty.

Przebieg napięcia i prądu w czasie na końcach przewodu przedstawia Rys.43. Na końcu zwartym /Rys.a/ następuje wzrost prądu stopniami o wartości  $2i$  od zera do  $\infty$  /teoretycznie/. W rzeczywistości oporności obwodu prąd ten

ograniczą, a tłumienie spowoduje zmniejszenie się tych skoków. Napięcie zaś jest tam zawsze  $= 0$ . Rys.b/ przedstawia podobny wzrost prądu na źródle skokami o wartości  $2i$ ; napięcie tam ma stale tę samą wartość.

Podobny przebieg otrzymamy dla przypadku, kiedy oba krańce są otwarte. Częstotliwość zjawiska będzie znowu  $f = \frac{1}{2 \sqrt{L_0 C_0}}$ .

Częstotliwość fal wędrownych zależy więc od długości linii i od stanu krańców, a także, oczywiście, od przenikalności środowiska. Dla przewodów napowietrznych jest więc ona naogół rzędu kilku lub kilkunastu tysięcy. Np. dla przewodu napowietrznego 15 km. długiego wynosi 5000 lub 10000 okr./sek. Dla krótszych więcej, dla dłuższych odpowiednio mniej. Jest więc ona tego rzędu, że może pobudzić do drgań obwody o stałych skupionych i wywołać zjawiska rezonansowe.

#### 4. NAPRĘŻENIA UKŁADÓW IZOLACYJNYCH FALAMI USKOKOWEMI.

Jak była mowa w ustępie 2. tego rozdziału, fale uskokowe wywołują naprężenia izolacji, spowodowane głównie stromym ich przebiegiem. Naprężenia te są pozatem szczególnie niepożądane, gdyż działają udarowo i mają charakter powtarzających się. Fale uskokowe są naogół aperi-

dyczne, jednego znaku. Możemy je uważać jako krótko trwający impuls prądu stałego.

Zachowanie się dielektryku poddanego działaniu fal uskokowych rozpatrzmy na przykładzie układu płaskiego, złożonego z dwóch warstw o grubości  $a_1 = a_2 = a$ , przenikalności  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$ , przewodności właściwej  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ . Po przyłożeniu stałego napięcia  $U$  popłynie w takim układzie prąd, którego gęstość /por. Rozdz. I. wz. 27./:

$$J = \gamma_1 K_1 + \frac{\epsilon_1}{4\pi} \frac{dK_1}{dt} = \gamma_2 K_2 + \frac{\epsilon_2}{4\pi} \frac{dK_2}{dt} \quad /21./$$

Po dłuższym czasie działania napięcia  $U$ , pole w dielektrykach nie zmienia się wtedy  $\frac{dK}{dt} = 0$ , a

$$J = \gamma_1 K_1 = \gamma_2 K_2$$

Rozdział naprężeń jest uwarunkowany wtedy tylko przewodnością dielektryków.

Po scałkowaniu wyrażenia /21/ otrzymamy

$$\int J \cdot dt = \int \left[ \gamma_1 K_1 + \frac{\epsilon_1}{4\pi} \frac{dK_1}{dt} \right] / dt = \int \left[ \gamma_2 K_2 + \frac{\epsilon_2}{4\pi} \frac{dK_2}{dt} \right] / dt.$$

Całkując to w ciągu bardzo krótkiego czasu, odpowiadającego jednemu impulsowi o szybkim wzroście napięcia, można człony  $\int \gamma K dt$  zaniedbać;

otrzymamy wtedy 
$$\frac{\epsilon_1}{4\pi} K_1 = \frac{\epsilon_2}{4\pi} K_2 \quad /22/$$

Rozkład naprężeń przy impulsie zależy tylko od przenikalności dielektryków.

Celem obliczenia przebiegu napięcia w czasie położymy

$$U = a_1 K_1 + a_2 K_2, \quad K_2 = \frac{U - a_1 K_1}{a_2}; \quad dK_2 = - \frac{a_1}{a_2} dK_1.$$

Podstawimy to do równania /21/

$$\gamma_1 K_1 + \frac{\epsilon_1}{4\pi} \frac{dK_1}{dt} = \gamma_2 \frac{U - a_1 K_1}{a_2} - \frac{\epsilon_2}{4\pi} \cdot \frac{a_1}{a_2} \frac{dK_1}{dt}.$$

Po uporządkowaniu otrzymamy

$$\frac{dK_1}{dt} + \frac{\gamma_1 + \gamma_2 \frac{a_1}{a_2}}{\frac{\epsilon_1}{4\pi} + \frac{\epsilon_2}{4\pi} \cdot \frac{a_1}{a_2}} K_1 = \frac{\gamma_2}{a_2 / \frac{\epsilon_1}{4\pi} + \frac{\epsilon_2}{4\pi} \cdot \frac{a_1}{a_2}} U$$



albo

$$\frac{dK_1}{dt} + \frac{4\pi/\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1} K_1 = \frac{4\pi \cdot \gamma_2}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1} U.$$

Położymy

$$\frac{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1}{4\pi/\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1} = T \quad \text{oraz} \quad \frac{\gamma_2}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1} = \lambda$$

przeto

$$\frac{dK_1}{dt} + \frac{1}{T} K_1 = \frac{\lambda}{T} U.$$

To równanie ma rozwiązanie

$$K_1 = \lambda U + C \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

/23/

Stałą C otrzymamy z warunków granicznych; dla bardzo krótkiego czasu  $t = dt$ . Wtedy  $e^{-\frac{t}{T}} = 1$ , oraz z równania/22/  $K_2 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} K_1$ . Uwzględnivszy poprzednie wyrażenie  $K_2 = \frac{U - a_1 K_1}{a_2}$ , i podstawivszy to do wzoru/23/, otrzymamy wreszcie:

$$C = \frac{a_2 / \epsilon_2 \gamma_1 - \epsilon_1 \gamma_2 /}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1 / \cdot \epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1 /} U.$$

Jeżeli  $\epsilon_1 \gamma_2 = \epsilon_2 \gamma_1$ , to  $C = 0$ . Wtedy

$$K_1 = \lambda U = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1} U$$

/24/

a więc układ zachowvva się jednakowo przy napięciu zmiennem i przy fa-  
lach uskokowych, jak przy prądzie stałym /dielektryk bez strat/. Stała  
czasu T zależy głównie od przewodności. Stosownie do tego można dobie-  
rać  $\frac{dU}{dt}$  jako wielkość charakterystyczną dla impulsu, aby otrzymać  
rozkład napięć w dielektryku uwarstwionym, uwarunkowany tylko przewod-  
nościami warstw /wz.24./.