Z TEORYI WODOTRYSKÓW.

Napisał **H. Czopowski**, inż.

(Ciąg dalszy; p. № 44 r. b., str. 540).

W tym celu stosuję system współrzędnych (rys. 4); początek ich umieszczam na wierzchołku strumienia i przyjmuję następujące oznaczenia:

v_0 — szybkość strumienia, z jaką wychodzi z wylotu w kierunku osi wylotu;

v_s — szybkość strumienia w punkcie x, licząc w kierunku stycznej krzywej;

v_x — składowa tejże szybkości w kierunku pionowym, t. j. w kierunku osi x;

v_y — składowa jej pozioma.

Z tych określeń wynika, iż:

$$v_y = v_0 \cos\alpha, \quad v_s^2 = v_x^2 + v_0^2 \cos^2\alpha.$$

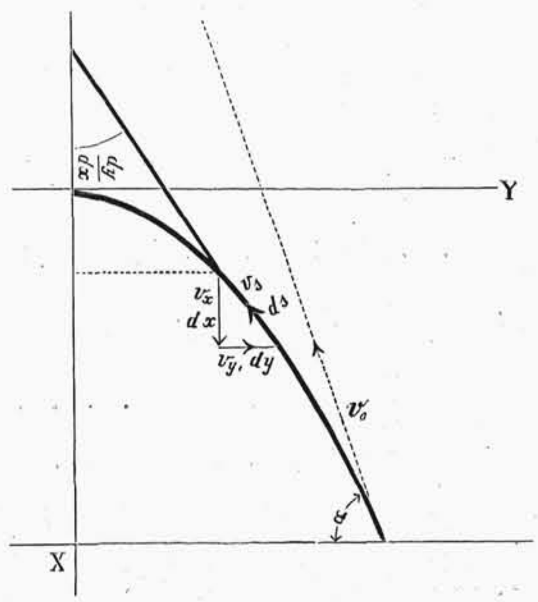
Powracamy do wzoru zachowania energii, który już wyżej stosowałem:

$$\frac{mv^2}{2} = \int_0^h P \,.\, dh$$

i zauważymy, iż w danym wypadku:

$$dh = dx + \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{v_s^2}{2g}\, ds,$$

gdzie ds oznacza długość cząstki (elementu) krzywej, otrzy-



Rys. 4.

mamy wtedy po odpowiedniem podstawieniu jakieśmy to już raz uskutecznili:

$$\Delta G \,.\, \frac{v_x^2}{2g} = \Delta G \int_0^x \left(dx + \frac{\lambda}{d}\, \frac{v_s^2}{2g}\, ds\right) \quad . \quad . \quad . \quad (16);$$

po zniesieniu wielkości ΔG, otrzymamy równanie, zawierające funkcyę v_x i x, za wyjątkiem wartości $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, która jest funkcyą x i y. Dla uniknięcia zbyt zawiłych rachunków, przyjmuję, iż $ds = \frac{dx}{\sin\alpha}$; błąd z tego wynikły będzie się zmniejszać w miarę powiększania się kąta nachylenia α, czyli błąd będzie się powiększał w blizkości wierzchołka strumienia i jednocześnie będzie się zmniejszał wskutek zmniejszania się prędkości. Po uwzględnieniu tego uproszczenia i po zróżniczkowaniu równania (16), podstawiając $v_s^2 = v_x^2 + v_0^2 \,.\, \cos^2\alpha$ otrzymamy:

$$d\,\frac{v_x^2}{2g} = dx \left[1 + \frac{\lambda}{d \sin\alpha} \left(v_x^2 + v_0^2 \cos^2\alpha\right) \frac{1}{2g}\right] \quad (17),$$

w celu zcałkowania tego równania, postaramy się (jak to już wyżej czyniliśmy) doprowadzić je do zasadniczego wzoru

$$dz = dx\,(1 + z),$$

gdyż już wiemy, iż z tego wzoru:

$$x = ln\,(1 + z)\,K;$$

w tym celu równanie (17) grupuję w następujący sposób:

$$d\,\frac{v_x^2}{2g} = \left[\left(1 + \frac{\lambda}{d \sin\alpha} \cdot \frac{v_0^2 \cos^2\alpha}{2g}\right) + \frac{\lambda}{d \sin\alpha}\, \frac{v_x^2}{2g}\right] dx \quad (18),$$

przyjmuję

$$\left(1 + \frac{\lambda}{d \sin\alpha} \cdot \frac{v_0^2 \cos^2\lambda}{2g}\right) = A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19),$$

podstawiam w (18) i wynoszę wtedy w otrzymanem równaniu A poza nawias, wskutek czego otrzymamy zamiast (18):

$$\frac{dv_x^2}{2g} = A\left(1 + \frac{\lambda}{d \sin\alpha} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{v_x^2}{2g}\right) dx \quad . \quad . \quad (20),$$

przyjmuję następnie

$$\frac{\lambda}{d \sin\alpha} \cdot \frac{1}{A} \cdot \frac{v_x^2}{2g} = z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21),$$

skąd

$$\frac{v_x^2}{2g} = z \,.\, \frac{d \sin\alpha}{\lambda} \,.\, A;$$

różniczkując to ostatnie i podstawiając z niego $d\,\frac{v_x^2}{2g}$ w równanie (20), otrzymamy

$$\frac{d \sin\alpha}{\lambda} \,.\, A \,.\, dz = A\,(1 + z)\, dx;$$

po zniesieniu wielkości A i następnie całkując, otrzymamy:

$$\frac{d \sin\alpha}{\lambda}\, ln\,[(1 + z)\, K_1] = x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22);$$

K_1 wielkość stała, którą bliżej oznaczymy, zauważywszy, iż dla $x = 0$, $v_x = 0$, skąd i $z = 0$, a więc $ln\,K_1 = 0$, skąd wypada

$$K_1 = 1;$$

wzór więc (22) przybierze kształt:

$$\frac{d \sin\alpha}{\lambda}\, ln\,(1 + z) = x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23);$$

rozwiązując podług z:

$$z = e^{x \frac{\lambda}{d \sin\alpha}} - 1;$$

uwzględniając wartość dla z podług wzoru (21) i rozwiązując podług $\frac{v^2}{2g}$, otrzymamy:

$$\frac{v_x^2}{2g} = \frac{d \sin\alpha}{\lambda} \,.\, A\left(e^{x \frac{\lambda}{d \sin\alpha}} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad (24).$$

Dla próby przyjmuję $\alpha = 90^0$ (t. j. gdy strumień bije pionowo), otrzymamy $A = 1$ i

$$\frac{v_x^2}{2g} = \frac{d}{\lambda}\left(e^{x \frac{\lambda}{d}} - 1\right);$$

jest to równanie identyczne ze wzorem (11), gdyż w danym wypadku

$$\frac{v_x^2}{2g} = H; \quad \text{zaś } x = h$$

Wzór (24) daje nam sposób oznaczenia szybkości strumienia w przekroju x.

Przystąpię obecnie do oznaczenia krzywej, jaką opisuje wodotrysk. Z rys. 4 łatwo zauważyć, iż

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_0 \cos\alpha}{v_x},$$

skąd

$$v_x = v_0 \,.\, \cos\alpha \,.\, \frac{dx}{dy} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25),$$

z równania zaś (24):

$$v_x = \sqrt{2g\, \frac{d \sin\alpha}{\lambda} \,.\, A\left(e^{x \frac{\lambda}{d \sin\alpha}} - 1\right)};$$

identyfikując ten ostatni wzór dla v_x ze wzorem (25), otrzymamy:

$$v_0 \cos\alpha \,.\, \frac{dx}{dy} = \sqrt{2g \,.\, \frac{d \sin\alpha}{\lambda} \,.\, A\left(e^{x \frac{\lambda}{d \sin\alpha}} - 1\right)}.$$

Przenoszę zmienne x na lewą stronę równania i oddzielam wielkości stałe od zmiennych:

$$\frac{dx}{\sqrt{e^{x \frac{\lambda}{d \sin\alpha}} - 1}} = \frac{1}{v_0 \cos\alpha} \cdot \sqrt{2g\, \frac{d \sin\alpha}{\lambda} \,.\, A} \,.\, dy \quad (26).$$

Zajmę się obecnie tylko lewą stroną równania; dla upros-

czenia oznaczę przez $t = x\frac{\lambda}{d\sin\alpha}$, skąd $dx = \frac{d\sin\alpha}{\lambda}.dt$,
po podstawieniu w (26) otrzymamy równanie:

$$\frac{d\sin\alpha}{\lambda}\cdot\frac{dt}{\sqrt{e^t-1}} = \frac{1}{v^0\cos\alpha}\cdot\sqrt{2g\frac{d\sin\alpha}{\lambda}.A}.dy;$$

po zcałkowaniu tego równania, otrzymamy:

$$\frac{d.\sin\alpha}{\lambda}.2.\operatorname{arctg}\sqrt{e^t-1} = \frac{1}{v_0\cos\alpha}\cdot\sqrt{2g\frac{d.\sin\alpha}{\lambda}.A}.y \quad (27).$$

Zcałkowanie funkcyi $\frac{dt}{\sqrt{e^t-1}}$ wykonałem w następujący sposób: najpierw pozbywam się irracyonalności wyrażenia, przez podstawienie $\sqrt{e^t-1} = \eta$, skąd $e^t = \eta^2+1$, następnie różniczkuję to ostatnie i otrzymuję: $e^t.dt = 2\eta.d\eta$, skąd

$$dt = \frac{2\eta\,d\eta}{e^t} = 2.\frac{\eta}{\eta^2+1}d\eta$$

i podstawiam w pierwotny wzór, t. j.:

$$\int\frac{dt}{\sqrt{e^t-1}} = 2\int\frac{\eta}{\eta^2+1}\cdot\frac{1}{\eta}.d\eta = 2\int\frac{1}{\eta^2+1}d\eta =$$
$$= 2\operatorname{arctg}\eta = 2\operatorname{arctg}\sqrt{e^t-1}.$$

Stałą wielkość we wzorze (26), jaka wypada z całkowania, pomijam, gdyż jest ona = 0, ze względu, że dla $y=0$, $x=0$. Podstawiając w (27) wartość dla t wyżej przyjętą, otrzymamy funkcye, zawierające x i y i rozwiązane podług y; kształt jednakże odnośnego równania przedstawia się zbyt zawiły, dla uniknięcia czego spróbuję rozwiązać rzeczone funkcye podług x. W tym celu w równaniu (27) przenoszę wielkości stałe wraz ze zmienną y na prawą stronę równania:

$$\operatorname{arctg}\sqrt{e^t-1} = \frac{\lambda}{2d\sin\alpha}\cdot\frac{1}{v_0\cos\alpha}\sqrt{2g\frac{d\sin\alpha}{\lambda}A}.y,$$

przyjmuję:

$$\frac{\lambda}{2d\sin\alpha}\cdot\frac{1}{v_0\cos\alpha}\cdot\sqrt{2g\frac{d.\sin\alpha}{\lambda}A} = \beta \quad . \; . \quad (28)$$

i podstawiam w powyższe, skąd otrzymuję:

$$\operatorname{arctg}\sqrt{e^t-1} = \beta.y,$$

lub inaczej: $\sqrt{e^t-1} = tg(\beta.y)$;

podnoszę obiedwie strony równania do drugiej potęgi i otrzymuję: $e^t = 1+tg^2(\beta.y)$,

ponieważ wogóle $1+tg^2\varphi = \frac{1}{\cos^2\varphi}$, przeto

$$e^t = \frac{1}{\cos^2(\beta y)};$$

logarytmując ten wzór, otrzymuję:

$$t = -2\ln\cos(\beta y),$$

podstawiając wiadomą wartość dla t

$$t = x.\frac{\lambda}{d.\sin\alpha}$$

i rozwiązuję podług x; otrzymamy wreszcie:

$$x = -2\frac{d.\sin\alpha}{\lambda}.\ln\cos(\beta y) \quad . \; . \; . \; . \quad (29).$$

Oto jest równanie krzywej wodotrysku. Pozornie zdawać się może, iż wartość dla x wypadnie ujemna, zwróciwszy jednakże uwagę, że $\cos(\beta.y)<1$ i że ln z ułamku daje wielkość ujemną, otrzymamy dla x wartość dodatnią.

W powyższym wzorze (29) jak również w wartościach A i β zauważymy stale powtarzające się wartości $\frac{\lambda}{d\sin\alpha}$ i $\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{2g}$, oznaczę więc $\frac{\lambda}{d\sin\alpha} = \frac{1}{a}$ oraz $\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{2g} = \frac{1}{b}$, podstawiam te wielkości w (19), (28) i (29) i otrzymuję:

$$A = \left(1+\frac{1}{ab}\right); \quad \beta = \frac{1}{2a}\sqrt{1+ab},$$

wreszcie $$x = -2a\ln\cos(\beta y) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (30).$$

Za pomocą tablic logarytmicznych bardzo łatwo z tego wzoru obliczyć rzędne krzywej wytrysku, a następnie tę krzywą wykreślić.

Chcąc zastosować do wzoru (24) również tablice logarytmiczne, należy wzór ten odpowiednio przerobić.

Wzór (30) można napisać również w następującej formie: $e^{\frac{x}{a}} = \frac{1}{\cos^2(\beta y)}$, wzór zaś (24) można zastąpić następującym: $\frac{v_x^2}{2g} = a.A.(e^{\frac{x}{a}}-1)$, podstawiając z powyższego $e^{\frac{x}{a}}$,

otrzymamy: $$\frac{v_x^2}{2g} = aA.\left(\frac{1}{\cos^2(\beta y)}-1\right),$$

skąd $$\frac{v_x^2}{2g} = a.A.tg^2(\beta y) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (31),$$

lub $$v_x = tg(\beta y).\sqrt{2gaA} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (32).$$

Oto jest równanie szybkości cząstek wody w wodotrysku. W powyższych równaniach charakterystycznem jest, iż przy trzech zmiennych wielkościach d, α, v_0, rzędne przy niej jak również prędkości v_x są zależne tylko od dwóch zmiennych a i b.

(D. n.)

KRONIKA BIEŻĄCA.

Wynik konkursu VII Delegacyi Architektonicznej.

W konkursie na projekt nowych budynków dla celów Muzeum Przemysłu i Rolnictwa w Warszawie[1]), sąd konkursowy, złożony z pp. budowniczych: Józefa Dziekońskiego, prof. Mikołaja Tołwińskiego, Artura Goebla, inż. Kazimierza Obrębowicza, prezesa Komitetu Muzeum Stanisława Rotwanda, członków tegoż Komitetu Karola Benniego, Feliksa Dziechcińskiego i bud. Edwarda Lilpopa, oraz dyrektora Muzeum Józefa Leskiego, po rozpatrzeniu sześciu nadesłanych projektów, przyznał w d. 30 października r. b. nagrodę pierwszą jednomyślnie projektowi arch. p. Stefana Szyllera w Warszawie, opatrzonemu godłem „Wisła", zaś nagrodę drugą, większością głosów, projektowi pp. arch. Stanisława Weissa i H. Stifelmana, opatrzonemu godłem „Jesień". Nadto sąd konkursowy zalecił do zakupu projekty opatrzone godłami: „Równia pochyła" i „Dwójka pik".

Taką jest treść wyroku sądu konkursowego. Zwycięzcy w tym konkursie koledze Stefanowi Szyllerowi, chlubnie znanemu twórcy tylu pięknych budynków, wieloletniemu współpracownikowi pisma naszego, któremu do licznych już zwycięztw jego konkursowych przybywa nowa zaszczytna nagroda wskutek szczęśliwego i umiejętnego rozwiązania trudnego niepospolicie zadania, zasyłamy wyrazy naszego uznania i życzenie dalszej, równie jak dotychczasowa, owocnej dla dobra ogólnego pracy.

P. T.

[1]) Por. Przegl. Techn. № 33 r. b., str. 407.

Wiadomości techniczne. *Lutowanie glinu* według sposobu H. Lange z Westeras w Szwecyi. Lutowanie glinu przedstawia, jak wiadomo, znaczną trudność, pochodzącą od własności chemicznych tlenku glinowego, jak również od znacznej ciepłojemności i znacznego przewodnictwa ciepła tego metalu. Sposób, o którym tu mowa, umożliwia lutowanie za pomocą stopu glinu z cynkiem, który sam przez się jest dostatecznie wytrzymały i dobrze łączy się z powierzchnią glinu.

Według tego sposobu, przedewszystkiem należy oczyścić zwykłym sposobem powierzchnie, mające przylegać do lutu; następnie, równocześnie nagrzewając za pomocą lampy, prądu elektrycznego lub t. p., na oczyszczone powierzchnie glinu nakłada się cienką warstwę cynku, np. pocierając je pałeczką cynkową. Poczem, na obie pokryte cynkiem powierzchnie, nakłada się dostatecznie grubą warstwę wspomnianego powyżej cynkowo-glinowego lutu. Następnie, trzymając oba zlutowywane przedmioty naprzeciw siebie, nagrzewa się je silnie, tak, żeby lut zaczął się topić, przyczem wszelkie zanieczyszczenia, jak również nadmiar lutu zostaje zebrany, trąc lutowane przedmioty jeden o drugi, poczem następuje zlutowanie.