PRZEGLĄD TECHNICZNY

TYGODNIK POŚWIĘCONY SPRAWOM TECHNIKI I PRZEMYSŁU.

Tom XLIII. *Warszawa, dnia 26 stycznia 1905 r.* **№ 4.**

Obliczenie lin drucianych.

Napisał **H. Czopowski**, inż.

(Dokończenie do str. 19 w № 2 r. b.)

Różniczkuję obecnie równanie (115) podług S_0 i otrzymuję:

$$(-1)\,\mu + \frac{l_0}{f_0E_0}\,S_0 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (131),$$

po zróżniczkowaniu podług S_1:

$$(-\cos\beta_1\, i_1)\,\mu + i_1\frac{S_1 l_1}{f_1E_1} + i_1\frac{\sin^2\beta_1\, l_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_0}{2f_0E_0m_0}\cdot S_0 +$$

$$+ i_1\frac{\sin^2\beta_1\, l_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_1}{2f_1E_1m_1}\cdot S_1 = 0 \quad . \quad . \quad (132)$$

po zróżniczkowaniu podług S_2:

$$(-\cos\beta_2\, i_2)\,\mu + i_2\frac{S_2 l_2}{f_2E_2} + i_2\frac{\sin^2\beta_2\, l_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_0}{2f_0E_0m_0}\cdot S_0 +$$

$$+ i_2\frac{\sin^2\beta_2 l_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_1}{f_1E_1m_1}\cdot S_1 + i_2\frac{\sin^2\beta_2 l_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_2}{2f_2E_2m_2}\cdot S_2 \text{ i t. d.} \quad (133).$$

W celu uproszczenia powyższych równań, mnożę każde z nich przez odpowiednią znakowi równania wartość: $\frac{\cos\beta_k}{l\,i_k}$, gdzie wielkość k jest zmienna, a więc po uporządkowaniu:

$$\left(\frac{-1}{l}\right)\mu + \frac{1}{f_0E_0}\cdot S_0 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134),$$

$$\left(-\frac{\cos^2\beta_1}{l}\right)\mu + \frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_0}{2f_0E_0m_0}\cdot S_0 +$$

$$+\left(\frac{1}{f_1E_1} + \frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_1}{2f_1E_1m_1}\right)S_1 = 0 \quad . \quad . \quad (135),$$

$$\left(-\frac{\cos^2\beta_2}{l}\right)\mu + \frac{\sin^2\beta_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_0}{2f_0E_0m_0}\cdot S_0 + \frac{\sin^2\beta_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_1}{f_1E_1m_1}\cdot S_1 +$$

$$+\left(\frac{1}{f_2E_2} + \frac{\sin^2\beta_2}{r_2}\,\frac{\delta_2}{2f_2E_2m_2}\right)S_2 = 0 \text{ i t. d.} \quad . \quad . \quad (136).$$

Te ostatnie równania utożsamiam z równaniami (116), (117) i (118) i otrzymuję:

$$a = -\frac{1}{l}\,; \qquad a_0 = \frac{1}{f_0E_0}\,; \qquad a_1 = 0\,; \qquad a_2 = 0 \text{ i t. d.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (137);$$

$$b = -\frac{\cos^2\beta_1}{l}\,; \quad b_0 = \frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_0}{2f_0E_0m_0}\,; \quad b_1 = -\frac{1}{f_1E_1}\left(1+\frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_1}{2m_1}\right); \quad b_2 = 0 \text{ i t. d.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (138);$$

$$c = -\frac{\cos^2\beta_2}{l}\,; \quad c_0 = \frac{\sin^2\beta_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_0}{2f_0E_0m_0}\,; \quad c_1 = \frac{\sin^2\beta_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_1}{f_1E_1m_1}\,; \quad c_2 = \frac{1}{f_2E_2}\left(1+\frac{\sin^2\beta_2}{r_2}\cdot\frac{\delta_2}{2m_2}\right). \quad (139).$$

Ogólne rozwiązanie powyższego zadania jest utrudnione przez funkcyę determinantów, która to funkcya jest bardzo niewdzięczną formą dla algebraicznych uproszczeń; dla rozwiązania zaś cyfrowego droga wyżej przeze mnie wytknięta doprowadzi do żądanych rezultatów.

W celu otrzymania pewnego wrażenia, jaki wpływ wywierać może zwężenie włókien na naprężenia obliczone bez uwzględnienia tego zwężenia, przeprowadzę ogólny obrachunek dla liny jednowarstwowej.

Ogólne równanie dla takiej liny przedstawi się w następującej formie:

$$a\,\mu + a_0 S_0 + a_1 S_1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (140),$$

$$b\,\mu + b_0 S_0 + b_1 S_1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (141).$$

Wartości współczynników a i b otrzymam z równań (137) i (138) i podstawiam je w determinanty (120), (121) i (122), otrzymuję wtedy:

$$D = \begin{vmatrix} a_0 & 0 \\ b_0 & b_1 \end{vmatrix} = a_0 b_1 = \frac{1}{f_0E_0}\cdot\frac{1}{f_1E_1}\left(1+\frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_1}{2m_1}\right) \quad . \quad . \quad (140^a).$$

$$D_0 = \begin{vmatrix} 0 & a \\ b_1 & b \end{vmatrix} = -a b_1 = \frac{1}{l}\cdot\frac{1}{f_1E_1}\left(1+\frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_1}{2m_1}\right). \quad . \quad (141^a),$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} a & a_0 \\ b & b_0 \end{vmatrix} = ab_0 - a_0 b = -\frac{1}{l}\,\frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_0}{2f_0E_0m_0} + \frac{1}{f_0E_0}\,\frac{\cos^2\beta_1}{l}$$

$$= \frac{1}{l}\cdot\frac{1}{f_0E_0}\left(\cos^2\beta_1 - \frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_0}{2m_0}\right) \quad . \quad . \quad (142).$$

Obecnie chcę określić wartość wzoru: $\frac{1}{D_0 + i_1 D_1 \cos\beta_1}$, gdyż będzie on nam potrzebny przy dalszym obrachunku, na zasadzie więc powyższych wzorów:

$$\frac{1}{D_0 + i_1 D_1\cos\beta_1} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{l}\cdot\frac{1}{f_1E_1}\left(1+\frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_1}{2m_1}\right) + \frac{i_1\cos\beta_1}{l f_0E_0}\left(\cos^2\beta_1 - \frac{\sin^2\beta_1}{r_1}\cdot\frac{\delta_0}{2m_0}\right)} \quad (143),$$

mnożę licznik i mianownik tego ostatniego wzoru przez $l f_0 E_0 f E_1$ i, po uporządkowaniu, otrzymuję:

$$\frac{1}{D_0 + i_1 D_1\cos\beta_1} =$$

$$= \frac{l f_0E_0 f_1\varepsilon_1}{(f_0E_0 + i_1 f_1E_1\cdot\cos^3\beta_1) + \frac{\sin^2\beta_1}{2r_1}\left(\frac{\delta_1}{m_1}f_0E_0 - \frac{\delta_0}{m_0}i_1 f_1E_1\cos\beta_1\right)} \quad (144).$$

W tym ostatnim wzorze zauważę, iż w pierwszym nawiasie mianownika znajduje się spotykany już w moich poprzednich pracach wyraz, który oznaczałem przez $\frac{1}{\mu_0}$; drugi wyraz tegoż mianownika, ponieważ częściej będziemy się z nim spotykali, oznaczę przez A, w równanie więc (144) podstawiam:

$$f_0E_0 + i_1 f_1E_1\cos^3\beta_1 = \frac{1}{\mu_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (145),$$

$$\frac{\sin^2\beta_1}{2r_1}\left(\frac{\delta_1}{m_1}f_0E_0 - \frac{\delta_0}{m_0}\,i_1f_1E_1\cos\beta_1\right) = A \quad . \quad . \quad (146)$$

i otrzymuję:

$$\frac{1}{D_0 + i_1 D_1\cos\beta_1} = \frac{l f_0E_0 f_1E_1}{\frac{1}{\mu_0} + A} \quad . \quad . \quad . \quad (147).$$

lub inaczej:
$$\frac{1}{D_0+i_1 D_1 \cos\beta_1} = \mu_0 \frac{l f_0 E_0 f_1 E_1}{1+\mu_0 A} \quad . \quad . \quad . \quad (148).$$

Dla oznaczenia wartości μ, S_0 i S_1 posiadam już wszystkie dane i otrzymuję te wartości, podstawiając odpowiednie znaczenia w równania (126), (127) i (128).

Ponieważ chcę w następstwie porównać wielkości naprężeń z uwzględnieniem zwężenia włókien i bez zwężenia, przeto odróżnię pierwsze wielkości od drugich przez ujęcie ich w nawias i przypisanie litery z jako wskazujące na zwężenie. Z równań więc (126), (127) i (128), z uwzględnieniem (140), (141) i (148) otrzymamy:

$$(\mu)_z = P \cdot \mu_0 \frac{D \cdot l f_0 E_0 f_1 E_1}{1+\mu_0 A} = P\mu_0 l \cdot \frac{\left(1+\frac{\sin^2\beta_1}{r_1} \cdot \frac{\delta_1}{2m_1}\right)}{1+\mu_0 A} \quad (149),$$

$$(S_0)_z = P\mu_0 f_0 E_0 \cdot \frac{1+\frac{\sin^2\beta_1}{r_1} \cdot \frac{\delta_1}{2m_1}}{1+\mu_0 A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150),$$

$$(S_1)_z = P\mu_0 f_1 E_1 \cos^2\beta_1 \cdot \frac{1-\frac{\operatorname{tg}^2\beta_1}{r_1} \cdot \frac{\delta_0}{2m_0}}{1+\mu_0 A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (151).$$

Odpowiednie wartości dla μ, S_0 i S_1 t. j. wartości, które nie uwzględniają zwężenia włókien, otrzymamy, podstawiając w powyższe wzory $m_0 = m_1 = \infty$, wtedy:

$$\mu = P\mu_0 l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152),$$

$$S_0 = P\mu_0 f_0 E_0 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (153),$$

$$S_1 = P\mu_0 f_1 E_1 \cdot \cos^2\beta_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (154).$$

Te trzy równania wynikają również z ogólnego wzoru (33), wyprowadzonego przeze mnie w Przeglądzie Technicznym № 4 r. z. (str. 42).

Na zasadzie więc powyższego możemy napisać:

$$(\mu_1)_z = \mu \cdot Z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (155),$$

$$(S_0)_z = S_0 \cdot Z_0 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (156),$$

$$(S_1)_z = S_1 \cdot Z_1 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (157),$$

gdzie:

$$Z = Z_0 = \frac{1+\frac{\sin^2\beta_1}{r_1} \cdot \frac{\delta_1}{2m_1}}{1+\mu_0 A} \quad . \quad . \quad . \quad (158),$$

$$Z_1 = \frac{1-\frac{\operatorname{tg}^2\beta_1}{r_1} \cdot \frac{\delta_0}{2m_0}}{1+\mu_0 A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (159).$$

Z wzorów (155), (156) i (157) widocznem jest, iż *wpływ* zwężenia włókien na pierwotne naprężenia wyraża się przez wartości Z i Z_1.

Oznaczę te ostatnie wartości dla skrętki, w której: $\delta_0 = \delta_1 = \delta$, $f_0 = f_1 = f$, $i_1 = 6$, $\beta_1 = 18$, $\cos\beta_1 = 0{,}951$, $\cos^2\beta = 0{,}904$, $\cos^3\beta_1 = 0{,}860$, $\operatorname{tg}\beta = 0{,}325$, $\operatorname{tg}^2\beta = 0{,}106$, $\sin\beta_1 = 0{,}309$, $\sin^2\beta_1 = 0{,}095$, $r_1 = \frac{1}{2}(\delta_0+\delta_1) = \delta$, $m_0 = m_1 = \frac{10}{3}$, $E_0 = E_1 = E$.

Na podstawie powyższych wzorów otrzymuję:

$$\mu_0 = \frac{1}{fE(1+6 \cdot 0{,}860)} = \frac{1}{fE} \cdot 0{,}162 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (160),$$

$$A = \frac{0{,}095}{2\delta} \cdot \frac{\delta}{m} f E(1-6 \cdot 0{,}951) = -0{,}069 fE \quad . \quad (161),$$

$$Z = \frac{1+\frac{1}{2} 0{,}095 \cdot 0{,}3}{1-0{,}069 \cdot 0{,}162} = \frac{1+0{,}014}{1-0{,}011} = 1{,}025 \quad . \quad . \quad . \quad (162),$$

$$Z_1 = \frac{1-\frac{1}{2} 0{,}106 \cdot 0{,}3}{1-0{,}011} = \frac{1-0{,}016}{1-0{,}011} = 1-0{,}005 = 0{,}995 \quad (163).$$

Z powyższego wynika, iż wskutek zwężenia się włókien naprężenie w duszy *powiększyło się o* $\backsim$ *2,5%*, naprężenie zaś we włóknie skręconem *zmniejszyło się o* $\backsim$ *0,5%*.

W Przegl. Techn. № 39 r. z. przytoczyłem obliczenie skrętki z uwzględnieniem zwężenia włókien, przeprowadzone przez d-ra Hansa Benndorf'a w Z. d. ö. A.- u. I.- V. i zauważyłem, iż obliczenie to posiada pewne niedokładności, czyli może ono być dobrem tylko w pewnych specyalnych wypadkach i rzeczywiście, przyjmując w równaniu (10) (Przegl. Techn. № 39 r. z), iż u proporcyonalne do (d), brał autor ten wypadek w rachubę, gdy $\delta_0 = \delta_1 = d$, zestawiając zaś równanie (14) $\frac{\Delta l'}{l'} = \frac{\Delta d}{d}$, przyjmował autor zwężenie *tylko* skręconego włókna; ażeby ten wypadek otrzymać z moich wzorów, należy w nie podstawić:

$$\delta_0 = \delta_1 = d, \quad r_1 = d \quad \text{oraz} \quad m_0 = \infty, \quad m_1 = 3.$$

Po podstawieniu tych wartości w (146), (150) i (151) otrzymuję:

$$A = \frac{\sin^2\beta_1}{2 \cdot 3} f E_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (164),$$

$$(S_0)_z = P \cdot \mu_0 f E_0 \frac{1+\frac{\sin^2\beta_1}{2 \cdot 3}}{1+\mu \cdot A} \quad . \quad . \quad (165),$$

$$(S_1)_z = P\mu_0 f E_1 \cos^2\beta \frac{1}{1+\mu \cdot A} \quad . \quad (166);$$

dzielę obadwa równania przez siebie i otrzymuję:

$$\frac{(S_1)_z}{(S_0)_z} = \frac{E_1}{E} \cdot \frac{\cos^2\beta}{1+\frac{\sin^2\beta}{2 \cdot 3}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (167).$$

Jest to równanie *prawie* identyczne z wyprowadzonem przez d-ra Benndorf'a (wzór 16 Przegl. Techn. № 39 r. z.); zupełnej identyczności tych wzorów stoi na przeszkodzie dwójka, znajdująca się w mianowniku mojego wzoru, a której niema w wyżej wspomnianym wzorze d-ra B., w celu odszukania przyczyny tej różnicy powracam do przytoczonego przeze mnie rachunku d-ra B.

We wzorze oznaczonym przeze mnie liczbą porządkową 10 znajduję równanie (p. Przegl. Techn. № 39 r. z., str. 522):

$$\frac{\Delta u}{u} = -\frac{\Delta d}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (168);$$

przęz u oznaczony jest obwód cylindra, średnica tego cylindra $= \delta_0 + 2 \cdot \frac{\delta_1}{2} = 2d$, przez Δd oznaczone jest zwężenie średnicy tego cylindra, które w danym razie, ze względu, iż $m_0 = \infty$, równać się będzie: $2 \cdot \Delta \frac{\delta_1}{2} = \Delta d$, a więc powyższy stosunek $\frac{\Delta u}{u}$ powinien się wyrazić przez wzór:

$$\frac{\Delta u}{u} = -\frac{\Delta d}{2d} = -\frac{\text{przyrostek średnicy cylindra}}{\text{średnica cylindra}} \quad (169).$$

Po uczynieniu tej poprawki we wzorze d-ra Benndorf'a, wzór ten ostatni będzie odpowiedni dla wyżej przytoczonych warunków.

Wyprowadzenie wzorów w ogólnej formie dla lin wielowarstwowych, jest bardzo zmudne, dlatego też podaną tutaj przeze mnie metodę obliczania należy stosować do przykładów cyfrowych, lub też do specyalnych wypadków, jaki przedstawia badana lina. Dla przykładu przeprowadzę jeszcze rachunek dla liny dwuwarstwowej, odpowiadającej następującym warunkom: $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = \delta$; $f_0 = f_1 = f_2 = f$; $\beta_1 = \beta_2 = \beta$; $m_0 = m_1 = m_2 = m$; $E_0 = E_1 = E_2 = E$; $r_1 = \frac{\delta_0}{2} + \frac{\delta_1}{2} = \delta$; $r_2 = \frac{\delta_0}{2} + \delta_1 + \frac{\delta_2}{2} = 2\delta$.

Z równań (137), (138) i (139) otrzymam:

$$a = -\frac{1}{l}; \quad a_0 = \frac{1}{fE}; \quad a_1 = 0; \quad a_2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (170),$$

$$b = -\frac{\cos^2\beta}{l}; \quad b_0 = \frac{\sin^2\beta}{2fEm}; \quad b_1 = \frac{1}{fE}\left(1+\frac{\sin^2\beta}{2m}\right); \quad b_2 = 0 \quad (171),$$

$$c = -\frac{\cos^2\beta}{l}; \quad c_0 = \frac{\sin^2\beta}{4fEm}; \quad c_1 = \frac{\sin^2\beta}{2fEm}; \quad c_2 = \frac{1}{fE}\left(1+\frac{\sin^2\beta}{4m}\right) (172).$$

Podstawiam te wartości we wzory (120), (121), (122) i t. d. i dla uproszczenia rachunku przyjmuję wyrazy: $\sin^4\beta = 0$, gdyż wartość ich na rezultat cyfrowy nie może wpływać i otrzymuję:

$$D=\begin{vmatrix} a_0 & 0 & 0\\ b_0 & b_1 & 0\\ c_0 & c_1 & c_2\end{vmatrix}=a_0 b_1 c_2=\frac{1}{(fE)^3}\left(1+\frac{3}{4}\,\frac{\sin^2\beta}{m}\right)\qquad(173),$$

$$D_0=-\begin{vmatrix} 0 & 0 & a\\ b_1 & 0 & b\\ c_1 & c_2 & c\end{vmatrix}=-b_1 c_2 a=\frac{1}{l(fE)^2}\left(1+\frac{3}{4}\,\frac{\sin^2\beta}{m}\right)\qquad(174),$$

$$D_1=\begin{vmatrix} 0 & a & a_0\\ 0 & b & b_0\\ c_2 & c & c_0\end{vmatrix}=c_2(a\,b_0-b\,a_0)=$$

$$=\frac{1}{l(fE)^2}\left(1+\frac{\sin^2\beta}{4m}\right)\left(\cos^2\beta-\frac{\sin^2\beta}{2m}\right)\;.\;.\qquad(175),$$

$$D_1=\frac{\cos^2\beta}{l(fE)^2}\left(1+\frac{\sin^2\beta}{4m}-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{2m}\right)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(176),$$

$$D_2=-\begin{vmatrix} a & a_0 & 0\\ b & b_0 & b_1\\ c & c_0 & c_1\end{vmatrix}=-a(b_0c_1-c_0b_1)+b\,.\,a_0c_1-c\,.\,a_0b_1\qquad(177),$$

$$D_2=\frac{1}{l(fE)^2}\left[\left(\frac{\sin^2\beta}{2m}\right)^2-\frac{\sin^2\beta}{4m}\left(1+\frac{\sin^2\beta}{2m}\right)-\right.$$

$$\left.-\cos^2\beta\,\frac{\sin^2\beta}{2m}+\cos^2\beta\left(1+\frac{\sin^2\beta}{2m}\right)\right]\;.\;.\qquad(178).$$

$$D_2=\frac{\cos^2\beta}{l(fE)^2}\left(1-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{4m}\right)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(179),$$

$$\frac{1}{D_0+i_1D_1\cos\beta_1+i_2D_2\cos\beta_2}=$$

$$=\frac{l(fE)^2}{\left(1+\frac{3}{4}\frac{\sin^2\beta}{m}\right)+i_1\cos^3\beta\left(1+\frac{\sin^2\beta}{4m}-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{2m}\right)+i_2\cos^3\beta\left(1-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{4m}\right)}$$

uważam, iż dla danej liny:

$$fE\,(1+i_1\cos^3\beta+i_2\cos^3\beta)=\frac{1}{\mu_0}\;;$$

po podstawieniu w powyższy wzór i po uproszczeniu:

$$\frac{1}{D_0+i_1D_1\cos\beta_1+i_2D_2\cos\beta_2}=\frac{l(fE)^3\mu_0}{1+\mu_0A_2}\qquad(181),$$

gdzie A_2 zawiera resztę wyrazów mianownika, a więc:

$$A_2=\frac{3}{4}\frac{\sin^2\beta}{m}\left(1+\frac{1}{3}i_1\cos^3\beta-\frac{2}{3}i_1\cos\beta-\frac{1}{3}i_2\cos\beta\right)fE\qquad(182).$$

Z równań (126), (127) i (128) oraz (173), (174), (176) i (179) otrzymamy dla danej liny:

$$(\mu)_z=P\mu_0\,l\,\frac{1+\frac{3}{4}\frac{\sin^2\beta}{m}}{1+\mu_0A_2}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(183),$$

$$(S_0)_z=P\mu_0 fE\,\frac{1+\frac{3}{4}\frac{\sin^2\beta}{m}}{1+\mu_0A_2}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(184),$$

$$(S_1)_z=P\mu_0 fE\cos^2\beta\,\frac{1+\frac{\sin^2\beta}{4m}-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{2m}}{1+\mu_0A_2}\;.\;.\;.\qquad(185),$$

$$(S_2)_z=P\mu_0 fE\cos^2\beta\,\frac{1-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{4m}}{1+\mu_0A_2}\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(186).$$

Analogicznie do równań (155), (156) i (157):

$$(\mu)_z=\mu\,.\,Z\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(187),$$

$$(S_0)_z=\mu\,.\,Z\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(188),$$

$$(S_1)_z=\mu\,.\,Z_1\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(189),$$

$$(S_2)_z=\mu\,.\,Z_2\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(190),$$

gdzie:

$$Z=\frac{1+\frac{3}{4}\frac{\sin^2\beta}{m}}{1+\mu_0A_2}\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(191),$$

$$Z_1=\frac{1+\frac{\sin^2\beta}{4m}-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{2m}}{1+\mu_0A_2}\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(192),$$

$$Z_2=\frac{1-\frac{\operatorname{tg}^2\beta}{4m}}{1+\mu_0A_2}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(193).$$

Jako cyfrowy przykład obieram sobie przykład wyżej obliczony dla skrętki jednowarstwowej; w tym razie, oprócz wyżej przyjętych cyfrowych danych, przyjąć należy, iż: $i_2=12$, otrzymamy wtedy:

$$\mu_0=\frac{1}{fE(1+6\,.\,0{,}860+12\,.\,0{,}860)}=\frac{1}{fE}\,0{,}0606,$$

$$A_2=\frac{3}{4}\,0{,}095\,.\,0{,}3\left(1+\frac{6}{3}\,0{,}860-\frac{2\,.\,6}{3}\,0{,}951-\frac{12}{3}\,0{,}951\right).\,fE=$$

$$=-0{,}105\,fE,$$

$$Z=\frac{1+\frac{3}{4}\,0{,}095\,.\,0{,}3}{1-0{,}0606\,.\,0{,}105}=\frac{1+0{,}021}{1-0{,}006}=1{,}027,$$

$$Z_1=\frac{1+\frac{1}{4}\,0{,}095\,.\,0{,}3-0{,}106\,.\,0{,}15}{1-0{,}006}=$$

$$=\frac{1+0{,}007-0{,}016}{1-0{,}006}=1-0{,}003=0{,}987,$$

$$Z_2=\frac{1-0{,}106\,.\,0{,}075}{1-0{,}006}=\frac{1-0{,}008}{1-0{,}006}=1-0{,}002=0{,}998,$$

W *danym* więc *wypadku*, wskutek zwężenia włókien, naprężenie w duszy powiększyło się o $\backsim 2{,}7\%$, naprężenia zaś we włóknach skręconych zmniejszyły się o $\backsim 0{,}2-0{,}3$ procentu.

Wogóle da się zauważyć, iż największym wpływom podlegają naprężenia duszy; wpływ ten wyrazi się kilkuprocentowem powiększeniem naprężenia. Wskutek tego powiększenia następuje zmniejszenie naprężenia we włóknach okręcających; zmniejszenie to nastąpi w znacznie mniejszym procencie, mniejszym niż $\frac{1}{2}\%$. Jeżeli dusza skrętki – włóknista, wpływ zwężenia będzie prawie żaden.

Te i tym podobne specyalizowania ogólnych wzorów (126), (127) i (128) oznaczy nam w każdym wypadku wpływ zwężenia włókien na naprężenia pierwotne.

W obliczeniach cyfrowych przyjąć możemy, w celu skrócenia rachunku, iż wyższe potęgi wyrazów $\sin^2\beta$ i $\operatorname{tg}^2\beta$ można przyrównać do zera t. j. $(\sin^2\beta)^n=(\operatorname{tg}^2\beta)^n=0$, jeżeli $n>1$; po większej części można przyjąć, iż $\beta_1=\beta_2=\beta_3=\ldots=\beta$, wreszcie iż: $\frac{1+x}{1-y}=1+(x+y)$ jeżeli x i $y<1$.

Wzory wyprowadzone w niniejszej pracy, jak również wyprowadzone w poprzednich moich pracach, dają dużo materyału do analitycznych badań, i mogą stać się źródłem do przeprowadzenia odpowiednich zmian w budowie lin.

Ponieważ wszystkie wzory wyrażające stosunek równowagi czy też ruchu sił, znajdują jednocześnie wyjaśnienie przez geometryczne właściwości danego układu, można więc z wzoru np. (33) wyprowadzić stosunek promieni krzywizn, włókna skręconego i jego osi skręcenia, a stąd wzór dla samych krzywych, które, zdaje się, są dotychczas nieuwzględnione przez geometryę analityczną; trudność będzie, prawdopodobnie, polegała w wyborze odpowiedniego systemu rzędnych, za których pomocą zechcemy przedstawić dane krzywe jako najprostszą funkcyę tychże rzędnych.

Teorya więc lin przedstawia jeszcze duże pole do pracy, jak w kierunku statycznych obliczeń tak i w kierunku analityczno-geometrycznych badań. Pozostawiając wszystkie te kwestye otwartemi, w następnej swej pracy podam obliczenie lin, których końce, niosące dany ciężar, mają możność obrotu.