## Z powodu art. inż. A. Słuckiego:

# „Sprawność ekonomiczna maszyny parowej".[1]

I.

Niniejsze uwagi do artykułu inż. Słuckiego tyczą się czysto teoretycznej strony tej pracy, tak, iż podstawy i założenia czynione przez autora pozostają na jego odpowiedzialności, a intuicya, jaka się przejawia w tej pracy, pozostaje zasługą jej autora.

Autor powyższej pracy najpierw stawia zadanie znalezienia max $p_i$ przy warunku, że $\varepsilon$ (patrz równania 5 i 6, *P. T.* Nr. 4) oraz $p$ i $p'$ i $m$ są dane i stałe, zaś $p_e$ i $p_k$ są zmienne, wyraz przytem dla $\varepsilon$ jest funkcyą zmiennych $p_e$ i $p_k$. Podług ogólnych zasad wynajdywania maximum, piszę za autorem: $p_i + \lambda \,.\, \varepsilon =$ maximum i następnie:

$$\frac{\partial p_i}{\partial p_e} + \lambda \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_e} = 0$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial p_k} + \lambda \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} = 0,$$

skąd wyznacznik:

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial p_i}{\partial p_e} & \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_e} \\ \dfrac{\partial p_i}{\partial p_k} & \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Po wykonaniu działań wskazanych przez ten wyznacznik, otrzymamy t. zw. równanie Weiss'a w postaci:

$$\frac{p}{p_e} = \frac{p_k}{p'} \quad \text{lub:} \quad \frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'}.$$

Lecz zadanie na tem się jeszcze nie kończy, w dalszym ciągu rozwiązania rugujemy z tego ostatniego równania np. $p_e$; t. j.

$$p_e = \frac{pp'}{p_k},$$

podstawiamy w $\varepsilon$ (*P. T.*, str. 43 rów. 5) i otrzymamy:

$$\varepsilon = (1 + m)\frac{p'}{p_k} - m\frac{p_k}{p},$$

skąd możemy oznaczyć $p_k$ przez $\varepsilon$; a po otrzymaniu w ten sposób wartości dla $p_k$, możemy oznaczyć również $p_e$. Teraz mamy zadanie w zupełności rozwiązane, gdyż $p_e$ i $p_k$ wyrazimy przez $m$, $p$, $p'$ i $\varepsilon$, i obliczymy $p_i$, które będzie maximum.

Wartości więc dla $p_e$ i $p_k$ są już „w postaci określonej" i w danem zadaniu nie mamy już nic do „określenia"; gdy tymczasem z wyrażenia autora „należałoby mieć jeszcze jedno równanie, aby z obu równań otrzymać sprężenie i rozprężenie w postaci określonej" możnaby sądzić, że go nie zaspakaja powyższe rozwiązanie i że pozostaje jeszcze coś do obliczenia,— do dopełnienia.

Następnem zadaniem jakie postawił autor jest wynalezienie „jakie rozprężanie da nam najmniejsze zużycie pary [2]) przy *pewnem* końcowem ciśnieniu sprężania $p_k$?"

W danem więc zadaniu poszukuje autor $M = \left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right) =$ = minimum przy zmiennej $p_e$; a więc winno być:

$$\frac{\partial M}{\partial p_e} = \frac{p_i \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_e} - \varepsilon \dfrac{\partial p_i}{\partial p_e}}{p_i^2} = 0$$

skąd

$$p_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_e} - \varepsilon \frac{\partial p_i}{\partial p_e} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2);$$

z tego ostatniego równania, po wypełnieniu działań możemy oznaczyć $p_e$, dla którego $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right) =$ minimum. Rozszerzmy jednakże to zadanie, uczyniwszy oprócz $p_e$ jeszcze $p_k$ zmienną, a wtedy również będzie:

$$\frac{\partial M}{\partial p_k} = \frac{p_i \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} - \varepsilon \dfrac{\partial p_i}{\partial p_k}}{p_i^2} = 0$$

lub

$$p_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} - \varepsilon \frac{\partial p_i}{\partial p_k} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Wyrugujmy z tego ostatniego równania oraz z (2) $p_i$ i $\varepsilon$, to otrzymamy wyznaczniki:

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_e} & \dfrac{\partial p_i}{\partial p_e} \\ \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} & \dfrac{\partial p_i}{\partial p_k} \end{vmatrix} = 0 \quad \text{lub} \quad \begin{vmatrix} \dfrac{\partial p_i}{\partial p_e} & \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_e} \\ \dfrac{\partial p_i}{\partial p_k} & \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial p_k} \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad . \quad (4);$$

zauważmy, iż drugi z tych wyznaczników jest tożsamym z wyznacznikiem (1), a ponieważ ten ostatni wyznacznik po wykonaniu działań przedstawia równanie Weiss'a, więc i w tem ostatniem zadaniu winien być zachowany ten warunek, lecz warunek ten utrzymuje w danem zadaniu pewną szczególną wartość! Ażeby tę wartość wyznaczyć, wyrugujmy z równania Weiss'a np. $p_e = \frac{pp'}{p_k}$ i podstawmy w nasze równanie (2) lub (3), lub też w równanie (8) inż. Słuckiego (które jest identycznem z mojem (2), a otrzymamy z tego ostatniego:

$$(1 + m)\left(\frac{pp'}{p_k} - p'\right) - m\,(p - p_k) = 0,$$

po przemnożeniu przez $p_k$:

$$(1 + m) \,.\, p'\,(p - p_k) - m\,(p - p_k) = 0,$$

skąd $p = p_k$, inaczej: $\frac{p}{p_k} = 1$;

co po podstawieniu w stosunek Weiss'a daje:

$$\frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Przy tym warunku jest to obieg, który nazwał autor Zeuner'oskim; ten obieg więc jest idealnie najekonomiczniejszym, przy założeniu, że $p$, $p'$ oraz $m$ są wielkości dane, zaś $p_e$ i $p_k$ są zmienne.

Gdy więc stosunek Weiss'a w jakimbądź rachunku będzie zachowany, to jednakże, tylko taki obieg będzie ekonomiczny, w którym ten stosunek:

$$\frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'} = 1.$$

Każde odstępstwo od tego stosunku pociąga zbyteczne zużycie pary i oddala nas od idealnego minimum wyrazu $\left(\frac{\varepsilon}{p}\right)$. Z tej więc też przyczyny, przytoczony przez autora w przypadku III-im obieg jest mniej ekonomiczny niż przy wskazanym tutaj stosunku.

Zestawmy obecnie wzory dla $\varepsilon$, $p_i$ i $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$, gdy $\frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'} = 1$, czyli, gdy: $p_k = p$; $p_e = p'$; dla odróżnienia tych wzorów od ogólnych przypisuję, w danym razie do $\varepsilon$, $p_i$ i $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ znaczki $m$, a więc otrzymamy:

$$\varepsilon_m = (1 + m)\frac{p'}{p} - m = \frac{1}{p}\left[(1 + m)\,p' - mp\right] \quad . \quad . \quad (6)$$

$$p_{im} = \left[(1 + m)\,p' - mp\right] \ln \frac{p}{p'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_m = \frac{1}{p \ln \dfrac{p}{p'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8),$$

Rozpatrując powyższe zadanie z teoretycznego punktu widzenia, wartości dla: $m$, $p$ i $p'$ są dowolne i niezależne od siebie, i dla wszystkich tych wartości zużytkowanie pary na jednostkę pracy wyrazi się przez wzór (8).

Powinniśmy obecnie zbadać wzory (6) i (7), dla jakich wartości $m$, $p$ i $p'$, otrzymamy obiegi nieodpowiednie do naszych celów, pomimo, iż będą one ekonomiczne. Czyniąc np. w powyższych wzorach $m$ zmienną wartością, możemy wiel-

[1]) Por. *Przegl. Techn.* № 4 r. b.

[2]) Dla ścisłości sformułowania tego zadania należałoby w tem miejscu dodać: „na jednostkę pracy".

kości $m$ nadać taką wartość, ażeby $\varepsilon = 0$; t. j. z równ. (6) piszemy:

$$(1 + m)\, p' - m\, p = 0$$

skąd

$$m = \frac{p}{p - p'} \quad \ldots\ldots \quad (9);$$

Np. gdy $p = 14$; oraz $p' = 0{,}25$; otrzymamy z wzoru (9): $m = 0{,}018$, przy tych więc założeniach obieg taki będzie pracował bez pary; lecz łatwo zauważymy z wzoru (7), iż w danym wypadku i $p_{im} = 0$; obieg więc taki nie ma praktycznego zastosowania, i maszyna parowa zbudowana na zasadzie tego obiegu $\left(\text{że: } m = \frac{p'}{p - p'}\right)$ pracowałaby tylko na siebie, t. j. praca rozprężania poszłaby na sprężanie, i w rezultacie nieotrzymalibyśmy z takiego silnika żadnej korzyści, chociaż obieg ten odpowiadałby warunkowi 8-mu. Powyższe więc rozważania nasuwają nowy warunek, który zachować należy przy wyborze wartości dla $m$, $p$ i $p'$, należy bowiem ażeby $p_{im} = \max$ przy zmiennych: $m$, $p$, $p'$, — t. j. ażeby obieg oprócz swej ekonomiczności na jednostkę pracy, dawał jeszcze możliwie najwięcej pracy podczas jednego obiegu. Weźmy więc teraz pod uwagę równanie (7) i przekształćmy je w następujący sposób:

$$p_{im} = [p' - m\,(p - p')]\ln\frac{p}{p'} \quad \ldots\ldots \quad (10).$$

Wyczytamy z tego ostatniego równania, że wartość dla $p_{im}$ powiększa się, gdy $m$ się zmniejsza; gdy wreszcie, zmniejszając $m$, uczynimy $m = 0$, wyraz na $p_{im}$ przybierze postać.

$$(p_{im})_{m=0} = p' \ln\frac{p}{p'} \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

W dalszym ciągu naszych rozważań przyjmijmy w tym ostatnim wzorze $p$ jako zmienną, zauważymy wtedy z równania (11), że $p_{im}$ powiększa się, gdy $p$ będzie się powiększało, przy wyborze więc wartości dla $p$ należy starać się wybrać tę wielkość jaknajwiększą.

Warunek ten ostatni jest zgodny z warunkiem, jaki wymaga równanie (8), w którym z powiększaniem $p$ stosunek $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_m$ znakomicie się zmniejsza, czyli robiąc $p$ możliwie większem, otrzymujemy dwie dogodności, najpierw wzrasta sprawność obiegu (równ. 8), następnie otrzymujemy większą ilość przy pełnym obiegu tłoka.

Inaczej warunki ułożą się, gdy w powyższych równaniach uczynimy $p'$ zmienną. Skoro uczynimy $p'$ zmienną wielkością, to równ. (8) nakaże wybierać $p'$ jaknajmniejsze, gdyż ze zmniejszeniem $p'$ zmniejsza się również wyraz $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_m$, lecz z drugiej strony, zmniejszając $p'$, zmniejszamy wartość dla $p_{im}$ podług równania (11), przez co otrzymujemy obieg, który, chociaż będzie ekonomiczny (gdyż równ. (8) będzie zadośćuczynione), lecz da on nam małe wielkości pracy z jednego obiegu tłoka silnika, co może nieraz być niepraktycznem, a nawet niemożliwem do wykonania.

Dla dalszych rozpatrywań znajdźmy max $p_{im}$ gdy $p'$ jest zmienną, w tym celu równanie (11) różniczkuję podług $p'$ i pochodną przyrównywam do zera, t. j.:

$$\frac{\partial p_{im}}{\partial p} = \ln\frac{p}{p'} - p'\,\frac{p'}{p}\,.\,\frac{p}{p'^2} = 0,$$

inaczej: $\ln\frac{p}{p'} = 1$; skąd $\frac{p}{p'} = e$

lub $$p' = \frac{p}{e} = 0{,}368\,p \quad \ldots\ldots \quad (12).$$

gdzie: $$0{,}368 = \frac{1}{l} = \frac{1}{2{,}718}\,.$$

Gdy więc równanie (8) t. j. warunki ekonomiczności obiegu nakazują nam wartość dla $p'$ zbliżać do 0, równanie (11) lub (12) pokazuje nam ażeby $p' = 0{,}368\,p$, t. j. ażeby znacznie odsunęło się od zera.

Dochodzimy w ten sposób do pewnej sprzeczności w wyborze wartości dla $p'$.

Zadaniem tu jest konstruktora zbliżyć do jednej lub drugiej granicy, stosownie do ogólnych warunków samego zadania.

Streszczając powyższe wywody powiemy: Dążąc do najekonomiczniejszego i zarazem praktycznego obiegu powinniśmy: 1) szkodliwą przestrzeń robić jak najmniejszą, t. j. dążyć do limes $(m) = 0$; 2) prężność pary dopływowej powinna być możliwie większa, t. j. limes $(p) = \infty$; 3) przy wyborze wartości dla $p'$ powinniśmy mieć na uwadze następujące względy: obniżając prężność wypływową $p'$, zyskujemy na ekonomicznej wydajności obiegu (por. równ. (8), lecz otrzymujemy małe $(p_{im})$, co wyraża równ. (11), przy podwyższeniu zaś wartości $p'$, ekonomiczność obiegu pogarsza się, lecz otrzymujemy większe wartości dla $p_{im}$. Największą wartość dla $p_{im}$ przy zmiennej $p'$ otrzymamy gdy: $p' = \frac{p}{e}$. Zatem z równ. (11) największe

$$(p_{im})_{m=0} = p' \ln e = p' \quad \ldots\ldots \quad (13),$$

a przy tych wartościach dla $p'$ $\left(\text{t. j. } p' = \frac{p}{e}\right)$ otrzymujemy:

$$\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_m = \frac{1}{p \ln e} = \frac{1}{p} \quad \ldots\ldots \quad (14).$$

Z równania (13) widzimy o ile niepraktycznie jest brać małą wartość dla $p'$; otrzymujemy bowiem wtedy małe dawki pracy, co zmusza konstruktora do nadmiernego powiększenia ilości obrotów tłoka.

Zdaje się, iż zaradzają tym sprzecznościom, jakie występują w wyborze wartości dla $p'$, silniki o wielokrotnem rozprężaniu, gdyż wtedy wartość dla $p'$ może być dosyć znaczną dla każdego cylindra, oraz końcowe $p'$ może przybrać bardzo małą wartość.

Wnioski powyższe, oparte na rozważaniach teoretycznych, powinny znaleść swój wyraz w praktycznem zastosowaniu, gdyby powyżej wyprowadzone idealne rezultaty można było osiągnąć przy budowie silnika, lecz tak nie jest, zmuszeni jesteśmy bowiem uczynić $p_e > p'$, $m > 0$, oraz, mając na względzie praktyczne niedogodności, robimy zwykle: $p_k < p$.

Wobec takich odstępstw od teoretycznych, wymagań, nasuwa się pytanie, czy np. stosunek Weiss'a winien być zachowany, gdy np. zamiast teoretycznego $p_e = p'$ weźmiemy $p_e > p'$, oraz, stosując w tym razie równanie $\frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'}$, czy winniśmy jednocześnie obrać dla wielkości $p_k$:

$$p_k = p\,.\,\frac{p'}{p_e}\,, \qquad \text{t. j. } p_k < p;$$

czy też, obrawszy $p_e > p'$ i nie mając szczególnych powodów praktycznych do czynienia $p_k < p$, pozostawić należy ten stosunek podyktowany przez teoryę, t. j. $p_k = p$?

Rozważania poprzednie nakazują nam obrać $p_e = p'$, oraz $p_k = p$, ażeby $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right) = \text{minimum}$, czyniąc zaś $p_e > p'$ robimy pewien błąd kosztem oszczędności zużycia pary na jednostkę pracy; gdybyśmy zaś jeszcze obrali $p_k < p$, jak to dyktuje równanie Weiss'a, popełnilibyśmy przez to jeszcze jeden błąd, wskutek czego odsunęlibyśmy się jeszcze więcej od najekonomiczniejszego obiegu.

Trzymanie się więc w danym razie stosunku $\frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'}$ wpływa niekorzystnie na ekonomiczną stronę obiegu.

Ten ostatni wniosek jest bez zaprzeczenia ścisłym, a przytem dla naszej pracy o tyle ważnym, iż inż. Słucki w swoich wywodach stawia równania Weiss'a za konieczne, uspakajając się w ten sposób, iż operuje jakimiś korzystnymi obiegami, gdy tymczasem zachowanie stosunku danego oddala nas od idealnie korzystnego obiegu.

Równanie Weiss'a: $\frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'}$ daje obiegi nieekonomiczne, nieekonomiczne w tem znaczeniu, iż czyniąc w jakimś obiegu: $p_k = p$, lub: $p_e = p'$, lub też zachowując obydwa te równania, otrzymamy zawsze obieg ekonomiczniejszy, gdyż ten ostatni obieg będzie więcej zbliżony, lub tożsamy z obiegiem Zeuner'a, który jest przy powyższych założeniach najkorzystniejszy.

Takie wnioski dyktuje nam teorya wyprowadzona na podstawie powyższych założeń.

---

Ponieważ różne praktyczne względy nie pozwalają nam budować silników ściśle podług przebiegu Zeuner'a i musimy odbiegać od tych teoretycznych wielkości, robiąc cały obieg mniej ekonomicznym.

Rachunek więc w tym ostatnim razie staje się niemetodycznym i zaczynamy postępować „poomacku“.

Przyjmując np. $p_e > p'$ nie wiemy w jakich granicach robimy krzywdę sprawności obiegu, zdawać się w tym razie może, iż czyniąc np. jednocześnie $p_k < p$, krzywdę tę choć w części naprawiamy (co w rzeczywistości tak nie jest, jakiem to wyżej wyłożył). Nie znając dobrze wpływów, jakie wywierają takie odstępstwa, obawiamy się zbyt daleko odsunąć od teoretycznych granic, co często połączone jest z niedogodnościami konstrukcyjnemi; lub też z drugiej strony niepotrzebnie się nieraz odsuwamy od tych granic, sądząc, że to nie będzie miało wielkiego wpływu na sprawność obiegu. Ażeby więc i w tych rozważaniach wejść znowuż na drogę metodyczną, należy zastosować inną drogę matematyczną niż tę, którąśmy stosowali przy wyszukiwaniu największości lub najmniejszości. Należy w danym razie zastosować rachunek różnic skończonych.

W tym celu więc uważajmy np.:

$$\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right) = f(p_e, p_k); \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

jako funkcyę z dwóch zmiennych; $m$, $p$ i $p'$ — przyjmiemy jako dane; nadajmy następnie wartościom $p_e$ i $p_k$ pewne przyrostki $h_e$ i $h_k$, otrzymamy wtedy dla $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ inną wartość, dla której wyraz zaopatrzę w znaczek $hk$, a więc:

$$\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_{hk} = f\left[(p_e + h_e)\cdot(p_k + h_k)\right] \quad . \quad . \quad (16).$$

Następnie funkcyę ostatnią rozwijam w szereg Taylor'a, a więc:

$$\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_{hk} = f(p_e, p_k) + \frac{\partial f}{\partial p_e}\cdot h_e + \frac{\partial f}{\partial p_k} h_k + \frac{1}{2!}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial p_e^2}\cdot h_e^2 +$$

$$+ \frac{1}{2!}\cdot 2\frac{\partial^2 f}{\partial p_e\,\partial p_k}\cdot h_e\cdot h_k + \frac{1}{2!}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial p_k^2}\cdot h_k^2 + \text{i t. d.} \quad . \quad . \quad (17).$$

Załóżmy następnie, że: $p_e = p'$; $p_k = p$, to otrzymamy:

$$f(p_e, p_k) = \left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_{\min} = \frac{1}{p \ln \frac{p}{p'}};$$

oraz:

$$\frac{\partial f}{\partial p_e} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial p_k} = 0,$$

w danym więc razie $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_{hk}$ oznacza ilość pary na jednostkę pracy, gdy obieg nie będzie idealnie ekonomicznym. Z powyższego więc otrzymamy:

$$\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_{hk} = \left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_{\min} + \frac{1}{2!}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial p_e^2}\cdot h_e^2 + \frac{1}{2!}\cdot 2\frac{\partial^2 f}{\partial p_e\cdot\partial p_k}\cdot h_k h_e\cdot h_k +$$

$$+ \frac{1}{2!}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial p_k^2}\cdot h_k + \text{i t. d.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18).$$

Pochodne $f(p_e, p_k)$ według $p_e$ i $p_k$ będą funkcyami $p$ i $p'$, gdyż według założenia, po zróżniczkowaniu należy podstawić: $p_e = p'$; $p_k = p$, a ponieważ $m$, $p$ i $p'$ według założenia są dane, otrzymamy współczynniki przy $h_e$ i $h_k$ jako wartości cyfrowe, które bezpośrednio wskażą nam wpływ przyrostków $h_e$ i $h_k$ (które są odstępstwem od idealnego przebiegu) na sprawność tego obiegu.

Naszkicowany tutaj rachunek doprowadzony tylko do drugiej pochodnej, daje wzory następujące:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p_e^2} = \frac{(1+m)}{\ln^2\frac{p}{p'}\cdot\left[(1+m)p' - mp\right]\cdot pp'} \quad . \quad . \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p_e\cdot\partial p_k} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20),$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p_k^2} = \frac{m}{\ln^2\frac{p}{p'}\cdot\left[(1+m)p' - mp\right]p^2} \quad . \quad . \quad . \quad (21).$$

Z porównania np. wzorów (19) i (21) łatwo zauważymy, że wzór $\frac{d^2 f}{d\,p_k^2}$ da wartości wiele razy mniejsze od wartości przedstawionych przez wzór (19), z tego możemy wnioskować, iż odstępstwo $h_k$ od $p_k = p$ wywiera bardzo mały wpływ na zmianę sprawności obiegu.

Biorąc np. stosunek tych wyrazów, otrzymamy:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial p_k^2} : \frac{\partial^2 f}{\partial p_e^2} = \frac{m}{(1+m)}\cdot\frac{p'}{p}.$$

Zakładając następnie: $m = 0{,}05$; $p' = 0{,}25$; $p = 14$ stosunek tych współczynników przedstawi się w cyfrze $= \frac{0{,}05}{1{,}05}\cdot\frac{0{,}25}{14} = 0{,}00085$, t. j. w danym przypadku zmiana wartości dla $p_k$ prawie nie odgrywa roli na sprawność obiegu, w stosunku do zmiany, jaką spowodować może odstępstwo $h_e$ od $p_e = p'$.

Te i temu podobne badania czynione *na tej drodze*, dadzą nam metodyczne odpowiedzi na pytania, jakie się nasuwają przy projektowaniu silników parowych; zapomocą tego rachunku wiedzieć będziemy w danym razie jakie odstępstwa będziemy mogli bezkarnie uskuteczniać i jakich przyjdzie unikać.

---

W wyżej wymienionej pracy inż. Słucki szuka najmniejszości wyrazu $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ przy jednej zmiennej $p_e$ i otrzymuje równanie, które oznaczył № 8-ym. Następnie autor dochodzi do wniosku, że nie mogąc wykonać obiegu matematycznie doskonałego, uważa, iż wyraz 8-y, który dla matematycznego minimum $= 0$, dla praktycznego obiegu będzie posiadał pewną wartość $= A$ i tę wartość przyjmuje $= m(p + p_k - p')$, jakoby z tego powodu, iż wyraz ten w mniemaniu autora jest niezmiennym dla wszystkich silników.

Otóż postępowanie takie jest teoretycznie niczem nieuzasadnione!

Dlaczego nie mam obrać sobie $A = mp$, lub $= mp_k$, lub $= p'$ i t. d., te wszystkie wielkości są również według autora stałe dla wszystkich silników?

A zresztą stałość tych czy też innych wyrazów nie daje nam żadnej miary o blizkości minimum, a więc i o doskonałości obiegu i przeciwnie, gdybym był skorym w swych wnioskach, to prędzejbym przypuścił, iż czyniąc $A = m(p + p_k - p')$, oddalamy się znacznie od właściwego minimum, gdyż w blizkości matematycznego minimum wartość $A$ musi być niewiele różną od zera, gdy tymczasem wyraz: $m(p + p_k - p')$, ma dość znaczną wartość cyfrową. Lecz to nie jest drogą matematycznego wnioskowania, należy to uskutecznić metodycznie.

Następnie niczem autor nie uzasadnia stosowania wzoru Weiss'a, który jest właściwym tylko w zadaniu przy szukaniu max. $p_i$ gdy $\varepsilon$ jest dane; gdy zaś szukamy min. $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ wyraz ten jest niczem nieuzasadniony i oddala nas od tej najmniejszości, jakem to wyżej wykazał.

Równania więc (13) i (15) postawione przez autora, nie są wywołane *żadną teoretyczną koniecznością* i nie objaśniają one nas o jakiejbądź teoretycznej doskonałości przedstawionych przez te równania obiegów.

Jeżeli jako teoretyczną doskonałość obiegu będziemy uważali minimum $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$, to znajdziemy łatwo doskonalsze obiegi, od obiegów zestawionych przez autora w tabl. II-ej, nastąpi to gdy np. zmiennej $p_e$ nadamy wartości nie według równań proponowanych przez autora, lecz wartości więcej zbliżone do $p'$,—zmiennej zaś $p_k$ bliższe do $p$, obiegi te ostatnie będą stanowczo ekonomiczniejsze od pierwszych.

Np. według tablicy II-ej dla: $p = 5$; $m = 0{,}06$; $p' = 0{,}25$; $p_e = 0{,}802$; $p_k = 1{,}46$; $p_i = 1{,}76$; na zasadzie tych danych otrzymamy: $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right) = \frac{0{,}76 : 5}{1 : 76} = 0{,}0863$; gdy tymczasem nie stosując się do prawa Weiss'a i do równań przedstawionych przez autora i czyniąc wbrew tym równaniom np.: $p_e = 0{,}4$, przy poprzednich pozostałych wartościach, otrzymamy:

$$\varepsilon = 1{,}06\,.\,\frac{0{,}4}{5} - 0{,}06\,.\,\frac{1{,}46}{5} = 0{,}0673,$$

$$p_i = 1{,}06\,.\,0{,}15 - 0{,}06\,.\,3{,}54 + 1{,}06\,.\,0{,}4\,.\,\ln\left(\frac{5}{0{,}4}\right) -$$

$$- 0{,}06\,.\,1{,}46\,.\,\ln\left(\frac{1{,}46}{0{,}25}\right) = 0{,}863,$$

skąd: $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right) = \frac{0{,}0673}{0{,}863} = 0{,}078$.

Stosunek więc zapotrzebowania pary na jednostkę pracy tego ostatniego obiegu do tegoż zapotrzebowania w poprzednim obiegu przedstawia się cyfrowo: $\frac{0{,}078}{0{,}0863} = 0{,}9$, t. j. nowy obieg będzie o 10% ekonomiczniejszym.

Jasnem jest, że gdy następnie oprócz $p_e = 0{,}4$ przyjmiemy również wartość dla $p_k$ bliżej $p$, np. $p_k = 3$ (t. j. $> 1{,}46$), to otrzymamy jeszcze ekonomiczniejszy obieg i t. d.

W powyższych rozpatrywaniach zauważymy, iż, ażeby zbliżać się do minimum $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$, wartości dla $p_e$ winniśmy zmniejszać (gdyż $p_e > p'$), wartości zaś dla $p_k$ winniśmy powiększać (gdyż $p_k < p$); gdy to czynić będziemy jednocześnie i w tym samym wzajemnym stosunku, prawo Weiss'a nie będzie przeszkodą w zbliżaniu się do ekonomiczniejszego obiegu, gdyż to prawo przedstawia się w postaci: $\frac{p}{p_k} = \frac{p_e}{p'}$ i gdy w tym stosunku np. $p_e$ zmniejszę, to stosunek ten nakaże mi powiększyć $p_k$, co jest zgodne z rezultatem powyższego rozumowania. Zastosowanie więc w danym razie stosunku Weiss'a, jest wprawdzie pomocne w wyszukaniu korzystnego obiegu, lecz nie jest konieczne, gdyż ogólnem prawem powinno być zbliżenie $p_e$ do $p'$ oraz $p_k$ do $p$ w jakibądź sposób, czy to zachowując prawo Weiss'a, czy też go ignorując; prawo więc Weiss'a staje się jednym ze szczególnych sposobów służących do dopięcia celu.

Wszystko wyżej przeze mnie wypowiedziane nie ma na celu wykazania niepraktyczności, proponowanych przez inż. Słuckiego obiegów. W praktyce konstrukcyjnej czy też wogóle budowlanej spotykamy się często z wymaganiami, które są z sobą sprzeczne, zadaniem więc konstruktora jest wprowadzenie pewnego kompromisu pomiędzy te sprzeczności, czyniąc pewne wymagania ważniejszemi, inne zaś usuwając na drugi plan; może być, iż równania proponowane przez inż. Słuckiego posiadają te zalety, wydanie jednakże sądu o tem pozostawiam specyalistom danego działu nauki stosowanej.

*H. Czopowski*, inż.

## II.

Wstępna uwaga inż. Czopowkiego, że twierdzenie Weiss'a $p : p_e = p_k : p'$, które daje maximum pracy $p_i$ przy *pewnem napełnieniu* $\varepsilon$ pary świeżej, powinno nas zaspokoić zupełnie i nie pozostawia nic więcej do określenia, jest w zasadzie zupełnie słuszną i w duchu moich twierdzeń. Lecz napełnienia $\varepsilon$ pary świeżej mogą być *różne*, wskutek czego otrzymamy różne wartości dla $p_e$ i $p_k$, wypływające z równania Weiss'a $p : p_e = p_k : p'$, przy maximum pracy $p_i$ (a stałych $p$, $p'$ i $m$), czyli:

$$p_e = f(\varepsilon) \quad \text{i} \quad p_k = \varphi(\varepsilon).$$

Ażeby zatem otrzymać ściśle określone $p_e$ i $p_k$, należy przyjąć *pewne* $\varepsilon$, w razie bowiem przeciwnym mielibyśmy dwa równania z 3-ma niewiadomemi. To też należy mieć jeszcze jedno równanie, które zawierałoby stosunek między $p_e$ i $p_k$, dla uniknięcia *dowolnego* przyjmowania wartości dla $\varepsilon$. Wtedy otrzyma się sprężenie $p_k$ i rozprężenie $p_e$ w postaci określonej, a z tego dopiero najekonomiczniejsze napełnienie $\varepsilon$ pary świeżej. Nowe to równanie warunkuje się minimalnem użyciem pary na jednostkę pracy wykresu, a otrzymuje się w postaci równania (8)

$$(1+m)(p_e - p') - m(p - p_k) + m p_k \left(\ln \frac{p}{p_e} - \ln \frac{p_k}{p'}\right) = 0,$$

które to równanie między innemi daje stosunek $p : p_k = p_e : p' = 1$, czyli stosunek zgodny z twierdzeniem Weiss'a i z minimalnem zużyciem pary *jednocześnie*.

Równanie Weiss'a nie daje *bezwzględnego* minimum zużycia pary na jednostkę pracy wykresu, czyli $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ min, lecz warunkuje tylko maximum pracy przy danem napełnieniu $\varepsilon$ pary świeżej.

Rozwijając dalej ściśle teoretycznie równanie, warunkujące bezwzględne minimum, $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ min., szukając przytem $p_i$ (max.) przy zmiennem przeciwciśnieniu $p'$, otrzymuje inż. Czopowski bardzo ciekawy warunek tego maximum pracy $p_i$ w zależności od $p$ i $p'$, a mianowicie, że dla otrzymania maximum pracy w cylindrze (wysokoprężnym maszyny parowej sprzężonej), należy napełnienie jego tak wybrać, ażeby prężność pary odpływowej (w przelotni) wynosiła $p' = 0{,}368\,p$, gdzie $p$ oznacza prężność pary świeżej. Warunek ten może mieć praktyczne znaczenie dla maszyn sprzężonych, przeważnie wydmuchowych, gdzie on jest łatwo i z korzyścią dla równego podziału temperatur wykonalnym.

Również ciekawy jest czysto matematyczny wynik inż. Czopowskiego (równ. 19 i 21), zgodnie z którym odstępstwo sprężenia pary $p_k$ od prężności pary początkowej $p$ ma wpływ mniejszy na rozchód pary, niż takie samo odstępstwo końcowej prężności rozprężania $p_e$ od przeciwciśnienia $p'$. Praktyczne doświadczenia stwierdziły to samo, lecz w postaci czysto matematycznej tak ogólnikowo nigdy tego dotychczas nie wyrażono.

Tylko nie należy z powyższego twierdzenia wyprowadzać wniosku, że odstępstwa te są niezależne od siebie; pozostaje więc pytanie, czy przy pewnem odstępstwie prężności rozprężania $p_e$ od $p'$, lepiej przyjąć $p_k = p$ czy $p_k < p$? Na to możemy otrzymać ścisłą i niezaprzeczalną odpowiedź w sposób następujący: Należy znaleźć wielkość $p_k$ przy danym $p_e > p'$, która uczyni $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ min., czyli tę prężność sprężania $p_k$, która uczyni przy danem końcowem ciśnieniu rozprężania $p_e$ zużycie pary na jednostkę pracy wykresu minimum.

Matematycznie rozwiązuje się zadanie to łatwo. Ogólnie było

$$\varepsilon = (1+m)\frac{p_e}{p} - m\frac{p_k}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

$$p_i = (1+m)(p_e - p') - m(p - p_k) + $$
$$+ (1+m)\, p_e \ln \frac{p}{p_e} - m p_k \ln \frac{p_k}{p'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Jeżeli więc $\frac{\varepsilon}{p_i}$ ma być jaknajmniejsze, to należy pierwszą pochodną $\frac{\partial\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)}{\partial p_k} = 0$ i z tego równania otrzymamy warunki maximum lub minimum w zależności od znaku drugiej pochodnej.

$$\frac{\partial\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)}{\partial p_k} = -\frac{m}{p}\, p_i + \left((1+m)\frac{p_e}{p} - m\frac{p_k}{p}\right) \ln \frac{p_k}{p'} = 0 \qquad (3).$$

Wstawiając dla $p_i$ wyraz ogólny z równania (2), otrzymamy, po odpowiedniem wyrugowaniu, równanie warunkujące minimum lub maximum $\frac{\varepsilon}{p_i}$ przy pewnem $p_e$ i stałych innych wartościach $p$, $p'$ i $m$.

$$(1+m)\, p_e \left\{\ln \frac{p_k}{p'} - \ln \frac{p}{p_e}\right\} - (1+m)(p_e - p') + m(p - p_k) = 0 \quad (4)$$

a zatem $$\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)_{\min} = \frac{1}{p \ln \frac{p_k}{p'}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Równanie (4) daje dla każdego $p_e$, $p$, $p'$ i $m$ inne sprężenie $p_k$, a mianowicie po rozwiązaniu równania (4), przyjmując $m = 0{,}05$ następujące wartości:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Skraplanie $p' = 0{,}2$ *kg* | Prężność pary dopływ. | $p = 4$ | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | *kg* abs. |
| | Prężność rozprężania | $p_e = 0{,}8$ | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | „ „ |
| | „ sprężania | $p_k = 1{,}88$ | 2,59 | 3,18 | 3,64 | 3,93 | 4,1 | „ „ |
| Wydmuch $p' = 1{,}1$ *kg* | Prężność rozprężania | $p_e = 1{,}5$ | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | „ „ |
| | „ sprężania | $p_k = 3{,}8$ | 5,69 | 7,55 | 9,4 | 11 | 13 | „ „ |

Z powyższych liczb widzimy, że $\left(\frac{\varepsilon}{p_i}\right)$ min. na wykres przy pewnem $p_e$ *nie* wymaga sprężania aż do początkowego ciśnienia, jak dotychczas powszechnie mniemano. Następujące cyfry przekonają o prawidłowości przyjętych założeń.