Więc najw. $k = \frac{3 . 3470 . 26{,}75^2}{2 . 65758 . 2 . 5{,}48} = 5{,}2\ kg/cm^2$.

W drugiej fazie otrzymamy

$$k_{II} = 25{,}4^3 + 4{,}5\,(5155 - 25{,}4)^2 = 31147,$$

a najw. $k = \frac{3 . 3470 . 25{,}4^2}{2 . 31147 . 2 . 5{,}48} = 9{,}8\ kg/cm^2$.

Otrzymujemy tu znacznie większą wartość, ponieważ całą siłę ścinającą poziomą rozdzielamy tylko na dwa pręty, co następuje tylko na końcach belki. Tam, gdzie są oprócz tego cztery inne pręty, naprężenie przyczepne będzie znacznie mniejsze, około $^1/_3$ wielkości, którąśmy otrzymali.

Teraz zachodzi pytanie, co spowodowało zgniecenie betonu na jednym końcu. Jest to możliwe, że przy chudym i młodym betonie była przyczepność tak mała, że byłoby nastąpiło przesunięcie, gdyby nie były końce zagięte, a więc zagięte końce wkładek wywołały ciśnienie na przekrój końcowy betonu. Ponieważ beton został zgnieciony na całej wysokości między dolnemi a górnemi wkładkami, to należy przypuścić, że i wkładki ku górze odgięte wywoływały także ciśnienie. Rozumie się, musiały one równocześnie pracować na zginanie. Ponieważ wkładka żelazna była odgięta o 5 *cm* tak, że długość haka wynosiła około 3 *cm*, więc powierzchnia ciśnienia dolnych wkładek wynosiła 2 . 3 . 1,75 = 10,5 cm^2. Siła 7,16 *t* wywoływała więc po przezwyciężeniu przyczepności ciśnienie 7160 : 10,5 = 70 kg/cm^2, co zbliża się do współczynnika wytrzymałości na ciśnienie.

Musimy więc rzeczywiście przyjąć, że tu przyczepność była mniejszą niż 9,8 kg/cm^2 a może nawet, niż 3,3 kg/cm^2 i że wskutek tego odgięte pręty wywarły ciśnienie na beton, które spowodowało jego zgniecenie.

Powstawanie pęknięć, które ostatecznie doprowadziły do złamania, na końcach odgiętych wkładek żelaznych stwierdzono też przy doświadczeniach Mörsch'a (Beton u. Eisen 1903, zeszyt IV, str. 270) i d-ra Emperger'a (Forscherarbeiten zeszyt III). Ja chciałem zwrócić uwagę konstruktorów na to miejsce niebezpieczne niektórych zeskładów.

Według mego zdania, wogóle zaginanie hakowate końców prętów żelaznych może być tylko tam wskazane, gdzie naprężenie w żelazie jest równe zeru, a więc gdzie moment równy zeru. Jeżeli bowiem byłoby tam naprężenie ν, to siła $F\nu$ cisnęłaby na wązki pasek betonu zagiętym końcem pręta, a zatem należałoby obliczyć długość zagiętego końca dla przyjętego ciśnienia dopuszczalnego. Ten sposób obliczania jest ważny tylko dla małych naprężeń przyczepnych, bo gdyby przyczepność została przezwyciężona, toby *całkowite* ciągnienie wkładki przeniosło się na beton jako ciśnienie. Jeżeli naprężenie żelaza największe wynosi ν', to siła ta byłaby $F\nu'$. Dla pewności należałoby zakończenie hakowate prętów obliczać dla tego założenia.

Aby to ewentualne ciśnienie końców wkładek na beton przenieść na większą powierzchnię równomiernie, mogłoby w tych wypadkach, gdy przy zwykłym ustroju powstaje za wielkie ciśnienie, być wskazanem opierać końce zagięte wkładek o pionowe blaszki, sięgające od dolnych do górnych wkładek. Na ten proponowany ustrój należałoby zwrócić uwagę zwłaszcza przy belkach z żebrami cienkiemi, bo tam ciśnienie betonu może najrychlej przekroczyć dozwoloną granicę.

Mała przyczepność, która wywołuje takie objawy jak zgniecenie betonu na końcu belki, nakazuje ostrożność przy przyjmowaniu naprężenia przyczepnego dopuszczalnego przy chudym i młodym betonie. Użycie żelaza Thacher'a nie wiele tu pomoże, bo wtedy występuje wytrzymałość na ścinanie, jeżeli naokoło żelaza zostanie bardzo mała warstwa betonu a ścinanie nastąpi między betonem a betonem. Radykalnym środkiem przeciw temu byłoby połączenie silne wkładek dolnych z górnemi, któreby wprawdzie powiększyło nieco koszta, ale zabezpieczyłoby od przesunięcia wkładki żelazne i w niejednym wypadku powiększyłoby w ten sposób nośność belek.

Podstawy energetyki.

Napisał **H. Czopowski**, inż.

(Ciąg dalszy do str. 320 w № 27 r. b.).

15. Zwróćmy obecnie uwagę na matematyczną stronę tego rachunku i postarajmy się uogólnić właściwości wyrażone przez powyższe równania.

W równaniach tych posiadamy trzy rodzaje wielkości: wielkości stałe (np. E, P), wielkości zmienne (np. T_3, T_4) i wielkości waryacyjne (np. $\delta[S_3]$ $\delta[S_4]$); pierwsze z nich oznaczam wogóle głoskami E, lub P, w zależności, czy mowa o energii, czy też o pojemności; wielkości zmienne oznaczać będę przez Z_1, Z_2 i t. d., wielkości zaś waryacyjne przez $\delta[W_1]$, $\delta[W_2]$.

Równanie (1), wyrażające niezniszczalność energii, przedstawi się w ogólnej postaci:

$$E = Z_1 . \delta[W_1] + Z_2 . \delta[W_2] + Z_3 . \delta[W_3] + \ldots\ldots + Z_z . \delta[W_w] \quad \ldots\ldots \quad (3).$$

Następne równanie daje nam zależność funkcyonalną wielkości waryacyjnych i posiadać będzie ogólną postać $f_1\,(\delta[W_1], \delta[W_2], \ldots P) = 0$; zapatrując się z punktu widzenia matematycznego, nie mamy powodu do ograniczeń ilości tych ostatnich równań, mogę więc przypuścić, iż posiadać możemy ich $r-1$, t. j. ostatnie z tych równań będzie miało postać: $f_{r-1}\,(\delta[W_1], \delta[W_2] \ldots P) = 0$, a więc razem będę posiadał: r równań; w równaniu (3) nie wszystkie $\delta[W]$ są wielkości waryacyjne, gdyż między niemi panuje $r-1$ związków, dążeniem zaś naszego rachunku jest dojść do równania zawierającego czyste waryacye; w tym celu za pomocą $r-1$ równań oznaczam $r-1$ wielkości $\delta[W]$ i podstawiam je w równ. (3), otrzymuję wtedy równanie posiadające: $w-(r-1)$ — waryacyi, z — zmiennych i wielkość stałą, wyrażoną przez funkcyę: (E, P, Z); ogólna postać tego ostatecznego równania będzie następująca:

$$F_r(Z_1, Z_2, \ldots) . \delta[W_r] + F_2(Z_1, Z_2, \ldots) . \delta[W_{r+1}] + \ldots.$$
$$F_w(Z_1, Z_2 \ldots) . \delta[W_w] = F_0(E, P, Z_1, Z_2 \ldots) \quad . \quad . \quad (4).$$

Na zasadzie waryacyjnej właściwości $\delta[W]$, równanie powyższe rozbić możemy na $w-(r-1)$ równań, gdyż każde z nich jest współczynnikiem wielkości waryacyjnej: $\delta[W]$, oraz otrzymamy jeszcze jedno równanie, zawierające wielkości stałe i zmienne, otrzymamy więc razem: $w-(r-1)+1$ równań; każde z tych równań wyraża zależność funkcyonalną zmiennych Z, których ilość oznaczę przez z. *Jeżeli wszystkie zmienne* mają być oznaczone przez powyższe równania, powinno być z równań, gdyż jest z niewiadomych, czyli powinno być: $z = (w-r) + 2$, w przeciwnym zaś razie zadanie było źle postawione, lub też układ dany *nie może* być w równowadze. W powyższym przykładzie posiadamy: $w = 2$, $r = 2$, $z = 2$, co odpowiada powyższemu wymaganiu, a więc dany układ może być w równowadze, t. j. wszystkie napięcia będą oznaczone.

16. Twierdzenie, iż $z = (w-r) + 2$, streścić się daje w następujący sposób: jeżeli w danym układzie ma nastąpić stan spokoju, t. j. stan równowagi, to winien zachodzić stosunek $z = (w-r) + 2$; lecz odwrotnego wniosku wyprowadzić nie mamy prawa, gdyż *nie zawsze*, gdy: $z = (w-r) + 2$, zmienne będą oznaczone, *może* się bowiem zdarzyć w równaniu 4-tem, że $F_1\,(Z_1, Z_2 \ldots) \equiv F_2\,(Z_1, Z_2 \ldots)$ [1]) i t. p., a wtedy brak nam będzie równań do oznaczenia zmiennych; warunek więc powyższy jest niezbędnym, lecz nie jedynym do oznaczenia

[1]) Przez znak $\equiv$ oznaczam identyczność wzorów, np. pisać winniśmy: $(a+b)^2 \equiv a^2+2ab+b^2$ i t. d, zaś $x = a$ i t. d; zaniedbanie tego rozróżnienia prowadzi nieraz do błędnego pojmowania *charakteru równań*.

zmiennych; ostatecznem kryteryum możności równowagi będzie zawsze równanie (4)[1].

17. *Przykład. Zderzenie się ciał sprężystych.* Mamy tutaj do czynienia z energią kinetyczną. Wyraz matematyczny tej energii w naszem pojmowaniu może mieć następujące postacie: $v^2\,\delta\,[m]$ lub $v\,\delta\,[m\,.\,v]$; pierwszy wyraz jest podług mnie nieodpowiedni w danym wypadku, gdyż nie wyraża kierunku ruchu, gdy tymczasem, jeżeli przyjmiemy, iż pojemność $(m\,.\,v)$ posiada bezwzględną wielkość, v jako napięcie może oznaczać wielkość posiadającą kierunek. Przed uderzeniem dane ciała posiadają energię: $E_0 = M_1\,C_1{}^2 + M_2\,C_2{}^2$ oraz pojemności $P_0 = M_1\,C_1 + M_2\,C_2$; po zderzeniu się będą posiadały energię: $V_1\,.\,\delta\,[M_1'\,V_1] + V_2\,.\,\delta\,[M_2'\,V_2]$, a ponieważ energie i pojemności przed i po zderzeniu są równe, napisać możemy:

$$E_0 = V_1\,.\,\delta\,[M_1'\,.\,V_1] + V_2\,.\,\delta\,[M_2'\,.\,V_2] \quad . \; . \quad (5),$$

$$P_0 = \delta\,[M_1'\,V_1] + \delta\,[M_2'\,V_2] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6),$$

oraz

$$\delta\,[M_1'] = M_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7),$$

$$\delta\,[M_2'] = M_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8).$$

t. j. masy tych ciał nie zmieniają się.

W danym wypadku:

$z = 2$, t. j. V_1, V_2; $w = 4$, t. j. M_1', V_1, M_2', V_2: $r = 4$,

co daje: $2 = (4-4) + 2$, a więc zadanie możliwe do rozwiązania; w tym celu z równ. (6) i (7) podstawiam M_1' i M_2' w E i w równ. (1) i wynoszę M_1 i M_2 przed znak δ, gdyż nie podlegają one zmienności i otrzymuję:

$$E_0 = M_1\,.\,V_1\,.\,\delta\,[V_1] + M_2\,.\,V_2\,.\,\delta\,[V_2] \quad . \; . \quad (9),$$

$$P_0 = M_1\,.\,\delta\,[V_1] + M_2\,.\,\delta\,[V_2] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (10).$$

Ponieważ w tych równaniach posiadamy wielkości V i $\delta\,[V]$, które nie mogą mieć podwójnego charakteru, lecz muszą mieć charakter identyczny; identyfikując więc je i pisząc $\delta\,[V_1] = V_1$, otrzymamy wtedy dwa znane równania na zderzenie sprężyste. Przebieg matematyczny jest w danym wypadku inny niż poprzedni, gdyż zmienne są w danym razie identyczne z wielkościami waryacyjnemi i te ostatnie tracą swój charakter, gdyż wtedy w równaniach niema zmiennych, tylko stałe, przechodzą więc one znowu w zwykłe, zależnie zmienne[2]). Równania więc (9) i (10) przejdą w:

$$E_0 = M_1\,V_1{}^2 + M_2\,V_2{}^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (11),$$

$$P_0 = M_1\,V_1 + M_2\,V_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (12).$$

Są to znane równania na zderzenie się ciał sprężystych.

18. *Przykład. Zderzenie się ciał niesprężystych.* Właściwość niesprężystości ciał wyraża się zwykle matematycznie, iż prędkości ciał po zderzeniu się są równe, t. j. $V_1 = V_2$. Postępując analogicznie do poprzedniego rachunku, napiszemy następujące równania:

$$E_0 = V_1\,.\,\delta\,[M_1'\,V_1] + V_2\,.\,\delta\,[M_2'\,V_2] \quad . \; . \; . \quad (13),$$

$$P_0 = \delta\,[M_1'\,V_1] + \delta\,[M_2'\,V_2] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (14),$$

$$M_1 + M_2 = M_1' + M_2' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15),$$

$$V_1 = V_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16).$$

Posiadamy w danych równaniach: $z = 2$; $w = 4$; $r = 4$, czyli, zdaje się, iż równania prawidłowo zestawiono.

Podstawiając z równ. (16) V_1 w równ. (13) i (14) otrzymamy:

$$E_0 = V_1\,.\,\delta\,[M_1'\,V_1] + V_1\,.\,\delta\,[M_2'\,V_1] \quad . \; . \quad (17),$$

$$P_0 = \delta\,[M_1'\,V_1] + \delta\,[M_2'\,V_1] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (18),$$

$$M_1 + M_2 = M_1' + M_2' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19).$$

Łącząc z sobą dwa pierwsze równania, oraz dwa ostatnie, otrzymamy:

$$E_0 = V_1\,.\,P_0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (20),$$

$$P_0 = V_1\,.\,(M_1 + M_2) \quad . \; . \; . \quad (21),$$

czyli dwa równania z jedną niewiadomą, jest tu więc jakiś błąd, chociaż poprzednie zadanie, rozporządzając temi samemi wielkościami, dało nam dwa równania z dwiema zmiennemi; zaszedł tu właśnie wypadek przewidziany poprzednio, iż:

$$F_1\,(Z_1,\,Z_2\ldots) \equiv F_2\,(Z_1,\,Z_2\ldots);$$

wniosek z tego, że albo warunki wyrażone przez równania (15) i (17) w niniejszem zadaniu nie mogą być spełnione, lub też sam przebieg zjawiska jest inny. Algebraicznie zadanie zostanie rozwiązane, gdy będziemy posiadali jeszcze jedną niewiadomą; przyjąwszy taką niewiadomą napiszemy te ostatnie dwa równania w następującej postaci i staną się one wtedy rozwiązalne:

$$E_0 = V_1\,P_0 + E_x \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (22),$$

$$P_0 = V_1\,.\,(M_1 + M_2) \quad . \; . \; . \; . \quad (23).$$

E_x jest tu umyślnie wprowadzona niewiadoma, w celu możności *algebraicznego* rozwiązania zadania, *fizycznie* zaś oznaczać ona będzie pracę, którą winny ciała wykonać podczas zderzenia się, ażeby ruch mógł odpowiadać warunkom, wyrażonym przez wyżej zestawione 4 równania (13), (14), (15) i (16). Praca ta objawia się w *rzeczywistości* przez odkształcenie ciał, przez zamianę w ciepło, lub też w jaki inny sposób *musi* być wypełniona.

19. *Przykład.* Oprócz tych dwóch, ostatnio przytoczonych sposobów zderzenia się ciał, wysnuwam jeszcze trzeci sposób, który może mieć zastosowanie w energetycznym przebiegu zjawisk. W ostatnim przykładzie zderzenia się ciał niesprężystych, po zestawieniu równań energetycznych, otrzymaliśmy więcej równań niż zmiennych, to zmusiło nas do przyjęcia nowej zmiennej E_x i w ten sposób algebraicznie zadanie uczyniliśmy rozwiązalnem; pod względem zaś fizycznym, konieczność wprowadzenia wielkości E_x wyraża nam, iż z tego przebiegu energetycznego powinna się wywiązać jeszcze jakaś energia; *dana* więc energia kinetyczna przechodzi w energię kinetyczną oraz w energię E_x podług wzoru:

$$E = \tfrac{1}{2}\,(M_1 + M_2)\,V^2 + E_x.$$

E_x w przebiegu zderzeń się ciał, czyli w zakresie energii kinetycznej objawia się zwykle w postaci energii cieplnej, lecz to nie wyklucza wypadku, żeby E_x nie miało objawić się w innej postaci. Dla nowego wypadku zderzenia się przyjmuję, iż E_x zamienia się z powrotem w energię kinetyczną, czyli energia E_x pójdzie na powiększenie prędkości ciała po ich zderzeniu. Jeżeli tę nową prędkość oznaczę przez V_3, to otrzymam:

$$M_1\,C_1{}^2 + M_2\,C_2{}^2 = (M_1 + M_2)\,V_3,$$

skąd

$$V_3 = \sqrt{\frac{M_1\,C_1{}^2 + M_2\,C_2{}^2}{M_1 + M_2}}\,.$$

Ten sam będzie wynik, gdy do energii otrzymanej *po* zderzeniu się ciał niesprężystych, która się wyrazi przez wzór:

$$\tfrac{1}{2}\,(M_1 + M_2)\,V^2 = \tfrac{1}{2}\,(M_1 + M_2)\left(\frac{M_1\,C_1 + M_2\,E_2}{M_1 + M_2}\right)^2,$$

dodamy[3]) energię t. zw. straconą, która się wyraża przez:

$$E_x = \tfrac{1}{2}\,\frac{M_1\,M_2}{M_1 + M_2}\,.\,(C_1 - C_2)^2.$$

Suma tych dwóch ostatnich wyrazów po ich uproszczeniu da nam wyraz:

$$\tfrac{1}{2}\,M_1\,C_1{}^2 + \tfrac{1}{2}\,M_2\,C_2{}^2,$$

który równym być musi energii ciała *po* zderzeniu, t. j.

$$\tfrac{1}{2}\,M_1\,C_1{}^2 + \tfrac{1}{2}\,M_2\,C_2{}^2 = \tfrac{1}{2}\,(M_1 + M_2)\,V_3{}^2.$$

20. Nasuwa się obecnie pytanie, czy podobne zderzenie się *fizycznie* jest możliwem? *Wyobrazić* sobie taki przebieg możemy zawsze, przypuśćmy bowiem, że ciepło, otrzymane przy zderzeniu ciał niesprężystych jakąbądź drogą, zamienimy ponownie na energię kinetyczną,—otrzymamy wtedy wyżej przytoczony przebieg. Przypuszczenie możliwości tego przebiegu nie będzie obrażało zasad niezniszczalności energii, lecz nie będzie zgodne z prawem rozpraszania się

[1]) Wypadek ten następuje, gdy które z równań jest powtórzeniem stosowanych już poprzednio równań. Powtórzenie to może być ukrytem tak, iż dopiero w końcu rachunku uzewnętrzni się ono. Wypadek ten nie zaprzecza więc ogólnemu prawu algebraicznemu, że dla oznaczenia niewiadomych powinno być tyle równań, ile niewiadomych. Jako prosty przykład służyć mogą np. dwa następujące równania: $ax + by = c$ oraz $a^2x + aby = ac$; *pozornie* są tu dwa równania z dwiema niewiadomemi, lecz w rzeczywistości jest to jedno i to samo równanie w dwóch różnych postaciach; z *tych dwóch* równań *nie oznaczymy* dwóch niewiadomych. Następnie np. $2x + 3y + 5z = 23$; $x + 6y + z = 16$; $x + 3y + 2z = 13$, przedstawiają *tylko dwa* równania z trzema niewiadomemi, gdyż ostatnie równanie jest sumą dwóch poprzednich, *nowych* więc właściwości nie wnosi nam ono do rachunku i nie możemy też oznaczyć wszystkich niewiadomych.

[2]) Wniosek matematyczny co do przejścia wielkości waryacyjnych w zwykłe zmienne uprzytomnimy sobie na następującym prostym przykładzie: Energia np. położenia w naszem znakowaniu wyrazi się przez wzór: $E = h\,.\,\delta\,[G]$; jeżeli wyniknie z zadania, że E i h są wiadome, nic innego nam nie pozostaje jak napisać:

$$\delta\,[G] = G = \frac{E}{h}\,.$$

[3]) W powyższym wzorze V oznacza prędkość ciał po zderzeniu, która wyraża się przez znany wzór: $V = \dfrac{M_1\,C_1 + M_2\,C_2}{M_1 + M_2}$.

energii, o którem w następstwie pomówimy. Fizycznie zderzenie się tego rodzaju jest niemożliwe.

21. Pojęcia wyprowadzone tutaj o przebiegu energetycznym, jakie nam się nasunęły, przy zderzeniu ciał niekoniecznie mają być stosowane do kinetycznej postaci energii. Możemy wziąć dwa ciała naładowane np. elektrycznością, o różnych pojemnościach i napięciach elektrycznych; *po zetknięciu się* tych ciał, nastąpi wyrównanie napięć, którego przebieg energetyczny jest ten sam co w zderzeniu się ciał niesprężystych. Weźmy następnie dwa ciała naładowane energią cieplną o różnych pojemnościach i napięciach; *po zetknięciu się* tych ciał nastąpi wyrównanie napięć, którego przebieg energetyczny odbywa się podług wzorów wyprowadzonych w wypadku trzecim (ostatnim) zderzenia się ciał, gdyż w danym wypadku energia cieplna E_x występuje znowuż jako energia cieplna. W energii więc cieplnej posiadamy pole do zastosowania trzeciego wypadku zderzenia się ciał niesprężystych [1]).

22. Przebieg energetyczny podług wzorów na zwykłe zderzenie się ciał niesprężystych będę nazywał *przebiegiem z rozproszeniem*, gdyż E_x przyjmuje postać odmienną od energii działającej i względnie uchodzi z naszego układu; przebieg zaś wyłożony w trzecim wypadku zderzenia będę nazywał *przebiegiem niesprężystym, z zachowaniem postaci energii*. Jasnem również jest, iż przebieg sprężysty zawsze odbywa się z zachowaniem, jest jednakże on różnym od takiegoż przebiegu niesprężystego. Przebieg niesprężysty z zachowaniem postaci energii posiada wiele przejawów charakterystycznych, i do ich wykazania prawdopodobnie będę miał jeszcze sposobność powrócić. Tymczasem wracam do przedmiotu, od którego zboczyłem.

23. *Przykład. Prawo faz.* Wyobraźmy sobie naczynie szczelne, rozdzielone szczelną również ścianką na dwie części; w jednej części tego naczynia umieszczamy jakaś ciecz, w drugiej zaś niech będzie próżnia; wskutek szczelności naczynia i ścianki rozdzielającej ciecz od próżni, zjawisko żadne nie zajdzie; usuńmy jednakże rozdzielającą ściankę, to część cieczy zamieni się na parę, która zapełni przestrzeń próżni i wywoła w danem naczyniu *pewne* ciśnienie; po dojściu tego ciśnienia do pewnych granic, znowuż nastąpi spokój. Patrząc na dany przebieg z punktu widzenia mechanicznego, powiemy, iż dana ciecz posiada *dążność* do wywołania pewnego ciśnienia, t. j. posiada pewne napięcie. Pojemnością będzie w danym wypadku ilość wody, gdyż od ilości wody ciśnienie nie zależy; energia więc stanu skupienia wody wyrazi się przez wzór:
$$E = N \delta [P],$$
gdzie N oznacza napiętość, P — pojemność.

Wzór powyższy nie jest tylko abstrakcyjną analogią energii potencyalnej, lecz fizycznie identycznym z tą energią, gdyż, jeżeli wyprowadzimy np. rurkę na zewnątrz naczynia, ciecz podniesie się do odpowiedniej wysokości, a ilość podniesionej wody, lub *mogącej* się podnieść nie wpłynie na zmianę napięcia.

24. Ustaliwszy pojęcie napięcia cieczy, możemy to samo pojęcie przenieść do ciał lotnych i ciał stałych, powiemy wtedy, iż każde ciało posiada *pewne napięcie swego stanu skupienia.*

25. Powróćmy do naszego przykładu i oznaczmy energię cieczy, *przed* usunięciem dzielącej ścianki przez E_0; wtedy napisać możemy:
$$E_0 = N' \delta [P'] + N'' \delta [P''],$$
gdzie przez kreski rozróżniam stany skupienia tegoż ciała, jak w danym wypadku N' i P' oznacza napięcie i pojemność pary, N'' i P'' — napięcie i pojemność cieczy; równanie samo wyraża, iż energia *przed* usunięciem ścianki równa jest energii po usunięciu ścianki. Zauważymy następnie, że pomiędzy pojemnościami różnych skupień *tegoż* ciała musi zachodzić pewien stosunek funkcyonalny, gdyż jedna pojemność przechodzi w drugą; nasuwa się na razie równanie:
$$\delta [P'] + \delta [P''] = P_0,$$
lecz nie chcąc zatracać ogólności zadania, napiszę ogólnie:
$$F (\delta [P'], \delta [P'']) = 0;$$
w danym więc wypadku: $z = 2$; $w = 2$; $r = 2$, co odpowiada warunkom wyżej wyprowadzonym dla równowagi, ażeby $z = w - r + 2$, a więc napięcia w danym wypadku są jednoznacznie wyznaczalne; ciecz i para jej *mogą* znajdować się w równowadze, t. j. *może* wytworzyć się taki stan, że ciecz przestanie przechodzić w parę, lub też para w ciecz.

26. Weźmy przykład ogólniejszy. W powyższym przykładzie mieliśmy jedno ciało w dwóch stanach skupienia, inaczej mówiąc, w dwóch fazach jako ciecz i jako parę, lecz możemy rozpatrywać również różne ciała w trzech *i więcej* fazach, gdyż stany allotropowe ciał zaliczają się do różnych faz, do różnych stanów skupienia, w ten sposób możemy rozpatrywać w zadaniu wogóle f faz; następnie zamiast jednego ciała możemy rozpatrywać n ciał, a więc taki układ będzie posiadał n ciał w f fazach. Różność faz rozróżniam za pomocą kresek, różność ciał — za pomocą liczb przypisanych do odpowiednich oznaczeń. Schemat takiego układu przedstawia następująca tablica:

№ faz	$n = 1$-sze	$n = 2$-gie	$n = 3$-cie	$n = 4$-te
1-sza faza	$N_1' . \delta [P_1']$	$N_2' . \delta [P_2']$	$N_3' . \delta [P_3']$	i t. d.
2-ga faza	$N_1'' . \delta [P_1'']$	$N_2'' . \delta [P_2'']$	$N_3'' . \delta [P_3'']$	„
3-cia faza	$N_1''' . \delta [P_1''']$	$N_2''' . \delta [P_2''']$	$N_3''' . \delta [P_3''']$	„
i t. d.	„	„	„	„

Ogólny wyraz energii danego ciała w pewnej fazie wyrazi się:
$$E_{fn} = N_n^f . \delta [P_n^f] .$$

Przypuściwszy następnie, że napięcia każdej poszczególnej fazy wszystkich ciał są stałe, t. j. iż $N_1' = N_2' = N_3'$ i t. d., otrzymamy następujący rachunek: Pierwszem równaniem będzie równanie energetyczne, t. j.
$$E = \Sigma N_n^f . \delta [P_n^f] .$$

Następne równania muszą wyrażać właściwość roztworów i par nasyconych, t. j. muszą wyrażać tę właściwość, iż gdy usuniemy cząstkę pojemności z jednej fazy, to na jej miejsce wstąpi cząstka tegoż ciała z następującej fazy, co się wyrazi ogólnie dla ciała np. $n = 1$:
$$F (\delta [P_1''], \delta [P_1''']) = 0.$$

Łącząc w ten sposób po dwie pojemności tegoż ciała z różnych faz, otrzymam równań takich dla każdego ciała $(f-1)$, dla n zaś ciał $n (f-1)$, dla całego więc układu łącznie z równaniem energetycznem liczba równań: $r = 1 + n (f-1)$.

27. Zróbmy teraz bilans materyału algebraicznego, jaki posiadamy w danem zadaniu.

Ilość zmiennych w znaczeniu przeze mnie stosowanem wyrazi się: $z = f$, ilość waryacyi: $w = f . n$; zwracając się do naszego kryteryum równowagi, podług którego winno być: $z = w - r + 2$, i po podstawieniu powyższych wielkości w to równanie, otrzymamy warunek równowagi dla postawionego zadania:
$$f = fn - [1 + n (f - 1)] + 2, \quad \text{czyli}$$
$$f = n + 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24).$$

Warunek ten wyraża co następuje: jeżeli w danym układzie ilość faz i ilość ciał zachowują powyższy ilościowy stosunek, to napięcia są przez dany układ ściśle oznaczalne, czyli układ ten może być w równowadze.

W przykładzie powyższym nie wprowadziłem do rachunku temperatury, t. j. przypuściłem, iż jest ona stała dla danego przebiegu; do powyższego warunku równowagi dojdzie więc zastrzeżenie, że równowaga w takim układzie zajdzie przy pewnej danej temperaturze.

Wzór: $f = n + 1$ jest nam znany z „prawa faz", układy tego rodzaju nazwane są w chemii fizycznej *jednozmiennymi*. Sposób więc rachunku przeze mnie przyjęty doprowadza nas również do tego prawa, które stało się dzisiaj podstawą mechaniki chemicznej. (C. d. n.)

---

[1]) E. Mach (d. P. d. Wärmelehre, str. 335) wyprowadza zrównoważenie się energii cieplnej na podstawie wzoru zwykłego zderzenia się ciał niesprężystych i wskutek tego dochodzi do zasadniczej a niewytłumaczonej różnicy pomiędzy przejawami energii cieplnej i przejawami innych energii.