Nr. 12. Warszawa, d. 3 (15) grudnia 1896 r. Rok XXII. Tom XXXIV.

PRZEGLĄD TECHNICZNY

DWUTYGODNIK

poświęcony sprawom techniki i przemysłu.

TREŚĆ.

Belka wieloprzęsłowa na podporach sprężystych.

OBLICZYŁ

H. Czopowski, inżynier.

(Dokończenie, — por. Nr. 11, str. 296).

Kąt ten można obliczyć z figury geometrycznej (rys. 3).

Linia ABC oznacza położenie punktów oporu przed obciążeniem, linia zaś łamana $A'B'C'$ oznacza położenie belki po obciążeniu i deformacyi podpór; z geometrycznego stosunku widocznem jest, iż:

$$\varphi_3 = \frac{\Delta h_{k+1} - \Delta h_k}{l_k} + \frac{\Delta h_{k+1} - \Delta h_{k+2}}{l_{k+1}},$$

lub też inaczej:

$$\varphi_3 = \Delta h_{k+1} \cdot \left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right) - \frac{\Delta h_k}{l_k} - \frac{\Delta h_{k+2}}{l_{k+1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Jasnem więc będzie, iż dla belki ciągłej na podporach sprężystych będzie:

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

W ten sposób zadanie moje jest rozwiązane, pozostają obecnie tylko algebraiczne podstawienia; w tym celu powrócę do poprzednich równań. Z równania (7) i (5) otrzymamy:

$$\varphi_1 = \int_0^{l_k} \frac{M_{xk}}{I_k E_k} \cdot \frac{dM_{xk}}{dM_{k+1}} \cdot dx,$$

biorąc dalej pod uwagę równanie (3) i przyjąwszy, iż I_k i E_k są wartości stałe dla danego przęsła:

$$\varphi_1 = \frac{1}{I_k E_k} \int_0^{l_k} \left[M_k . \frac{l_k - x_k}{l_k} + M_{k+1} . \frac{x_k}{l_k} + (M_{kx}) \right] . \left[+ \frac{x_k}{l_k} \right] dx_k ;$$

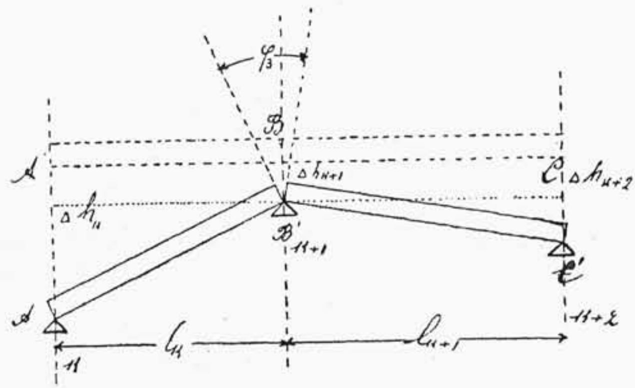
wypełniwszy wskazane działania:

$$\varphi_1 = \frac{1}{I_k E_k} . \left[\frac{1}{6} M_k l_k + \frac{1}{3} M_{k+1} l_k + \frac{1}{l_k} \int_0^{l_k} (M_{xk})\, x_k \, dx_k \right] \quad . \; . \; . \quad (11),$$

tą samą drogą można otrzymać:

$$\varphi_2 = \frac{1}{I_{k+1} E_{k+1}} . \left[\frac{1}{6} M_{k+2} l_{k+1} + \frac{1}{3} M_{k+1} l_{k+1} + \frac{1}{l_{k+1}} \int_0^{l_{k+1}} (M_{xk}) . (l_{k+1} - x_{k+1}) dx_{k+1} \right] (12)$$

Rys. 3.



W równaniu (9): $\Delta h_k = A_k . \alpha_k$

$\Delta h_{k+1} = A_{k+1} . \alpha_{k+1}$

$\Delta h_{k+2} = A_{k+2} . \alpha_{k+2}$.

Siła oporowa składa się z siły poprzecznej, występującej w przekroju po lewej stronie danego oporu i z siły poprzecznej z prawej strony tegoż oporu; siła więc oporowa w oporze $k + 1$ będzie równą jak następuje:

$$A_{k+1} = - A_{xk=lk} + A_{(xk+1)=0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (13),$$

podług znanych formuł:

$$A_{xk=lk} = \left[\frac{d \, M_{xk}}{dx_k} \right]_{x_k = l_k},$$

mając na uwadze równanie (3) i wypełniwszy wskazane działanie, otrzymamy:

$$A_{xk=lk} = \frac{- M_k + M_{k+1}}{l_k} + (A_{xk})_{xk=lk} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14),$$

tak samo:

$$A_{xk+1=0} = \frac{- M_{k+1} + M_{k+2}}{l_{k+1}} + (A_{xk+1})_{xk+1=0} \quad . \; . \; . \; . \quad (15),$$

podstawiwszy te ilości w (13):

$$A_{k+1} = + \frac{M_k}{l_k} - M_{k+1}\left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right) + \frac{M_{k+2}}{l_{k+1}} + (A_{k+1}) \quad . \; . \; . \quad (16);$$

w ten sam sposób otrzymać można:

$$A_k = + \frac{M_{k-1}}{l_{k-1}} - M_k\left(\frac{1}{l_{k-1}} + \frac{1}{l_k}\right) + \frac{M_{k+1}}{l_k} + (A_k) \quad . \; . \; . \quad (17)$$

$$A_{k+2} = + \frac{M_{k+1}}{l_{k+1}} - M_{k+2}\left(\frac{1}{l_{k+1}} + \frac{1}{l_{k+2}}\right) + \frac{M_{k+3}}{l_{k+2}} + (A_{k+2}) \quad . \; . \quad (18)$$

Zapomocą tych trzech równań — (16), (17) i (18) — obliczymy wartości Δh_k, Δh_{k+1}, Δh_{k+2}, które, podstawiwszy w (9), otrzymamy wartość kąta φ_3. W ten sposób, wspólnie z równaniami (11) i (12), możemy sumę kątów $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$, wyrazić przez momenty, równanie to będzie dla nas ostatecznem i posiada formę następującą:

$$M_{k+3} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{l_{k+2} \cdot l_{k+1}} + M_{k+2} \cdot \left[\frac{l_{k+1}}{6\, I_{k+1}\, E_{k+1}} - \frac{\alpha_{k+1}}{l_{k+1}} \cdot \left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right) - \frac{\alpha_{k+2}}{l_{k+1}} \cdot \left(\frac{1}{l_{k+2}} + \frac{1}{l_{k+1}}\right)\right] +$$

$$+ M_{k+1} \cdot \left[\frac{l_k}{3\, I_k E_k} + \frac{l_{k+1}}{3\, I_{k+1}\, E_{k+1}} + \alpha_{k+1} \cdot \left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right)^2 + \frac{\alpha_k}{l_k^2} + \frac{\alpha_{k+2}}{l_{k+1}^2}\right] +$$

$$+ M_k \cdot \left[\frac{l_k}{6\, I_k E_k} - \frac{\alpha_{k+1}}{l_k} \cdot \left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right) - \alpha_k \cdot \frac{1}{l_k} \cdot \left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right)\right] +$$

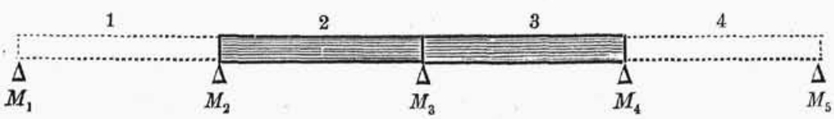
$$+ M_{k-1} \cdot \frac{\alpha_k}{l_k \cdot l_{k+1}} + \mathfrak{M}_k + \mathfrak{N}_k = 0,$$

gdzie

$$\mathfrak{M}_k = \frac{1}{l_k I_k E_k} \cdot \int_0^{l_k} (M_{xk}) \cdot x_k\, dx_k + \frac{1}{l_{k+1} I_{k+1} E_{k+1}} \cdot \int_0^{l_{k+1}} (M_{xk+1}) \cdot (l_{k+1} - x_{k+1})\, dx_{k+1}$$

$$\mathfrak{N}_k = -(A_k)\frac{\alpha_k}{l_k} - (A_{k+2}) \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{l_{k+2}} + (A_{k+1})\,\alpha_{k+1} \cdot \left(\frac{1}{l_k} + \frac{1}{l_{k+1}}\right).$$

Przykład. Obliczyć moment dla środkowej podpory belki dwuprzęsłowej, której krańcowe podpory są stałe i końce jej leżą swobodnie, środkową zaś podporę przyjmuje się sprężystą:



Ponieważ równanie wyżej wyprowadzone składa się z pięciu momentów, w zadaniu zaś naszem obecnem jest tylko trzy, z których dwa krańcowe równają się zeru, wyobraźmy więc sobie belkę o pięciu podporach, z których dwie krańcowe posiadają rozpiętość $= 0$. Z załączonego rysunku łatwo wyczytać, iż:

$$M_1 = M_2 = M_4 = M_5 = 0; \quad l_1 = l_4 = 0; \quad \alpha_2 = \alpha_4 = 0,$$

czyniąc w naszem równaniu $k = 2$, otrzymamy:

$$0 + 0 + M_3\left[\frac{l_2}{3\, I_2 E_k} + \frac{l_3}{3\, I_3 E_3} + \alpha_3\left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3}\right)^2\right] + 0 + 0 + \mathfrak{M}_2 + \mathfrak{N}_2 = 0$$

$$\mathfrak{M}_2 = \frac{1}{l_2 I_2 E_2} \int_0^{l_2} (M_{x2}) x_2 \, dx_2 + \frac{1}{l_3 I_3 E_3} \int_0^{l_3} (M_{x3}) (l_3 - x_3) \, dx_3$$

$$\mathfrak{M}_2 = - 0 - 0 + (A_3) \, . \, \alpha_3 \left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right),$$

przyjąwszy, iż belka obciążoną jest równomiernie (przez p jednostek ciężaru na jedną bieżącą jednostkę) i że $l_2 = l_3 = l$; $I_2 = I_3 = I$; $E_2 = E_3 = E$, łatwo otrzymamy:

$$\mathfrak{M}_2 = \frac{1}{lIE} \cdot \int_0^{l} (M_x) x \, dx + \frac{1}{lIE} \int_0^{l} (M_x) (l - x) \, dx$$

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{lIE} \int_0^{l} (M_x) \, . \, l \, . \, dx,$$

ponieważ $(M_x) = \frac{pl}{2} x \left(1 - \frac{x}{l}\right)$, więc:

$$\mathfrak{M} = \frac{pl^3}{12\, IE}; \qquad \mathfrak{M} = pl \, . \, \alpha \, . \, \frac{2}{l} = 2 p \alpha;$$

ponieważ $(A_3) = pl$, podstawiając:

$$M_3 = \frac{24\alpha - \frac{l^3}{IE}}{\frac{48\alpha}{l^2} + \frac{8l}{IE}} \cdot p;$$

przyjmując $\alpha = 0$, otrzymamy:

$$M = - \frac{l^2}{8} \cdot p,$$

lub $\alpha = \infty$, otrzymamy:

$$M = \frac{l^2}{2} \cdot p.$$

W pierwszym wypadku M jest momentem dla belki dwuprzęsłowej o stałych podporach, w drugim oznacza moment w środku belki o rozpiętości $2\,l$, między temi wartościami znajdują się wszystkie pośrednie dla belki na podporze sprężystej.

Instalacye elektryczne na wystawie hygienicznej

w Warszawie.

(Dokończenie, — por. Nr. 11, str. 296).

III. Linia.

Linia, łącząca stacyę pierwotną ze stacyą transformatorów, poprowadzoną została ponad dachem posesyi Sussmana przez ulicę Polną na terytoryum towarzystwa wyścigów konnych, które z uprzejmością zezwoliło na stawianie słupów na swoim gruncie, przez co nietylko zmniejszoną została dostępność linii, ale