

KAZIMIERZ DREWNOWSKI

PROFESOR POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

S. 350 i.

PODSTAWY  
TECHNIKI WYSOKICH NAPIĘĆ

ZĘSZYT I



1933

Nakładem Zakładu Miernictwa Elektrotechnicznego i Wysokich Napięć  
Pol. Warsz., oraz Koła Elektryków Studentów Pol. Warsz.

12.1303.

i. 229460.

103201



Б.91.

## TREŚĆ ZESZYTU I.

	str.
Wstęp.	1-3.
I. NAPRĘŻENIA ELEKTROSTATYCZNE UKŁADÓW IZOLACYJNYCH.	4-31.
1. Pole elektrostatyczne	4.
2. Układy izolacyjne płaskie	12.
3. Układy izolacyjne kuliste	18.
4. Układy izolacyjne walcowe	21.
5. Dielektryk niedoskonały w polu elektrycznym	25.
6. Dielektryk w polu wolnozmiennym	30.
II. NAPRĘŻENIA SZYBKOZMIENNE I UDAROWE W UKŁADACH IZOLACYJNYCH.	32-60.
1. Drgania w obwodach o stałych skupionych	32.
2. Fale wędrowne	37.
3. Drgania w obwodach o stałych rozłożonych	50.
4. Naprężenia układów izolacyjnych falami uskokowymi	58.
III. WYŁADOWANIA ZUPEŁNE W GAZACH. - NAPRĘŻENIA KRYTYCZNE PODSTAWOWYCH UKŁADÓW IZOLACYJNYCH.	61-82.
1. Wyładowania w powietrzu	61.
2. Naprężenia krytyczne układów podstawowych	69.
3. Wpływ czynników postronnych na naprężenie krytyczne wyładowań bezpośrednich	77.
IV. WYŁADOWANIA NIEZUPEŁNE W GAZACH.	83-100.
1. Powstawanie ładunków przestrzennych	83.
2. Wyładowania świetlące	86.
3. Wyładowania snopiące i iskrowe	89.
4. Ulot elektryczny	91.
5. Wyładowania powierzchniowe	96.
V. MATERIAŁY IZOLACYJNE PŁYNNE.-OLEJE IZOLACYJNE.	101-114.
1. Przewodność i wytrzymałość materiałów izolacyjnych płynnych	101.

2. Oleje izolacyjne i wymagania im stawiane	104.
VI. MATERIAŁY IZOLACYJNE STAŁE.	115-148.
1. Przepływ prądu przez dielektryki stałe	115.
2. Absorpcja dielektryczna	119.
3. Upływność i stratność dielektryczna	125.
4. Wytrzymałość materiałów stałych	130.
5. Porcelana	138.
6. Szkło	144.
7. Papiery izolacyjne	145.

### Przedmowa do Zeszytu I .

Skrypta niniejsze stanowią podstawę I części kursu "Wysokich Napięć" wykładanego na IV roku Wydziału Elektrycznego Politechniki Warszawskiej.

Zeszyt II i ostatni obejmie: Kable wysokiego napięcia; Izolatory wysokiego napięcia; Przepięcia; Ochronniki; Pomiar i badania z zakresu wysokich napięć. - Okaże się w zimie 1933/34.



W S T E P

Wysokiemu napięciu towarzyszą w rozmaitych warunkach różne zjawiska, przeważnie świetlne i ciepłne, występujące w środowisku /dielektryku/, otaczającym miejsca o wielkim potencjale /elektrody/. W praktyce codziennej staramy się zwykle zjawisk tych unikać, są one bowiem niepożądane, a nawet szkodliwe. Miejscami, między którymi one występują, mogą być n.p. przewody linii elektrycznych, uzwojenia maszyn i transformatorów, wogóle każde dwa punkty urządzenia elektrycznego, wykazujące różnice potencjałów. Nieprzewidziane wyładowania między temi punktami mogą zepsuć bowiem izolację przedzielającą je, czyli dielektryk, przeszkadzając normalnemu ruchowi urządzeń elektrycznych. Na pierwszy plan przy wysokiem napięciu wysuwa się zatem sprawa doskonałości izolacji przewodów, maszyn, transformatorów i wogóle urządzeń elektrycznych, oraz jej odporność wobec zjawisk wyżej opisanych, czyli wytrzymałość elektryczna układów izolacyjnych. Jako układ izolacyjny uważać tu będziemy zespół dielektryków, służący do odosobnienia elektrycznego części metalowych urządzenia elektrycznego, w najszerszem tego słowa znaczeniu, pozostających pod napięciem.

Nauka o wytrzymałości elektrycznej dotyczy zjawisk, jakie odbywają się w środowisku izolacyjnem, w którym występują siły mechanicznie pochodzące od napięć i prądów tam istniejących. Skutkiem tych sił są naprężenia środowiska, mogące w mniejszym lub większym stopniu zmienić strukturę, a przez to i wytrzymałość układu izolacyjnego. Znajomość zatem tych zjawisk i praw niemi rządzących jest niezbędna zwłaszcza przy projektowaniu i ruchu urządzeń elektrycznych wysokiego napięcia, w których te zjawiska szczególnie występują. Przy napięciu niskiem natężenie pola elektrycznego jest stosunkowo nieznaczne, naprężenia dielektryczne zatem niewielkie; przeważają zatem tu pole magnetyczne i zjawiska elektrodynamiczne, zależne od prądu elektrycznego. Przy napięciu wysokiem natomiast pole elektryczne i zjawiska

elektrostatyczne wysuwają się na plan pierwszy.

Zależniem od rodzaju napięcia działającego w układzie, a po części i od natury środowiska, występują w nim pola elektryczne i magnetyczne. Szczególne znaczenie mają tutaj 3 przypadki:

1. Jeżeli napięcia występujące w układzie są stałe, a dielektryk jest izolatorem doskonałym, to w środowisku panuje stałe pole elektryczne, prądy przez dielektryk nie płyną; pole takie jest elektrostatyczne.
2. Przypadek poprzedni jest tylko teoretycznie możliwy; w rzeczywistości płynie przez dielektryk prąd, zwykle bardzo słaby. Również skutkiem zmian napięcia powstają w dielektryku prądy. Powyższe prądy rozchodzą się w dielektryku według praw przepływu prądów w masach, tworząc pole prądowe. Jeżeli zmiany napięcia są powolne, to i prądy są słabe. W powyższych przypadkach pole prądowe jest więc naogół zbyt słabe, aby zmienić stosunki zachodzące w polu elektrostatycznym. Takie pole elektryczne nazwiemy nibystatycznym.
3. Szybkie zmiany napięcia powodują powstawanie w dielektryku prądów silniejszych, niż poprzednie, które mogą już wpływać na przebiegi w środowisku. Pole magnetyczne wytworzone skutkiem tych prądów bierze czynny udział wraz z polem elektrycznym w powstawaniu zjawisk w środowisku. Pola takie nazywamy szybkozmiennymi.

Stosownie do tego zajmiemy się najpierw zjawiskami, zachodzącymi w polu elektrostatycznym, zatrzymując się głównie na obliczeniach naprężeń elektrycznych w układach izolacyjnych. Następnie przejdziemy do przypadku pól wolnozmiennych i szybkozmiennych. Potem poznamy własności dielektryków gazowych / powietrze/, płynnych /olej izolacyjny/ i stałych /porcelana, bakelity i.t.d./, oraz mechanizm przebiegu materjałów izolacyjnych pod wpływem napięcia. Wreszcie zajmiemy się praktycznymi układami izolacyjnymi jak izolatory i kable. Jako odrębne działy potraktujemy zjawiska przepięciowe, urządzenia przeciwprzepięciowe i przeciwprzetężeniowe. Pomiar i badania przy wysokim napięciu stanowiąc będą zakończenie niniejszego kursu.

Prawa określające zjawiska wyżej wymienione opierają się na podstawowych prawach nauki o elektryczności, głównie elektrostatyki. Tu przypomnimy je pokrótce, mając na uwadze praktyczne ich dostosowanie do potrzeb techniki wysokich napięć.

---



## ROZDZIAŁ I.

### NAPRĘŻENIA ELEKTROSTATYCZNE UKŁADÓW IZOLACYJNYCH.

Układy izolacyjne spotykane w elektrotechnice, jak izolatory wszelkiego rodzaju, izolacja kabli, uzwojeń i t.d., można przy obliczaniu sprowadzić do układów foremnych, w których rozkład pola elektrycznego jest łatwo wyznaczalny na podstawie ogólnie znanych wzorów. Jako takie uważamy układy kondensatorowe płaskie, kuliste i walcowe.

Ze względów, które później podamy, dążymy właśnie do nadawania układom izolacyjnym takiego kształtu, któryby przynajmniej częściowo lub w przybliżeniu odpowiadał kształtom foremnym. To też prawa, poznane dla takich podstawowych układów izolacyjnych, można z łatwością stosować do układów praktycznych i wogóle do konstrukcji urządzeń o wysokim napięciu.

Skutkiem nadmiernych naprężeń elektrycznych powstają wyładowania, które naogół są szkodliwe dla układu izolacyjnego. Staramy się więc im zapobiegać przez odpowiednie obliczenie warunków ich powstawania. Wyładowania te zależą od lokalnych naprężeń elektrycznych w układzie. Przedewszystkiem więc zajmiemy się sposobami obliczania tych naprężeń w układach najprostszych.

#### 1. POLE ELEKTROSTATYCZNE .

W polu wytworzonym przez ładunki elektryczne w spoczynku każdy jego punkt posiada stały potencjał. Znając go, można określić najważniejszą wielkość charakteryzującą pole t.j. natężenie pola w pewnym punkcie  $/x/$ , które się wyraża jako pochodna potencjału  $/V/$ , tam panującego, wzięta w kierunku pola ze znakiem przeciwnym:

$$K = - \frac{dV}{dx} \quad /1./$$

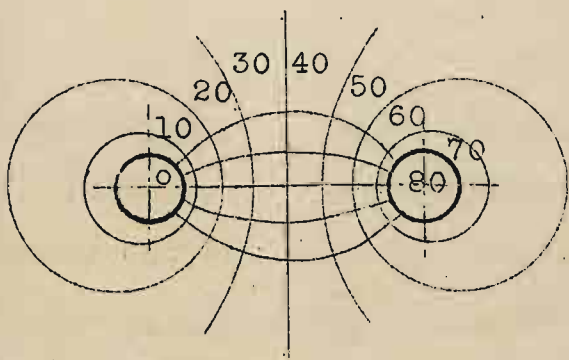
Kierunkiem pola jest kierunek siły działającej na dodatnią masę elektryczną. Linje, których styczne w każdym punkcie przedstawiają kierunek pola, nazywają się linjami polowymi. Cząsteczka elektryczna, pozostawiona działaniu tylko sił pola, poruszałaby się zawsze w kierunku



natężenia pola i opisałaby właśnie linię polową. Jakkolwiek taka linia jest pojęciem oderwanem, to jednak linie pola można uczynić widocznymi, podobnie jak linie pola magnetycznego, n.p. za pomocą pyłu dielektrycznego. Posługiwanie się nimi w elektrotechnice jest nader wygodne.

Znając wielkość potencjału w różnych punktach pola, można wykreślić powierzchnie poziome czyli powierzchnie ekwipotencjalne, gdzie  $dV = 0$ , a więc  $V = \text{const}$ . W takim przypadku również  $Kdx = 0$ . Będzie więc to spełnione, jeżeli  $K$  stoi prostopadle do  $dx$ . Z powyższego wynika, że linie polowe stoją prostopadle do powierzchni poziomej.

Według Faradaya można za pomocą linii polowych przedstawić nie tylko kierunek, ale i natężenie pola. W rurce, utworzonej przez zespół linii polowych, liczba ich jest stała. Z rurki linie nie wychodzą, ani też do niej nie wchodzi. Można więc gęstość linii użyć jako miarę natężenia pola. W tym celu przyjmuje się, że przez jednostkę powierzchni prostopadłej do kierunku natężenia pola przechodzi tyle linii, ile liczbowo wynosi natężenie pola. Wtedy natężenie pola jest liczbowo równe gęstości linii polowych.



Rys. 1. x/

kresmie.

Wykreślając pozatem powierzchnie poziome w odstępach równych jednakowym różnicom potencjałów, otrzymamy ilościowy obraz pola elektrycznego /por. Rys. 1./, z którego można wnosić o naprężeniach występujących w różnych miejscach układu. O tem będzie mowa później w szerszym zakresie.

W dielektrykach innych, aniżeli próżnia, potrzebna jest do określenia pola elektrostatycznego, poza natężeniem pola  $K$ , inna wielkość wektorjalna, a mianowicie indukcja elektryczna  $D$ . Przedstawia ona wpływ materji na zjawiska zachodzące w polu. Pomiędzy natężeniem x/ liczby 10, 20.... oznaczają wartości napięcia w kV względem uziemionej lewej elektrody kulowej.

pola a indukcją istnieje proporcjonalność stwierdzona doświadczalnie:

$$D = \epsilon K \quad / 2./$$

gdzie  $\epsilon$  jest wielkością stałą, zależną od środowiska. Nazywamy ją przenikalnością elektryczną bezwzględną danego środowiska. Wyraża się ją zwykle w F/cm.<sup>x)</sup>

Przenikalność innych dielektryków jest zawsze większa, niż próżni. Wobec tego odnosimy ją do przenikalności próżni, którą przyjmujemy jako równą 1. Tak określona przenikalność względna, czyli stała dielektryczna środowiska jest liczbą oderwaną i ją się zwykle spotyka w tabelach. Dla powietrza  $\epsilon = 1,000576$ ; różni się więc bardzo nieznacznie od stałej dielektrycznej próżni. Dlatego w dalszym ciągu nie będziemy naogół odróżniali stałej dielektrycznej tych dwu środowisk i będziemy mówili o stałej dielektrycznej powietrza; jako o mającej wartość 1.

Przenikalność dielektryczna względna nie jest wielkością stałą, zależy n.p. od składu danego materiału, od temperatury i t.d. W tabeli I podane są wartości stałej dielektrycznej najważniejszych materiałów izolacyjnych przy temperaturze pokojowej.

TABELA I. -STAŁA DIELEKTRYCZNA.

Powietrze	1,000576	Ebonit	2,5 ÷ 3,2
Papier	1,8 ÷ 2,6	Kauczuk	2,7 ÷ 2,8
Papier naolejony	3,0 ÷ 5,0	Gutaperka	4,4
Papier bakelizowany	3,6	Szelak	2,7 ÷ 3,7
Mika	4,5 ÷ 5,5	Parafina	1,9 ÷ 2,3
Mikanit	2,3 ÷ 2,5	Olej izolacyjny	2,2 ÷ 2,5
Porcelana	4,5 ÷ 6,5	Bakelit	5,6 ÷ 8,8
Szkło	5,0 ÷ 12,0	Woda	około 80.
Kwarc	3,5.		

<sup>x)</sup> Znajdziemy to np. z następującej zależności: w polu jednostajnym  $K = \frac{U}{a}$ , gdzie  $a$  jest grubością dielektryku w cm, a  $U$  napięciem w woltach.  $D = \frac{Q}{s}$ , gdzie  $Q$  jest ładunkiem w kulombach, a  $s$  powierzchnią



Związek między ładunkiem wytwarzającym pole elektrostatyczne a natężeniem pola, względnie indukcją, podaje prawo Gaussa, według którego strumień natężenia pola przez zamkniętą powierzchnię jest proporcjonalny do ładunku  $Q$ , objętego przez tę powierzchnię.

$$\int_s K \cdot ds = \frac{4\pi}{\epsilon} Q \quad /3a./$$

a strumień indukcji

$$\int_s \epsilon K \cdot ds = \int_s D \cdot ds = 4\pi Q \quad /3b./$$

gdzie  $ds$  jest elementem powierzchni prostopadłej do kierunku natężenia pola.

Pod wpływem pola następuje w środowisku polaryzacja dielektryku. Przez każdy element  $ds$  powierzchni, prostopadły do kierunku pola, przesunie się w kierunku pola ładunek  $dQ$ . Według Maxwella  $\frac{dQ}{ds} = D'$  nazywa się przesunięciem dielektrycznym. Wobec tego cały ładunek

$$Q = \int_s D' \cdot ds$$

jest on więc równy strumieniowi przesunięcia przez zamkniętą powierzchnię. Ze wzoru /3b./

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int_s D \cdot ds = \frac{\epsilon}{4\pi} \int_s K \cdot ds ;$$

a zatem związek między przesunięciem, indukcją i natężeniem pola jest:

$$D' = \frac{1}{4\pi} D = \frac{\epsilon}{4\pi} K \quad /4./$$

Ze względu na to, że w wyrażeniu /2/ na indukcję odpada czynnik  $4\pi$ , przynoszący przy przesunięciu, posługiwanie się indukcją, a nie przesunięciem, jest wygodniejsze. Będziemy zatem stosować to przeważnie w dalszym ciągu.

Ze związku między indukcją a natężeniem pola wynika, że wielkość indukcji można taksamo przedstawić za pomocą linii, jak wielkość natężenia pola. Jak zobaczymy później, obraz pola wykomany za pomocą linii indukcji jest racjonalniejszy, gdyż te linie wykazują ciągłość niezależnie od materiału dielektryku, podczas gdy linie natężenia, przy wejściu z jednego dielektryku do drugiego, mogą się kończyć w jednym, a do drugiego

w  $\text{cm}^2$ . Przeto  $\epsilon = \frac{D}{K} = \frac{Q \cdot a}{U \cdot s}$ . Jako jednostkę dla  $\epsilon$  otrzymamy wobec tego

$$1 \frac{\text{C} \cdot \text{cm}}{\text{V} \cdot \text{cm}^2} = 1 \frac{\text{F}}{\text{cm}} \quad .$$

nie wchodzić.

Wewnątrz elektrod natężenie pola równa się 0, to znaczy, że potencjał ma tam wartość stałą i to taką samą, jak na ich powierzchni. Powierzchnie elektrod są zatem w polu elektrostatycznym powierzchniami poziomymi; linie polowe stoją do nich prostopadle. Ładunek znajdujący się na elektrodzie umieszcza się na jej powierzchni. Jest on źródłem linii polowych; one z niego wychodzą i na nim się kończą. Jeżeli na każdy element  $ds$  powierzchni przypada ładunek  $dQ$ , to  $\frac{dQ}{ds} = \sigma$  jest gęstością ładunku powierzchniowego. Z powyższego wynika, że gęstość ładunku na powierzchni elektrody można położyć liczbowo równą składowej normalnej indukcji lub przesunięcia, i przedstawić również za pomocą linii indukcji lub przesunięcia.

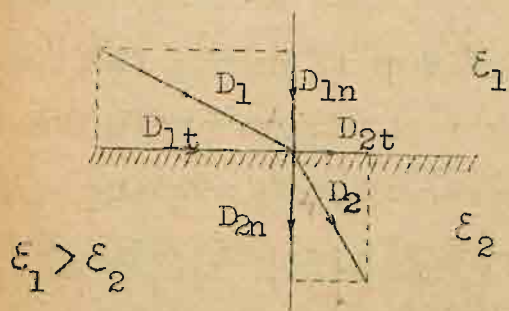
Wobec tego, że powierzchnia elektrody jest powierzchnią poziomą, można w każdej powierzchni poziomej w dielektryku umieścić nieskończenie cienką powierzchnię metalową, ściśle w tamtą wpadającą, i mimo to nie zmienić równowagi układu. W ten sposób otrzymamy warstwy dielektryku przedzielone powierzchniami przewodzącymi, okładzinami, stanowiącymi w ten sposób kondensatory.

Strumień indukcji przez pewną powierzchnię jest, jak wiadomo, określony składową wektora indukcji, normalną do tej powierzchni; jeżeli zaś w pewnej części pola elektrycznego nie ma ładunku, to na podstawie prawa Gaussa /wzór 3b./ strumień indukcji w tej części jest stały. Wobec tego, jeżeli linie indukcji przechodzą przez powierzchnię zetknięcia dwóch dielektryków o różnych przenikalnościach  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$  /Rys.2./,

gdzie nie ma ładunków, muszą być składowe normalne indukcji jednakowe w obu dielektrykach:

$$D_{1n} = D_{2n} \quad /5./$$

Stosunek składowych stycznych do powierzchni  $D_{1t}$  i  $D_{2t}$ , otrzymamy rozpatrując natężenia pola  $K_1$  i  $K_2$ , których wek-



Rys.2.



tory wpadają w wektory indukcji. Składowe styczne natężenia pola  $K_{1t}$  i  $K_{2t}$  przyczyniają się do spadków potencjału wzdłuż powierzchni zetknięcia. Spadki potencjału na tym samym elemencie  $ds$  w obu dielektrykach muszą być równe:

$$K_{1t} \cdot ds = K_{2t} \cdot ds$$

stąd 
$$K_{1t} = K_{2t}$$

oraz po podstawieniu

$$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad /6/$$

Składowe styczne indukcji są proporcjonalne do stałych dielektrycznych.

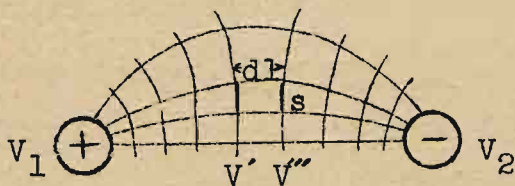
Linje indukcji doznają więc załamania na powierzchni zetknięcia dwóch dielektryków. Przy wejściu do dielektryka o przenikalności mniejszej, kąt nachylenia linii względem prostopadłej do powierzchni zmniejsza się. Jeżeli  $\epsilon_1 \gg \epsilon_2$ , to  $\alpha_1 \gg \alpha_2$  wynika z tego, że linje indukcji wchodzą do środowiska o małej przenikalności prawie prostopadle do powierzchni zetknięcia.

Z Rys.2 i z poprzednich zależności łatwo się przekonać, że

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad /7./$$

Prawo załamania linii indukcji elektrycznej jest analogiczne do takiegoż prawa dla linii indukcji magnetycznej.

Powyższe prawa przebiegu linii indukcji w różnych środowiskach oddają usługi przy kreśleniu obrazu pola elektrycznego.



Rys.3.

Rys.3 przedstawia część takiego obrazu pola wytworzonego między 2 elektrodami kulowymi o potencjałach  $V_1$  i  $V_2$ . Mamy tam linje polowe, ograniczające rurki oraz powierzchnie poziomą.

Strumień indukcji przez każdy przekrój rurki jest, według poprzedniego, stały. Na odcinek  $dl$  rurki przypada różnica potencjałów

$$V' - V'' = \Delta U = \int_{V'}^V K \cdot dl$$

Podstawiając ze wzoru /3a./  $K = \frac{4\pi Q}{\epsilon s}$ , gdzie  $s$  jest rozpatrywanym prze-

krojem rurki, a  $Q$  ładunkiem na powierzchni kuli, objętym przez podstawę rurki, otrzymamy

$$\Delta U = Q \frac{4\pi}{\epsilon} \int_{v'}^{v''} \frac{dl}{s} = Q \cdot R_e \quad /8./$$

gdzie

$$R_e = \frac{4\pi}{\epsilon} \int_{v'}^{v''} \frac{dl}{s} \quad /9./$$

nazwamy opornością dielektryczną odcinka rurki. Robimy to przez analogję do prawa Ohma dla obwodu elektrycznego. Tutaj  $Q$  odpowiada prądowi z tego prawa. Sumując oporności elementów wzdłuż całej rurki, otrzymamy jej całkowitą oporność dielektryczną.

Stosunek  $\frac{Q}{\Delta U} = C = \frac{1}{R_e}$

przedstawia pojemność odcinka rurki, czyli t.zw. komórki dielektrycznej

Pojemność ta wyrazi się więc:

$$C = \frac{\epsilon}{4\pi \int_{v'}^{v''} \frac{dl}{s}} \quad /10./$$

Jest ona odwrotnością oporności dielektrycznej.

Pojemność całej rurki obliczy się, jak przy szeregowem łączeniu kondensatorów. Suma pojemności wszystkich rurek da pojemność pola. Dla praktyki jednak ma znaczenie przede wszystkim znajomość oporności lub pojemności komórki dielektrycznej. Służy to do wykreślania i kontroli obrazów pola, o czem poniżej.

Komórka dielektryczna, poddana <sup>działaniu</sup> różnicy potencjałów  $\Delta U$ , przedstawia pewien zasób energii, nagromadzony w jej pojemności  $C$ :

$$W = \frac{1}{2} C / \Delta U^2 \quad /11./$$

Przez zwiększanie napięcia zwiększa się natężenie pola i ilość energii w komórcie, występują większe naprężenia dielektryku komórki, mogące przekroczyć granice wytrzymałości. Nastąpić wtedy może zniszczenie spójności cząsteczek dielektryku i wyładowanie, t.j. połączenie ładunków przeciwnego znaku.

Analogicznie, jak przy zjawiskach mechanicznych, będziemy mówili raczej o naprężeniach dielektrycznych, niż o "natężeniach pola", elektrycznie oba te pojęcia są identyczne. Natężenia pola wyrażamy zwykle w jednostkach bezwzględnych, naprężenia zaś z reguły w praktycznych. Przy obliczaniu naprężenia dielektrycznego w pewnym punkcie pola,



wytworzonego przez ładunek  $Q$ , będziemy się posługiwać naogół wzorem, wynikającym z /3b./

$$K = \frac{4 \pi Q}{\epsilon \int ds} \quad V/cm \quad /12./$$

gdzie  $ds$  jest elementem powierzchni, przez którą przechodzi cały strumień  $Q$ , ustawionym prostopadle do kierunku pola. Do obliczenia naprężenia trzeba więc znać ładunek, wytwarzający to naprężenie, oraz powierzchnię zamykającą go. Przy układach geometrycznie foremnych, o znanym kształcie powierzchni elektrod, jest to nader proste. Przy bardziej skomplikowanych rachunek analityczny jest trudny, a czasem niemożliwy, trzeba się więc uciec do obliczania przybliżonego, sprowadzając układ do form możliwie prostych.

W układach foremnych, których pojemność wyraża się prostym wzorem, można, znając przyłożone napięcie, złączyć obliczenie naprężeń z obliczeniem pojemności, wychodząc z zasadniczego wzoru /1./ na naprężenie w punkcie odległym o  $x$  od okładzin nieuziemionej

$$K_x = - \frac{dU_x}{dx}$$

gdzie  $U_x$  przedstawia różnicę potencjałów między danym punktem a uzziemioną elektrodą, patrz Rys. 11./.

Jeżeli przez punkt  $x$  poprowadzimy powierzchnię poziomą, a pojemność tak utworzonego układu oznaczymy przez  $C_x$ , to przez tę powierzchnię przesunie się cały ładunek  $Q$ , wytworzony pod wpływem napięcia  $U$ , przyłożonego do elektrod; wtedy mamy

$$Q = C \cdot U = C_x \cdot U_x,$$

gdzie  $C$  jest pojemnością całego układu. Wobec tego

$$K_x = -CU \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{C_x} \right) \quad V/cm. \quad /13./$$

Posługiwanie się tym wzorem jest nader praktyczne; będziemy go stosować w dalszym ciągu.

Układy mniej foremne można sprowadzić, całkowicie lub częściowo, do układów podstawowych t.j. takich, których pojemność i naprężenia można wyrazić prostymi wzorami. Naprężenia ich obliczyć można z dokładnością wprowadzając mniejszą, niż dla podstawowych, lecz naogół wystarczającą

jącą dla praktyki. Jako układy podstawowe uważamy układy: płaskie /kondensator płytowy/, kuliste /kondensator kulowy/, walcowe /kondensator walcowy/. W technice wysokich napięć układy mniej foremne przycho-  
dzą częściej, niż tamte. Jako ich typowe przykłady mamy: iskierniki, izolatory, kable trójfazowe i t.d.

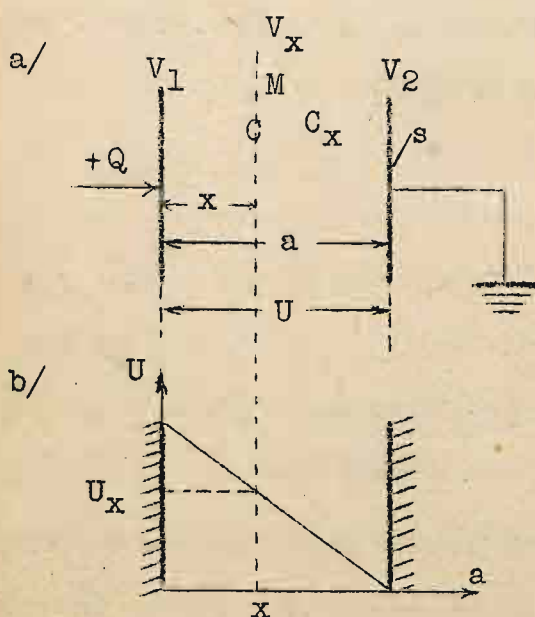
Obliczenie takiego układu z punktu widzenia wytrzymałości dielektrycznej polega na obliczeniu napięcia krytycznego, t.j. takiego, jakie układ może jeszcze znieść bez dopuszczenia do wyładowań, albo naprężenia odpowiadającego takiemu napięciu, t.j. naprężenia krytycznego. Naprężenie krytyczne warunkuje zarazem wytrzymałość dielektryczną danego ukła-  
du, wzgl. próbki danego materiału. Obliczanie naprężeń krytycznych bę-  
dzie przedmiotem dalszych rozdziałów; tutaj zajmujemy się podstawami obliczania naprężeń elektrostatycznych w układach prostych.

## 2. UKŁADY IZOLACYJNE PŁASKIE.

### a/. Kondensator płaski jednorodny.

Najprostszą formą układu płaskiego jest kondensator, złożony z 2 okładzin równoległych do siebie, przedzielonych dielektrykiem. Rozpatrz-  
my wycinek takiego kondensatora /Rys.4a./ o grubości dielektryku  $a$  cm.,

powierzchnią okładzin  $s$  cm<sup>2</sup>, i przenikalności  $\epsilon$ , do którego przyłożone jest napięcie  $U = V_1 - V_2$  woltach. Pod wpływem tego napięcia ładunek  $Q$  przesuw-  
a się przez dielektryk. Zakładamy, że cały ładunek przechodzi z jednej okła-  
dźiny na drugą przez dielektryk, a więc i przez płaszczyznę  $M$  poprowa-  
dzoną równoległe do okładzin w odleg-  
łości  $x$  i im równą co do powierzchni.



Rys.4.

Naprężenie w punkcie odległym o  $x$  od okładziny A jest według wzoru/13./



$$K_x = - CU \frac{d}{dx} / \frac{1}{C_x} /$$

Uwzględniając, że dla kondensatora płaskiego, o grubości a, wzgl. /a - x/ i powierzchni okładzin s pojemność w faradach:

$$C = \frac{\epsilon s}{4\pi a} \quad C_x = \frac{\epsilon s}{4\pi /a - x /}$$

otrzymamy

$$K_x = - \frac{\epsilon s}{4\pi Q} U \frac{d}{dx} / \frac{4\pi /a - x /}{\epsilon s} /,$$

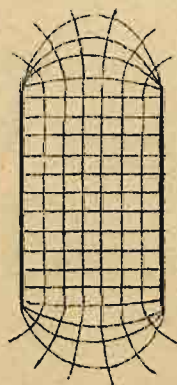
czyli, po wykonaniu działania

$$K_x = \frac{U}{a} \quad V/cm \quad /14./$$

Napężenie dielektryku jest więc w każdym punkcie jednakowe; połe, wytwarzające takie napężenie, nazywamy polem jednostajnym.

W układzie takim, jak widać, różnica potencjałów  $V_1 - V_x = U_x$  rośnie przy stałym U proporcjonalnie do odległości x. Przebieg potencjału od wartości największej do zera jest więc linjowy /Rys.4b./

Rozważania powyższe były prowadzone w założeniu, że okładziny kondensatora są bardzo wielkie w stosunku do jego grubości, a rozpatrujemy tylko jego wycinek /rurkę/. W takim przypadku połe w kondensatorze jest jednostajne. W rzeczywistości linje pola nie przebiegają na jego krawędziach po najkrótszej drodze z jednej okładziny na drugą, lecz są zakrzywione; są niejako wypychane z pomiędzy okładzin /Rys.5./. Pole tam nie może być już jednostajne. O sposobie wykreślenia obrazu pola będzie mowa później.



#### b/ Kondensator płaski uwarstwiony.

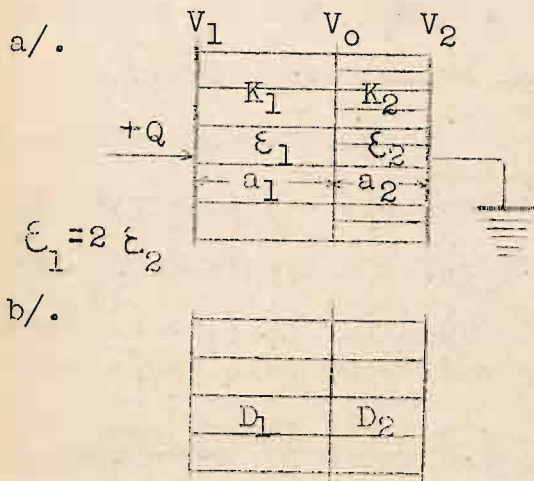
W układach o dielektryku jednorodnym napężenia nie są zależne od przenikalności dielektrycznej. Jeżeli dielektryk jest niejednorodny, rozkład napężeń w układzie zmienia się z powodu wpływu różnych przenikalności. Rozpatrzmy to dla przykładu układu uwar-

stwowionego, t.j. złożonego z warstw o różnej stałej dielektrycznej. Dla uproszczenia przyjmiemy, że powierzchnie zetknięć dielektryków ze sobą są płaszczyznami. Mogą tu zajść trzy charakterystyczne przypadki ułożenia warstw dielektryku: prostopadle, równolegle lub skośnie do kierunku

Rys.5.

natężenia pola.

9. Uwarstwienie prostopadłe. - Rys. 6a. przedstawia układ kondensato-



Rys. 6.

ra płaskiego, złożonego z 2 dielektryków o przenikalnościach  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$  i o grubościach  $a_1$  i  $a_2$ . Powierzchnia zetknięcia dielektryków ze sobą jest płaszczyzną równoległą do okładzin, wpada więc w powierzchnię ekwipotencjalną. Umieszczona w tym miejscu bardzo cienka płytką metalowa nie zmieni rozkładu pola. Można więc układ rozpatrywać jako złożony z dwóch kondensatorów po-

łączonych szeregowo.

Napięcie  $U$  przyłożone do układu wywoła różnice potencjałów:

$V_1 - V_0$  i  $V_0 - V_2$ , tak że

$$U = V_1 - V_0 + V_0 - V_2$$

Pole w obu kondensatorach będzie jednostajne o natężeniu

$$K_1 = \frac{V_1 - V_0}{a_1} = \frac{1}{\epsilon_1} D_1 \quad K_2 = \frac{V_0 - V_2}{a_2} = \frac{1}{\epsilon_2} D_2$$

Ponieważ w obu kondensatorach indukcja jest taka sama, bo ten sam ładunek przesuwa się wzdłuż rurek, przeto  $D_1 = D_2 = D$  ;

stąd

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad / 15. /$$

W układach płaskich uwarstwionych prostopadle do kierunku pola naprężenia są więc odwrotnie proporcjonalne do przenikalności dielektrycznych. Jest to bardzo ważne prawidło, tłumaczące wiele zjawisk w technice wysokich napięć. Im mniejsza jest przenikalność jednego materiału w porównaniu z drugim, znajdującym się obok niego pod działaniem pola elektrycznego, tem większe naprężenie na nim występuje. Ponieważ powietrze jest materiałem o małej przenikalności, a występuje bardzo często obok innych materiałów izolacyjnych, mających przenikalność zwykle kilka razy większą, przeto jest ono bardziej naprężane i, jako mające mniejszą wytrzymałość od tamtych, może być tem łatwiej przebite. Tem tłumaczy



się np. wpływ szkodliwy pęcherzy powietrznych w dielektrykach stałych; w nich następują wyładowania pod stosunkowo małym napięciem przyłożonym do układu, które mogą uszkodzić izolację. Podobnie rzecz się ma w szczelinach powietrznych między materiałami izolacyjnymi i t.d.

Dla przykładu podamo na Rys.6 a. i b, że przenikalność dielektryczna  $\epsilon_1$  jest 2 razy większa od  $\epsilon_2$ . Wtedy natężenie pola w dielektryku  $\epsilon_2$  jest 2 razy większe, niż w dielektryku  $\epsilon_1$   $K_2 = 2K_1$  /Rys.6a./. Indukcja natomiast jest w obu dielektrykach ta sama /Rys.6b./. Różnice te uzmysławia gęstość linii pola.

Wartości naprężeń w poszczególnych warstwach obliczymy następująco: napięcie przyłożone do kondensatora

$$U = V_1 - V_0 + V_0 - V_2 = K_1 a_1 + K_2 a_2$$

Po podstawieniu ze wz. /15./  $K_1 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} K_2$ , oraz  $K_2 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} K_1$ , otrzymamy

$$K_1 = \frac{\epsilon_2 U}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1}; \quad K_2 = \frac{\epsilon_1 U}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1};$$

Widać z tego, jak na rozkład naprężeń ma bardzo duży wpływ przenikalność dielektryczna. W razie, gdy  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ , to

$$K_1 = K_2 = \frac{U}{a_1 + a_2};$$

to samo naprężenie panuje na obu dielektrykach; zależy wtedy ono tylko od przyłożonego napięcia i grubości dielektryku /a nie zależy od przenikalności/, a więc tak, jak przy dielektryku jednolitym. Im większa różnica przenikalności, tembardziej nierównomierny rozkład napięć.

Jakkolwiek w pewnych razach układ szeregowy dielektryków jest niepożądany, bo sprawia nadmierne naprężenia w niektórych warstwach, to nie znaczy to, aby go zawsze unikać. W niektórych przypadkach, jak to później omówimy, może on być nawet z powodzeniem zastosowany /osłona dielektryczna/.

6/. Uwarstwienie równoległe. - Powierzchnia zetknięcia 2 dielektryków o przenikalnościach  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$  jest prostopadła do okładzin, wpada więc w kierunek pola /Rys.7a./. Napięcie U wytwarza natężenia:

$$K_1 = \frac{U}{a}; \quad K_2 = \frac{U}{a};$$

a więc równe sobie:

$$K_1 = K_2 = K$$

/16./

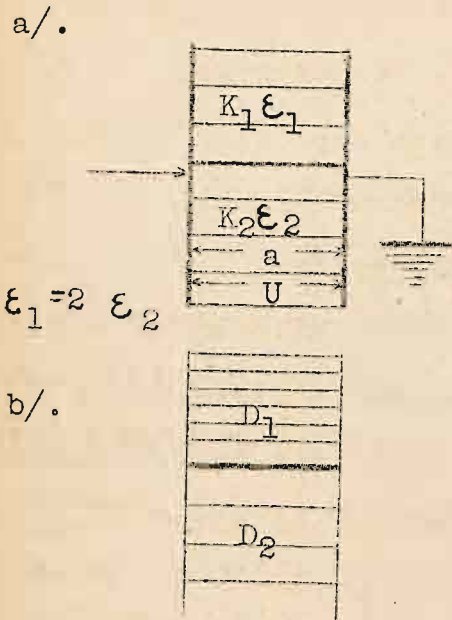
Indukcje zaś będą

$$D_1 = \epsilon_1 K_1 \quad D_2 = \epsilon_2 K_2$$

Wobec tego

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

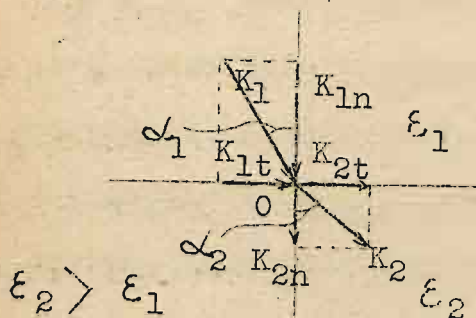
W układach o różnych dielektrykach ułożonych równolegle do kierunku natężenia pola, natężenia są równe, a indukcje wprost proporcjonalne do przenikalności dielektrycznych. Odpowiednie obrazy pola podaje Rys.7a i b.



Rys.7.

Układy takie w praktyce przychodzą rzadko. Najczęściej spotykamy je w izolatorach z papieru przekładanego warstwą lakieru izolacyjnego. Naprężenia w takich izolatorach są, jak z powyższego wynika, inne w kierunku warstw, a inne prostopadłe do nich. Te ostatnie są zależne od przenikalności. Wytrzymałość więc układu uwarunkowana jest wytrzymałością dielektryku słabszego pod tym względem.

Uwarstwienie skośne. Na Rys.8 przedstawiona jest powierzchnia zetknięcia dwu dielektryków o przenikalnościach  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ . Natężenie pola  $K$  wpł. o w dielektryku  $\epsilon$  uzmysłowione jest linią polową, nachyloną pod kątem  $\alpha_1$  do prostopadłej do powierzchni zetknięcia. Składowe tego natę-



Rys.8.

żenia przechodzą przez dielektryk drugi, stosownie do praw poprzednio znalezionych. A więc składowe styczne, przebiegając równolegle do powierzchni zetknięcia, muszą być sobie równe, składowe zaś normalne odwrotnie proporcjonalne do przenikalności.

Będzie zatem

$$K_{2t} = K_{1t}$$

Ponieważ

$$\frac{K_{1t}}{K_{1n}} = \operatorname{tg} \alpha_1$$

$$K_{2n} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} K_{1n}$$

$$\frac{K_{2t}}{K_{2n}} = \operatorname{tg} \alpha_2$$



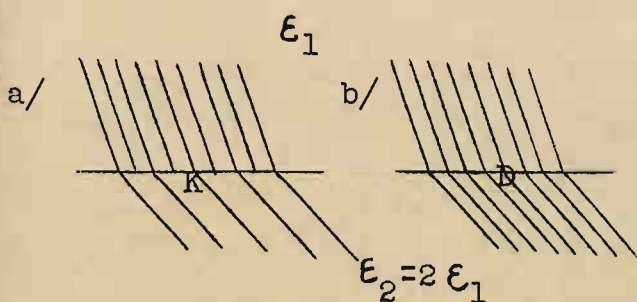
przeto po podstawieniu będzie:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

/17./

Tangensy kątów padania natężenia pola są proporcjonalne do przenikalności dielektrycznych. Linje natężenia pola, przechodząc pod kątem z jednego środowiska do drugiego, doznają załamania tem większego, im przenikalność drugiego jest większa. Jest to zjawisko i prawo załamania linii pola elektrycznego, o którym była mowa poprzednio. Tem tłumaczą się różne zjawiska zachodzące na granicy dwu dielektryków. Linje polowe w warstwach o mniejszej przenikalności zbliżają się więcej do prostopadłej niż, gdy przenikalność jest tam większa. Zwłaszcza odnosi się to do powietrza. Linje wychodzące z metalu  $\epsilon = \infty$  do powietrza są prostopadłe do jego powierzchni. W materjale o większej przenikalności linje zostają skupione; są one niejako "wciągane" przez to środowisko. W przypadku skośnego pola elektrycznego, składowe normalne naprężają dielektryk na przebicie, składowe zaś styczne są powodem wyładowań powierzchniowych, o których później będzie mowa, naprężają więc układ na przeskok. Zjawisko powyższe ma zatem bardzo duże znaczenie przy obliczaniu konstrukcji izolatorowych.

W sposób podobny jak natężenie pola można traktować i indukcje elektryczne; kierunki ich będą zgodne, natomiast wielkość inna, jak



Rys.9.

wogóle w dielektrykach uwarstwionych. Jeżeli, jak w poprzednich przypadkach, wielkość natężeń i indukcyj przedstawimy za pomocą gęstości linii, wpadających w ich kierunki, to otrzymamy obrazowo stosun-

ki zachodzące w dielektrykach, jak np. na Rys.9a. i b. Widać z tego, że w obrazie natężenia pola niema ciągłości linii; niektóre linje kończą się na powierzchni zetknięcia i nie przechodzą przez drugi dielektryk. Natomiast w obrazie indukcji ciągłość linii zachodzi. Ponieważ za pomocą gęstości linii można uwidocznć wielkość naprężeń, przeto

praktyczniej jest robić to za pomocą obrazu indukcji elektrycznej, jak o tem będzie mowa przy obliczaniu układów izolacyjnych nieforemnych.

### 3. UKŁADY IZOLACYJNE KULISTE.

#### a/. Kula izolowana.

Najprostszym układem kulistym jest kula metalowa izolowana w bardzo dużej odległości od innych przedmiotów naelektryzowanych tak, że można ją uważać za niezwiązaną elektrycznie z innym układem. Taka kula naładowana ładunkiem  $+Q$  kulombów wytwarza naokoło siebie pole promieniowe, którego linie stoją do jej powierzchni prostopadle i skierowane są nazewnątrz /Rys.10a i b./ Naprężenie w punkcie odległym o  $x$  cm. od środka kuli jest według wz./12./

$$K_x = \frac{4 \pi Q}{\epsilon \cdot 4 \pi x^2} = \frac{Q}{\epsilon x^2}$$

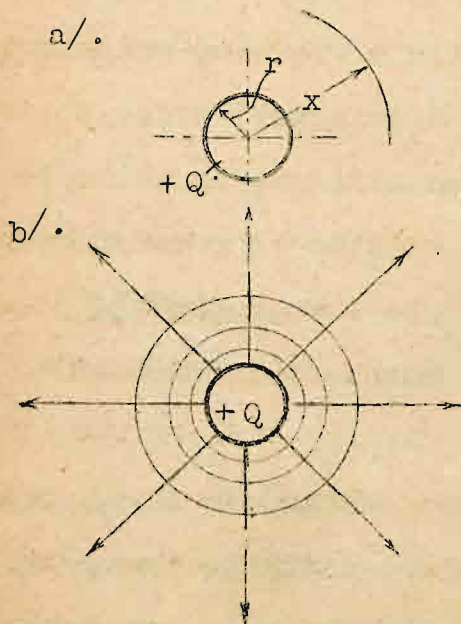
Potencjał kuli w punkcie  $x$  /z praw elektrostatyki/  $V_x = \frac{Q}{\epsilon x}$  w woltach. Podstawiając stąd  $Q = \epsilon x V_x$  do powyższego wzoru, dostaniemy:

$$K_x = \frac{V_x}{x} \quad \text{V/cm.} \quad /18./$$

W miarę więc oddalania się od kuli natężenie pola maleje. Największa jego wartość będzie dla  $x = r$ . Wtedy potencjał kuli  $V_r = V$ , a natężenie na jej powierzchni

$$K_r = \frac{V}{r} = K_{\max.}$$

Największe naprężenie dielektryku w układzie kulistym występuje więc na powierzchni kuli. Im promień kuli jest mniejszy, tem, przy tym samym potencjale, naprężenie na kuli jest większe. Jest to nader ważne правило. Tem tłumaczmy sobie wpływ zakrzywień i ostrzy na elektrodach; wyładowania zjawiają się wcześniej, t.j. przy tem niższem napięciu, im ostrze ma mniejszy promień krzywizny. Daje to ważną wskazówkę, aby naogół przy wszelkich konstrukcjach o wysokiem napięciu unikać ostrych zakrzywień i załamów, a tembardziej ostrzy i występow, na których powstaje większe naprężenie, niż na sąsiednich częściach przewodzących



Rys.10.



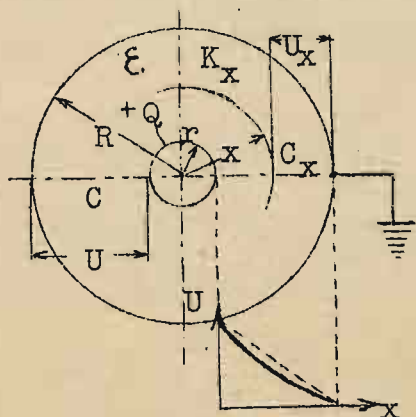
pod napięciem. Aby tego wpływu ostrzy uniknąć, dążymy do stosowania form o zakrzywieniach możliwie łagodnych. W niektórych przypadkach stosowanie ostrych krawędzi jest wskazane, np. dla opóźnienia przeskoku iskry. Będzie o tem mowa na innym miejscu.

Jako układy kuliste, izolowane można uważać zakończenia kulowe szyn i t.d., dostatecznie oddalone od innych elektrod, stosowane przy wysokich napięciach dla uniknięcia wyładowań. Wreszcie, w pewnych ramach, można każdy występ powierzchni przewodzącej sprowadzić, z pewnem przybliżeniem, do powierzchni kulistej.

Obraz pola kuli izolowanej przedstawia Rys.10b. Przy tym samym ładunku naprężenia maleją z kwadratem odległości. Powierzchnie ekwipotencjalne są kulami koncentrycznymi. Pole tego rodzaju nazywamy polem kulistym.

#### b/ Kondensator kulisty jednorodny.

Dwie współśrodkowe metalowe warstwy kuliste, o promieniach  $R$  i  $r$ , przedzielone dielektrykiem, tworzą kondensator kulisty / Rys.11. / o grubości  $R - r$  w cm. pojemności  $C = \frac{\epsilon r R}{R - r}$  w faradach. Napięcie  $U$  przyłożone do kondensatora udziela okładzin wewnętrzej ładunku  $+Q$  ; okładzina



Rys.11.

zewnętrzna uziemiona. Ładunek wytwarza pole kuliste w dielektryku o przenikalności  $\epsilon$ . Naprężenie w p.  $x$ , gdzie panuje potencjał  $V_x = U_x$ , znajdziemy z ogólnego wzoru /13./:

$$K_x = - CU \frac{d}{dx} / \frac{1}{C_x} /$$

gdzie  $C_x$  jest pojemnością kondensatora, utworzonego przez kulę koncentryczną o

promieniu  $x$  i okładzinę zewnętrzną /  $C_x = \frac{\epsilon x R}{R - x}$  /. Podstawiając za  $C_x$  i  $C$  wartości, otrzymamy:

$$K_x = - \frac{\epsilon r R}{R - r} U \frac{d}{dx} / \frac{R - x}{\epsilon x R} / ;$$

stąd

$$K_x = \frac{rR}{(R-r) \cdot x^2} U \quad V/cm. \quad /19./$$

Naprężenie w dielektryku układu kulistego przy tem samym napięciu

maleje z kwadratem odległości od okładziny wewnętrznej. Naprężenie na okładzinie wewnętrznej otrzymamy, kładąc  $x = R - r$ :

$$K_r = \frac{RU}{r/R - r/},$$

na zewnętrznej zaś,  $x = R$ :

$$K_R = - \frac{rU}{R/R - r/}.$$

Największe naprężenie, jak widać, występuje na okładzinie wewnętrznej; tam właśnie jest najmniejszy promień krzywizny układu. Tam też występuje największy spadek napięcia.

Jeżeli założymy  $R = \text{const.}$ , to najmniejsze naprężenie w układzie /na elektrodzie wewnętrznej/ otrzymamy dla  $r = R - r$ , czyli dla  $r = \frac{R}{2}$ . Aby więc otrzymać najmniejsze naprężenie dielektryku znajdującego się między dwiema kulistymi okładzinami koncentrycznymi, trzeba przyjąć promień okładziny wewnętrznej dwa razy mniejszy od promienia okładziny zewnętrznej. Wtedy  $K = \frac{4U}{R}$ . Powiększając zaś promień zewnętrzny  $R$  do nieskończoności, otrzymamy:

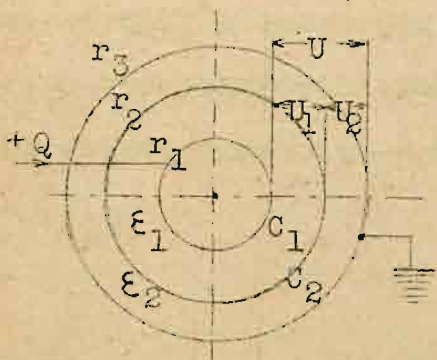
$$K_r = \frac{U}{r/1 - \frac{r}{R/}} = \frac{U}{r};$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R = \infty$$

nie można zatem spodziewać się tu zmniejszenia naprężenia do zera, przyjmuje ono bowiem wartość, jak dla kuli izolowanej.

### c/ Kondensator kulisty uwarstwiony.

Najprostszą formą takiego układu jest uwarstwienie koncentryczne, przedstawione w przekroju na Rys.12. w postaci 2 warstw o przenikalnościach  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$ . Powstają w ten sposób niejako dwa kondensatory



Rys.12.

o pojemnościach  $C_1$  i  $C_2$ . Naprężenia maksymalne w ich dielektrykach wypadną na powierzchni kuli o promieniu  $r_1$  wzgl.  $r_2$ . Według poprzedniego /wz.19./ będzie tam:

$$K_1 = \frac{r_2 U_1}{r_1/r_2 - r_1/}, \quad K_2 = \frac{r_3 U_2}{r_2/r_3 - r_2/}.$$

Ładunek  $+Q$  przepływa przez oba kondensatory:

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = CU;$$



stad:  $U_1 = \frac{CU}{C_1}$ ,  $U_2 = \frac{CU}{C_2}$  gdzie  $C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$ .

Podstawiając za  $C_1$  i  $C_2$  odpowiednie wyrażenia na pojemność kondensatora kulistego, otrzymamy wreszcie:

$$K_1 = \frac{\epsilon_2 r_2^2 r_3}{r_1 A} U, \quad K_2 = \frac{\epsilon_1 r_1 r_3}{r_2 A} U,$$

gdzie  $A = \epsilon_1 r_1 / r_3 - r_2 / + \epsilon_2 r_3 / r_2 - r_1 /$ .

Stosunek naprężeń

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\epsilon_2 r_2^2}{\epsilon_1 r_1^2} \quad /20./$$

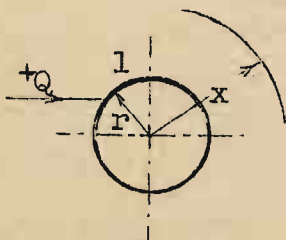
Naprężenia są zatem zależne od przenikalności dielektrycznych w podobny sposób, jak u kondensatorów płaskich; ponadto są odwrotnie proporcjonalne do kwadratów promieni krzywizny.

Układy tego rodzaju zachodzą np. u izolatorów z główką kulistą, gdzie porcelana stanowi jedną warstwę koncentryczną, a spoiwo drugą; jedną elektrodą jest zaokrąglony koniec trzona izolatorowego, drugą zaś zmoczona powierzchnia główki. Jeżeli spoiwo ma mniejszą przenikalność, niż porcelana układ może być naprężony nadmiernie.

#### 4. UKŁADY IZOLACYJNE WALCOWE.

##### a/. Walec izolowany.

Najprostszym układem jest metalowy walec izolowany, zdala od innych przewodników, o długości  $l$  cm. i promieniu  $r$  cm.



Rys.13.

/Rys.13./. Walec taki naładowany ładunkiem  $+Q$  kulombów wytwarza pole, którego linie są prostopadłe do powierzchni walca, a więc rozchodzą się promieniowo /nie uwzględnia się końców walca, gdzie pole jest spazzone/. Natężenie w punkcie

odległym o  $x$  cm. od środka walca według wz./12./:

$$K_x = \frac{4\pi Q}{\epsilon \cdot 2\pi x \cdot l} = \frac{2Q}{\epsilon x l} \quad V/cm. \quad /21./$$

maleje więc z odległością od osi walca.

Potencjał w punkcie  $x$

$$V_x = - \int_x^r K_x \cdot dx = - \frac{2Q}{\epsilon l} \int_x^r \frac{1}{x} dx = \frac{2Q}{\epsilon l} \log_n \frac{x}{r} \text{ woltów};$$

maleje więc logarytmicznie z rosnącą odległością od osi walca.

Pole takie nazywamy pojemnością walcową.

Największe napięcie będzie dla  $x = r$

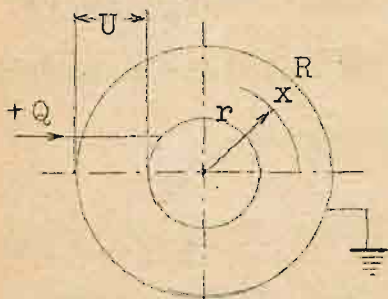
$$K_r = \frac{2Q}{\epsilon r l} ;$$

występuje więc na powierzchni walca, jak można było się spodziewać.

Taki walec izolowany, zdala od innych elektrod, w praktyce nie przechodzi. Natomiast często mamy do czynienia z układem podobnym, jak np. przewód / napowietrzny / równoległy do płaszczyzny / ziemi /. Taki układ możemy rozpatrzeć jako połowę układu dwóch przewodów równoległych, w którym napięcie łatwo wyznaczyć. Rozpatrzmy to później / patrz ustęp d. /.

#### b / Kondensator walcowy jednorodny.

Dwie współśrodkowe walcowe okładziny o promieniach  $R$  i  $r$  cm. tworzą kondensator walcowy / Rys. 14. /. Ładunek  $+Q$  wytwarza, pod napięciem  $U$ ,



Rys. 14.

pole walcowe w dielektryku. Napięcie w punkcie odległym o  $x$  cm. od środka układu znajdziemy, jak dla układu kulistego, podstawiając do wzoru / 13. / wartości pojemności kondensatora walcowego w faradach:

$$C = \frac{\epsilon l}{2 \log_n \frac{R}{r}} ; C_x = \frac{\epsilon l}{2 \log_n \frac{R}{x}} ;$$

$$K_x = - U \frac{\epsilon l}{2 \log_n \frac{R}{r}} \cdot \frac{d}{dx} \left/ \frac{2 \log_n \frac{R}{x}}{\epsilon l} \right/$$

skąd

$$K_x = \frac{U}{x \log_n \frac{R}{r}} \text{ V/cm.} \quad / 22. /$$

Jest to podstawowy wzór na obliczanie napięć koncentrycznego układu walcowego. Największe napięcie otrzymamy dla  $x = r$ :

$$K_r = \frac{U}{r \log_n \frac{R}{r}} ;$$

występuje ono znowu na powierzchni okładziny wewnętrznej. Na okładzinie zewnętrznej będzie napięcie najmniejsze /  $x = \max. = R$  /:

$$K_R = \frac{U}{R \log_n \frac{R}{r}}$$

Ze wzorów powyższych widać, że wielkość napięcia w układzie



walcowym zależna jest od logarytmu stosunku promieni. Interesuje więc nas to, przy jakim stosunku  $R:r$  będzie potrzebne największe napięcie, aby wywołać to samo naprężenie na elektrodzie wewnętrznej ;czyli jaki będzie najkorzystniejszy promień  $r$  przy  $R = \text{const.}$ , aby dla danego napięcia naprężenie  $K_r$  było najmniejsze. Innymi słowy, jaki będzie warunek minimum dla stosunku  $U:K_r$ . W tym celu różniczkujemy po  $r$  prawą

stronę wyrażenia  $\frac{U}{K_r} = r \log_n \frac{R}{r}$  i kładziemy pochodną  $\frac{dU}{dr} = 0$ .

$$\frac{d}{dr} / r \log_n \frac{R}{r} / = -r \frac{R}{r^2} \cdot \frac{r}{R} + \log_n \frac{R}{r} = -1 + \log_n \frac{R}{r} = 0.$$

Będzie to spełnione dla

$$\log_n \frac{R}{r} = 1, \text{ czyli dla } \frac{R}{r} = e = 2,718,$$

a więc dla:

$$r = 0,368 R.$$

Jest to szczególnie ważne przy obliczaniu układów walcowych, przy których idzie specjalnie o to, aby uzyskać możliwie najlepsze wyzyskanie wytrzymałości izolacji np. w kablach, izolatorach przepustowych i t.d. Będzie o tem mowa później.

#### c/. Kondensator walcowy uwarstwiony.

Kondensator złożony z 2 warstw koncentrycznych pokazany jest w przekroju na Rys.12. Jest on identyczny z obrazem kondensatora kulistego. Traktujemy go jednakowo. Uwzględniamy odcinek walca p długości jednostkowej.

Naprężenia maksymalne w obu kondensatorach

$$K_1 = \frac{U_1}{r_1 \log_n \frac{r_2}{r_1}} ; \quad K_2 = \frac{U_2}{r_2 \log_n \frac{r_3}{r_2}}$$

Ładunek  $Q$  przepływa przez  $C_1$  i  $C_2$

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = CU ;$$

stąd

$$U_1 = \frac{CU}{C_1} ; \quad U_2 = \frac{CU}{C_2} ;$$

Podstawiając wyrażenia na  $C_1$  i  $C_2$ , otrzymamy wreszcie

$$K_1 = \frac{\epsilon_2 U}{r_1 B} ; \quad K_2 = \frac{\epsilon_1 U}{r_2 B} ;$$

gdzie  $B = \epsilon_1 \log_n \frac{r_3}{r_2} + \epsilon_2 \log_n \frac{r_3}{r_1} ;$



Stąd 
$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\epsilon_2 r_2}{\epsilon_1 r_1}$$

/23./

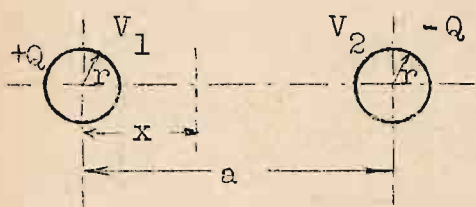
Oprócz przenikalności dielektrycznych mają jeszcze wpływ na rozkład naprężeń promienie krzywizn okładzin, podobnie jak w kulistym, lecz w mniejszym stopniu.

d/. Dwa walce równoległe.

Układem takim są np. 2 przewody linii napowietrznej, o promieniach  $r$  cm., w odstępnie  $a$  cm. /Rys.15./. Wyobraźmy sobie na jednym przewodzie

ładunek  $+Q$ , a na drugim  $-Q$  kulombów.

Oba równomiernie rozłożone na osiach walców, na długości  $l$  cm. Wtedy naprężenie w punkcie odległym o  $x$  cm. od osi walca lewego będzie pochodzić od ładunku



Rys.15.

$+Q$   $K_{x1} = \frac{2Q}{\epsilon l}$  i od  $-Q$   $K_{x2} = -\frac{2Q}{\epsilon /a-x/l}$

Całkowite naprężenie zatem będzie ich sumą

$$K_x = \frac{2Q}{\epsilon l} / \frac{1}{x} - \frac{1}{a-x} / V / \text{ cm.}$$

Ażeby znaleźć różnicę potencjałów między obu walcami, wytwarzającą naprężenie  $K_x$ , trzeba scałkować wzór na  $K_x$  w granicach od  $x = a-r$  do  $x = r$ .

$$U = V_1 - V_2 = - \int_{a-r}^r K_x \cdot dx = \frac{4Q}{\epsilon l} \log_n \frac{a-r}{r} \text{ woltów}$$

Jeżeli  $a$  jest znacznie większe od  $r$ , to można  $r$  pominąć wobec  $a$ ; wtedy:

$$U = \frac{4Q}{\epsilon l} \log_n \frac{a}{r}$$

Maksymalne naprężenie wypadnie dla  $x=r$

$$\frac{K}{r} = \frac{2Q}{\epsilon l} / \frac{1}{r} - \frac{1}{a-r} /$$

Wobec założenia, że  $a$  jest znacznie większe od  $r$ , można pominąć naprężenie pochodzące od prawego walca /drugi człon w nawiasie/i napisać

$$K_r = \frac{2Q}{\epsilon r l} \quad / \text{por. wz. 21.} /$$

Podstawiając tu za  $Q$  wartość ze wzoru na  $U$ :  $Q = \frac{\epsilon l U}{4 \log_n \frac{a}{r}}$

otrzymamy

$$K_r = \frac{U}{2r \log_n \frac{a}{r}} \quad V/cm. \quad /24./$$

jako wartość naprężenia na powierzchni walca, spowodowanego napięciem  $U$ , przyłożonym do obu walców /w założeniu, że  $a \gg r$ /. Jest to podstawowy wzór do obliczania ulotu elektrycznego między dwoma przewodami, o czym będzie mowa później szczegółowo.

Układy walcowe mają bardzo duże znaczenie w technice wysokich napięć. Takimi układami są: kable, izolatory przepustowe, przewody napowietrzne i t.d.

### 5. DIELEKTRYK NIEDOSKONAŁY W POLU ELEKTRYCZNYM.

Prawa poprzednio opisane odnoszą się do pola elektrycznego, t.j. takiego, którego rozkład uwarunkowany jest tylko ładunkami znajdującymi się na elektrodach w spoczynku. Przez dielektryk prąd w takim przypadku nie przepływa. W rzeczywistości dielektryk nie jest izolatorem doskonałym, lecz posiada pewną przewodność, skutkiem której może prąd przepływać przez niego pod wpływem różnicy potencjałów przyłożonej do elektrod. Prąd, jaki wtedy powstaje w dielektryku, czyli prąd przewodzenia, wytwarza pole prądowe, które wyobrażamy sobie za pomocą linii prądowych i powierzchni ekwipotencjalnych.

Najważniejszą wielkością charakteryzującą pole prądowe jest gęstość prądu  $J = \frac{dI}{ds}$ , gdzie  $dI$  jest częścią prądu płynącego przez element powierzchni  $ds$ , ustawiony prostopadłe do kierunku prądu. Gęstość prądu uważamy, jako wielkość wektorową, której kierunek oznacza kierunek prądu w danym punkcie. Natężenie prądu płynącego przez dowolną powierzchnię w polu prądowym jest równe całce powierzchniowej gęstości prądu

$$I = \int_s J_n \cdot ds$$

gdzie  $J_n$  jest składową normalną gęstości prądu.

Gęstość prądu ma w różnych punktach pola różną wartość. W środowisku w kształcie wydłużonego walca prąd  $I$  rozkłada się równomiernie na cały przekrój  $s$  walca; gęstość prądu jest tam zatem stała:

$$J = \frac{I}{s} = \text{const.};$$

pole prądowe jest wtedy jednostajne. Ażeby znaleźć związek między gęstością prądu, a natężeniem pola, rozpatrzmy wycinek pola dielektryku /Rys.16./ w kształcie rurki ograniczonej dwiema powierzchniami poziomymi o potencjałach  $V$  i  $V + dV$ . Przez przekrój  $ds$  płynie prąd  $dI$  nie wychodzący poza ściany rurki. Jeżeli przewodność właściwa dielektryku jest

$$\gamma, \text{ to oporność rurki } R = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dl}{ds}.$$

Według prawa Ohma różnica potencjałów

$$dV = R \cdot dI = \frac{dl}{\gamma \cdot ds} \cdot dI$$

stąd

$$\frac{dV}{dl} = \frac{dI}{\gamma \cdot ds} = \frac{1}{\gamma} J;$$

albo uważając, że  $\frac{dV}{dl}$  jest wyrażeniem na natężenie pola  $K$ , otrzymamy

$$K = \frac{1}{\gamma} J$$

czyli

$$J = \gamma K;$$

/25./

gęstość prądu proporcjonalna jest do natężenia pola.

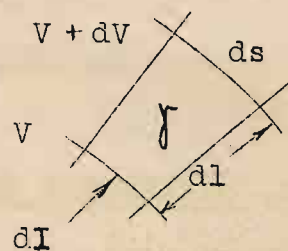
Gęstość prądu przedstawia więc wartość natężenia pola w danym punkcie środowiska. Można zatem wyrazić ją za pomocą gęstości linii polowych, jeżeli się przyjmuje, że liczba tych linii, przechodzących przez element powierzchni prostopadły do kierunku prądu, jest proporcjonalna do natężenia pola w tym elemencie. Linje prądowe wpadają w kierunku gęstości prądu; gęstość prądu stoi zatem prostopadle do powierzchni poziomu.

Według pierwszego prawa Kirchhoffa, zastosowanego do pola prądowego, mamy:

$$I = \int_s J_n \cdot ds = 0$$

całka powierzchniowa gęstości prądu, czyli prąd przepływający przez zamkniętą powierzchnię w polu równy jest zeru.

Jeżeli prąd przepływa środowiska o różnej przewodności, linje prądowe



Rys.16.



we doznają załamania /Rys.17./. Składowe normalne gęstości prądu  $J$  muszą być w obu dielektrykach jednakowe, bo przez ten sam element po-

wierzchni zetknięcia tyle prądu wchodzi, ile z niego wychodzi, a zatem

$$J_{1n} = J_{2n}$$

Składowe styczne natężenia pola wywoływa-  
ją spadki napięcia wzdłuż powierzchni;

te muszą być na tej samej drodze równe

Rys.17.

sobie:

$$K_{1t} \cdot dl = K_{2t} \cdot dl$$

Wyraziwszy natężenie pola przez gęstość ze wz./25./, otrzymamy

$$\frac{J_{1t}}{J_{2t}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

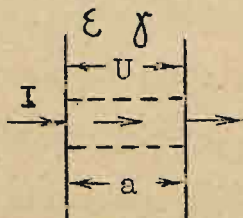
składowe styczne gęstości prądu są proporcjonalne do przewodności właściwych. Z powyższego wynika dalej, że

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \quad /26./$$

Ze środowiska o bardzo wielkiej przewodności właściwej linie wychodzą prawie prostopadle do jego powierzchni; wobec tego powierzchnia jego jest powierzchnią poziomą. Pod tym względem linie polowe prądu podlegają takim samym prawom, jak linie polowe indukcji w dielektrykach.

W polu prądowym rozkład potencjałów uwarunkowany jest, tak jak w przewodnikach linjowych, przewodnością środowiska. W razie więc, gdy obok pola elektrostatycznego zjawia się w środowisku pole prądowe, na rozkład potencjałów, a więc i na rozkład natężeń, musi mieć wpływ, obok jego przenikalności, przewodność właściwa środowiska.

Przedstawimy to najprzód dla przypadku dielektryku jednorodnego o przenikalności dielektrycznej  $\epsilon$  i przewodności właściwej  $\gamma$ , amiesz-



Rys.18.

zonego między dwiema elektrodami, równoległymi, ściśle przylegającymi do niego, do których jest przyłożone stałe napięcie  $U$  /Rys.18./; dielektryk znajduje się wtedy pod wpływem stałego pola elektrycznego, które w pośrodku okładzin będzie jedno-

stajne.

Podczas powstawania pola w dielektryku zjawia się w nim prąd przesunięcia, którego gęstość wyraża się jako:

$$J_d = \frac{dD'}{dt} = \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{dK}{dt}$$

Prąd ten idzie na ładowanie dielektryku i po skończeniu ładowania znika. Skutkiem przewodności dielektryku płynie stale przez niego, pod wpływem natężenia pola  $K$ , prąd przewodzenia, którego gęstość

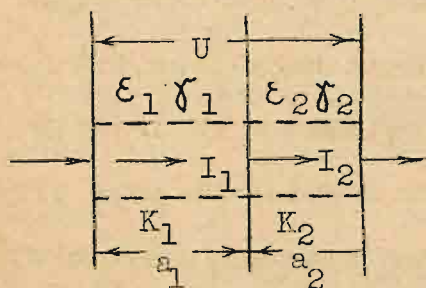
$$J_g = \gamma K$$

Prąd ten stanowi stały wydatek energii źródła prądu, które musi go dostarczać do przewodów.

Wobec tego w dielektryku powstaje prąd dielektryczny, będący sumą prądów powyższych; jego gęstość:

$$J = \gamma K + \frac{\epsilon}{4\pi} \cdot \frac{dK}{dt} \quad /27./$$

W przypadku dielektryków uwarstwionych o różnych przewodnościach właściwych, te ostatnie mają wpływ na rozkład naprężeń. Rys. 19. przedstawia układ dwóch dielektryków płaskich o przenikalnościach dielektrycznych  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$  i przewodnościach właściwych  $\gamma_1$  i  $\gamma_2$ . Po



Rys. 19.

przyłożeniu do elektrod napięcia  $U$  powstają w pierwszej chwili dielektryku naprężenia  $K_1$  i  $K_2$ . Nim przewodności zaczną działać, rozdział naprężeń jest uwarunkowany stałymi dielektrycznymi:

$$K_1 = \frac{\epsilon_2 U}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1}; K_2 = \frac{\epsilon_1 U}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1}$$

W następstwie tego powstaną prądy

o gęstościach

$$J_1 = \frac{\epsilon_2 \gamma_1 U}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1}; J_2 = \frac{\epsilon_1 \gamma_2 U}{\epsilon_1 a_2 + \epsilon_2 a_1}$$

Gęstości tych prądów będą sobie równe tylko w razie, jeżeli  $\epsilon_2 \gamma_1 = \epsilon_1 \gamma_2$ .

W innych przypadkach gęstości w obu dielektrykach są niejednakowe.

Jeżeli np.  $\epsilon_2 \gamma_1 > \epsilon_1 \gamma_2$ , to w pierwszym dielektryku gęstość prądu jest większa, niż w drugim. Jest to możliwe tylko w wyobrażeniu, że ładunki, związane z prądami, nie są równe w obu dielektrykach; część ładunku



zostaje nagromadzona na powierzchni ich zetknięcia. Stąd taki nie może długo istnieć. Skutkiem tego ładunku następuje stopniowo wyrównanie pola w dielektrykach, aż gęstości się zrównają:  $J_1 = J_2 = J$ . Wtedy gęstość prądu w obu dielektrykach jest ta sama:

$$J = \gamma_1 K_1 = \gamma_2 K_2,$$

skąd

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

Rozdział naprężeń jest więc wtedy uwarunkowany przewodnościami dielektryków, a nie ich przenikalnościami. Postępując podobnie, jak w przypadku dielektryków doskonałych, dostaniemy rozkład naprężeń:

$$K_1 = \frac{\gamma_2 U}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1}; \quad K_2 = \frac{\gamma_1 U}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1}$$

a prąd płynący przez oba dielektryki

$$J = \frac{\gamma_1 \gamma_2 U}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1}.$$

Indukcje zaś będą:

$$D_1 = \frac{\epsilon_1 \gamma_2 U}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1}; \quad D_2 = \frac{\epsilon_2 \gamma_1 U}{\gamma_1 a_2 + \gamma_2 a_1}$$

skąd

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\epsilon_1 \gamma_2}{\epsilon_2 \gamma_1} \quad /28./$$

W tym przypadku więc indukcje nie są jednakowe, lecz zależą od przenikalności dielektrycznej i przewodności właściwych dielektryku.

Dopiero, kiedy  $\epsilon_1 : \gamma_1 = \epsilon_2 : \gamma_2$ , indukcje te są jednakowe, podobnie, jak w przypadku dielektryków bez przewodności.

Indukcje  $D_1$  i  $D_2$  odpowiadają ładunkom na elektrodach. Ładunki te są więc nierówne, ich różnica znajduje się na powierzchni zetknięcia dielektryków. Im różnica przewodności dielektryków jest większa, tem większa różnica ładunków. Jeżeli jeden z nich ma przewodność stosunkowo bardzo dużą, to powierzchnia zetknięcia obu dielektryków przejmuje prawie cały prawie ładunek dielektryku o większej przewodności. Będzie to miało taki skutek, jakby grubość całego dielektryku zmniejszyła się o grubość dielektryku o większej przewodności. Przeto różnica potencjałów  $/U/$  przypada teraz prawie cała na dielektryk o przewodności



mniejszej; będzie on przeto więcej naprężany.

Prosty rachunek wskaże, że przesunięcie w dielektryku o przewodności mniejszej będzie większe, niż w stanie początkowym, kiedy przewodności jeszcze nie zaczęły działać. A więc i ładunek tam się zbierze większy. Układ otrzymał zatem ładunek dodatkowy. Wobec tego i pojemność układu pozornie się zwiększyła w stosunku do stanu początkowego. Zjawisko to ma bardzo duże znaczenie przy mierzeniu pojemności; inne wyniki otrzymamy, mierząc ją bezpośrednio po przyłożeniu napięcia, a inne po pewnym czasie.

## 6. DIELEKTRYK W POLU WOLNOZMIENNEM.

Przy napięciu stałym zjawisko prądu przesunięcia występuje tylko w pierwszej chwili po przyłożeniu napięcia do dielektryku, to jest przy powstawaniu pola elektrycznego. Połączony jest z tem pewien wydatek energii, który idzie, jak mówimy, na ładowanie dielektryku. Po ukończeniu ładowania, kiedy nastąpił stan ustalony, prąd przesunięcia znika. Dielektryk pozostaje jednak w stanie naprężenia, jak długo trwa napięcie przyłożone.

Inaczej jest przy napięciu zmiennem. Wtedy przesunięcie zachodzi przy każdej zmianie napięcia, przeto prąd przesunięcia występuje stale, stanowiąc niejako dalszy ciąg prądu, płynącego w przewodnikach i w ten sposób sprawia zamknięcie obwodu dla tego prądu. Jeżeli przeto dielektryk poddany jest działaniu pola, zmieniającego się np. sinusoidalnie, to:

$$K_t = K_m \cdot \sin \omega t.$$

$$D'_t = D'_m \cdot \sin \omega t.$$

Gęstość prądu przesunięcia wypadnie wtedy

$$J_{d_t} = \frac{d}{dt} / D'_m \sin \omega t / = \frac{\epsilon \omega}{4\pi} K_m \cdot \cos \omega t.$$

Prąd przesunięcia zależy więc, jak widać od częstotliwości  $\omega$  i wyprzedza pole o  $90^\circ$ ; odpowiada mu prąd ładowania  $i_c$  w przewodach, który jest przesunięty o  $90^\circ$  naprzód względem napięcia przyłożonego.

Można zatem prąd przesunięcia traktować, jako prąd płynący w przewodnikach i odnieść do niego prawa pola prądowego. A więc na granicy

zetknięcia dwu środowisk składowe normalne prądu przesunięcia muszą być sobie równe

$$\frac{\epsilon_1}{4\pi} \cdot \frac{dK_{1n}}{dt} = \frac{\epsilon_2}{4\pi} \cdot \frac{dK_{2n}}{dt} ,$$

stąd

$$\frac{K_{1n}}{K_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

tak, jak dla czystego pola elektrostatycznego. Wobec tego linje prądowe zmiennego pola elektrycznego są identyczne z linjami indukcji pola elektrostatycznego.

Odnosi się to tylko do przypadku wolno zmieniającego się pola. Jeżeli zmiany pola są szybkie, to występują zjawiska elektrodynamiczne i linje prądowe mogą przybrać przebiegi zupełnie odmienne od powyższych. W polu wolnozmennem natomiast rozkład potencjałów i naprężeń jest w przybliżeniu taki sam, jak w polu elektrostatycznym.

————— ———— —————