№ 24. Warszawa, dnia 12 Czerwca 1923 r. Tom LX.

PRZEGLĄD TECHNICZNY

TYGODNIK POŚWIĘCONY SPRAWOM TECHNIKI I PRZEMYSŁU.

REDAKTOR Inżynier-technolog CZESŁAW MIKULSKI.

Sposoby wyrażania równowagi sił i określania jej rodzajów.

Podał **H. Czopowski**, prof.

(Dokończenie do stronicy 223, w № 23 r. b.)

Rodzaje równowagi. — Jeżeli bryłę, znajdującą się w danem położeniu w równowadze, wyprowadzimy nieco z tego położenia i pozostawimy ją działaniu sił, na nią działających, to mogą nastąpić zjawiska: albo bryła powróci do pierwotnego położenia, a wtedy stan ten równowagi nazwiemy stałym (przytem po powrocie może wahać się około tego położenia); lub też będzie się oddalać od pierwotnego położenia — wtedy ten stan nazwiemy chwiejnym; lub też może pozostawać nadal w równowadze, wtedy nazwiemy rodzaj tej równowagi obojętnym, i wreszcie może nastąpić taki przypadek, że odchylona bryła w jedną stronę oddalać się będzie od tego położenia, a odchylona w drugą stronę powróci do poprzedniego położenia, ten stan równowagi nazwiemy mieszanym.

Sposób matematyczny wyrażania równowagi, jak i odróżniania jej rodzajów, polega na twierdzeniu, że praca dodatnia sił wywołuje wzrost energji kinetycznej punktów materjalnych, do których te siły są przyłożone, oraz punktów, które są z nimi połączone, t. j.—że praca dodatnia wywołuje ruch. Dla obliczenia równowagi należy zwrócić uwagę, że jeżeli siły przy pewnem przesunięciu wykonują pracę ujemną, to, gdy odwrócimy kierunek tego przesunięcia na przeciwny (przypadek ten najczęściej się spotyka), otrzymamy pracę dodatnią, a więc siły dane będą mogły być tylko wtedy w równowadze, gdy podczas wszelkich możliwych przesunięć nie dają pracy ani dodatniej ani ujemnej, lecz pracę równą zeru; co też wyraża zasada pracy wirtualnej.

Ażeby określić rodzaj równowagi, nadajmy temu układowi punktów, wraz z siłami, drugie przesunięcie wirtualne i zbadajmy znak wartości pracy, jaką siły wykonują podczas tego przesunięcia; znak ten będzie rozstrzygał o rodzaju równowagi na zasadzie przytoczonego twierdzenia. — Miarą pracy sił podczas tego (drugiego) przesunięcia jest druga różniczka funkcji sił L względem niezależnych spółrzędnych; jest to bowiem przyrost przyrostu pracy.

Dla wyrażenia przeto równowagi powinna być przedewszystkiem $\delta L = 0$;

jeżeli przytem $\delta^2 L > 0$ t. j. jeżeli L posiada wartość minim., to równowaga jest chwiejną;

jeżeli zaś $\delta^2 L < 0$ t. j. jeżeli L posiada wartość max., to równowaga jest stałą; to

jeżeli wreszcie $\delta^2 L = 0$ równowaga jest obojętną lub mieszaną; są to warunki, dowiedzione przez Dirichlet'a.

Warunki te przedstawić możemy sobie obrazowo w nast. sposób: jeżeli wartość L będzie podczas równowagi max., to powiemy: że w danem położeniu układu wszystko już się stało, co się stać mogło; — położenie to będzie położeniem równowagi stałej; jeżeli zaś praca ta będzie minimum, to choć w tem położeniu panuje stan równowagi, lecz przy małem odchyleniu układu z tego położenia siły wykonają pracę dodatnią, a więc nastąpi ruch; będzie to równowaga chwiejna.

Ciągły układ punktów. — W przykładzie z czworobokiem liczba punktów poruszających się i liczba sił była ograniczona do dwóch, a układ był określony jedną tylko spółrzędną—kątem α (układ o jednym stopniu swobody), lecz w sposobie wyznaczenia położenia równowagi nic się nie zmieni, jeżeli ilość spółrzędnych, określających położenie danego układu, się powiększy; a nawet gdy się powiększy do nieskończenie wielkiej ilości zmiennych, jaką np. przyjąć należy w nici giętkiej i nierozciągliwej; nić bowiem taką można uważać za łańcuch o nieskończenie wielu nieskończenie małych ogniw.

Na pytanie też jakie sobie zadali bracia Bernoulli (r. 1742): jaką postać geometryczną przyjmie łańcuch swobodnie zawieszony na dwóch końcach, dali zgodną odpowiedź: przyjmie on taką postać, której środek ciężkości leżeć będzie najniżej ze wszystkich możliwych położeń. Odpowiedź ta była ścisłą pod względem fizycznym; pozostała tylko do załatwienia strona matematyczna: — obliczenia równania takiej krzywej, którąby przy danej długości posiadała środek ciężkości najniżej położony ze wszystkich możliwych położeń.

Zadanie takie możnaby rozwiązać np. drogą prób, wykreślając różne linje krzywe lub łamane w dowolnych postaciach, lecz o stałej długości i wyznaczając środki ciężkości każdej z nich; krzywa której środek ciężkości zajmie najniższe położenie, będzie krzywą, najwięcej zbliżoną do szukanej; mówimy „zbliżoną", przy tej metodzie bowiem postępowania nie będziemy pewni czy dany środek jest rzeczywiście najniżej położony.

Pojęciami analizy matematycznej wyrazimy to postępowanie w następujący sposób. Jeżeli literą q oznaczymy ciężar jednostki długości łańcucha, to ciężar jednego ogniwa o długości ds wyrazimy przez $q \cdot ds$; a pracę, jaką ten ciężar wykonał po dojściu do danego położenia od pewnego poziomu początkowego, odbytego na y, wyrazimy przez $y \cdot q \cdot ds$; praca zaś wszystkich cząstek danego łańcucha wyrazi się sumą $L = \int'' y \cdot q \cdot ds$; a max czy minimum wartości tej całki wyrazimy wzorem

$$\delta \int'' y \cdot q \cdot ds = 0.$$

Zadanie w danym razie (w układzie ciągłym punktów) nie polega przeto na znalezieniu pewnych wartości zmiennych, któreby czyniły wartość danej całki max. lub min., jak to było np. w zadaniu z czworobokiem, gdzie zmienną była wielkość α, lecz polega na znalezieniu takiej *postaci funkcji* $y = f(x)$, którąby czyniła wartość L, obliczoną z całki $\int'' y \cdot ds$, max. lub minimum; w danym więc razie niewiadomą jest nie pewna wielkość, jak w przykładzie poprzednim, lecz *postać* funkcji, i tę postać należy określić.

Symbol δ otrzymuje w tym razie swoje właściwe znaczenie, różne od symbolu d lub ∂; mianowicie wyraża on, że w wielkości L, wyrażonej całką określoną, zmienną jest postać funkcji, wchodzącej pod znak całki a nie pewna wielkość; w tym bowiem przypadku napisalibyśmy d lub ∂ a nie δ; w tem też znaczeniu mówimy o warjacji danej całki. — Postępowanie więc matematyczne, przy rozwiązaniu tego rodzaju zadań, znacznie się różni od zadań na obliczenie zwykłych max. i min. Analiza matematyczna daje dla obliczenia takich funkcji ogólne sposoby, objęte t. zw. rachunkiem warjacyjnym; zapomocą tego rachunku otrzymujemy równanie różniczkowe szukanych funkcji; zadanie przeto zasadniczo może być uważane za rozwiązane.

Jednakże w znacznej liczbie przykładów z techniki równania te nie dają się przedstawić w postaci skończonej, trudności te, natury czysto formalnej, postarano się w ten sposób usunąć (metoda Ritz'a)[1]), iż przyjmuje się pewną dowolną, lecz ściśle określoną funkcję $y=F(a,x)$, któraby była zbliżoną do szukanej funkcji przynajmniej w zakresie granic, określonych danem zadaniem i któraby posiadała pewne parametry a nieokreślone, a które obliczymy z warunku: żeby wartość L (jak w danym przykładzie wartość całki $\int y''y\,.\,ds$, którą po przyjęciu postaci funkcji $y=F(a,x)$ możemy obliczyć, pozostawiając a wielkością nieokreśloną), otrzymała największą lub najmniejszą wartość przy zmiennej a.

W ten sposób metoda Ritz'a sprowadza zadania rachunku warjacyjnego do zadania obliczenia pewnych wartości, któreby czyniły wartość danego wyrazu max. lub minimum. Obliczywszy w ten sposób wartości i podstawiwszy je w rów. $y=F(a,x)$, otrzymamy przybliżoną postać szukanej krzywej. W celu otrzymania ściślejszej odpowiedzi, możemy następnie wykonać to obliczenie dla różnych funkcji, lub dla większej ilości spółczynników a; a funkcja $y=F(a,x)$, która da najmniejszą wartość dla L, będzie najbliższą do szukanej funkcji, — takie jest kryterjum stopnia dokładności przyjętej funkcji.

Ciągły układ punktów z pracą sił sprężystych. W powyższych przykładach przyjęliśmy, że połączenia pomiędzy punktami danego układu były niezmienne, np. pręty czworoboku, ogniwa łańcucha, przyjmowaliśmy jako sztywne, a obrót w przegubach bez oporów; — przyjmijmy teraz, że połączenia te są odkształcalne, np. przyjmijmy, że w przegubach podczas obrotu występuje praca sił, które nazwiemy wewnętrznemi. Dla wyrażenia równowagi takich układów zapomocą zasady np. najmniejszej pracy, należy sumę prac sił wewnętrznych dołączyć do pracy sił zewnętrznych i w ten sposób dla układów tego rodzaju napiszemy równanie równowagi analogicznie do poprzednich

$$\delta(L_z+L_w)=0;$$

gdzie L_z wyraża pracę sił zewnętrznych, a L_w pracę sił wewnętrznych; t. j. położenie równowagi nastąpi wtedy, gdy praca sił zewnętrznych łącznie z pracą sił wewnętrznych otrzyma wartość max. lub min.; ogólniej mówiąc, otrzyma wartości wybitne (extrema). O rodzaju zaś równowagi rozstrzygnie, na podstawie twierdzenia Dirichlet'a, znak drugiej warjacji $\delta^2(L_z+L_w)\gtrless 0$, jak było poprzednio. Tak się przedstawia rozwiązanie zadania o wyznaczeniu położenia równowagi układu sprężystego.

W celu ułatwienia obliczeń możemy zastosować, jak poprzednio, metodę Ritz'a. W tym celu, powodując się znajomością przybliżonej postaci szukanej krzywej, opartą np. na jakościowych rozpatrywaniach lub na doświadczeniach, obierzmy pewną postać krzywej $y=F(a,x)$, gdzie a są wielkości tymczasowo nieokreślone, następnie obliczymy L_z i L_w jako funkcje nieznanych parametrów a, a ich wielkości, które uczynią całkowitą pracę L_z+L_w max. lub min. będą szukanemi parametrami, które określą już ściśle $y=F(a,x)$, t. j. określą postać odkształconej, a znak wartości drugiej pochodnej tej pracy względem zmiennych a określi rodzaj równowagi.

Ze sposobu tego korzysta z powodzeniem prof. S. P. Timoszenko w rozdziale XV-tym swojej pracy[2]) i oblicza ugięcie belek rozmaicie umocowanych; również prof. Föppl w swem dziele[3]) stosuje ten sposób oraz prof. M. T. Huber w pracy o płytach i w drukującej się obecnie pracy „Studja nad belką dwuteową".

Siły krytyczne. W związku z obliczeniami równowagi układów sprężystych pozostaje zadanie obliczenia t. zw. siły krytycznej. Föppl[3]) oblicza wartość siły dla niektórych przypadków z warunku $\delta^2(L_z+L_w)=0$ i otrzymuje tym sposobem wartości siły krytycznej, przy której np. rura pod ciśnieniem zewnętrznem hydraulicznem dozna spłaszczenia; w tenże sposób oblicza on wyboczenie płyt i zwichrzenie belek.

Timoszenko nazywa „siłą krytyczną wartość najmniejszą obciążenia, przy którem są możliwe różnego rodzaju równowagi" i na tej podstawie oblicza on metodą Ritz'a wartość tych sił dla różnych obciążeń układów sprężystych.

Inż. Wierzbicki w pracy pomieszczonej w zeszycie 4-ym 1922 r. „Sprawozdań i prac Warszawskiego Towarzystwa Politechnicznego" podał rozwiązanie tą metodą — z daleko idącą dokładnością — t. zw. zadania prof. Jasińskiego[5]).

Zakończenie. Na parę wieków przed erą chrześcijańską w starożytnej Grecji powstały dwie ideje, mające na celu wyrażenie warunków równowagi sił, przyłożonych do danej bryły sztywnej. Twórcą jednej z nich był Arystoteles (384—322 przed N. C.); drugiej Archimedes (287—212 przed N. C.). Arystoteles streścił swoje obserwacje w tym względzie w wypowiedzeniu: co zyskujemy na sile tracimy na przestrzeni (Duhem)[6]). Wyrażenie to odnosi się do dźwigni w postaci drąga, zapomocą którego podnosili robotnicy ciężary; zauważył bowiem ten filozof, że punkt przyłożenia siły podnoszącej znaczne ciężary zakreśla drogę dłuższą, niż punkt przyłożenia ciężaru podnoszonego. Można przeto powiedzieć, że za miarę działania siły przyjął Arystoteles iloczyn z siły i długości przesunięcia, jakie te siły zakreślały podczas ruchu podnoszenia.

Archimedes zaś ten sam fakt podnoszenia ciężarów wyraził w innej formie; powiada on, że ciężary przyłożone do dźwigni są odwrotnie proporcjonalne do odległości od kierunków ciężarów; w dzisiejszych określeniach wyrazilibyśmy ten związek tak: w razie równowagi suma momentów statycznych danych sił względem punktu podparcia równa się zeru. Archimedes nie zwracał uwagi na ruch, jaki powstawał podczas podnoszenia, lecz szukał pewnych geometrycznych wielkości, pewnych parametrów, któreby były miarodajnymi dla wyrażenia równowagi sił. Ogólniej mówiąc, szukał on związku matematycznego pomiędzy parametrami określającymi stan równowagi i znalazł go: były to siły i ich odległości od pewnego punktu. Te dwa sposoby ujęcia jednego i tego samego zjawiska równowagi sił są w treści swej bardzo różne, aczkolwiek, jak to łatwo wywnioskować z proporcjalności łuku do promienia, prowadzą do tych samych rachunkowych wyników.

Arystoteles — większy filozof niż geometra — ujął dane zjawisko równowagi głębiej i szerzej; sięgnął do genezy zjawiska równowagi; uważał ją bowiem jako szczególny przypadek ruchu. Archimedes zaś, większy geometra niż filozof, szukał parametrów geometrycznych, któreby były miarodajnemi dla określenia równowagi, — sformułował fakt istniejący. Dla Archimedesa równowaga jest „stanem", nie wchodzi on w genezę tego stanu; równowaga jest stanem, niezależnym od ruchu, jaki mógłby powstać, gdyby ta równowaga została zakłócona, — dla Arystotelesa równowaga jest szczególnym przypadkiem ruchu; on rozpatruje ruch, z którego sądzi o równowadze.

Zasada Arystotelesa, chociaż szersza, była jednakże może z tego powodu mniej przydatna do bezpośrednich zastosowań technicznych, doznawała też znacznych przeszkód w swym rozwoju. Jedni uczeni wieków starożytnych i odrodzenia bądź pomijali ją milczeniem (Newton), bądź też wyrażali się o niej potępiająco (Stevin).

Zasada zaś Archimedesa, ujęta przez swego twórcę w formę logiczną geometrji Euklidesa (ok. 300 przed N. C.), cieszyła się uznaniem i zainteresowaniem oraz była bezpośrednio podstawą licznych zastosowań. Takie były dwie ideje, jakie powstały prawie jednocześnie w głowach dwóch badaczów, obserwujących te same zjawiska.

Słuszność, doniosłość każdej idei ocenić można po

[1]) Zft. f. reine u. angewandte Mathematik (Crelle) 1908. O metodzie tej wspomniałem w referacie, drukowanym w Przegl. Techn. 1917 r. „Zadania i metody matematyki wielkości przybliżonych."

[2]) S. P. Timoszenko. Wytrzymałość materjałów; przełożył i uzupełnił Dr. M. T. Huber. 1922.

[3]) A. i L. Föppl. Drang u. Zwang, 1920.

[4]) S. P. Timoszenko. Ob ustojcziwosti uprugich sistiem, 1910.

[5]) Uważam, iż pojęcie „siły krytycznej" wymaga przedewszystkiem wyczerpującej monografji, t. j. opisu metod obliczenia tej siły, jakie różni autorzy stosują, a następnie — postawienia określenia tej siły — to jest do zrobienia.

[6]) Duhem — „Origine de la statique".

jej wynikach; dziś przeto po dwudziestu kilku wiekach od narodzin tych idei, widzimy, że idea szeroko ujmująca dane zjawisko, aczkolwiek na razie może być niedoceniona, utoruje sobie zawsze drogę i da wyniki, których ogrom trudno jest przewidzieć. Zasada prac wirtualnych jest dziś stosowana nietylko w mechanice ruchu, w mechanice budowlanej, lecz i w fizyce i chemji i jest wyrazem matematycznym całych grup przemian, zachodzących w zjawiskach przyrody.

Organizacja Zakładów Przemysłowych H. Forda w River Rouge.

Podał Cz. **Mikulski**, inż.-techn.

Przed 6-ciu laty rozpoczęto budowę nowych potężnych zakładów przemysłowych H. Forda w miejscowości River Rouge (Detroit) i od kilku lat już zakłady te, stale coraz bardziej się rozwijające i doskonalące, prowadzą swą iście niezwykłą wytwórczość.

Wytwórnie te pod względem organizacji, jak również wyposażenia w najnowsze, najbardziej pomysłowe i celowe urządzenia, jak wreszcie przemożnego rozpędu do rozwoju i doskonalenia się, stanowią rzeczywiście organizację przemysłową, wzorową — w znaczeniu światowem.

Poznanie więc jej byłoby niezmiernie ciekawe dla każdego inżyniera, a szczególnie może dla inżynierów polskich, których oczekuje właśnie trudna i wielka praca nad rozbudową i reorganizacją wielu dziedzin przemysłu, dotąd bądź niedostatecznie rozwiniętych, bądź nieistniejących u nas wcale. Szczególnie pouczającym jest tu przykład *projektowania* fabryk, prowadzonych przez Forda. Przewidziano tu bowiem z góry najdrobniejsze szczegóły ich ustroju, zarówno co do samych budynków, jak i rozmieszczenia w nich wszelkich maszyn i mechanizmów i wreszcie wszelkich urządzeń pomocniczych, tak że te 3 zasadnicze składniki budowy są najściślej do siebie wzajemnie dopasowane, z góry przewidziane i racjonalnie umieszczone.

Jest więc to zasadnicza antyteza do dawnych sposobów budowy wytwórni, błąkających się jednak tu i owdzie dotychczas jeszcze,—sposobów, według których każdą część urządzenia wytwórni wykonywano prawie niezależnie od innych, a później dostosowywano i przykrawano jedno do drugiego, jak się dawało: maszyny do gotowego już budynku, urządzenia transportowe, przenośniki (conveyory) do ustawionych już poprzednio i niezależnie maszyn i t. p. Tak, oczywiście, nie można było osiągnąć należytej zwartości i celowości budowy i nieraz późniejsze przeróbki pochłonąć mogły niepotrzebnie wiele czasu i kosztów.

Ford, budując swe fabryki, posunął się tak daleko w szczegółowem opracowaniu projektów przed rozpoczęciem każdej budowy, że najmniejsze urządzenie, mające się znaleźć w jego wytwórniach (włącznie do wózków do wywożenia żużli wielkopiecowych), było wykonywane w małej skali, jako model drewniany, i na takimż modelu całej fabryki w różny sposób przymierzane. Po wyznaczeniu na modelu najbardziej celowego ustroju i umieszczenia danego urządzenia, wydawano decyzję o jego budowie.

Nie dziw więc, że amerykanie (redaktor „Industrial Management“, John Van Deventer), mówiąc o tym nowym kolosie, jakim są ostatnio zbudowane zakłady Forda, twierdzą, że w technice dokonano czynu, jakiego ludzkość nie pamięta od czasów wzniesienia piramid egipskich.

Należy przytem zaznaczyć, że, jak słusznie podnosi J. V. Deventer, pomyślne wyniki, osiągnięte przez Forda, co do wielkości produkcji, czy wielkich zysków przy wysokich płacach robotników, czy wszystkich innych cech, wyróżniających omawiane wytwórnie, nie są bynajmniej przypadkiem, jak sądzą niektórzy.

To nie jest los szczęścia, sprzyjający Fordowi, lecz *umiejętne zastosowanie* należycie opracowanych i zbadanych *naukowych zasad organizacji* przedsiębiorstw przemysłowych.

I to nam daje dowód, że podobny czyn może być powtórzony gdzieindziej i przez innych ludzi.

Bieg rozwoju tych fabryk obrazuje fakt, że dziś zatrudniają one 80 000 robotników, gdy przed kilkunastu laty była to fabryczka, prowadzona przez jednego kierownika.

A jak idzie praca w tej wytwórni, niech świadczy to że co 40 sekund wypuszcza ona nowozbudowany traktor.

Przechodzimy do bardziej ścisłej charakterystyki zakładów Forda.

Trzy ich cechy wybijają się przedewszystkiem na czoło.

Z nich pierwszą jest to, że wytwórczość ta zaczyna się od samych podstaw, t. zn. od surowców: węgla i rudy.

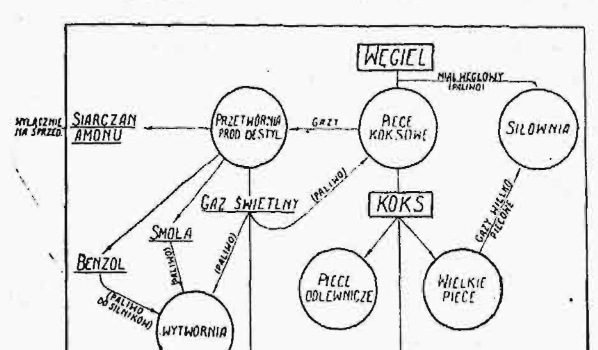
Kopalnie tych surowców, należące do Forda, dostarczają je do River Rouge, gdzie zostają one wprzęgnięte w „*łańcuch wytwórczości*“ (industrial chain), jakim są tutejsze zakłady. Każdy ich oddział jest celowo związany z szeregiem innych i tworzy w ten sposób rzeczywiście „ogniwo“ wielkiego łańcucha przeróbki tych bogactw natury na przedmioty użytku — traktory. Utworzenie takiego łańcucha, w którym wszelkie produkty uboczne jednego ogniwa stają się surowcami w drugiem, daje możność prawie zupełnego uniknięcia wszelkich strat w produkcji.

Drugą cechą znamienną jest *racjonalna organizacja gospodarki cieplnej* wogóle, a gospodarki węglowej w szczególności. Węgiel jest tu użyty nie jako paliwo, lecz jako surowiec. Mamy więc przykład gospodarki, o wprowadzenie której coraz częściej się słyszy dopominanie tych, którzy, dbając o oszczędne wytwarzanie, twierdzą, że spalanie węgla pod kotłami jest w obecnych czasach barbarzyństwem.

Ford wprowadza przeróbkę węgla, w sposób zresztą zasadniczo znany, lecz, niestety, rzadko i to nie w tej mierze stosowany w praktyce. Węgiel więc przechodzi przez piece koksowe, z wyjątkiem miału, który się miele na pył i służy do opalania kotłów w siłowni. Koks zaś idzie do wielkich pieców i do odlewni.

Tworzące się w piecach koksowych produkty uboczne ulegają dalszej przeróbce. Otrzymuje się więc gaz świetlny, zastosowany jako paliwo do tychże pieców koksowych oraz innych pieców, smoła, zużywana na opał, benzol—zastępujący benzynę w silnikach samochodowych i traktorowych, wreszcie siarczan amonu — jedyny produkt, nie włączony do „łańcucha wytwórczości“ i sprzedawany ubocznie. Do opalania kotłów siłowni służą, na równi z pyłem węglowym i koksowym, gazy wielkopiecowe.

System tej gospodarki ilustruje rys. 1.



Rys. 1. Szemat przeróbki węgla i gospodarki cieplnej w Zakładach Forda.

Trzecią (last but not least) cechę opisywanych zakładów stanowi posunięte do najdalszych granic zmechanizowanie wytwórczości. Jest to, jak mówią amerykanie, „woj-