

ROZDZIAŁ XI.

Linja dalekonośna jednofazowa.

§ 51. Indukcyjność.

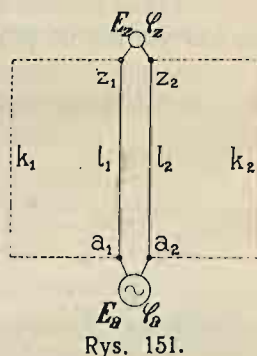
Zmienne pole magnetyczne, wzbudzone wokół przewodów przez prąd zmienny, wznicią w tych samych przewodach siłę elektromotoryczną indukcji własnej, która podąża za prądem z opóźnieniem 90° . Siła elektromotoryczna indukcji własnej dodaje się geometrycznie do napięcia roboczego, przyczem następuje zwykle pewne obniżenie się tego napięcia. Samoindukcyjną stratą napięcia nazywamy napięcie równe sile elektromotorycznej indukcji własnej, lecz o kierunku przeciwnym, a więc wyprzedzającym prąd o 90° . Zamiast dodawać do napięcia roboczego siłę elektromotoryczną samoindukcji, będziemy od tego napięcia odejmowali samoindukcyjną stratę napięcia.

W krótkich torach prądu zmiennego indukcyjna strata napięcia jest nieznaczna i może być w rachunku pominięta. W rozdziałach IX i X uwzględnialiśmy tylko stratę omową, którą obecnie będziemy oznaczali przez $\overline{\Delta E}^r$.

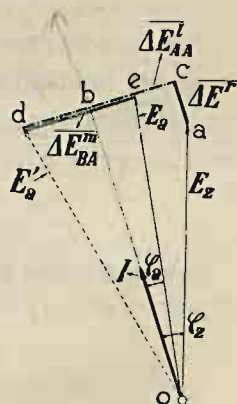
Strata napięcia wskutek indukcji własnej $\overline{\Delta E}_{AA}^l$ równa się iloczynowi z natężenia prądu I , współczynnika liczbowego 2π , częstotliwości f i współczynnika indukcji własnej L_{AA} w henrach:

$$\overline{\Delta E}_{AA}^l = I 2 \pi f L_{AA}. \quad (137)$$

Wyobraźmy sobie obwód prądu jednofazowego $a_1 k_1 z_1 z_2 k_2 a_2$ (na rys. 151 — linje przerywane), zmontowany w ten sposób, że oba przewody, łączące prądnice z odbiornikiem, biegną zdala od siebie. Budujemy dla tego obwodu wykres wektorowy (rys. 152). Odkładamy napięcie u odbiornika E_r (wektor \overline{oa}).



Rys. 151.



Rys. 152.

Przypuśćmy, że odbiornik przedstawia opór pojemnościowy, a więc wektor prądu I odkładamy z wyprzedzeniem φ_s . Do napięcia E_s dodajemy geometrycznie:

- 1) stratę omową $\overline{\Delta E}^r$ (wektor \overline{ac}) w kierunku prądu I ;
- 2) stratę samoindukcyjną $\overline{\Delta E}_{AA}^l$ (wektor \overline{cd}) w kierunku, wyprzedzającym prąd I o kąt 90° .

W wyniku otrzymujemy napięcie, które będzie panowało u źródła prądu E'_a (wektor \overline{od}):

$$\hat{E}_s + \overset{\wedge}{\Delta E}^r + \overset{\wedge}{\Delta E}_{AA}^l = \hat{E}'_a.$$

Gdy w pobliżu przewodu biegnie inny przewód prądu zmiennego, po którym płynie prąd I , wówczas przybiera nowe pole magnetyczne i nowa siła elektromotoryczna indukcji wzajemnej. Strata napięcia wskutek indukcji wzajemnej wyraża się wzorem, podobnym do (137):

$$\overline{\Delta E}_{BA}^m = I^2 \pi f M_{BA}, \quad (138)$$

przyczem M_{BA} jest współczynnikiem indukcji wzajemnej.

Najbliżej przewodu biegnie zazwyczaj drugi przewód z tego samego toru o biegunowości przeciwnej, po którym płynie prąd o tym samym natężeniu I . Wówczas obce pole magnetyczne osłabia pole magnetyczne własne. Im bliżej położone są przewody względem siebie, tem większa następuje redukcja pola magnetycznego. Strata napięcia od indukcji wzajemnej $\overline{\Delta E}_{BA}^m$ w tym przypadku ma odwrotny kierunek, niż strata od indukcji własnej $\overline{\Delta E}_{AA}^l$. Gdy od straty napięcia $\overline{\Delta E}_{AA}^l$ odejmiemy zysk napięcia $\overline{\Delta E}_{BA}^m$, to otrzymamy wypadkową indukcyjną stratę napięcia $\overline{\Delta E}^l$.

$$\overline{\Delta E}_{AA}^l - \overline{\Delta E}_{BA}^m = \overline{\Delta E}^l = I^2 \pi f (L_{AA} - M_{BA}).$$

Wypadkowa indukcyjna strata napięcia wyraża się wzorem, podobnym do (137) i (138):

$$\boxed{\overline{\Delta E}^l = I^2 \pi f L}, \quad (139)$$

przyczem L jest współczynnikiem indukcji wypadkowej czyli indukcyjnością toru. Gdy w pobliżu przewodu biegnie tylko przewód biegunowości przeciwnej, wówczas indukcyjność wypadkowa równa się różnicy współczynników indukcji własnej i wzajemnej:

$$L = L_{AA} - M_{BA}.$$

Wróćmy do przykładu poprzedniego. Pozostawiając obciążenie i oporność toru bez zmiany, zbliżmy oba przewody ku sobie. W zmienionym obwodzie $a_1 l_1 z_1 z_2 l_2 a_2$ (na rys. 151 — linje ciągłe), poza indukcją własną, wystąpi działanie indukcji wzajemnej. Na wykresie wektorowym (rys 152) trzeba będzie do napięcia E_s dodać: 1) stratę omową, 2) stratę samoindukcyjną i 3) zysk napięcia od indukcji wzajemnej $\overline{\Delta E}_{BA}^m$ (wektor de) w kierunku, opóźniającym się względem prądu I o kąt 90° .

W wyniku otrzymamy napięcie źródła prądu E_a (wektor oe). Zamiast odkładać stratę od indukcji własnej \overline{cd} i zysk od indukcji wzajemnej \overline{de} , moglibyśmy odłożyć odrazu wypadkową stratę indukcyjną, obliczoną wg wzoru (139) w postaci wektora ce .

Indukcja wzajemna przewodu o biegunowości przeciwnej zmniejsza stratę napięcia, wywołaną indukcją własną.

Napięcie E_a , panujące u źródła, obliczymy z wykresu wektorowego (rys. 152), jako przeciwprostokątną eo w trójkącie obe :

$$E_a = \sqrt{\left[E_s \cos \varphi_s + \overline{\Delta E}^r \right]^2 + \left[E_s \sin (\pm \varphi_s) - \overline{\Delta E}^i \right]^2} \begin{matrix} (+\text{obciąż. pojemn.} \\ -\text{obciąż. induk.}) \end{matrix} \quad (140)$$

Przechodzimy do obliczenia współczynników indukcji. Współczynnik indukcji własnej l'_{AA} (w cm) pojedynczego przewodu elektrycznego A oblicza się wg wzoru ogólnego:

$$l'_{AA} = 2l \left(\ln \frac{2l}{r} - 1 + \frac{\mu}{4} \right), \quad (141)$$

a współczynnik indukcji wzajemnej m'_{BA} (w cm), wywołanej działaniem przewodu B na przewód A , —

$$m'_{BA} = 2l \left(\ln \frac{2l}{b} - 1 \right), \quad (142)$$

przyczem l jest długością przewodu A w cm ,

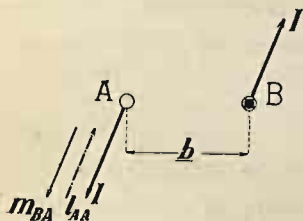
r „ promieniem przekroju przewodu A w cm ,

b „ odległością między przewodami A i B w cm (rys. 153),

μ „ przenikalnością magnetyczną materiału przewodu A .

Opierając się na tych wzorach zasadniczych, możemy dla każdego przykładu obliczyć indukcyjność wypadkową. Indukcyjność pojedynczych przewodów będziemy oznaczali literami małymi: $l_A, l_B \dots$, a indukcyjność torów lub całej linii — literami wielkimi: $L_1, L_2, \dots L$.

1. *Linja jednotorowa.* Rys. 153 przedstawia przekrój dwóch przewodów A i B wspólnego toru elektrycznego. Strzałkami oznaczamy kierunki prądów, płynących w pewnym momencie: w przewodzie A prąd



Rys. 153.

I płynie ku nam, w przewodzie B —od nas. W przewodzie A w tym samym momencie prąd indukcyjności własnej l_{AA} będzie, zgodnie z prawem Lenza, skierowany odwrotnie, niż prąd I w przewodzie A , a prąd indukcyjności wzajemnej m_{BA} będzie skierowany odwrotnie, niż prąd I w przewodzie B . Stąd wniosek, że w tym przykładzie indukcyjność wypadkowa przewodu A równa się różnicy indukcyjności własnej i wzajemnej:

$$l_A = l_{AA} - m_{BA}.$$

Zresztą, do tego samego wniosku doszliśmy już poprzednio drogą innego rozumowania.

Zamiast współczynników l_{AA} , m_{BA} , podstawiamy ich wartości wg wzorów: (141), (142) i otrzymujemy, przyjmując jednakową długość l dla obu przewodów:

$$l'_A = l'_{AA} - m'_{BA} = 2l \left(\ln \frac{2l}{r} - 1 + \frac{\mu}{4} \right) - 2l \left(\ln \frac{2l}{b} - 1 \right) = 2l \left(\ln \frac{b}{r} + \frac{\mu}{4} \right).$$

Wyprowadzony wzór przekształcimy w ten sposób, aby dawał indukcyjność na 1 km długości przewodu ($l = 10^5$ cm), aby indukcyjność była wyrażona nie w jednostkach (cgs), lecz w henrach ($\times 10^{-9}$), a jednocześnie zamieniamy logarytmy naturalne na zwyczajne ($\times 2,3$):

$$l_A = \left(4,6 \log \frac{b}{r} + \frac{\mu}{2} \right) 10^{-4}, \text{ w jednostkach } H/km. \quad (143)$$

Indukcyjność toru, złożonego z dwóch przewodów jednakowych, będzie dwa razy większa:

$$L = l_A + l_B = 2 l_A.$$

Przykład 69. Tor elektryczny o długości 2,5 km ma zasilać na krańcu silnik asynchroniczny o mocy 40 kW przy $\cos \varphi = 0,8$. Obciążenie indukcyjne. Prąd jednofazowy o napięciu 3000 V i częstotliwości 50. Zaprojektować napowietrzne przewody żelazne $\left(k = 7,34 \frac{m}{\Omega mm^2} \right)$ z dopuszczeniem 5% straty mocy i obliczyć spadek napięcia. Odległość między przewodami 100 cm.

Prąd przewodowy:

$$I = \frac{40\,000}{3\,000 \cdot 0,8} = 16,7 \text{ A}.$$

Największa dopuszczalna oporność całego toru przy 5% straty mocy ($\Delta P_{dzw} = 2000 \text{ W}$):

$$R = \frac{2000}{16,7^2} = 7,17 \, \Omega,$$

a oporność jednego kilometra przewodu pojedynczego:

$$7,17 : 5 = 1,43 \, \Omega/\text{km}$$

Zwracamy się do tablicy X, wybieramy gatunek żelaza „H000” i próbujemy zastosować przekrój 95 mm^2 . Gęstość prądu wypada:

$$J = 16,7 : 95 = 0,18 \text{ A/mm}^2.$$

Przewodnik o przekroju 95 mm^2 , skręcony z 37-miu drucików, przy gęstości prądu $0,4 \text{ A/mm}^2$ wykazuje $1,5 \, \Omega/\text{km}$, a przy 0 A/mm^2 (czyli bez uwzględnienia nasłórkowości)... $1,2 \, \Omega/\text{km}$. Przez interpolację znajdujemy, że przy $0,18 \text{ A/mm}^2$ oporność pojedynczego przewodu wyniesie $1,34 \, \Omega$ na 1 km , a oporność całego toru:

$$R = 5 \cdot 1,34 = 6,7 \, \Omega.$$

Oporność ta nie przekracza granicy dopuszczalnej, wobec tego możemy pozostać przy

$$s = 95 \text{ mm}^2;$$

promień tego przekroju wynosi (tabl. VII):

$$r = 0,62 \text{ cm}.$$

Obliczamy indukcyjność przewodu na 1 km długości wg wzoru (143), przy czym przenikalność materiału znajdujemy z tablicy XII zapomocą interpolacji. Dla $J = 0,4 \text{ A/mm}^2$... $\mu = 40$, dla $J = 0$... $\mu = 1$, a więc dla $J = 0,18 \text{ A/mm}^2$... $\mu = 18$.

$$l_A = \left(4,6 \cdot \log \frac{100}{0,62} + \frac{18}{2} \right) 10^{-4} = 0,00192 \text{ H/km}.$$

Indukcyjność wypadkowa całego toru:

$$L = 0,00192 \cdot 2 \cdot 2,5 = 0,0096 \text{ H}.$$

Omiowa strata napięcia:

$$\overline{\Delta E}^r = 16,7 \cdot 6,7 = 111,9 \text{ V},$$

a indukcyjna strata napięcia:

$$\overline{\Delta E}^l = 16,7 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 0,0096 = 50,3 \text{ V}.$$

Wobec tego napięcie u źródła wyniesie, zgodnie ze wzorem (140):

$$E_a = \sqrt{[3000 \cdot 0,8 + 111,9]^2 + [3000 \cdot (-0,6) - 50,3]^2} = 3120 \text{ V},$$

a spadek napięcia:

$$\Delta E_{as} = 3120 - 3000 = 120 \text{ V}.$$

Wzór (143) dla materiałów niemagnetycznych, jak np. miedź, można przekształcić, uwzględniając, że przenikalność magnetyczna μ będzie równa jedności:

$$l_A = \left(4,6 \log \frac{b}{r} + \frac{1}{2} \right) 10^{-4} = 4,6 \left(\log \frac{b}{r} + 0,108 \right) 10^{-4} = \\ = 4,6 \left(\log \frac{b}{r} - \log 0,78 \right) 10^{-4}.$$

A więc indukcyjność jednego przewodu wyrazi się wzorem:

$$l_A = 4,6 \left(\log \frac{b}{0,78r} \right) 10^{-4}, \text{ w jednostkach } H/km, \quad (144)$$

a indukcyjność obu przewodów czyli toru będzie dwa razy większa.

Przykład 70. Zaprojektować tor elektryczny wg warunków przykładu poprzedniego, z tą tylko zmianą, że przewody będą miedziane.

Przekrój przewodów:

$$s = \frac{2 \cdot 16,7^2 \cdot 2\,500}{57 \cdot 2\,000} = 12,4 \approx 16 \text{ mm}^2 \quad (r = 0,26 \text{ cm}),$$

indukcyjność wypadkowa całego toru:

$$L = 4,6 \left(\log \frac{100}{0,78 \cdot 0,26} \right) 10^{-4} \cdot 2 \cdot 2,5 = 0,0062 \text{ H},$$

omowa strata napięcia:

$$\Delta E^r = \frac{2 \cdot 16,7 \cdot 2\,500}{57 \cdot 16} = 91 \text{ V},$$

indukcyjna strata napięcia:

$$\Delta E^l = 16,7 \cdot 2 \pi 50 \cdot 0,0062 = 32,5 \text{ V},$$

napięcie u źródła prądu:

$$E_a = \sqrt{[3\,000 \cdot 0,8 + 91]^2 + [3\,000 \cdot (-0,6) - 32,5]^2} = 3\,092,4 \text{ V},$$

spadek napięcia:

$$\Delta E_{az} = 3\,092,4 - 3\,000 = 92,4 \text{ V}.$$

Z porównania wyników przykładu 69-go i 70-go widać, że przewody z materiału magnetycznego wykazują w jednakowych warunkach większą indukcyjność i dają większe indukcyjne straty napięcia i większe spadki, niż z materiału niemagnetycznego.

Wzór (144) jest ważny dla kabli skręconych bez żadnych zmian, przyczem b oznacza odległość między osiami obu żył (rys. 159). Ponie-

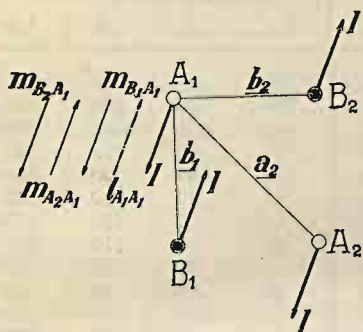
Tablica XII. *Przenikalność magnetyczna przewodu żelaznego.*

Przekrój w mm ²	Liczba drutów skręconych i ich średnica w mm	Gatunek H 00; wytrzymał. 70 kg/mm ² ; $k =$ $= 7,34 \frac{m}{\Omega \text{ mm}^2}$				Gatunek H 000; wytrzymał. 70 kg/mm ² ; $k =$ $= 8,81 \frac{m}{\Omega \text{ mm}^2}$			
		gęstość prądu w A/mm ²				gęstość prądu w A/mm ²			
		0,4	0,7	1,0	1,3	0,4	0,7	1,0	1,3
1	1 × 1,1	320	650	700	750	320	650	700	750
1,5	1 × 1,4	280	580	680	720	280	580	680	720
2,5	1 × 1,8	240	520	640	680	240	520	640	680
"	7 × 0,7	50	80	110	130	50	80	110	140
4	1 × 2,3	200	480	600	640	200	480	600	640
"	7 × 0,9	60	80	110	120	60	80	110	140
6	7 × 1,1	60	80	110	120	60	80	110	140
10	7 × 1,4	60	80	100	110	60	90	110	130
16	7 × 1,7	70	80	100	100	70	90	110	120
"	19 × 1,1	40	60	70	80	40	60	70	80
25	7 × 2,2	70	70	90	90	70	100	110	110
"	19 × 1,3	60	60	70	70	60	70	70	80
35	7 × 2,5	70	70	90	90	80	100	110	100
"	19 × 1,6	50	60	60	70	50	70	70	70
50	7 × 3,0	75	75	80	80	90	100	110	95
"	19 × 1,8	50	60	60	60	50	60	70	70
"	37 × 1,3	40	60	70	70	40	60	70	70
70	19 × 2,2	50	60	60	60	60	70	60	60
"	37 × 1,6	40	50	60	60	40	50	60	60
95	19 × 2,5	50	60	60	60	60	60	60	60
"	37 × 1,8	40	50	50	50	40	50	50	50
"	7 × 7 × 1,6	20	30	40	50	20	30	40	50
120	37 × 2,0	50	50	50	50	50	50	50	50
"	7 × 7 × 1,8	20	30	30	40	20	30	30	40
150	37 × 2,3	50	50	50	40	50	50	50	40
"	7 × 7 × 2,0	20	30	30	30	20	30	30	30

Tablica XIII. *Grubość warstw izolacyjnych w kablach.*Napięcie nominalne
międzyprzewodowe.Grubość warstw izolacyjnych
między żyłami i między żyłą
a ołowiem.

750 V	2 — 2,5 mm
2000 "	2,8
3000 "	3
5000 "	3,6 — 4,4
6000 "	4 — 4,8
10000 "	5,5 — 7,5
15000 "	8,0 — 10,5
25000 "	11,5 — 12,5
50000 "	17

waż odstęp b w przewodach napowietrznych wynosi kilkadziesiąt, a nawet kilkaset centymetrów, a w kablach — tylko kilka centymetrów, przeto indukcyjność przewodów napowietrznych jest znacznie większa, niż kablów.



Rys. 154.

2. Linia dwutorowa. Rys. 154 przedstawia przekrój linii dwutorowej czyli czterech przewodów. Po jednej stronie stupa biegają przewody pierwszego toru: A_1 , B_1 , po drugiej stronie — przewody drugiego toru: B_2 , A_2 . Przewody A_1 i A_2 są jednakowej biegunowości i połączone są ze sobą równolegle; to samo tyczy się przewodów B_1 i B_2 . Strzałkami oznaczamy kierunki prądów, płynących w pewnym momencie: w przewodach A_1 i A_2 prąd płynie ku nam, w przewodach zaś

B_1 i B_2 — od nas. Oznaczmy odległości przewodu A_1 od B_1 przez b_1 , od B_2 przez b_2 i od A_2 przez a_2 i rozpatrzmy kierunki prądów indukcyjnych w przewodzie A_1 . Prądy indukcji własnej $l_{A_1A_1}$ i indukcji wzajemnej $m_{A_2A_1}$, — będą skierowane odwrotnie, niż prądy w A_1 i A_2 , a prądy indukcji wzajemnej $m_{B_1A_1}$ i $m_{B_2A_1}$ — odwrotnie, niż prądy w B_1 i B_2 . Indukcja wypadkowa przewodu A_1 wyrazi się sumą algebraiczną:

$$l_{A_1} = l_{A_1A_1} + m_{A_2A_1} - m_{B_1A_1} - m_{B_2A_1},$$

$$l'_{A_1} = 2l \left\{ \left(\ln \frac{2l}{r_1} - 1 + \frac{\mu}{4} \right) + \left(\ln \frac{2l}{a_2} - 1 \right) - \left(\ln \frac{2l}{b_1} - 1 \right) - \left(\ln \frac{2l}{b_2} - 1 \right) \right\}.$$

Sprowadzając ten wzór na 1 km, na henry i na logarytmy zwyczajne, otrzymamy:

$$l_{A_1} = \left(4,6 \log \frac{b_1 b_2}{r_1 a_2} + \frac{\mu}{2} \right) 10^{-4} \text{ w jednostkach } H/km,$$

a dla materiału niemagnetycznego:

$$l_{A_1} = 4,6 \left(\log \frac{b_1 b_2}{0,78 r_1 a_2} \right) 10^{-4} \text{ w jednostkach } H/km. \quad (145)$$

W naszym przykładzie (rys. 154) indukcyjność wszystkich czterech przewodów jest jednakowa:

$$l_{A_1} = l_{B_1} = l_{A_2} = l_{B_2} = l.$$

Indukcyjność każdego toru równa się sumie indukcyjności obu przewodów (indukcyjności, połączone w szereg!):

$$L_1 = l_{A_1} + l_{B_1} = 2l$$

$$L_2 = l_{A_2} + l_{B_2} = 2l.$$

Wreszcie indukcyjność całej linii dwutorowej otrzymamy, dzieląc indukcyjność jednego toru przez 2 (równe indukcyjności, połączone równolegle!):

$$L = \frac{1}{2} L_1 = \frac{1}{2} L_2 = l.$$

Tak więc, indukcyjność linii dwutorowej wypadła równa indukcyjności jednego z czterech przewodów, podczas gdy indukcyjność linii jednotorowej była dwa razy większa, niż w każdym przewodzie. A zatem indukcyjność linii dwutorowej przy tych samych odległościach jest dwa razy mniejsza od indukcyjności linii jednotorowej.

Rozszczepiając linię na dwa tory, osiągamy dwa razy mniejszą indukcyjność i nie tylko zyskujemy na pewności ruchu (wrazie zepsucia się jednego toru, może drugi tor pracować bez przerwy), ale jednocześnie osiągamy mniejsze spadki napięcia.

3. *Linja wielotorowa.* Przypuśćmy, że mamy linię, złożoną z n torów, połączonych równolegle (rys. 155):

$$A_1 - B_1; A_2 - B_2; \dots A_n - B_n; \dots A_n - B_n.$$

Stosując metodę strzałkową, znajdziemy indukcyjność wypadkową dowolnego przewodu A_1 :

$$l_{A_1} = (l_{A_1 A_1} + m_{A_2 A_1} + \dots + m_{A_n A_1} + \dots + m_{A_n A_1}) - \\ - (m_{B_1 A_1} + m_{B_2 A_1} + \dots + m_{B_n A_1} + \dots + m_{B_n A_1}).$$

Po wprowadzeniu wartości współczynników indukcji otrzymamy dla materiału niemagnetycznego:

$$l_{A_1} = 4,6 \left(\log \frac{b_1 b_2 \dots b_n \dots b_n}{0,78 r_1 a_2 \dots a_n \dots a_n} \right) 10^{-4} \text{ w jednostkach } H/km.$$

Wreszcie dla uproszczenia wzoru oznaczmy stosunek:

$$\frac{b_1 b_2 \dots b_n \dots b_n}{a_2 \dots a_n \dots a_n}$$

literą δ .

Wielkość δ jest to stosunek „iloczynu z odległości przewodu A_1 od wszystkich przewodów odmiennej biegunowości“ do „iloczynu z odległości przewodu A_1 od wszystkich przewodów tej samej biegunowości“.

Indukcyjność wypadkowa pojedynczego przewodu A_1 wyrazi się wzorem ogólnym:

$$\left| l_{A_1} = 4,6 \left(\log \frac{\delta}{0,78 r_1} \right) 10^{-4} \dots H/km \quad \delta = \frac{b_1 b_2 \dots b_n \dots b_n}{a_2 \dots a_n \dots a_n} \right|, \quad (146)$$

z którego można wyprowadzić wzory poprzednie: (144) i (145). Wielkość δ dla linii jednotorowej jest odstępem między przewodami:

$$\delta = b,$$

a dla linii wielotorowej będzie pewnym odstępem umyślonym, wyrażonym w *cm*.

Znalezione indukcyjności wszystkich przewodów dodajemy parami wg torów

$$L_1 = l_{A_1} + l_{B_1}; L_2 = l_{A_2} + l_{B_2}; \dots L_\alpha = l_{A_\alpha} + l_{B_\alpha}; \dots L_n = l_{A_n} + l_{B_n},$$

a następnie obliczamy indukcyjność całej linii n -torowej L z równania:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_\alpha} + \dots + \frac{1}{L_n}.$$

Gdyby indukcyjności wszystkich przewodów były jednakowe:

$$l_{A_1} = l_{A_2} = \dots l_{A_n} = l_{B_1} = l_{B_2} = \dots = l_{B_n} = l,$$

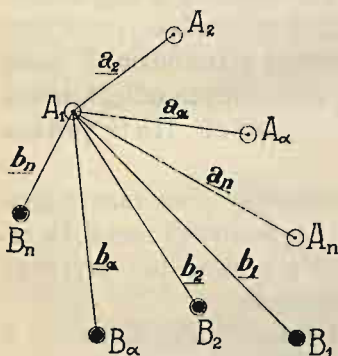
wówczas indukcyjność każdego toru L_α równałaby się podwójnej indukcyjności jednego przewodu:

$$L_\alpha = 2l,$$

a indukcyjność całej linii n -torowej L byłaby n razy mniejsza od indukcyjności toru pojedynczego:

$$\left| L = \frac{2l}{n} \right|.$$

Z im większej liczby torów składa się linja, tem mniejsza jest indukcyjność całej linji, a więc tem mniejszy jest spadek napięcia.



Rys. 155.

§ 52. Pojemność.

Przewód napowietrzny wraz z ziemią tworzą jakby kondensator: przewód i ziemia są okładzinami, a powietrze — dielektrykiem. Prąd zmienny, płynąc do odbiorników, musi po drodze ładować ten naturalny kondensator. Strata prądu na ładowanie $\overline{\Delta I}_{AA}^c$ czyli prąd ładowania wyprzedza napięcie o 90° i równa się iloczynowi z napięcia roboczego E , współczynnika liczbowego $2\pi \cdot 10^{-6}$, częstotliwości f i własnej pojemności przewodu C_{AA} , wyrażonej w mikrofaradach:

$$\overline{\Delta I}_{AA}^c = E 2\pi f C_{AA} 10^{-6}. \quad (a)$$

Wróćmy do obwodu $a_1 k_1 z_1 z_2 k_2 a_2$ (rys. 151 — linje przerywane), zmontowanego w ten sposób, że oba przewody biegną zdala od siebie, i zbudujemy dla tego obwodu wykres wektorowy. Przypuśćmy, że napięcie robocze E ma na całej długości toru jednakowy kierunek (rys. 156 — wektor oa) i że odbiornik na krańcu toru przedstawia opór pojemnościowy. Kreślimy wektor ob prądu odbieranego I_z z wyprzedzeniem φ_z . Do prądu tego dodajemy stratę na ładowanie $\overline{\Delta I}_{AA}^c$ (wektor bc prostopadły do E) i otrzymujemy prąd I_a' (wektor oc), wysyłany ze źródła.

Gdy w pobliżu przewodu biegnie inny przewód np. drugi przewód odmiennie biegunowości z tego samego toru, wówczas obok kondensatora:

przewód A — powietrze — ziemia

o pojemności własnej C_{AA} , wyobrażamy sobie drugi kondensator:

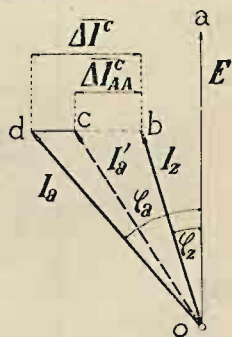
przewód A — powietrze — przewód B

o pojemności wzajemnej C_{BA} . Oba te kondensatory razem przedstawiają pojemność wypadkową C :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{AA}} + \frac{1}{C_{BA}}. \quad (b)$$

Im bliżej są przewody względem siebie położone, tem pojemność wypadkowa C jest większa. Wypadkowy prąd ładowania czyli strata prądu wskutek wypadkowej pojemności linii wyraża się wzorem:

$$\overline{\Delta I}^c = E 2\pi f C 10^{-6}. \quad (147)$$



Rys. 156.

Zbliźmy w przykładzie naszym oba przewody ku sobie, a otrzymamy obwód $a, l_1 z_1 z_2 l_2 a_2$ (rys. 151 — linie ciągłe) o zwiększonej pojemności wypadkowej C . Strata prądu na ładowanie $\overline{\Delta I^o}$, obliczona wg wzoru (147), będzie większa, niż poprzednio, i wyrazi się dłuższym wektorem \overline{bd} (rys. 156). Prąd, wysyłany ze źródła, $I_a(\overline{od})$ znajdziemy, jako sumę geometryczną prądów: $I_s(\overline{ob})$, $\overline{\Delta I^c}(\overline{bd})$:

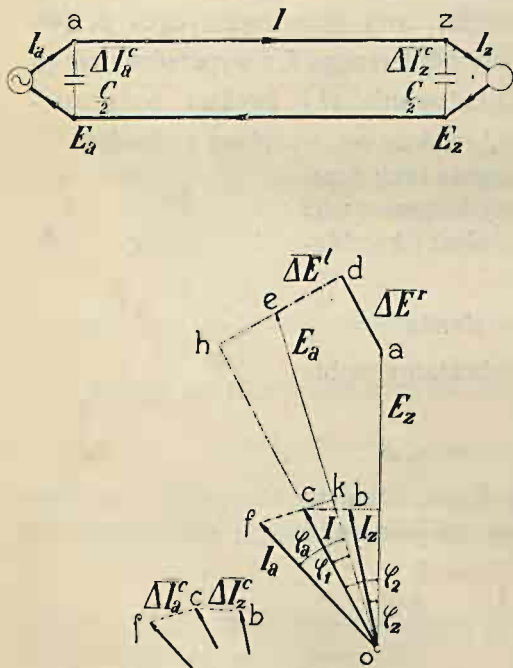
$$\hat{I}_a = \hat{I}_s + \hat{\Delta I^c}.$$

Pojemność wzajemna przewodu przeciwnej biegowości zwiększa stratę prądu, wywołaną pojemnością własną.

W obliczeniu powyższym nie braliśmy na uwagę strat napięcia i wyobrażaliśmy sobie, że pojemność toru jest jakby ześrodkowana w jednym punkcie. Obecnie zadanie rozszerzymy, uwzględniając straty

napięcia i przypuszczając, że pojemność skupia się w dwóch punktach (rys. 157): 1) połowa pojemności na początku toru, a 2) druga połowa — na końcu. W rzeczywistości pojemność rozkłada się równomiernie wzdłuż całej linii. Skupianie pojemności w dwóch punktach ma na celu tylko uproszczenie wykresu wektorowego.

Budowę tego wykresu (rys. 157) rozpoczynamy od krańca toru. Odkładamy napięcie u odbiornika E_s (wektor \overline{oa}) i prąd odbiornika $I_s(\overline{ob})$, wyprzedzający o kąt φ_s . Po obliczeniu pojemności dla całej linii ... C dzielimy ją na dwie połowy. Znajdujemy prąd ładowania $\overline{\Delta I_s^c}$ umyślnego kondensatora



Rys. 157.

na końcu linii o pojemności $\frac{C}{2}$ przy napięciu E_s . Kreślimy wektor tego prądu w postaci odcinka \overline{bc} , prostopadłego do \overline{oa} . Prąd przewodowy I jest sumą geometryczną:

$$\hat{I} = \hat{I}_s + \hat{\Delta I}_s^c$$

i wyraża się wektorem \overline{oc} . Odkładamy stratę omową $\overline{\Delta E}^r$ w postaci odcinka \overline{ad} , równoległego do \overline{oc} , i stratę indukcyjną $\overline{\Delta E}^l$ w postaci \overline{de} , prostopadłego do \overline{oc} . Napięcie u źródła E_a jest sumą geometryczną:

$$\hat{E}_a = \hat{E}_s + \hat{\Delta E}^r + \hat{\Delta E}^l.$$

Wreszcie obliczamy prąd ładowania $\overline{\Delta I}_a^c$ dla umyślnego kondensatora na początku linii, odkładamy go w postaci odcinka \overline{cf} , prostopadłego do \overline{oe} , i znajdujemy prąd I_a (wektor \overline{of}), wypływający ze źródła:

$$\hat{I}_a = \hat{I} + \hat{\Delta I}_a^c.$$

Powyższe wartości można znaleźć drogą rachunkową. Z trójkąta prostokątnego, opartego o wektor oa , obliczymy prąd przewodowy I , jako przeciwprostokątną oc ...

$$\left. \begin{aligned} I &= \sqrt{\left[I_s \cos \varphi_s \right]^2 + \left[I_s \sin (\pm \varphi_s) + \overline{\Delta I}_s^c \right]^2} \\ \text{i kąt przesuwu na krańcu linii } \varphi_2 (\sphericalangle coa) \dots \\ \text{tg } \varphi_2 &= \frac{I_s \sin (\pm \varphi_s) + \overline{\Delta I}_s^c}{I_s \cos \varphi_s}, \end{aligned} \right\} \quad (148)$$

z trójkąta ohc — napięcie u źródła E_a ...

$$\left. \begin{aligned} E_a &= \sqrt{\left[E_s \cos \varphi_2 + \overline{\Delta E}^r \right]^2 + \left[E_s \sin (\pm \varphi_2) - \overline{\Delta E}^l \right]^2} \\ \text{i kąt przesuwu na początku linii } \varphi_1 (\sphericalangle hoe) \dots \\ \text{tg } \varphi_1 &= \frac{E_s \sin (\pm \varphi_2) - \overline{\Delta E}^l}{E_s \cos \varphi_2 + \overline{\Delta E}^r}, \end{aligned} \right\} \quad (149)$$

wreszcie z trójkąta ofk — prąd u źródła I_a ...

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \sqrt{\left[I \cos \varphi_1 \right]^2 + \left[I \sin (\pm \varphi_1) + \overline{\Delta I}_a^c \right]^2} \\ \text{i kąt przesuwu u źródła prądu } \varphi_a (\sphericalangle fok) \dots \\ \text{tg } \varphi_a &= \frac{I \sin (\pm \varphi_1) + \overline{\Delta I}_a^c}{I \cos \varphi_1}. \end{aligned} \right\} \quad (150)$$

Posiłkując się temi wzorami, należy uwzględniać znaki (+ i —) w sinusach kątów przesuwu fazy (+ prądy wyprzedzające napięcie, — prądy opóźniające się).

Przechodzimy do obliczania pojemności. Potencjał własny V_{AA} , w jednostkach (*cgs*), przewodu A (rys. 158) znajdziemy ze wzoru ogólnego:

$$\boxed{V_{AA} = 2 Q_A \ln \left(\frac{a'}{r} \right)}, \quad (151)$$

a potencjał wzajemny V_{BA} , w jednostkach (*cgs*), wywołany wpływem przewodu B na przewód A —

$$\boxed{V_{BA} = 2 Q_B \ln \left(\frac{b'}{b} \right)}, \quad (152)$$

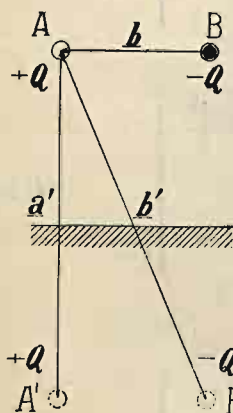
przyczem Q_A, Q_B są ładunkami elektrycznymi przewodu A , względnie przewodu B w (*cgs*);

r — promieniem przekroju przewodu A w *cm*;

b — odległością przewodu A od przewodu B w *cm* (rys. 158);

a' — odległością przewodu A od odbitki zwierciadlanej przewodu A w *cm* (rys. 158);

b' — odległością przewodu A od odbitki zwierciadlanej przewodu B w *cm* (rys. 158).



Rys. 158.

Opierając się na tych wzorach zasadniczych, możemy dla każdego przykładu wyprowadzić pojemność wypadkową. Pojemność pojedynczych przewodów będziemy oznaczali literami małymi: $c_A, c_B \dots$, a pojemność torów lub całej linii — literami wielkimi: $C_1, C_2, \dots C$.

1. *Linja jednotorowa* (rys. 158). W momencie, gdy przewód A ma największy ładunek elektryczny (+ Q), przewód odwrotnej biegunowości B ma ładunek (— Q).

$$V_{AA} = +2 Q \ln \left(\frac{a'}{r} \right) \quad V_{BA} = -2 Q \ln \left(\frac{b'}{b} \right).$$

Potencjał wypadkowy przewodu A będzie się równał sumie algebraicznej:

$$V_A = V_{AA} + V_{BA} = 2 Q \left[\ln \left(\frac{a'}{r} \right) - \ln \left(\frac{b'}{b} \right) \right],$$

a pojemność przewodu na długości 1 *cm* — ilorazowi ładunku przez potencjał:

$$c'_A = \frac{Q}{V_A} = \frac{1}{2 \ln \left(\frac{a' b}{r b'} \right)} \text{ w jednostkach (cgs).}$$

Wzór ten sprowadzamy na 1 *km* ($\times 10^5$), do jednostek praktycznych t. j. mikrofaradów ($\times \frac{1}{9 \cdot 10^5}$), a jednocześnie zamieniamy logarytmy naturalne na zwyczajne ($\times \frac{1}{2,3}$):

$$c_A = \frac{0,0242}{\log \left(\frac{a' b}{r b'} \right)} \text{ w jednostkach } \mu F/km. \quad (153)$$

Pojemność toru o dwóch przewodach jednakowej pojemności będzie dwa razy mniejsza:

$$C = \frac{c_A}{2} = \frac{c_B}{2}.$$

Przykład 71. Tor napowietrzny o długości 75 *km* ma zasilać na krańcu instalację o mocy 3000 *kW* przy obciążeniu indukcyjnym i przy $\cos \varphi = 0,8$. Napięcie robocze na krańcu 60 000 *V*, częstotliwość 50. Projektują się przewody miedziane o przekroju 35 *mm*² ($r = 0,38$ *cm*), zawieszane na wysokości 900 *cm* od ziemi, w odstępnie jeden od drugiego 160 *cm*. Obliczyć spadek napięcia, spadek prądu i stratę mocy.

Prąd przewodowy u odbiornika:

$$I_s = \frac{3000\,000}{60\,000 \cdot 0,8} = 62,5 \text{ A},$$

pojemność jednego przewodu wg wzoru (153):

$$c_A = \frac{0,0242}{\log \left(\frac{1800 \cdot 160}{0,38 \cdot 1806} \right)} = 0,0092 \mu F/km,$$

pojemność całego toru:

$$C = 0,0092 \cdot \frac{1}{2} \cdot 75 = 0,345 \mu F,$$

prąd ładowania na krańcu toru:

$$\overline{I}_z^e = 60\,000 \cdot 2\pi 50 \cdot \frac{0,345}{2} 10^{-6} = 3,26 \text{ A},$$

prąd przewodowy:

$$I = \sqrt{[62,5 \cdot 0,8]^2 + [62,5 (-0,6) + 3,26]^2} = 60,6 \text{ A}$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{62,5 \cdot (-0,6) + 3,26}{62,5 \cdot 0,8} = -34^{\circ}20',$$

strata napięcia omowa:

$$\overline{\Delta E^r} = \frac{2 \cdot 60,6 \cdot 75\,000}{57 \cdot 35} = 4557 \text{ V},$$

indukcyjność jednego przewodu wg wzoru (144):

$$l_A = 4,6 \left(\log \frac{160}{0,78 \cdot 0,38} \right) \cdot 10^{-4} = 0,00126 \text{ H/km},$$

Indukcyjność całego toru:

$$L = 0,00126 \cdot 2 \cdot 75 = 0,189 \text{ H},$$

strata napięcia indukcyjna:

$$\overline{\Delta E^l} = 60,6 \cdot 2 \pi \cdot 50 \cdot 0,189 = 3598 \text{ V},$$

napięcie u źródła prądu:

$$E_a = \sqrt{[60\,000 \cos 34^\circ 20' + 4557]^2 + [60\,000 \sin (-34^\circ 20') - 3598]^2} = 65\,805 \text{ V},$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{60\,000 \sin (-34^\circ 20') - 3598}{60\,000 \cos 34^\circ 20' + 4557} = -34^\circ 30',$$

prąd ładowania na początku toru:

$$\Delta I_a^c = 65\,805 \cdot 2 \pi \cdot 50 \cdot \frac{0,345}{2} \cdot 10^{-6} = 3,56 \text{ A},$$

prąd u źródła:

$$I_a = \sqrt{[60,6 \cos 34^\circ 30']^2 + [60,6 \sin (-34^\circ 30') + 3,56]^2} = 58,6 \text{ A},$$

$$\varphi_a = \arctg \frac{60,6 \sin (-34^\circ 30') + 3,56}{60,6 \cos 34^\circ 30'} = -31^\circ 40', \quad \cos \varphi_a = 0,85$$

moc prądu wytwarzanego:

$$P_a = 58,6 \cdot 65\,805 \cdot 0,85 = 3\,277\,800 \text{ W},$$

spadek napięcia:

$$\Delta E_{az} = 65\,805 - 60\,000 = 5\,805 \text{ V},$$

spadek prądu:

$$\Delta I_{az} = 58,6 - 62,5 = -3,9 \text{ A (wzrost prądu!)}$$

i strata mocy:

$$\Delta P_{az} = 3\,277\,800 - 3\,000\,000 = 277\,800 \text{ W}.$$

We wzorze (153) można wprowadzić pewne uproszczenie. Porównajmy długość dwóch odstępów: a' i b' . Odstęp pierwszy jest podwójną wysokością zawieszenia przewodów, a drugi — wyraża się wzorem (p. rys. 158):

$$b' = \sqrt{(a')^2 + b^2}.$$

Odstęp między przewodami b jest znacznie mniejszy od podwójnej wysokości zawieszenia a' (w przykł. 71-ym: $b = 160 \text{ cm}$, $a' = 1800 \text{ cm}$), a przekątna b' tak niewiele przewyższa podwójną wysokość a' (w przykł. $b' = 1806 \text{ cm}$, $a' = 1800 \text{ cm}$), że nie popełnimy wielkiego błędu, przyjmując ich równość:

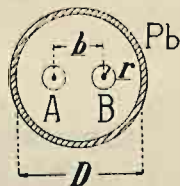
$$b' \approx a'.$$

Po skróceniu tych wielkości otrzymamy ze wzoru (153):

$$c_A \approx \frac{0,0242}{\log\left(\frac{b}{r}\right)} \text{ w jednostkach } \mu F/km. \quad (154)$$

Pojemność jednej żyły A w kablu dwużyłowym skręconym (rys. 159) wyraża się nieco odmiennym wzorem:

$$c_A = \frac{0,0242 \epsilon}{\log\left[\frac{b}{r} \cdot \frac{D^2 - b^2}{D^2 + b^2}\right]} \dots \mu F/km, \quad (155)$$



Rys. 159.

przyczem ϵ jest stałą dielektryczną materiału izolacyjnego ($= 3,6$ do $4,2$),

D — średnicą wewnętrzną powłoki ołowianej w cm ,

b — odległością między osiami żył w cm ,

r — promieniem przekroju żyły w cm .

Przykład 72. Tor elektryczny, jak w przykładzie 71-ym, ma być wykonany z kabla dwużyłowego. Grubość warstwy izolacyjnej między żyłami lub między żyłą a ołowiem (tabl XIII) 17 mm . Stała dielektryczna $3,9$. Obliczyć spadek napięcia, spadek prądu i stratę mocy.

Pojemność jednego przewodu wg wzoru (155):

$$b = 1,7 + 2 \cdot 0,38 = 2,46 \text{ cm} \quad D = 3 \cdot 1,7 + 4 \cdot 0,38 = 6,62 \text{ cm}$$

$$c_A = \frac{0,0242 \cdot 3,9}{\log\left[\frac{2,46}{0,38} \times \frac{6,62^2 - 2,46^2}{6,62^2 + 2,46^2}\right]} = 0,137 \mu F/km.$$

Pojemność całego toru:

$$C = 75 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0,137 = 5,1 \text{ } \mu F.$$

Kolejność obliczenia, jak w przykładzie poprzednim:

$$I_s = 62,5 \text{ A}; \quad c_A = 0,137 \text{ } \mu F/km; \quad C = 5,1 \text{ } \mu F; \quad \overline{\Delta I}_s^c = 48 \text{ A};$$

$$I = 51 \text{ A}; \quad \varphi_2 = + 11^\circ 50'; \quad \Delta E^r = 3830 \text{ V};$$

$$l_A = 4,6 \left(\log \frac{2,46}{0,78 \cdot 0,38} \right) 10^{-4} = 0,000423 \text{ H/km}; \quad L = 0,0634 \text{ H}; \quad \overline{\Delta E}^t = 1015 \text{ V};$$

$$E = \sqrt{[60\,000 \cdot 0,979 + 3830]^2 + [60\,000 \cdot (+0,205) - 1015]^2} = 64\,560 \text{ V};$$

$$\varphi_1 = + 11^\circ 40'; \quad \overline{\Delta I}_a^c = 51,8 \text{ A};$$

$$I_a = \sqrt{[51 \cdot 0,984]^2 + [51 \cdot (+0,176) + 51,8]^2} = 78,9 \text{ A};$$

$$\varphi_a = + 50^\circ 30' \text{ prąd u źródła wyprzedza napięcie}; \quad P_a = 3\,230\,000 \text{ W};$$

$$\Delta E_{as} = 4\,560 \text{ V}; \quad \Delta I_{as} = 16,4 \text{ A}; \quad \Delta P = 230\,000 \text{ W}.$$

Z porównania wzorów: (154), (155) widać, że pojemność kabli jest znacznie większa, niż przewodów napowietrznych. Wzór dla kabli ma większy licznik, wobec nowego mnożnika (ϵ), większego od jedności, i mniejszy mianownik, wobec znacznie mniejszego odstępów b i wskutek nowego mnożnika $\left(\frac{D^2 - b^2}{D^2 + b^2} \right)$, mniejszego od jedności. Pojemność toru kablowego w przykładzie 72-im wynosiła $5,1 \text{ } \mu F$, a pojemność toru napowietrzego (w przykładzie 71-ym) $0,345 \text{ } \mu F$. Indukcyjności ustosunkowane są odwrotnie: w torze kablowym (przykł. 72) $L = 0,0634 \text{ H}$, a w torze napowietrznym $0,189 \text{ H}$.

2. *Linja dwutorowa* (rys. 160). W momencie, gdy przewody A_1 i A_2 obarczone są ładunkiem $(+Q)$, przewody B_1 i B_2 będą miały ładunek $(-Q)$.

$$V_{A_1 A_1} = + 2Q \ln \left(\frac{a_1'}{r_1} \right) \quad V_{B_1 A_1} = - 2Q \ln \left(\frac{b_1'}{b_1} \right)$$

$$V_{B_2 A_1} = - 2Q \ln \left(\frac{b_2'}{b_2} \right) \quad V_{A_2 A_1} = + 2Q \ln \left(\frac{a_2'}{a_2} \right).$$

Potencjał wypadkowy przewodu A_1 równa się sumie algebraicznej:

$$V_{A_1} = V_{A_1 A_1} + V_{B_1 A_1} + V_{B_2 A_1} + V_{A_2 A_1} = 2Q \ln \left(\frac{a_1' b_1 b_2 a_2'}{r b_1' b_2' a_2} \right).$$

Stąd otrzymujemy pojemność przewodu A_1 :

$$c_{A_1} = \frac{0,0242}{\log \left(\frac{a_1' a_2' b_1 b_2}{r_1 a_2 b_1' b_2'} \right)} \text{ w jednostkach } \mu F/km.$$

W przewodach napowietrznych, zawieszonych wysoko, możemy przyjąć:

$$a_1' a_2' \approx b_1' b_2'$$

$$c_{A_1} \approx \frac{0,0242}{\log \left(\frac{b_1 b_2}{r a_2} \right)} \text{ w jednostkach } \mu F/km. \quad (156)$$

W naszym przykładzie pojemność wszystkich czterech przewodów jest jednakowa:

$$c_{A_1} = c_{B_1} = c_{A_2} = c_{B_2} = c.$$

Pojemność każdego toru jest dwa razy mniejsza:

$$C_1 = \frac{1}{2} c \quad C_2 = \frac{1}{2} c,$$

a pojemność całej linii dwutorowej równa się sumie:

$$C = C_1 + C_2 = c.$$

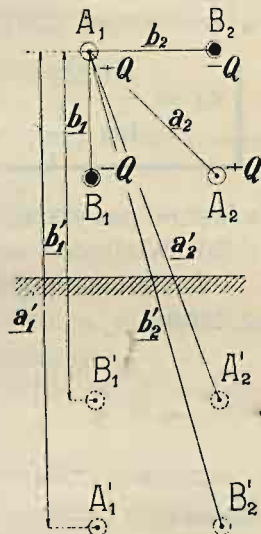
Tak więc, pojemność linii dwutorowej równa się pojemności jednego z czterech przewodów, podczas gdy pojemność linii jednotorowej była dwa razy mniejsza, niż w każdym przewodzie. Stąd wniosek, że pojemność linii dwutorowej przy tych samych odległościach jest dwa razy większa od pojemności linii jednotorowej.

Rozszczepiając linię na dwa tory, osiągamy dwukrotną pojemność. Zmniejsza się wprowadzenie spadku napięcia, ale зато powiększają się prądy ładowania.

3. *Linia wielotorowa*, złożona z n torów, połączonych równolegle (rys. 155):

$$A_1 - B_1; A_2 - B_2; \dots A_n - B_n.$$

Potencjał wypadkowy dowolnego przewodu A_1 wyniesie:



Rys. 160.

$$V_{A_1} = 2 Q \ln \left(\frac{b_1 b_2 \dots b_a \dots b_n}{r_1 a_2 \dots a_a \dots a_n} \cdot \underbrace{\frac{a_1' a_2' \dots a_a' \dots a_n'}{b_1' b_2' \dots b_a' \dots b_n'}}_{\approx 1} \right) \approx$$

$$\approx 2 Q \ln \left(\frac{b_1 b_2 \dots b_a \dots b_n}{r_1 a_2 \dots a_a \dots a_n} \right),$$

stąd pojemność tego przewodu wyrazi się wzorem ogólnym:

$$\left| c_{A_1} = \frac{0,0242}{\log \left(\frac{\delta}{r_1} \right)} \dots \mu F/km \quad \delta = \frac{b_1 b_2 \dots b_a \dots b_n}{a_2 \dots a_a \dots a_n} \right|. \quad (157)$$

Ze wzoru powyższego można wyprowadzić wzory poprzednie: (154) i (156). Wielkość δ we wzorze (157) jest ta sama, co we wzorze (146).

Znalezione pojemności wszystkich przewodów składowy parami wg torów:

$$C_1 = \frac{c_{A_1} c_{B_1}}{c_{A_1} + c_{B_1}}; C_2 = \frac{c_{A_2} c_{B_2}}{c_{A_2} + c_{B_2}}; \dots C_a = \frac{c_{A_a} c_{B_a}}{c_{A_a} + c_{B_a}}; \dots C_n = \frac{c_{A_n} c_{B_n}}{c_{A_n} + c_{B_n}},$$

a następnie dodajemy je dla otrzymania pojemności całej linii n -torowej:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_a + \dots + C_n.$$

Gdyby pojemności wszystkich przewodów były jednakowe:

$$c_{A_1} = c_{A_2} = \dots c_{A_n} = c_{B_1} = c_{B_2} = \dots c_{B_n} = c,$$

wówczas pojemność każdego toru C_a równałaby się połowie pojemności jednego przewodu:

$$C_a = \frac{1}{2} c,$$

a pojemność całej linii n -torowej C byłaby n razy większa od pojemności toru pojedynczego:

$$\left| C = \frac{nc}{2} \right|.$$

Z im większej liczby torów składa się linia, tem większa jest pojemność całej linii, a więc tem większa jest strata prądu na ładowanie.

Wogóle, im większa jest indukcyjność, tem mniejsza pojemność i odwrotnie. Iloczyn indukcyjności przez pojemność jest wielkością niemal stałą. Pomnóżmy indukcyjność jednego przewodu napowietrznego z materiału niemagnetycznego wg wzoru ogólnego (146) przez pojemność tego przewodu wg wzoru (157). Gdy zlekceważymy wpływ współczynnika liczbowego we wzorze (146) 0,78 i skrócimy wyrazy logarytmowe, to otrzymamy na 1 km długości:

$$l_{A_1} \cdot c_{A_1} \approx 4,6 \cdot 0,0242 \cdot 10^{-4} \approx 0,0000111 \text{ H} \cdot \mu\text{F}.$$

Przy uwzględnieniu współczynnika 0,78 iloczyn wypadła większy, zwykle w granicach:

$$l_{A_1} \cdot c_{A_1} \approx 0,0000111 \text{ do } 0,0000116,$$

np. w zadaniu 71-em:

$$l_{A_1} \cdot c_{A_1} = 0,00126 \cdot 0,0092 = 0,0000116 \text{ H} \cdot \mu\text{F}.$$

Dla kabli iloczyn ten wypadła znacznie większy, np. w zadaniu 72-em:

$$l_{A_1} \cdot c_{A_1} = 0,000423 \cdot 0,137 = 0,000058 \text{ H} \cdot \mu\text{F}.$$

§ 53. Upływność.

Najlepsze materiały izolacyjne nie mają oporności nieskończenie wielkiej, to też przez warstwy izolacyjne, oddzielające oba przewody toru elektrycznego, zawsze przepływa pewien prąd. Nazywamy to zjawisko upływem prądu przez izolację. W liniach niskiego napięcia straty wskutek upływu przez izolację są znikomo małe, natomiast w liniach dalekonośnych wysokiego napięcia wypadła nieraz liczyć się z temi stratami.

W liniach napowietrznych prąd upływa przez izolatory nawskroś i po powierzchni izolatorów. Pierwsza droga przedstawia oporność bardzo wielką, natomiast druga droga, gdy powierzchnie izolatorów są wilgotne lub gdy są pokryte pyłem, wykazuje oporność znacznie mniejszą. Wskutek tego przewodność izolatorów zależy w większym stopniu od kształtu izolatorów i od stanu pogody, niż od jakości materiału izolacyjnego.

W liniach kablowych prąd upływa na całej długości od jednej żyły do drugiej przez warstwy izolacyjne nawskroś. Przewodność tych warstw jest również wielkością zmienną, zależną głównie od wilgotności środowiska. Im wilgotniejsze jest środowisko, w którym spoczywa kabel, tem przewodność jest większa.

W liniach napowietrznych przy bardzo wysokiem napięciu prądu zmiennego daje się odczuwać, obok upływu prądu przez izolację, jeszcze upływ prądu od ulotu. Jest to zjawisko wyładowań elektrycznych z jednego przewodu na drugi wprost przez powietrze. W czasie tych wyładowań słychać pewien szmer czyli „trzask iskrowy“, a jednocześnie przewód pokrywa się białą świetlaną „koroną“. Podczas gdy upływ przez izolację w przewodach napowietrznych występuje przy każdym napięciu, — ulot prądu zachodzi dopiero wówczas, gdy napięcie przekroczy pewną granicę, zwaną napięciem krytycznem.

W liniach kablowych prądu zmiennego występuje jeszcze jedna strata prądowa — upływ od histerezy dielektrycznej.

Prądy ładowania, wywołane pojemnością linii (§ 52), są prądami bezwutowemi, natomiast prądy upływu przez izolację, prądy ulotu i histerezy dielektrycznej są prądami wutowemi. Wyobrażaliśmy sobie, że prądy ładowania płyną przez cały szereg kondensatorów, włączonych między oba przewody i rozłożonych równomiernie na całej długości toru. Tak samo będziemy wyobrażali sobie, że prądy upływu, ulotu i histerezy płyną przez cały szereg oporów bezindukcyjnych, również włączonych między oba przewody i rozłożonych równomiernie na całej długości toru.

Przewodność oporów umyślonych, po których płyną prądy upływu, ulotu i histerezy nazywamy upływnością. Odróżniamy upływności między obu przewodami A od upływności między przewodem a ziemią.... a . W torach jednofazowych wielkości pierwsze są dwa razy mniejsze od drugich (podwójna oporność, a więc przewodność połowiczna):

$$A = \frac{1}{2} a.$$

Zależnie od pochodzenia, rozróżniamy: 1) upływności przez izolację A^{iz} , a^{iz} , 2) upływności od ulotu A^{ul} , a^{ul} , 3) upływności od histerezy dielektrycznej A^{his} , a^{his} i wreszcie upływności wypadkowe, w skróceniu „upływności“ A . Upływność wypadkowa równa się sumie wszelkich upływności, a więc:

$$A = A^{iz} + A^{ul} + A^{his} \qquad a = a^{iz} + a^{ul} + a^{his}.$$

Zmierzywszy stratę mocy, wywołaną upływem prądu, możemy obliczyć upływność pojedynczego przewodu względem ziemi a wg wzoru:

$$a = \frac{\Delta p}{e^2}, \qquad (158)$$

w którym Δp oznacza stratę mocy na jeden przewód,
 e „ napięcie między przewodem a ziemią.

Prąd zaś, tracony wskutek upływności, $\overline{\Delta I^a}$ obliczymy z równania:

$$\overline{\Delta I^a} = ea. \quad (159)$$

1. *Upływność przez izolację.* Straty, wywołane upływem prądu przez izolację, jak już mówiliśmy wyżej, zależą w znacznej mierze od stanu pogody. Tak np. w pewnej instalacji zmierzono, że strata mocy od upływu przez izolację wynosiła średnio na jeden izolator:

0,05 W podczas suchej pogody, a dochodziła do

2,2 W „ deszczu, zmieszanego ze śniegiem, przy silnym wietrze.

Przy projektowaniu linii dalekośnej wysokiego napięcia można przyjąć, że oporność izolacji między przewodem a ziemią w warunkach najmniej sprzyjających może spaść do:

5 MΩ na 1 km długości linii napowietrznej, a

10 MΩ na 1 km długości linii kablowej.

Innymi słowy, możemy przyjąć, że upływność pojedynczego przewodu przez izolację do ziemi wynosi:

$$\left| \begin{array}{l} \text{w liniach napowietrznych} \quad a^{iz} \leq 0,000\,000\,2 \, \Omega^{-1}/\text{km} \\ \text{w liniach kablowych} \quad a^{iz} \leq 0,000\,000\,1 \, \Omega^{-1}/\text{km} \end{array} \right|. \quad (160)$$

2. *Upływność od ulotu.* Strata na ulot występuje przy takich tylko napięciach względem ziemi ... e , które przekraczają napięcie krytyczne.

Napięcie krytyczne e_{kr} względem ziemi nie ma wartości stałej, lecz zależy od elektrycznej pojemności linii, od grubości przewodu, od stanu jego powierzchni i od warunków atmosferycznych (od gęstości otaczającego powietrza). Napięcie krytyczne w voltach wyraża się wzorem:

$$\left| e_{kr} = 4\,590 \, m \frac{B}{273 + t^0} \cdot \frac{r}{c_{A_1}} \right|, \quad (161)$$

w którym B oznacza stan barometru w cm słupa rtęci,

t^0 — temperaturę powietrza w °C,

r — promień przekroju przewodu w cm,

c_{A_1} — wypadkową pojemność jednego przewodu (p. § 52) w μF na 1 km długości,

m — współczynnik, zależny od stanu powierzchni przewodu (współczynnik ten dla drutów nowych i zupełnie gładkich = 1, dla drutów starych = 0,98 do 0,88, wreszcie dla linek = od 0,89 do 0,72).

Strata na ulot zależy przede wszystkim od różnicy między napięciem względem ziemi a napięciem krytycznym ... $e - e_{kr}$, a następnie zależy od częstotliwości prądu ... f , od odległości między przewodami odmiennej biegunowości, od grubości przewodu i od warunków atmosferycznych. Strata mocy na ulot w przewodzie pojedynczym Δp^{ul} wyraża się następującym wzorem przybliżonym:

$$\left| \Delta p^{ul} = \frac{87,8 (273 + t^0)}{B} f \sqrt{\frac{r}{\delta}} (e - e_{kr})^2 10^{-8} \dots W/km \right|, \quad (162)$$

przyczem δ w linii jednotorowej jest odległością między przewodami odmiennej biegunowości ($\delta = b$), a w linii wielotorowej jest odległością umyślną, podaną we wzorach (146) i (157):

$$\delta = \frac{b_1 b_2 \dots b_a \dots b_n}{a_2 \dots a_a \dots a_n}.$$

Przykład 73. Linja napowietrzna o długości 50 km w postaci dwóch linek miedzianych, zawieszonych w odstępie wzajemnym 180 cm, prowadzi prąd zmienny o jednostajnym napięciu 100 000 V i częstotliwości 50. Obliczyć upływność toru od ulotu przy temperaturze $+18^\circ \text{C}$ i przy stanie barometru 75 cm dla dwóch przypadków: 1) gdy przewody będą miały przekrój 50 mm² i 2) ... 70 mm².

Przyjmujemy współczynnik stanu powierzchni $m = 0,8$;

$$B = 75 \text{ cm}; \quad t^0 = +18^\circ \text{C}; \quad b = 180 \text{ cm}.$$

1) Przekrój $s = 50 \text{ mm}^2$; $r = 0,45 \text{ cm}$ (tabl. VII);

$$c_A = \frac{0,0242}{\log \frac{180}{0,45}} = 0,00928 \mu F/km;$$

$$e_{kr} = 4590 \cdot 0,8 \cdot \frac{75}{273 + 18} \cdot \frac{0,45}{0,00928} = 45886 \text{ V}.$$

Strata mocy na ulot w przewodzie pojedynczym:

$$\Delta p^{ul} = \frac{87,8 (273 + 18)}{75} 50 \sqrt{\frac{0,45}{180}} (50000 - 45886)^2 10^{-8} = 144 \text{ W/km},$$

strata mocy w przewodzie pojedynczym na całej długości toru:

$$\Delta p^{ul} = 144 \cdot 50 = 7200 \text{ W},$$

upływność od ulotu na jednym przewodzie (wzór 158):

$$\alpha^{ul} = \frac{7200}{50000^2} = 0,00000288 \Omega^{-1},$$

upływność od ulotu na całym torze:

$$A^{ul} = \frac{0,000\,002\,88}{2} = 0,000\,001\,44 \, \Omega^{-1}.$$

2) Przekrój $s = 70 \, \text{mm}^2$; $r = 0,53 \, \text{cm}$ (tabl. VII);

$$c_A = \frac{0,0242}{\log \frac{180}{0,53}} = 0,009\,54 \, \mu\text{F/km},$$

$$e_{kr} = 4\,590 \cdot 0,8 \cdot \frac{75}{273 + 18} \cdot \frac{0,53}{0,009\,54} = 52\,578 \, \text{V}.$$

Napięcie krytyczne przewyższa napięcie przewodu względem ziemi, a więc niema ulotu.

Straty na ulot można zmniejszyć, a nawet zupełnie znieść, powiększając grubość przewodów (jak w przykładzie powyższym), albo powiększając odległość między przewodami.

3. *Upływność od histerezy dielektrycznej.* Strata na histerezę zależy od wysokości napięcia przewodu względem ziemi e , od wypadkowej pojemności jednego przewodu c_A , (w $\mu\text{F/km}$ p. § 52), od częstotliwości prądu f , od gatunku materiału izolacyjnego i od temperatury (spółczynnik γ , zależny od gatunku materiału i od temperatury, wynosi dla papierowej izolacji nasyconej 0,15, a dla gumy 1,0).

Strata mocy od histerezy dielektrycznej w przewodzie pojedynczym Δp^{his} wyraża się następującym wzorem przybliżonym:

$$\boxed{\Delta p^{his} = \gamma f c_A e^2 10^{-6} \dots W/km}. \quad (163)$$

Gdy napięcie przewodu względem ziemi e jest jednostajne na całej długości toru, wówczas wartość tego napięcia można podstawić wprost do wzorów: (158), (162) i (163). Jeżeli jednak napięcie nie jest jednostajne, to należałoby do wzorów powyższych podstawić, zamiast e^2 , wartość średnią z kwadratów całego szeregu napięć, rozłożonych wzdłuż toru. Z pewnem przybliżeniem możemy wziąć wartość średnią z kwadratu napięcia na początku toru e_a^2 i z kwadratu napięcia na końcu toru e_s^2 . A więc

$$\left. \begin{aligned} \text{we wzorach (158) i (163) } \dots e^2 &\approx \frac{e_a^2 + e_s^2}{2}, \\ \text{a we wzorze (162) } \dots (e - e_{kr})^2 &\approx \frac{(e_a - e_{kr})^2 + (e_s - e_{kr})^2}{2} \end{aligned} \right\}. \quad (164)$$

Jakkolwiek upływność rozkłada się równomiernie wzdłuż całego toru, to jednak dla uproszczenia wykresu wektorowego przypuszczamy, że skupia się w dwóch tylko punktach (rys. 161): 1) połowa upływności — na początku toru, a 2) druga połowa — na krańcu.

Budowę wykresu wektorowego zaczynamy od krańca toru. Odkładamy napięcie E_s (rys. 161 — wektor \overline{oa}) i prąd odbiornika I_s (\overline{ob}), wyprzedzający napięcie o kąt φ_s . Po obliczeniu upływności wypadkowej dla całej linii znajdujemy stratę prądu $\overline{\Delta I_s^a}$, odpowiadającą połowie upływności a . Jest to prąd, upływający przez umyślony opór omowy na krańcu linii. Kierunek prądu $\overline{\Delta I_s^a}$ (wektor \overline{bc}) będzie równoległy do napięcia E_s . Prąd przewodowy I (\overline{od}) znajdziemy, dodając geometrycznie: prąd odbierany I_s , stratę na upływność $\overline{\Delta I_s^a}$ i stratę na ładowanie $\overline{\Delta I_s^c}$ ($\overline{cd} \perp \overline{oa}$):

$$\hat{I} = \hat{I}_s + \hat{\Delta I_s^a} + \hat{\Delta I_s^c}.$$

Napięcie u źródła E_a (\overline{of}) jest sumą geometryczną napięcia E_s (\overline{oa}), straty omowej $\overline{\Delta E^r}$ ($\overline{ae} \parallel \overline{od}$) i straty indukcyjnej $\overline{\Delta E^l}$ ($\overline{ef} \perp \overline{od}$):

$$\hat{E}_a = \hat{E}_s + \hat{\Delta E^r} + \hat{\Delta E^l}.$$

Wreszcie dodajemy geometrycznie do prądu przewodowego I straty prądowe, skupione na początku toru: stratę na upływność $\overline{\Delta I_a^a}$ ($\overline{dg} \parallel \overline{of}$) i na ładowanie $\overline{\Delta I_a^c}$ ($\overline{gh} \perp \overline{of}$):

$$\hat{I} + \hat{\Delta I_a^a} + \hat{\Delta I_a^c} = \hat{I}_a$$

i otrzymujemy prąd I_a (\overline{oh}), wypływający ze źródła.

Wielkości powyższe możemy znaleźć drogą rachunkową. Z trójkąta odk (rys. 161) obliczymy prąd przewodowy I ...

$$\left. \begin{aligned} I &= \sqrt{[I_s \cos \varphi_s + \overline{\Delta I_s^a}]^2 + [I_s \sin (\pm \varphi_s) + \overline{\Delta I_s^c}]^2} \\ \text{i kąt przesuwu na krańcu linii } \varphi_2 (\sphericalangle dok): \\ \operatorname{tg} \varphi_2 &= \frac{I_s \sin (\pm \varphi_s) + \overline{\Delta I_s^c}}{I_s \cos \varphi_s + \overline{\Delta I_s^a}} \end{aligned} \right\} \quad (165)$$

Z trójkąta *omf* znajdziemy napięcie u źródła E_a :

$$E_a = \sqrt{[E_2 \cos \varphi_2 + \Delta E^r]^2 + [E_2 \sin (\pm \varphi_2) - \Delta E^l]^2}$$

i kąt na początku linii φ_1 ($\nless f o d$):

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{E_2 \sin (\pm \varphi_2) - \Delta E^l}{E_2 \cos \varphi_2 + \Delta E^r};$$

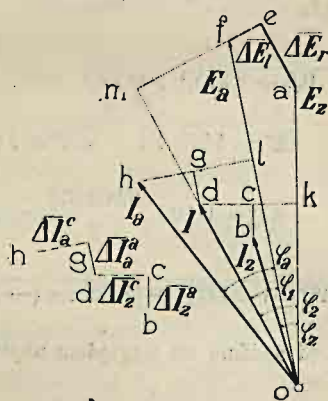
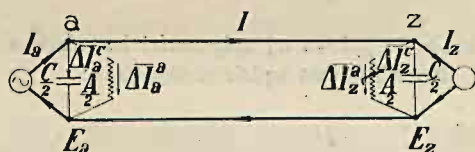
wreszcie z trójkąta *ohl* znajdziemy prąd u źródła I_a :

$$I_a = \sqrt{[I \cos \varphi_1 + \Delta I_a^a]^2 + [I \sin (\pm \varphi_1) + \Delta I_a^c]^2}$$

i kąt u źródła prądu φ_a ($\nless f o h$):

$$\operatorname{tg} \varphi_a = \frac{I \sin (\pm \varphi_1) + \Delta I_a^c}{I \cos \varphi_1 + \Delta I_a^a}.$$

(166)



Rys. 161.

Posiłkując się temi wzorami, należy uwzględnić znaki (+ i -) w sinusach kątów przesuwu fazy (+ prądy wyprzedzające napięcie, - prądy opóźniające się).

Przykład 74. Tor napowietrzny ten sam, co w przykładzie 71-ym. Obliczyć spadek napięcia, spadek prądu i stratę mocy dla najniekorzystniejszych warunków atmosferycznych.

W warunkach tych można przyjąć (patrz str. 273), że upływność przez izolację wyniesie około $0,000\,000\,2\ \Omega^{-1}$ na $1\ km$ długości jednego przewodu:

$$a^{iz} = 0,000\,000\,2 \cdot 75 = 0,000\,015\ \Omega^{-1}.$$

Obliczamy upływność prądu od ulotu dla $B = 74\ cm$ i $t^0 = +1^{\circ}C$. Napięcie krytyczne wyniesie:

$$e_{kr} = 4590 \cdot 0,8 \cdot \frac{74}{273 + 1} \cdot \frac{0,38}{0,0092} = 40\,917\ V,$$

wobec napięcia na krańcu toru $e_s = 30\,000\ V$ i na początku toru (por. przykł. 71-szy) $e_a \approx 32\,902\ V$. A więc nlema ulotu.

Upływność wypadkowa w tym przykładzie równa się upływności przez izolację:

$$a = 0,000\,015\ \Omega^{-1}.$$

Wyobrażamy sobie, że połowa tej upływności jest skupiona na początku toru, a druga — na krańcu. Bieg obliczenia będzie następujący:

$$I_z = 62,5\ A; \quad c_A = 0,0092\ \mu F/km; \quad C = 0,345\ \mu F;$$

$$\overline{\Delta I}_s^a = 30\,000 \cdot \frac{0,000\,015}{2} = 0,225\ A; \quad \overline{\Delta I}_s^c = 3,26\ A;$$

$$I = \sqrt{[62,5 \cdot 0,8 + 0,225]^2 + [62,5(-0,6) + 3,26]^2} = 60,79\ A;$$

$$\varphi_2 = -34^{\circ}20'; \quad \overline{\Delta E}^r = 4\,571\ V; \quad \overline{\Delta E}^l = 3\,603\ V; \quad E_a = 65\,805\ V;$$

$$\varphi_1 = -34^{\circ}30'; \quad \overline{\Delta I}_a^a = 32\,902 \cdot \frac{0,000\,015}{2} = 0,247\ A; \quad \overline{\Delta I}_a^c = 3,56\ A;$$

$$I_a = \sqrt{[60,79 \cos 34^{\circ}30' + 0,247]^2 + [60,79 \sin(-34^{\circ}30') + 3,56]^2} = 59,4\ A;$$

$$\varphi_a = -31^{\circ}30' \text{ (prąd opóźnia się względem napięcia); } P_a = 3\,322\,500\ W;$$

$$\Delta E_{as} = 5\,805\ V; \quad \Delta I_{as} = -3,1\ A; \quad \Delta P_{as} = 322\,500\ W.$$

Przykład 75. Tor kablowy ten sam, co w przykładzie 72-im. Obliczyć spadek napięcia, spadek prądu i stratę mocy dla najniekorzystniejszych warunków atmosferycznych.

Przyjmujemy, że upływność przez izolację dla pojedynczej żyły kablowej w warunkach najniekorzystniejszych może dojść do $0,000\ 0001\ \Omega^{-1}$ na kilometr. Upływność przez izolację na całej długości wyniesie:

$$\alpha_{is} = 0,000\ 0001 \cdot 75 = 0,000\ 0075\ \Omega^{-1}.$$

Upływność od histerezy obliczamy wg wzoru (163), zakładając $\gamma = 0,358$. Co się tyczy napięcia roboczego, to przyjmujemy, że jest zawarte w granicach (patrz przykł. 72-gi): od 64 560 do 60 000 V. Pojemność jednej żyły kablowej obliczyliśmy już w przykł. 72-im ... $c_A = 0,137\ \mu F/km$. Strata mocy od histerezy dielektrycznej na jedną żyłę kablową wyniesie wg wzorów (163) i (164):

$$\Delta p^{his} = 0,358 \cdot 50 \cdot 0,137 \cdot \frac{(\frac{1}{2} \cdot 64\ 560)^2 + (\frac{1}{2} \cdot 60\ 000)^2}{2} 10^{-6} = 2\ 381\ W/km,$$

a na całej długości:

$$\Delta p^{his} = 2\ 381 \cdot 75 = 178\ 575\ W.$$

Upływność od histerezy dielektrycznej obliczymy ze wzorów: (158) i (164)

$$\alpha^{his} = \frac{178\ 575}{\frac{1}{2} [(\frac{1}{2} \cdot 64\ 560)^2 + (\frac{1}{2} \cdot 60\ 000)^2]} = 0,000\ 184\ \Omega^{-1}.$$

Upływność wypadkowa jednej żyły kablowej równa się sumie:

$$\alpha = \alpha^{is} + \alpha^{his} = 0,000\ 0075 + 0,000\ 184 = 0,000\ 1915\ \Omega^{-1}.$$

Przypuszczamy, że połowa tej upływności jest skupiona na początku toru, a druga połowa na końcu.

$$I_z = 62,5; \quad c_A = 0,137\ \mu F/km; \quad C = 5,1\ \mu F;$$

$$\Delta I_z^a = 30\ 000 \cdot \frac{0,000\ 1915}{2} = 2,9\ A; \quad \Delta I_z^c = 48\ A;$$

$$I = \sqrt{[62,5 \cdot 0,8 + 2,9]^2 + [62,5(-0,6) + 48]^2} = 53,9\ A; \quad \varphi_2 = +11^\circ 10';$$

$$\Delta E^r = 4\ 050\ V; \quad \Delta E^l = 1\ 070\ V; \quad E_a = 64\ 167\ V; \quad \varphi_1 = +11^\circ 40';$$

$$\Delta I_a^a = 32\ 083 \cdot \frac{0,000\ 1915}{2} = 3,1\ A; \quad \Delta I_a^c = 51,4\ A;$$

$$I_a = \sqrt{[53,9 \cos 11^\circ 40' + 3,1]^2 + [53,9 \sin 11^\circ 40' + 51,4]^2} = 83,7\ A;$$

$$\varphi_a = +48^\circ \text{ (prąd wyprzedza napięcie!); } P_a = 3\ 593\ 100\ W;$$

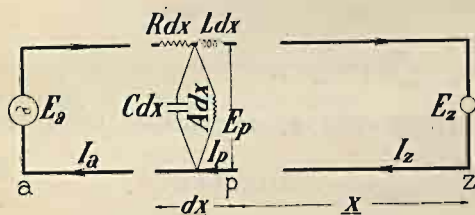
$$\Delta E_{az} = 4\ 167\ V; \quad \Delta I_{az} = 21,2\ A; \quad \Delta P_{az} = 593\ 100\ W.$$

W §§ 51, 52 i 53 popełnialiśmy nieścisłość, przypuszczając, że oporność i indukcyjność są skupione w jednym punkcie toru, a pojemność i upływność — w dwóch (na początku i końcu). W rzeczywistości zaś w każdym punkcie linii płynie prąd o innym natężeniu,

innem napięciu i innym przesuwie fazy. Można byłoby zwiększyć dokładność obliczeń, dzieląc tor na kilka równych odcinków i skupiając oporność i indukcyjność w pośrodku tych odcinków, a pojemność i upływność — po krańcach. Obliczenie takie jednak wymagałoby wielkiego nakładu pracy.

§ 54. Oporność pozorną.

Inna metoda obliczania linii dalekonośnej, metoda matematycznie ścisła, polega na zastosowaniu równań różniczkowych.



Rys. 162.

Na rys. 162 przedstawiony jest tor jednofazowy az , który czerpie prąd w punkcie a , a oddaje odbiornikom w punkcie z . Oznaczmy oporność tego toru na jednostkę długości (na 1 km) przez R , indukcyjność L , pojemność C , upływność przez A . Rozpatrzmy dowolny, a nieskończenie mały odcinek toru o długości dx . Oporność tego odcinka wyniesie $R dx$, indukcyjność ... $L dx$, pojemność ... $C dx$, a upływność ...

$A dx$. Na krańcu tego odcinka w punkcie p panuje chwilowe napięcie E_p i płynie chwilowy prąd I_p , a na początku odcinka panuje już inne napięcie i inny płynie prąd. Różnica napięć na obu krańcach odcinka dx wynika wskutek strat omowej i strat indukcyjnej, a wyraża się równaniem:

$$\frac{\partial E_p}{\partial x} dx = \underbrace{(R dx) I_p}_{\text{str. omowa}} + \underbrace{(L dx) \frac{\partial I_p}{\partial t}}_{\text{str. indukcyjna}}, \quad (a)$$

a różnica prądów wynika wskutek strat na ładowanie i na upływ:

$$\frac{\partial I_p}{\partial x} dx = \underbrace{(C dx) \frac{\partial E_p}{\partial t}}_{\text{ładowanie}} + \underbrace{(A dx) E_p}_{\text{upływ}}. \quad (b)$$

Z równań tych przez zróżniczkowanie otrzymamy równania 2-go rzędu:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 E_p}{\partial x^2} &= R A E_p + (R C + A L) \frac{\partial E_p}{\partial t} + C L \frac{\partial^2 E_p}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 I_p}{\partial x^2} &= R A I_p + (R C + A L) \frac{\partial I_p}{\partial t} + C L \frac{\partial^2 I_p}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

Przypuszczamy, że napięcie i prąd zmienia się sinusoidalnie, a więc:

$$E_p = E_p \sin(\omega t)$$

$$I_p = I_p \sin(\omega t + \varphi).$$

W równaniach tych E_p i I_p są największymi wartościami chwilowymi napięcia i prądu, ω oznacza pulsację $= 2\pi f$, t ... czas, φ ... kąt przesuwu fazy prądu względem napięcia. Zastosujemy metodę symboliczną. W tym celu wprowadzamy do równań (c), zamiast wartości chwilowych, symbole: \hat{E}_p , \hat{I}_p :

$$E_p \cdot e^{j(\omega t)} = \hat{E}_p \quad I_p \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = \hat{I}_p. \quad (d)$$

Symbole \hat{E}_p , \hat{I}_p są wektorami, które wyrażają zarówno wartość, jak i kąt odchyłu napięcia, względnie prądu, dla punktu p ; e jest podstawą logarytmów naturalnych $= 2,718282$, $j = \sqrt{-1}$.

Po podstawieniu symboli, po odpowiednim przegrupowaniu i po wprowadzeniu pochodnych zwykłych, zamiast cząstkowych (wielkości bowiem E_p i I_p zależą tylko od położenia, a więc tylko od zmiennej x), otrzymamy równania następujące:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \hat{E}_p}{dx^2} &= \hat{E}_p (R + j\omega L) (A + j\omega C) \\ \frac{d^2 \hat{I}_p}{dx^2} &= \hat{I}_p (R + j\omega L) (A + j\omega C) \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

Rozwiązanie tych równań różniczkowych daje wynik następujący:

$$\hat{E}_p = c_1 e^{vx} + c_2 e^{-vx} \quad \hat{I}_p = \frac{v}{R + j\omega L} (c_1 e^{vx} - c_2 e^{-vx}), \quad (f)$$

w których c_1 , c_2 są nieznanymi wielkościami stałymi, x — odległością dowolnego punktu p od krańca z (patrz rys. 162), a współczynnik:

$$v = \sqrt{(R + j\omega L)(A + j\omega C)}. \quad (g)$$

Ażeby wyrugować nieznane wielkości c_1 i c_2 , zastosujmy wzory (f) do krańca toru z , dla którego odległość $x = 0$:

$$\hat{E}_z = c_1 + c_2 \quad \hat{I}_z = \frac{v}{R + j\omega L} (c_1 - c_2). \quad (h)$$

Oznaczywszy wreszcie współczynnik ostatniego wzoru przez $\frac{1}{u}$

$$\frac{v}{R + j\omega L} = \frac{1}{u}, \quad (i)$$

otrzymamy z równań (f) i (h) wzory następujące:

$$\left. \begin{aligned} \hat{E}_p &= \frac{1}{2} (e^{vx} + e^{-vx}) \hat{E}_z + \frac{1}{2} u (e^{vx} - e^{-vx}) \hat{I}_z \\ \hat{I}_p &= \frac{1}{2} (e^{vx} + e^{-vx}) \hat{I}_z + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{u} (e^{vx} - e^{-vx}) \hat{E}_z \end{aligned} \right\} \quad (j)$$

Współczynnik u jest opornością charakterystyczną linii.

Znając napięcie \hat{E}_s i obciążenie \hat{I}_s , panujące na krańcu toru, moglibyśmy za pomocą wzorów (j) obliczyć napięcie \hat{E}_p i prąd \hat{I}_p dla dowolnego punktu p .

Dla jeszcze większego uproszczenia tych wzorów zastosujemy je do dwóch charakterystycznych stanów, w których może się znaleźć tor elektryczny: 1) do stanu jałowego i 2) do stanu zwarcia.

W stanie jałowym na krańcu toru odbiornik jest wyłączony, a więc prąd $\hat{I}_s^0 = 0$ (wskaźnik 0 oznacza stan jałowy), a przewody znajdują się pod napięciem \hat{E}_s^0 . W dowolnym punkcie p panuje wówczas napięcie \hat{E}_p^0 i płynie prąd \hat{I}_p^0 .

$$\left. \begin{aligned} \hat{E}_p^0 &= \frac{1}{2} \left(\varepsilon^{\nu x} + \varepsilon^{-\nu x} \right) \hat{E}_s^0 \\ \hat{I}_p^0 &= \frac{1}{2u} \left(\varepsilon^{\nu x} - \varepsilon^{-\nu x} \right) \hat{E}_s^0 \end{aligned} \right\} \quad (k)$$

Iloraz napięcia przez prąd nazywamy opornością pozorną. Oporność pozorną w stanie jałowym odcinka toru od dowolnego punktu p do krańca z oznacza się symbolicznie przez \hat{Z}_{pz}^0 . Znaleźmy ją z równań (k) przez podzielenie:

$$\hat{Z}_{pz}^0 = \frac{\hat{E}_p^0}{\hat{I}_p^0} = u \frac{\varepsilon^{\nu x} + \varepsilon^{-\nu x}}{\varepsilon^{\nu x} - \varepsilon^{-\nu x}}. \quad (167)$$

W stanie zwarcia na krańcu toru oba przewody są ze sobą połączone elektrycznie, a więc napięcie $\hat{E}_s^z = 0$ (wskaźnik z oznacza stan zwarcia). Prąd zwarcia na krańcu oznaczmy przez \hat{I}_s^z . W dowolnym punkcie p panuje wówczas napięcie \hat{E}_p^z i płynie prąd \hat{I}_p^z .

$$\left. \begin{aligned} \hat{E}_p^z &= \frac{1}{2} u \left(\varepsilon^{\nu x} - \varepsilon^{-\nu x} \right) \hat{I}_s^z \\ \hat{I}_p^z &= \frac{1}{2} \left(\varepsilon^{\nu x} + \varepsilon^{-\nu x} \right) \hat{I}_s^z \end{aligned} \right\} \quad (l)$$

Iloraz tych dwu wielkości da oporność pozorną w zwarciu odcinka toru od dowolnego punktu p do krańca z . Oporność tę oznaczmy symbolicznie przez \hat{Z}_{pz}^z :

$$\hat{Z}_{pz}^z = \frac{\hat{E}_p^z}{\hat{I}_p^z} = u \frac{\varepsilon^{\nu x} - \varepsilon^{-\nu x}}{\varepsilon^{\nu x} + \varepsilon^{-\nu x}}. \quad (168)$$

Podstawmy teraz do równań (j) obie wyprowadzone oporności pozorne \hat{Z}_{pz}^0 i \hat{Z}_{pz}^z wg wzorów (167) i (168), a otrzymamy:

$$\hat{E}_p = \frac{1}{2} \left(\varepsilon^{vx} + \varepsilon^{-vx} \right) \left[\hat{E}_z + \hat{I}_z \hat{Z}_{pz}^z \right]; \quad \hat{I}_p = \frac{1}{2} \left(\varepsilon^{vx} + \varepsilon^{-vx} \right) \left[\hat{I}_z + \frac{\hat{E}_z}{\hat{Z}_{pz}^o} \right]. \quad (m)$$

Wyraz, wchodzący do obu wzorów, oznaczmy przez \hat{S}_{pz} i nazwijmy współczynnikiem linjowym:

$$\frac{1}{2} \left(\varepsilon^{vx} + \varepsilon^{-vx} \right) = \hat{S}_{pz}. \quad (n)$$

Wzory (m) otrzymują formę ostateczną:

$$\boxed{\hat{E}_p = \hat{S}_{pz} \left[\hat{E}_z + \hat{I}_z \hat{Z}_{pz}^z \right]} \quad (169) \quad \boxed{\hat{I}_p = \hat{S}_{pz} \left[\hat{I}_z + \frac{\hat{E}_z}{\hat{Z}_{pz}^o} \right]} \quad (170)$$

Równania są proste i wyraziste. Nie zwracajmy początkowo uwagi na współczynnik \hat{S}_{pz} , który albo równa się jedności, albo niewiele odbiega od niej i jest do pewnego stopnia tylko poprawką wyrazu, wziętego w nawias. Pominąwszy ten współczynnik, widzimy, iż napięcie w dowolnym punkcie p równa się napięciu na krańcu plus iloczyn prądu \hat{I}_z przez oporność \hat{Z}_{pz}^z . Iloczyn ten jest więc „stratą napięcia“, obliczoną jakby na zasadzie prawa Ohma. Prąd zaś w dowolnym punkcie p równa się prądowi na krańcu plus iloraz napięcia \hat{E}_z przez oporność \hat{Z}_{pz}^o . Iloraz jest „stratą prądu“, obliczoną jakby na zasadzie prawa Ohma. Oba wzory są łatwe do zapamiętania i doskonale ilustrują zjawiska, zachodzące w liniach dalekonośnych.

Ze wzoru (169) wynika, że w stanie jałowym, gdy prąd na krańcu \hat{I}_z^o równa się zeru, zachodzi następująca zależność między napięciami \hat{E}_p^o , \hat{E}_z^o :

$$\hat{E}_p^o = \hat{S}_{pz} \hat{E}_z^o.$$

Stąd wniosek, że współczynnik linjowy \hat{S}_{pz} jest stosunkiem napięcia, panującego w stanie jałowym w dowolnym punkcie p , do napięcia na krańcu toru.

$$\hat{S}_{pz} = \frac{\hat{E}_p^o}{\hat{E}_z^o}. \quad (171)$$

Symbole napięcia i prądu: \hat{E}_p , \hat{I}_p , jak widać ze wzoru (d):

$$\hat{E}_p = E_p \cdot \varepsilon^{j(\omega t)} \quad \hat{I}_p = I_p \cdot \varepsilon^{j(\omega t + \varphi)}$$

przedstawiają wielkości zespolone z modułami: E_p , I_p i kątami odchyłu: ωt , $\omega t + \varphi$. Symbole oporności pozornych, jako ilorazy symbolu napięcia przez symbol prądu, (wzory 167 i 168):

$$\hat{Z}_{pz} = \frac{\hat{E}_p}{\hat{I}_p} = \frac{E_p \cdot e^{j(\omega t)}}{I_p \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}} = \frac{E_p}{I_p} e^{j(-\varphi)} = Z_{pz} e^{j(-\varphi)} \quad (o)$$

są również liczbami zespolonemi, przyczem moduł oporności pozornej Z_{pz} równa się ilorazowi modułu napięcia przez moduł prądu, a kąt odchyłu równa się różnicy kąta napięcia i kąta prądu. Wreszcie symbol współczynnika linowego, jako stosunek symboli napięć, (wzór 171):

$$\hat{S}_{pz} = \frac{\hat{E}_p}{\hat{E}_z} = \frac{E_p^o \cdot e^{j(\omega t + \alpha)}}{E_z^o \cdot e^{j(\omega t)}} = \frac{E_p^o}{E_z^o} e^{j\alpha} = S_{pz} e^{j\alpha} \quad (p)$$

jest także liczbą zespoloną, której moduł S_{pz} równa się stosunkowi napięć stanu jałowego w punktach p i z , a kąt odchyłu równa się kątowi przesuwu fazy między temi napięciami.

Przy wyprowadzeniu wzorów założyliśmy, że modułami napięcia i prądu (ogólnie biorąc E_p , I_p) są największe wartości chwilowe. W praktyce jednak nie operujemy wartościami największemi, lecz skutecznemi. Wobec stałego stosunku, który zachodzi między wartościami największemi a skutecznemi, możemy do wszystkich symboli napięcia i prądu wprowadzić, jako moduły, wartości skuteczne, a wyprowadzone wzory: (167), (168), (169), (170) i (171) pozostaną nadal w mocy. Moduły oporności pozornych nie ulegną żadnej zmianie.

Co zaś się tyczy wzorów (169) i (170), to gdybyśmy podstawiali do \hat{E}_z , \hat{I}_z moduły o wartościach największych, otrzymalibyśmy w symbolach \hat{E}_p , \hat{I}_p również moduły największe, a gdy podstawimy moduły o wartościach skutecznich, otrzymamy w wyniku moduły skuteczne.

Wszystkie symbole we wzorach: (169), (170):

$$\hat{E}_p, \hat{I}_p, \hat{E}_z, \hat{I}_z, \hat{S}_{pz}, \hat{Z}_{pz} \text{ i } \hat{Z}_{pz}^o$$

są liczbami zespolonemi. Moduły napięć i prądów: E_p , I_p , E_z , I_z przedstawiają wartości skuteczne.

Co się tyczy kątów odchyłu, to kątami dodatnimi nazywamy te, które odchodzą od podstawy w kierunku przeciwnym, niż wskazówka zegara. Działania, podane we wzorach: (167), (168), (169), (170) i (171), wykonamy zgodnie z teorią liczb zespolonych: przy dodawaniu moduły dodamy geometrycznie z uwzględnieniem kątów odchyłu, a przy mnożeniu — moduły pomnożymy, a kąty dodamy.

Przykład 76. Po zbudowaniu toru napowietrznego opróbowano go w stanie jałowym i w zwarcu. W stanie jałowym otrzymano na krańcu napięcie $E_z^o = 60\,000$ V,

gdy u źródła napięcie wynosiło $E_a^o = 59\,826\text{ V}$, prąd $I_a^o = 6,53\text{ A}$, a moc $P_a^o = 28\,385\text{ W}$. W stanie zwarcia otrzymano u źródła prąd $I_a^z = 62,32\text{ A}$ przy napięciu $E_a^z = 5\,988\text{ V}$ i przy poborze mocy $P_a^z = 293\,400\text{ W}$. Obliczyć spadek napięcia, spadek prądu i stratę mocy przy normalnem obciążeniu indukcyjnem na krańcu toru: $3\,000\text{ kW}$ przy $60\,000\text{ V}$ i przy $\cos \varphi = 0,8$.

1) W stanie jałowym kąt przesuwu fazy prądu względem napięcia jest dodatni i wynosi:

$$\varphi_a^o = \arccos \frac{28\,385}{59\,826 \cdot 6,53} = + 85^\circ 50'.$$

Przy wyznaczaniu kątów odchyłu bierzemy za podstawę wektor napięcia E_a^o :

$$\hat{E}_a^o = 59\,826 \varepsilon j(\omega t) \quad \hat{I}_a^o = 6,53 \varepsilon j(\omega t + 85^\circ 50').$$

W stanie jałowym wektor napięcia na krańcu toru E_z^o opóźnia się względem napięcia na początku toru E_a^o o kąt α , którego wartość jest nieznaną:

$$E_z^o = 60\,000 \varepsilon j(\omega t - \alpha).$$

Oporność pozorną całego toru az wyrazi się symbolem:

$$Z_{az}^o = \frac{\hat{E}_a^o}{\hat{I}_a^o} = \frac{59\,826 \varepsilon j(\omega t)}{6,53 \varepsilon j(\omega t + 85^\circ 50')} = 9\,204 \varepsilon j(-85^\circ 50'),$$

a współczynnik linjowy:

$$S_{az} = \frac{\hat{E}_a^o}{\hat{E}_z^o} = \frac{59\,826 \varepsilon j(\omega t)}{60\,000 \varepsilon j(\omega t - \alpha)} = 0,997 \varepsilon j\alpha.$$

2) W stanie zwarcia kąt przesuwu fazy prądu względem napięcia jest ujemny i wynosi:

$$\varphi_a^z = \arccos \frac{293\,400}{5\,988 \cdot 62,32} = - 38^\circ 10'.$$

Przy wyznaczaniu kątów odchyłu weźmiemy za podstawę wektor napięcia E_a^z :

$$\hat{E}_a^z = 5\,988 \varepsilon j(\omega t) \quad \hat{I}_a^z = 62,32 \varepsilon j(\omega t - 38^\circ 10')$$

Oporność pozorną wyrazi się symbolem:

$$Z_{az}^z = \frac{\hat{E}_a^z}{\hat{I}_a^z} = \frac{5\,988 \varepsilon j(\omega t)}{62,32 \varepsilon j(\omega t - 38^\circ 10')} = 96,08 \varepsilon j(+38^\circ 10').$$

3) W stanie obciążenia normalnego prąd u odbiornika wyniesie:

$$I_z = \frac{3\,000\,000}{60\,000 \cdot 0,8} = 62,5 \quad \varphi_z = \arccos 0,8 = - 36^\circ 50'.$$

Przy wyznaczaniu kątów odchyłu weźmiemy tym razem za podstawę wektor napięcia E_s :

$$\hat{E}_s = 60\,000 \angle j(\omega t) \quad \hat{I}_s = 62,5 \angle j(\omega t - 36^\circ 50')$$

Napięcie u źródła prądu znajdziemy ze wzoru (169):

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &= \hat{S}_{as} [\hat{E}_s + \hat{I}_s \hat{Z}_{as}^*] = \\ &= 0,997 \angle j^\alpha [60\,000 \angle j(\omega t) + 62,5 \cdot 96,08 \angle j(\omega t - 36^\circ 50' + 38^\circ 10')] = \\ &= 0,997 \angle j^\alpha [60\,000 \angle j(\omega t) + 6\,005 \angle j(\omega t + 1^\circ 20')] \end{aligned}$$

moduły dodajemy geometrycznie (rys. 163):

$$\sqrt{\frac{(60\,000 + 6\,005 \cos 1^\circ 20')^2}{66\,003} + \frac{(6\,005 \sin 1^\circ 20')^2}{139,7}} = 66\,003 \text{ V}$$

$$\varphi = \arctg \frac{139,7}{66\,003} = 0^\circ 10'$$

$$\hat{E}_a = 0,997 \angle j^\alpha [66\,003 \angle j(\omega t + 0^\circ 10')] = 65\,805 \angle j(\omega t + \alpha + 0^\circ 10')$$

Prąd u źródła obliczymy wg wzoru (170):

$$\begin{aligned} \hat{I}_a &= \hat{S}_{as} \left[\hat{I}_s + \frac{\hat{E}_s}{\hat{Z}_{as}^*} \right] = 0,997 \angle j^\alpha \left[62,5 \angle j(\omega t - 36^\circ 50') + \frac{60\,000 \angle j(\omega t)}{9\,204 \angle j(-85^\circ 50')} \right] = \\ &= 0,997 \angle j^\alpha [62,5 \angle j(\omega t - 36^\circ 50') + 6,52 \angle j(\omega t + 85^\circ 50')] \end{aligned}$$

moduły dodajemy geometrycznie (rys. 163):

$$\sqrt{\frac{[62,5 \cos(-36^\circ 50') + 6,52 \cos 85^\circ 50']^2}{50,47} + \frac{[62,5 \sin(-36^\circ 50') + 6,52 \sin 85^\circ 50']^2}{-31,0}} =$$

$$= 59,23 \text{ A} \quad \varphi = \arctg \frac{-31}{50,47} = -31^\circ 30'$$

$$\hat{I}_a = 0,997 \angle j^\alpha [59,23 \angle j(\omega t - 31^\circ 30')] = 59,05 \angle j(\omega t + \alpha - 31^\circ 30')$$

Kąt przesuwu fazy między prądem a napięciem u źródła wyniesie:

$$\varphi_a = (\omega t + \alpha - 31^\circ 30') - (\omega t + \alpha + 0^\circ 10') = -31^\circ 40'$$

Moc prądu, wysyłanego ze źródła, wyniesie:

$$P_a = 65\,805 \cdot 59,05 \cos(-31^\circ 40') = 3\,307\,000 \text{ W},$$

spadek napięcia:

$$\Delta E_{as} = 65\,805 - 60\,000 = 5\,805 \text{ V},$$

spadek prądu:

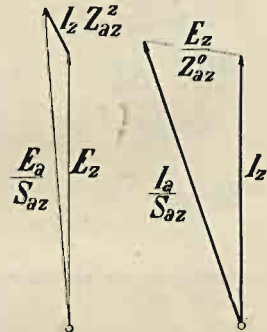
$$\Delta I_{az} = 59,05 - 62,5 = -3,45 \text{ A (wzrost!)},$$

a strata mocy:

$$\Delta P_{az} = 3\,307\,000 - 3\,000\,000 = 307\,000 \text{ W}.$$

Gdy współczynnik llnjowy wyznaczamy drogą pomiarów (jak w przykładzie poprzednim), otrzymujemy tylko moduł tego współczynnika S_{az} ; kąt odchyłu (w przykładzie oznaczyliśmy go przez α) będzie niewiadomy. Pomimo to zadanie rozwiązujemy z łatwością, gdyż interesują nas właściwie nie kąty symbolów \hat{E}_a i \hat{I}_a , lecz różnica tych kątów, czyli kąt przesuwu fazy φ_a ; przy obliczaniu tej różnicy kąt α wypada z rachunku (patrz przykl. 76).

Poprzednia metoda obliczania linii dalekośnośnej, wyłuszczone w §§ 51, 52 i 53, opierała się na czterech wielkościach, charakteryzujących linię: 1) oporność, 2) indukcyjność, 3) pojemność i 4) upływność. Wielkości te trzeba było szacować lub obliczać wg wzorów mniej lub więcej przybliżonych, posilkując się przytem pomiarami wysokości zawieszenia przewodu, pomiarami odległości między osiami przewodów, promienia przekroju, stałej dielektrycznej i t. d. Pomiary takie nie mogą być dokładne. W liniach napowietrznych odległości nie są sobie równe, a przytem zmieniają się zależnie od warunków atmosferycznych. W liniach kablowych odległości są małe, trudne do zmierzenia i też nierówne. To też ten sposób obliczania nie może dawać wyników dokładnych, tem bardziej, że polega na skupianiu pojemności i upływności w dwóch lub kilku punktach.



Rys. 163.

Inaczej jest z metodą niniejszą. Oporności, indukcyjności, pojemności i upływności rozpatrujemy tu nie z osobna, lecz wszystkie razem, zaprojektowane, że się tak wyrazimy, na dwie płaszczyzny 1) stanu jałowego i 2) stanu zwarcia. Dwa pomiary elektryczne dają z wielką dokładnością wszystkie trzy wielkości potrzebne do obliczenia: 1) oporność w stanie jałowym, 2) oporność w zwarcu i 3) współczynnik llnjowy; przytem cały bieg obliczenia opiera się na wzorach matematycznie ścisłych.

Przy projektowaniu linii kablowej opieramy się na wynikach pomiarów, wykonanych w laboratorium kablowni. Gorzej przedstawia się sprawa z projektowaniem linii napowietrznej. Należałoby chyba korzystać z pomiarów, przeprowadzonych na istniejących już liniach tego samego ustroju. Można wreszcie obliczyć oporności pozorne i współczynnik llnjowy pierwszą metodą mniej ścisłą, a dokończyć obliczenia metodą matematyczną.

Przykład 77. Projektuje się budowa toru napowietrznego o długości 75 km (p. przykl. 71-szy i 74-ty) w postaci przewodów miedzianych o przekroju 35 mm², zawieszonych na wysokości 900 cm nad ziemią, w odstępie jeden od drugiego 160 cm. Na-

pięcie w elektrowni ma być tak regulowane, by przy zmiennem obciążeniu napięcie na krańcu wynosiło stałe 60 000 V. Obciążenie indukcyjne o współczynniku mocy: 1) $\cos \varphi_s = 0,8$; 2) $\cos \varphi_s = 0,6$. Częstotliwość prądu 50. Zbadać zależność napięcia (E_a) od mocy (P_a) prądu, wytwarzanego w elektrowni.

Zadanie to rozwiązuje się najszybciej zapomocą wzorów (169) i (170). Ponieważ linia nie jest jeszcze zbudowana, przeto oporności pozorne i współczynnik linjowy nie mogą być ustalone drogą pomiarów. Wielkości te obliczymy sposobem przybliżonym, przyjmując, że pojemność i upływność toru skupione są na obu krańcach toru.

Indukcyjność, pojemność i upływność linii są już obliczone wyżej:

$$L = 0,189 \text{ H (przykł. 71)} \quad C = 0,345 \text{ } \mu\text{F (przykł. 71)}$$

$$A = \frac{1}{2} a = 0,000\,0075 \text{ } \Omega^{-1} \text{ (przykł. 74).}$$

Stan jałowy (rys. 164).

$$E_a^o = 60\,000 \text{ V}; \quad I_s^o = 0; \quad \Delta I_s^a = 0,225 \text{ A}; \quad \Delta I_s^c = 3,26 \text{ A};$$

$$I^o = 3,27 \text{ A}; \quad \varphi_2 = -86^\circ; \quad \Delta E^r = 246 \text{ V}; \quad \Delta E^l = 194 \text{ V};$$

$$E_a^o = 59\,826 \text{ V}; \quad \varphi_1 = -85^\circ 40';$$

$$\Delta I_a^a = 0,225 \text{ A}; \quad \Delta I_a^c = 3,26 \text{ A}; \quad I_a^o = 6,53 \text{ A}; \quad \varphi_a = 85^\circ 50'.$$

Przyjmujemy za podstawę wektor napięcia E_a^o :

$$\hat{E}_a^o = 59\,826 \varepsilon j(\omega t); \quad \hat{I}_a^o = 6,53 \varepsilon j(\omega t + 85^\circ 50'); \quad \hat{E}_s^o = 60\,000 \varepsilon j(\omega t - 0^\circ 20')$$

$$\hat{Z}_{as}^o = \frac{59\,826 \varepsilon j(\omega t)}{6,53 \varepsilon j(\omega t + 85^\circ 50')} = 9\,204 \varepsilon j(-85^\circ 50');$$

$$\hat{S}_{as}^o = \frac{59\,826 \varepsilon j(\omega t)}{60\,000 \varepsilon j(\omega t - 0^\circ 20')} = 0,997 \varepsilon j(+0^\circ 20').$$

Stan zwarcia (rys. 165).

$$E_s^s = 0; \text{ przyjmujemy prąd normalny (p. przykł. 71) } I_s^s = 62,5 \text{ A};$$

$$\Delta E^r = 4\,699 \text{ V}; \quad \Delta E^l = 3\,711 \text{ V}; \quad E_a^s = 5\,988 \text{ V}; \quad \varphi_1 = -38^\circ 20';$$

$$\Delta I_a^a = 0,022 \text{ A}; \quad \Delta I_a^c = 0,325 \text{ A}; \quad I_a^s = 62,32; \quad \varphi_a = -38^\circ 10';$$

Przyjmujemy za podstawę wektor napięcia E_a^s :

$$\hat{E}_a^s = 5\,988 \varepsilon j(\omega t) \quad \hat{I}_a^s = 62,32 \varepsilon j(\omega t - 38^\circ 10')$$

$$\hat{Z}_{as}^s = \frac{5\,988 \varepsilon j(\omega t)}{62,32 \varepsilon j(\omega t - 38^\circ 10')} = 96,08 \varepsilon j(+38^\circ 10')$$

Stany obciążenia przy stałym napięciu $E_s = 60\,000\text{ V}$.

Obliczamy wg wzorów (169) i (170) dla rozmaitych obciążeń I_s i dla rozmaitych kątów φ_s odpowiadające im napięcia E_a i moce P_a .

1) $I_s = 0$; stan jałowy (patrz wyżej); $E_a^o = 59\,826\text{ V}$; $P_a^o = 28\,385\text{ W}$ (przykł. 76).

2) $I_s = 62,5\text{ A}$; $\cos \varphi_s = 0,8$ (patrz. przykł. 76); $E_a = 65\,805\text{ V}$;

$$P_a = 3\,307\,000\text{ W}.$$

3) $I_s = 30\text{ A}$; $\cos \varphi_s = 0,8$;

$$\hat{I}_s \hat{Z}_{as}^s = 30 \varepsilon^{j(\omega t - 36^\circ 50')} \cdot 96,08 \varepsilon^{j(+38^\circ 10')} = 2\,882 \varepsilon^{j(\omega t + 1^\circ 20')}$$

$$\frac{\hat{E}_s}{\hat{Z}_{as}^o} = \frac{60\,000 \varepsilon^{j(\omega t)}}{9\,204 \varepsilon^{j(-85^\circ 50')}} = 6,52 \varepsilon^{j(+85^\circ 50')}$$

$$\hat{E}_a = 0,997 \varepsilon^{j(+0^\circ 20')} \left[60\,000 \varepsilon^{j(\omega t)} + 2\,882 \varepsilon^{j(\omega t + 1^\circ 20')} \right] = 62\,692 \varepsilon^{j(\omega t + 0^\circ 25')}$$

$$\hat{I}_a = 0,997 \varepsilon^{j(+0^\circ 20')} \left[30 \varepsilon^{j(\omega t - 36^\circ 50')} + 6,52 \varepsilon^{j(+85^\circ 50')} \right] = 26,96 \varepsilon^{j(\omega t - 24^\circ 50')}$$

$$P_a = 62\,692 \cdot 26,96 \cdot \cos 25^\circ 15' = 1\,528\,000\text{ W}.$$

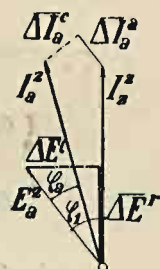
4) $I_s = 62,5\text{ A}$; $\cos \varphi_s = 0,6$;

$$\hat{E}_a = 65\,622 \varepsilon^{j(\omega t - 1^\circ)}; \hat{I}_a = 57,57 \varepsilon^{j(\omega t - 48^\circ 30')}; P_a = 2\,552\,300\text{ W}.$$

5) $I_s = 30\text{ A}$; $\cos \varphi_s = 0,6$;

$$\hat{E}_a = 62\,602 \varepsilon^{j(\omega t - 0^\circ 20')}; \hat{I}_a = 25,36 \varepsilon^{j(\omega t - 43^\circ 10')}; P_a = 1\,164\,200\text{ W}$$

Wyniki obliczeń zestawiono wykreślić na rys. 166.

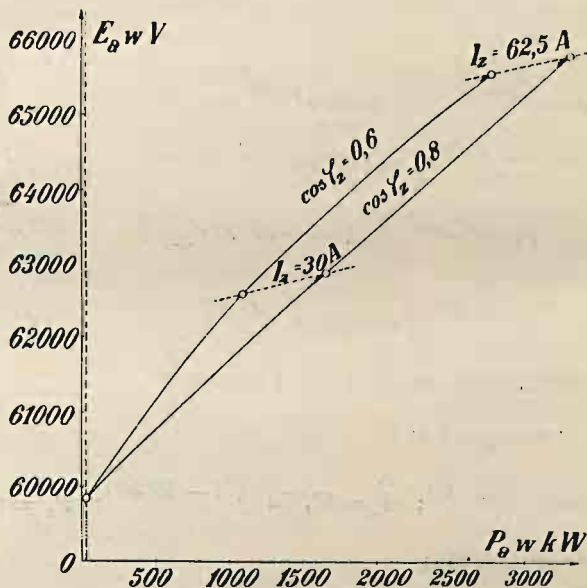


Rys. 165.

Zdarza się nieraz potrzeba obliczenia oporności pozornych: $\hat{Z}_{ps}^o, \hat{Z}_{ps}^s$ dla odcinka toru \overline{pz} o długości $l_{ps} = x$, gdy drogą pomiarów ustalone są już oporności \hat{Z}_{bs}^o i \hat{Z}_{bs}^s innego odcinka \overline{bz} o długości $l_{bs} = l$ z tego samego toru. Korzystamy

wówczas z następujących wzorów, matematycznie ścisłych, wyprowadzonych z równań: (167) i (168):

$$\left. \begin{aligned} \hat{Z}_{ps}^o &= \sqrt{\hat{Z}_{bs}^o \cdot \hat{Z}_{bs}^s \cdot \frac{\frac{x}{l} + 1}{\frac{x}{l} - 1}} & \hat{Z}_{ps}^s &= \sqrt{\hat{Z}_{bs}^o \cdot \hat{Z}_{bs}^s \cdot \frac{\frac{x}{l} - 1}{\frac{x}{l} + 1}} \\ \text{przyczem} \quad q &= \frac{\sqrt{\hat{Z}_{bs}^o} + \sqrt{\hat{Z}_{bs}^s}}{\sqrt{\hat{Z}_{bs}^o} - \sqrt{\hat{Z}_{bs}^s}} \end{aligned} \right\} \quad (172)$$

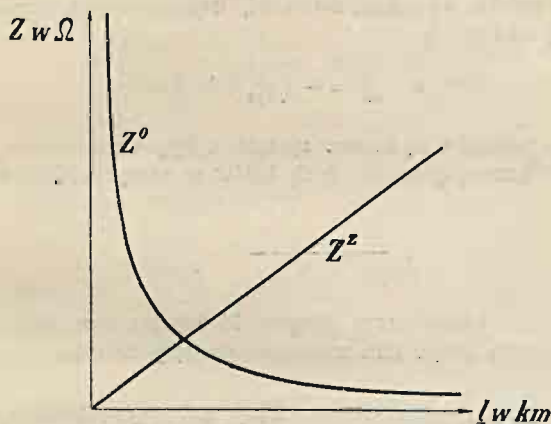


Rys. 166.

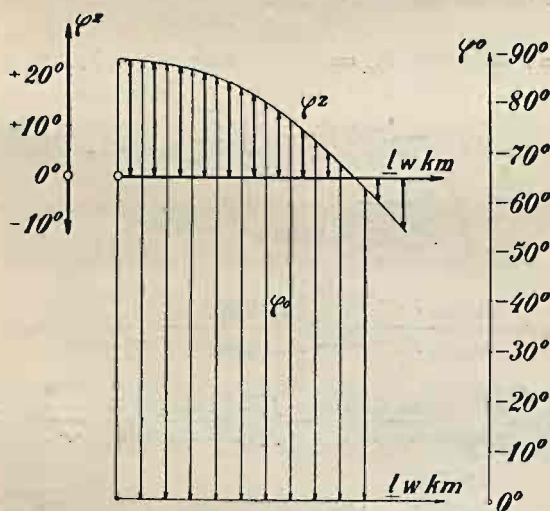
Rys. 167 przedstawia wykreślenie zależność oporności pozornych Z^o i Z^s od długości toru l . Kresa oporności w stanie jałowym $Z^o = f(l)$ niewiele odbiega od hiperboli równoramiennej (dla której osie współrzędnych są niemaltycznymi), a kresa oporności w zwarcu $Z^s = f(l)$ jest linią niemal prostą (wychodzącą z punktu przecięcia się osi współrzędnych). Można dowieść analitycznie, że do kilkudziesięciu kilometrów długości toru moduły oporności w stanie jałowym Z^o są w przybli-

zeniu odwrotnie proporcjonalne do długości, a moduły oporności zwarcia Z^s są wprost proporcjonalne do długości:

$$Z_{ps}^o : Z_{bs}^o \approx l_{bs} : l_{ps} \quad Z_{ps}^s : Z_{bs}^s \approx l_{ps} : l_{bs} \quad (r)$$



Rys. 167.



Rys. 168.

Zależność kątów odchyłu obu oporności pozornych φ^o i φ^s od długości toru l podaje wykres na rys. 168. Rzędne, zawarte między krzywą (w kształcie paraboli) a dolną osią odciętych, przedstawiają wartość kątów odchyłu φ^o w stanie jałowym (rzędne i osie nakreślone linjami cienkimi!), rzędne zaś między tą samą krzywą a górną osią odciętych przedstawiają kąty φ^s w stanie zwarcia (rzędne i osie nakreślone linjami grubymi!).

Z wykresu tego widać, że przy małych długościach l (na wykresie — przy wierzchołku paraboli) oba kąty odchyłu φ^o , φ^s są wielkościami niemal stałymi. W praktyce można przyjąć tę niezmiennosć kątów w granicach od 0 do 1 km. W miarę dalszego wzrostu długości toru kąty oporności stanu jałowego otrzymują pewien przyrost dodatni, kąty zaś zwarcia — przyrost ujemny tej samej wartości:

$$(\varphi_{ps}^o - \varphi_{bz}^o) = -(\varphi_{ps}^s - \varphi_{bz}^s). \quad (s)$$

Ponieważ kąty stanu jałowego są zawsze ujemne, a kąty zwarcia — zwykle dodatnie, przeto wartości bezwzględne obu tych kątów w miarę powiększania się długości toru maleją.

Przykład 78. Tor napowietrzny długości 75 km ten sam, co w przykładzie 76-ym. Oporności pozorne całego toru znaleziono drogą pomiarów:

$$\hat{Z}_{az}^o = 9204 \, \varepsilon \, j(-85^\circ 50') \quad \hat{Z}_{az}^s = 96,08 \, \varepsilon \, j(+38^\circ 10').$$

Obliczyć oporność odcinka długości 30 km.

$$l_{as} = l = 75 \, \text{km}; \quad l_{rz} = x = 30 \, \text{km}; \quad \hat{Z}_{rz}^o = ?; \quad \hat{Z}_{rz}^s = ?;$$

$$\sqrt{\hat{Z}_{az}^o} = 95,94 \, \varepsilon \, j(-42^\circ 55') \quad \sqrt{\hat{Z}_{az}^s} = 9,802 \, \varepsilon \, j(+19^\circ 5')$$

$$\sqrt{\hat{Z}_{az}^o \hat{Z}_{az}^s} = 940,4 \, \varepsilon \, j(-23^\circ 50')$$

$$q = \frac{95,94 \, \varepsilon \, j(-42^\circ 55') + 9,802 \, \varepsilon \, j(+19^\circ 5')}{95,94 \, \varepsilon \, j(-42^\circ 55') - 9,802 \, \varepsilon \, j(+19^\circ 5')} =$$

$$= \frac{[95,94 \cos(42^\circ 55') + 9,802 \cos(19^\circ 5')] - j[95,94 \sin(42^\circ 55') - 9,802 \sin(19^\circ 5')]}{[95,94 \cos(42^\circ 55') - 9,802 \cos(19^\circ 5')] - j[95,94 \sin(42^\circ 55') + 9,802 \sin(19^\circ 5')]} =$$

$$= \frac{79,523 - j \cdot 62,125}{60,997 - j \cdot 68,535} = \frac{\sqrt{79,523^2 + 62,125^2} \, \varepsilon \, j \arctg \frac{-62,125}{79,523}}{\sqrt{60,997^2 + 68,535^2} \, \varepsilon \, j \arctg \frac{-68,535}{60,997}} =$$

$$= \frac{100,91 \, \varepsilon \, j(-38^\circ 0')}{91,74 \, \varepsilon \, j(-48^\circ 20')} = 1,1 \, \varepsilon \, j(10^\circ 20')$$

$$q^{\frac{x}{l}} = \left[1,1 \, \varepsilon \, j(10^\circ 20') \right]^{\frac{30}{75}} = 1,039 \, \varepsilon \, j(4^\circ 8')$$

$$\frac{q^{\frac{x}{l}} + 1}{q^{\frac{x}{l}} - 1} = \frac{1,039 \cos (4^{\circ}8') + 1 + j \cdot 1,039 \sin (4^{\circ}8')}{1,039 \cos (4^{\circ}8') - 1 + j \cdot 1,039 \sin (4^{\circ}8')} = \frac{2,0363 + j \cdot 0,07489}{0,0363 + j \cdot 0,07489} =$$

$$= \frac{2,038 \varepsilon j (2^{\circ}6')}{0,0832 \varepsilon j (64^{\circ}8')} = 24,485 \varepsilon j (-62^{\circ}2')$$

$$\frac{q^{\frac{x}{l}} - 1}{q^{\frac{x}{l}} + 1} = \frac{0,0832 \varepsilon j (64^{\circ}8')}{2,038 \varepsilon j (2^{\circ}6')} = 0,04084 \varepsilon j (+62^{\circ}2')$$

$$\hat{Z}_{rs}^o = 940,4 \varepsilon j (-23^{\circ}50') \cdot 24,485 \varepsilon j (-62^{\circ}2') = 23025 \varepsilon j (-85^{\circ}52')$$

$$\hat{Z}_{rs}^s = 940,4 \varepsilon j (-23^{\circ}50') \cdot 0,04084 \varepsilon j (+62^{\circ}2') = 38,408 \varepsilon j (+38^{\circ}12')$$

Dla sprawdzenia obliczymy moduły wg przybliżonych wzorów (r):

$$Z_{rs}^o \approx Z_{as}^o \frac{l_{as}}{l_{rs}} = 9204 \frac{75}{30} = 23010 \Omega$$

$$Z_{rs}^s \approx Z_{as}^s \frac{l_{rs}}{l_{as}} = 96,08 \frac{30}{75} = 38,43 \Omega$$

i porównamy przyrosty kątów odchyłu ze wzorem (s):

$$\varphi_{rs}^o - \varphi_{as}^o = (-85^{\circ}52') - (-85^{\circ}50') = -0^{\circ}2'$$

$$\varphi_{rs}^s - \varphi_{as}^s = (+38^{\circ}12') - (+38^{\circ}10') = +0^{\circ}2'.$$

Co się tyczy wreszcie współczynnika linowego \hat{S} , to interesuje nas w tym współczynniku tylko moduł S , gdyż kąt odchyłu, jak wykazaliśmy wyżej, nie wpływa na wyniki obliczenia. Z równania (n) można wyprowadzić wzór, matematycznie ścisły, do obliczania modułu S ...

$$S_{rs} = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^{2ax} + \varepsilon^{-2ax} + 2 \cos (2bx)} \quad (173)$$

przyczem współczynniki a i b są składnikami wielkości zespolonej v ...

$$v = a + j b. \quad (1)$$

Wielkością tą operowaliśmy już wyżej (patrz równanie „g^u).

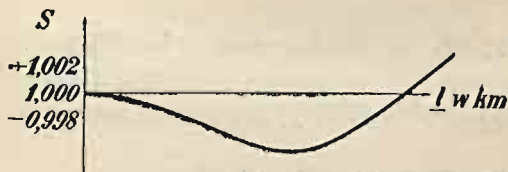
Współczynniki a i b zależą jedynie od oporności, indukcyjności, pojemności i upływności linjl. Do obliczenia tych współczynników zastosujemy wzory przybli-

żone, które wymagają pomiaru oporności pozornych na możliwie niewielkim odcinku yz (p. rys. 170):

$$a \approx \frac{1}{l_{ys}} \sqrt{\frac{Z_{ys}^2}{Z_{ys}^0} \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\varphi_{ys}^u - \varphi_{ys}^o}{2} \right)}} \quad b \approx a \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_{ys}^u - \varphi_{ys}^o}{2} \right). \quad (174)$$

W praktyce wzorami temi można się posługiwać do 1 km długości t. j. w sferze, w której oba kąty odchyłu φ^o i φ^u mają wartość stałą, a oporności pozorne są wprost lub odwrotnie proporcjonalne do długości.

Rys. 169 przedstawia wykreślenie zależność modułu współczynnika linowego S od długości l . Dla krótkich odcinków $S = 1$; następnie S



Rys. 169.

zmniejsza się (a więc powstaje znane zjawisko Ferrarisa: w stanie jałowym napięcie na krańcu jest wyższe, niż na początku toru!), osiąga minimum, zaczyna wzrastać, przy pewnej długości znów równa się jedności, a następnie przekracza jedność i stale, choć powoli, wzrasta.

Przykład 79. Tor napowietrzny długości 75 km ten sam, co w przykładach 6-y i 73-y n. Obliczyć napięcie robocze i prąd przewodowy w punkcie r (rys. 170), oddalonym od krańca toru o 30 km, przy normalnym obciążeniu indukcyjnym na krańcu toru: 3000 kW przy 60 000 V i przy $\cos \varphi = 0,8$.

Dla znalezienia współczynnika linowego opróbowano odcinek toru yz (rys. 170) długości 100 m na stan jałowy i na zwarcie oraz znaleziono oporności pozorne:

$$\hat{Z}_{ys}^o = 6895800 \, \varepsilon \, j(-86^\circ 3') \quad \hat{Z}_{ys}^* = 0,1276 \, j(+38^\circ 18').$$

Obliczamy najpierw współczynniki a i b wg wzorów (174):

$$a \approx \frac{1}{0,1} \sqrt{\frac{0,1276}{6895800} \cdot \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{38^\circ 18' + 86^\circ 3'}{2} \right)}} = 0,000635$$

$$b \approx 0,000635 \cdot \left(\frac{38^\circ 18' + 86^\circ 3'}{2} \right) = 0,001203.$$

Współczynnik linowy S_{rs} dla odcinka rz znajdujemy ze wzoru (173):

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^2 \cdot 0,000635 \cdot 30 + \varepsilon - 2 \cdot 0,000635 \cdot 30 + 2 \cos(2 \cdot 0,001203 \cdot 30)} = \frac{1}{2} \sqrt{1,0038 + 0,9962 + 1,99994} \approx 1.$$

Przy normalnym obciążeniu na krańcu toru panuje (przykł. 76) następujące napięcie i natężenie prądu

$$\hat{E}_z = 60000 \, \varepsilon \, j(\omega t); \quad \hat{I}_z = 62,5 \, \varepsilon \, j(\omega t - 36^\circ 50').$$

Odcinek rz wykazuje następujące oporności pozorne (przykł. 78):

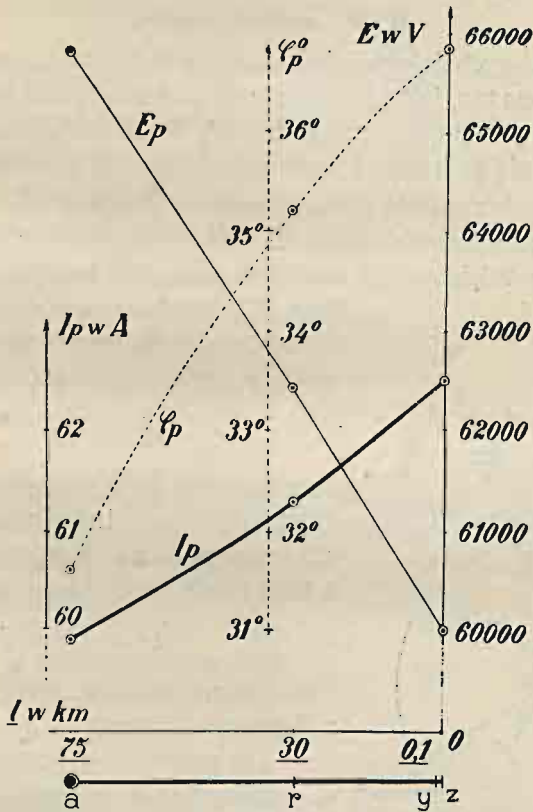
$$\hat{Z}_{rs}^o = 23025 \, \varepsilon \, j(-85^\circ 52'); \quad \hat{Z}_{rs}^* = 38,408 \, \varepsilon \, j(+38^\circ 12')$$

i współczynnik linjowy (patrz wyżej):

$$\hat{S}_{rs} = 1 \cdot \varepsilon^{j\alpha}.$$

Na podstawie tych wartości obliczamy napięcie i natężenie prądu w punkcie r

$$\begin{aligned}\hat{E}_r &= \varepsilon^{j\alpha} [60\,000 \varepsilon^{j(\omega t)} + 62,5 \cdot 38,408 \varepsilon^{j(\omega t - 36^\circ 50' + 38^\circ 12')}] = \\ &= 62\,400 \varepsilon^{j(\omega t + \alpha + 0^\circ 4')}\end{aligned}$$



Rys. 170.

$$\begin{aligned}\hat{I}_r &= \varepsilon^{j\alpha} \left[62,5 \varepsilon^{j(\omega t - 36^\circ 50')} + \frac{60\,000 \varepsilon^{j(\omega t)}}{23\,025 \varepsilon^{j(-85^\circ 52')}} \right] = \\ &= 61,3 \varepsilon^{j(\omega t + \alpha - 35^\circ 5')}.\end{aligned}$$

Kąt przesuwu w punkcie r między prądem a napięciem:

$$\varphi_r = (\omega t + \alpha - 35^\circ 5') - (\omega t + \alpha + 0^\circ 4') = -35^\circ 9'.$$

Wyniki obliczeń zestawiono wykreślić na rys. 170.