

*g. Influence de la température.*

La lampe à arc éclairant les cornières qui portent les marques fixées au rail, produit des changements de température des cornières ainsi que du rail pendant l'observation. Les changements de température de ces deux objets diffèrent, vu la grande différence de leurs masses. L'erreur dans le calcul de la tension  $n$  se monte à  $\Delta n = \alpha E$  par degré de changement de la différence de température des cornières et du rail pendant l'observation,  $\alpha$  coefficient de dilatation de la matière des cornières,  $E$  coefficient d'élasticité de l'acier du rail.

En posant  $\alpha = 0.000022$  (pour aluminium),  $E = 22\,000 \text{ kg/mm}^2$  on obtient  $\Delta n = 0.484 \text{ kg/mm}^2$ .

Quoique la durée de l'observation ne surpassait ordinairement deux secondes et quoiqu'on tâchait de photographier les marques en état de repos avant l'observation aussi vite que possible, il n'est pas exclu que pendant ce temps le changement de température des cornières pouvait s'évaluer à quelques degrés en produisant une erreur jusqu'à  $1 \text{ kg/mm}^2$ .

Pour diminuer l'influence de la température on a essayé de faire passer la lumière des lampes à travers des filtres d'eau, ce qui cependant ne pouvait être appliqué que rarement, vu la réduction de l'intensité de l'éclairage qu'ils produisaient.

## II. Coefficient de l'assise des traverses.

### 1. Importance de l'étude du coefficient de l'assise des traverses.

L'étude des déformations élastiques de la superstructure dans le but de déterminer sa résistance peut comporter, ou bien le mesurage direct des tensions d'après les changements de la longueur des fibres, ou bien l'observation des flexions du rail et de l'abaissement de ses appuis pour déterminer théoriquement le travail de la superstructure d'après les forces qui agissent. Pour calculer le travail de la superstructure sous charge en repos il est indispensable de connaître les coefficients de l'élasticité des matériaux qui la composent.

Parmi ces données, le coefficient de l'assise des traverses est celui qu'on connaît le moins. Ce coefficient qui exprime la relation entre la pression  $p$  de la face inférieure de la traverse sur le ballast et l'abaissement  $y$  de la traverse, à savoir

$$C = \frac{p \text{ kg/cm}^2}{y \text{ cm}} \quad (1)$$

détermine l'élasticité de l'appui du rail et, par suite, son travail sous l'action de la charge.

D'après les observations faites au chemin de fer de Varsovie-Vienne sur un remblai de sable mêlé d'argile de 1.5 m de hauteur, on a obtenu un coefficient de l'assise en cas de ballast en pierre concassée  $C = 4.1$ , et en cas d'un ballast en sable mêlé d'argile  $C = 5.4$ . H. Zimmermann dans son ouvrage sur la superstructure<sup>1)</sup> prend pour base de ses calculs les observations de Haentschel aux chemins de fer de l'Alsace-Lorraine, d'après lesquelles la valeur du coefficient de l'assise des traverses fut obtenue: en cas de ballast en gravier  $C = 3$  et en cas de ballast en gravier sur une couche pavée  $C = 8$ , et démontre la grande influence de ce coefficient sur le travail du rail.

D'un autre côté, le rapport de MM. Baumann et Jaehn au Congrès des chemins de fer de 1935 au Caire fait voir que les ingénieurs allemands ont une opinion divergente en ce qui concerne l'influence du coefficient de ballast sur les tensions calculées, puisque à mesure que la valeur de ce coefficient augmente les tensions deviennent de plus en plus faibles. D'après la méthode recommandée en 1930 par le Verein, l'influence du ballast et de la plate-forme est négligée. Le Verein a entrepris des essais en vue de déterminer

<sup>1)</sup> Berechnung des Eisenbahnoberbaues. Berlin 1888 et 1930 pages 119 et 219.

la valeur du coefficient pour une assiette différente. A notre connaissance, d'après ces essais, qui furent alors en cours, la valeur de ce coefficient fut trouvée en général de beaucoup supérieure à celle qu'avait supposé Zimmermann. Il importait de mettre en clarté ces divergences.

## 2. Principes du calcul du coefficient de l'appui du rail et du coefficient de l'assise des traverses d'après les observations sous charges roulantes.

Dans les observations dont nous donnons la description, le coefficient de l'assise des traverses fut calculé d'après l'abaissement des traverses isolées pendant le passage des trains. Pour faire voir de quelle manière un diagramme de l'abaissement d'un point observé peut servir à déterminer l'élasticité des appuis d'un rail, nous envisagerons le rail comme poutre de longueur infinie sur appuis élastiques espacés de  $a$  d'axe en axe, chargée tout d'abord d'un seul poids  $G$ .

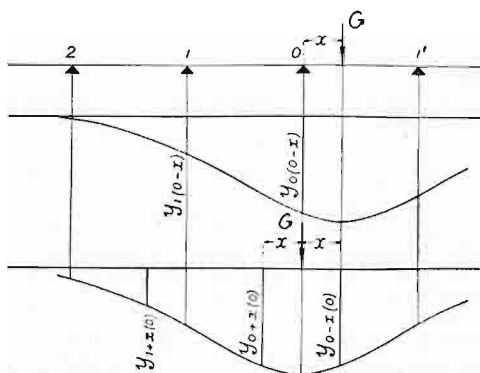


Fig. 15. Schéma de l'abaissement d'un point d'une poutre infiniment longue sur appuis élastiques équidistants sous le passage d'un poids isolé.

D'après le principe de réciprocité, les ordonnées de la ligne élastique d'une telle poutre dans les deux états suivants de son équilibre, à savoir,  $y_x$  à une distance  $x$  de l'appui, le poids  $G$  se trouvant au-dessus de l'appui  $i$ , et  $y_i$  au-dessus de l'appui  $i$ , lorsque le poids  $G$  se trouve à une distance  $x$  de cet appui, sont égales. Il s'ensuit que l'abaissement élastique d'un point quelconque du rail pendant que le poids  $G$  se roule sur lui, suit le tracé de la ligne élastique du rail au moment que le poids  $G$  se trouve au point observé. Si nous posons encore que l'élasticité de tous les appuis est égale et que, par suite, la ligne élastique est symétrique envers l'axe vertical passant par le point de l'application de la charge  $G$ , le principe de réciprocité nous permettra

de formuler une propriété suivante des points à distance égale des appuis. Indiquons sur fig. 15 l'abaissement du rail au-dessus d'un appui par  $y$  avec indice correspondant au nombre ordinal de l'appui, et l'abaissement du rail entre les appuis par  $y$  avec indice de l'appui du côté droit plus la distance à cet appui, en ajoutant dans les deux cas entre parenthèse l'indication du point d'application du poids, formulée de la même manière.

Avec cette indication de l'abaissement du rail nous pouvons écrire:

$$\begin{aligned} y_{0(0-x)} &= y_{0-x(0)} = y_{0+x(0)} \\ y_{1(0-x)} &= y_{0-x(1)} = y_{1+x(0)} \\ y_{2(0-x)} &= y_{0-x(2)} = y_{2+x(0)} \\ \text{---} &\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ y_{i(0-x)} &= y_{0-x(i)} = y_{i+x(0)} \end{aligned}$$

Par conséquent

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} y_{i(0-x)} = \sum_{-\infty}^{+\infty} y_{i+x(0)}$$

Puisque la somme de l'abaissement de toutes les traverses, n'importe où est appliqué le poids, est égale au quotient du poids par le coefficient de l'appui du rail  $D$ , la somme de l'abaissement dans tous les points situés à égale distance des appuis aura la même valeur constante:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} y_{i+x(0)} = \frac{G}{D} \quad (2)$$





### 3. Calcul de la valeur moyenne du coefficient $D$ .

L'influence des traverses voisines à supporter le rail diminue très vite avec leur distance de la traverse sous charge. Le calcul prouve, que dans les conditions de l'élasticité du rail, ainsi que de l'élasticité et du répartitionnement de ses appuis, dans lesquelles les observations ont été faites, si l'élasticité des supports ne varie pas considérablement, la traverse sous charge reçoit à peu près 36% de la charge de roue, les deux traverses voisines 24% chacune, et les deux traverses suivantes pas plus de 8% chacune<sup>2)</sup>. C'est pourquoi le coefficient de l'appui du rail, calculé, comme ce qui précède, d'après le diagramme de l'abaissement d'une seule traverse de la section observée, ne caractérise que d'élasticité de cet appui, ainsi que d'un certain nombre appuis voisins. Les différences dans l'élasticité des appuis auront pour suite une asymétrie de la ligne élastique du rail par rapport à la verticale passant par le point du passage de la roue. Puisque cependant, les différences de l'élasticité de l'assise des traverses varieront en deux directions par rapport à la moyenne, la valeur du coefficient  $D$ , calculée d'après la formule (3) sera en ce cas aussi suffisamment exacte pour exprimer l'élasticité de l'appui observé. Par suite des différences inévitables dans le bourrage des traverses, leur abaissement sous la charge des roues ne peut pas être égal. C'est pourquoi, pour calculer la valeur moyenne du coefficient de l'élasticité des appuis du rail sur toute la longueur de la section observée de la voie, il a fallu obtenir des diagrammes de l'abaissement de toutes les traverses qui y sont posées. On a préparé ces diagrammes, mais pour le calcul de la moyenne on n'a pas tenu compte de 4 traverses de chaque bout du rail, c'est-à-dire on n'a pris en considération que les traverses 5 à 18. L'abaissement du rail commençait

gramme suivant l'échelle de distance, comme c'est indiqué sur planche 18e représentant des épreuves d'abaissement faites pendant le passage d'une locomotive d'essai au poste de Wlochy. Pour prendre égard des différences d'abaissement de chaque traverse, on multipliait son abaissement  $y_i$  d'après le diagramme par le rapport de son abaissement effectif  $u_i$  par tonne de charge de roue à l'abaissement  $u_j$  par tonne de charge de la traverse observée, ce qu'exprime la formule

$$C = \frac{\sum G}{a \omega \sum y_i \frac{u_i}{u_j}} \quad (5 a)$$

Le calcul du coefficient de l'assise  $C$  d'après cette formule, appliquée au poste de Wlochy à des diagrammes d'abaissement sous une locomotive du type 0-4-0 (*Tp4*), (fig. 18e) donne comme valeur moyenne  $C = 3,6$  qui ne se distingue pas dans ce cas isolé de la valeur qu'on avait obtenue à peu près en même temps par mesurage des aires des diagrammes de toutes les traverses (tableau V, diagrammes d'abaissement des traverses du mois d'août 1933 et de juin 1934). Cependant le calcul de la valeur moyenne du coefficient de l'assise des traverses sur une section de voie d'après les aires des diagrammes de l'abaissement de toutes les traverses de cette section, est plus rationnel et doit conduire généralement à des résultats plus précis. De plus, ce mode de calcul permet d'évaluer d'une manière plus simple, l'élasticité des appuis du rail à n'importe quel point, pour comparer les déformations observées aux déformations calculées sous charge en état de repos. Pour ces causes on a accepté son application aux observations qui font l'objet de ce mémoire.

<sup>2)</sup> La pression sur la traverse, qu'exerce le rail chargé d'un seul poids, est proportionnelle à la fonction

$$\eta = e^{-\xi} (\cos \xi + \sin \xi)$$

$$\xi = \frac{x}{a} \sqrt[4]{\frac{3}{2\gamma}} \quad \gamma = \frac{6EI}{a^3 D} \approx 4,5$$

$E$  coefficient d'élasticité

$I$  moment d'inertie de la section du rail

$a$  distance des traverses d'axe en axe

$x$  distance de la traverse à la traverse sous charge.

Dans la superstructure observée  $\gamma = 4,5$ ;

si	$x = 0$	$\xi = 0$	$\eta = 1$	36 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
	$x = a$	$\xi = 0,76$	$2\eta = 1,51$	48 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
	$x = 2a$	$\xi = 1,52$	$2\eta = 0,45$	16 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
			2,76	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>



TABLEAU V.  
Mesurages du coefficient de l'appui du rail et du coefficient de l'appui des traverses.

Traverses			Août 1953 Ballast en granit concassé						Juin 1954 Ballast en basalte concassé						Septembre 1954 Ballast en basalte concassé											
n°	Demi-axe de la face inférieure en cm <sup>2</sup>	Hauteur h	Tra-verse n°	Rail D en t/cm	Tirefond D <sub>w</sub> en t/cm	Epreuves n°	Date	Locomotive	Vitesse V en km/h	Tra-verse n°	Rail D en t/cm	Tirefond D <sub>w</sub> en t/cm	Epreuves n°	Date	Locomotive	Vitesse V en km/h	Tra-verse n°	Rail D en t/cm	Tirefond D <sub>w</sub> en t/cm	Epreuves n°	Data	Locomotive	Vitesse V en km/h			
5	3510	16,0	5	8,056	9,012	451	16.VIII	Os24	57,8	5	7,253	7,481	758	6.VII	Pk1	57,5	5	6,175	6,344	941	31.VIII	Ok127	55,9			
6	3485	16,6	6	9,167	10,722	450	"	Ok1	72,9	6	7,144	7,855	714	26.VI	"	"	55,2	6	6,600	6,895	969	4.IX	"	~20,0		
7	3510	16,7	7	9,507	—	405	8.VIII	Ok127	49,2	7	—	10,008	719	26.VI	Ok22	82,6	7	7,580	8,757	964	"	"	"	~20,0		
8	3550	16,0	8	9,743	12,901	429	16.VIII	Ok1	72,5	8	10,170	14,284	716	"	Ok127	49,6	8	9,759	13,848	967	"	"	"	29,0		
9	3605	16,6	9	10,414	12,959	428	11.VIII	"	56,0	9	12,278	15,156	721	27.VI	"	"	54,0	9	10,496	11,271	962	"	"	29,0		
10	3445	16,3	10	10,174	11,409	427	"	"	56,0	10	13,958	15,545	718	"	"	"	54,0	10	9,900	10,760	961	3.IX	"	19,6		
11	3510	15,5	11	12,247	—	421	"	Ok22	60,5	11	15,622	15,785	720	"	Pk1	63,0	11	8,577	8,675	959	"	"	"	19,5		
12	3510	16,3	12	11,454	12,958	385	2.VIII	Ok22	55,8	12	12,214	12,445*	725	"	Ok127	55,5	12	8,414*	—	—	"	"	"	19,5		
13	3578	16,0	13	10,890	13,550	397	3.VIII	"	54,9	13	9,595	12,150	747	12.VII	"	"	59,6	13	8,475	9,207	952	"	"	17,6		
14	3510	15,3	14	10,135	12,009	365	27.VII	Pt31	54,5	14	9,025	9,875*	755	5.VII	"	"	43,5	14	9,220*	—	957	"	"	17,6		
15	3510	15,5	15	10,659	11,892	426	11.VIII	Ok1	50,8	15	7,909	8,455	727	28.VI	"	"	55,8	15	9,105	10,877	951	4.IX	"	25,2		
16	3510	15,3	16	9,552	9,765	425	11.VIII	"	50,6	16	7,745	8,081**	750	5.VII	"	"	45,5	16	8,500	8,892	946	"	"	25,2		
17	3510	15,7	17	9,504	11,946	444	17.VIII	Ok22	67,5	17	10,146	10,742	729	28.VI	Pk1	62,7	17	9,585	11,534	949	"	"	"	26,8		
18	3510	14,5	18	9,686	—	424	11.VIII	Ok127	59,8	18	9,245	11,554	726	"	Pk1	62,7	18	9,950	11,716	944	"	"	"	26,8		
Admis pour calculs			moyenne			moyenne			moyenne			moyenne			moyenne			moyenne			moyenne			moyenne		
			10,052			11,756						10,020			11,095						8,695			9,065		
			D'			D' <sub>w</sub>			*) vis			D'			D' <sub>w</sub>			*) plaque d'appui			D'			D' <sub>w</sub>		
			10,962			11,756			**) boulon			10,924			11,095						9,568			9,065		
			C=3,51			C=3,75						C=3,50			C=3,55						C=3,00			C=2,90		

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D'} + \frac{1}{D''}$$

$$\text{d'où } D' = \frac{D}{1 - \frac{D}{D''}}$$

$$D'' = 121 \text{ t/cm.}$$

$$D' = \frac{D}{1 - 0,00826 D}$$

$$C = \frac{D'}{a \cdot D}$$

$$aD = 0,89 \cdot 3510 = 3124.$$

d'après l'observation à une distance pas moindre de 2 m avant le passage de la roue, par conséquent on peut supposer que, entre les traverses 5 et 18 situées à une distance de 2,82 m des deux bouts du rail, celui-ci était dans des conditions de continuité et d'uniformité d'appui.

Les épreuves photographiques de l'abaissement des traverses ainsi que du rail au droit des traverses (fig. 18 a à 18 c)<sup>1)</sup> furent faites au mois d'août 1933 et en juin et septembre 1934. Comme nous l'avons mentionné déjà plus haut en décrivant le poste d'observation, le ballast en grosse pierre de granit concassé fut remplacé au printemps 1934 par un ballast en menue pierre de basalte concassé.

Les observations embrassaient l'abaissement de toutes les traverses ainsi que du rail au droit de ces traverses pendant le passage des trains de l'horaire normal (fig. 17 a, b, c, d, e), en outre, l'abaissement du rail au droit de quelques traverses du milieu pendant le passage des locomotives d'épreuve à une vitesse indiquée d'avance (fig. 17 a, f, g, h).

Les résultats de l'observation pendant le passage des trains de l'horaire normal sont indiqués dans le tableau V, et ceux pendant le passage des locomotives d'épreuve dans les tableaux VI et VII. Les résultats des observations indiqués dans le tableau VII attestent que le coefficient de l'appui du rail, évalué le même jour au droit de la même traverse, ne dépend pas de la vitesse, qui variait entre 9 et 107 km/h. En comparant dans les tableaux V, VI et VII les valeurs des coefficients obtenus en même temps au droit des mêmes traverses, mais sous des locomotives, dont la charge d'essieux, ainsi que leur espacement variaient considérablement, on peut conclure, que ces circonstances n'influent pas non plus sur la valeur de ce coefficient. Par conséquent, les chiffres du tableau V peuvent être comparés sans prendre égard au type de locomotive, ainsi qu'à la vitesse, auxquelles ils se rapportent.

La valeur moyenne du coefficient d'appui du rail évalué d'après les observations de 1933 sur une voie avec ballast en grosse pierre de granit concassé, ainsi que des observations au mois de juin 1934 sur une voie avec ballast en menue pierre de basalte concassé, diffère très peu et s'élève à 10,0 tonnes d'après les observations de l'abaissement du rail au droit des traverses et à 11,4 tonnes d'après les observations de l'abaissement du tirefond. La valeur moyenne de ce coefficient évalué d'après les observations du mois de septembre 1934 est d'à peu près 18% moindre, mais en même temps la valeur

TABLEAU VI.

*Mesurage du coefficient de l'assise des traverses sous la locomotive d'essai Tp4 sans tender.*

Août 1933.							
Ballast en granit concassé							
Traverse n°	Rail D t/cm	Tirefond D <sub>tp</sub> t/cm	Pose n°	Date	Vitesse V km/h	$D' = \frac{D}{1 - 0,00826 D}$	$C = \frac{D'}{3124}$
10	10,741	12,229	433	16.VIII	30,8	11,787	3,77
11	11,253	11,965	435	"	25,2	12,406	3,97
12	10,357	12,552	437	"	27,7	11,326	3,63
Juillet 1934.							
Ballast en basalte concassé							
11	12,279	12,551	755	12.VII	33,5	13,665	4,37
12	11,232*	—	748	"	33,7	12,381	3,96
12	11,123*	—	750	"	33,5	12,248	3,92
13	10,020	12,559	751	"	19,7	10,924	3,50
14	10,045*	—	746	"	19,7	10,954	3,51

<sup>1)</sup> Sur ces figures on n'a indiqué que l'abaissement du rail.

\* plaque d'appui.





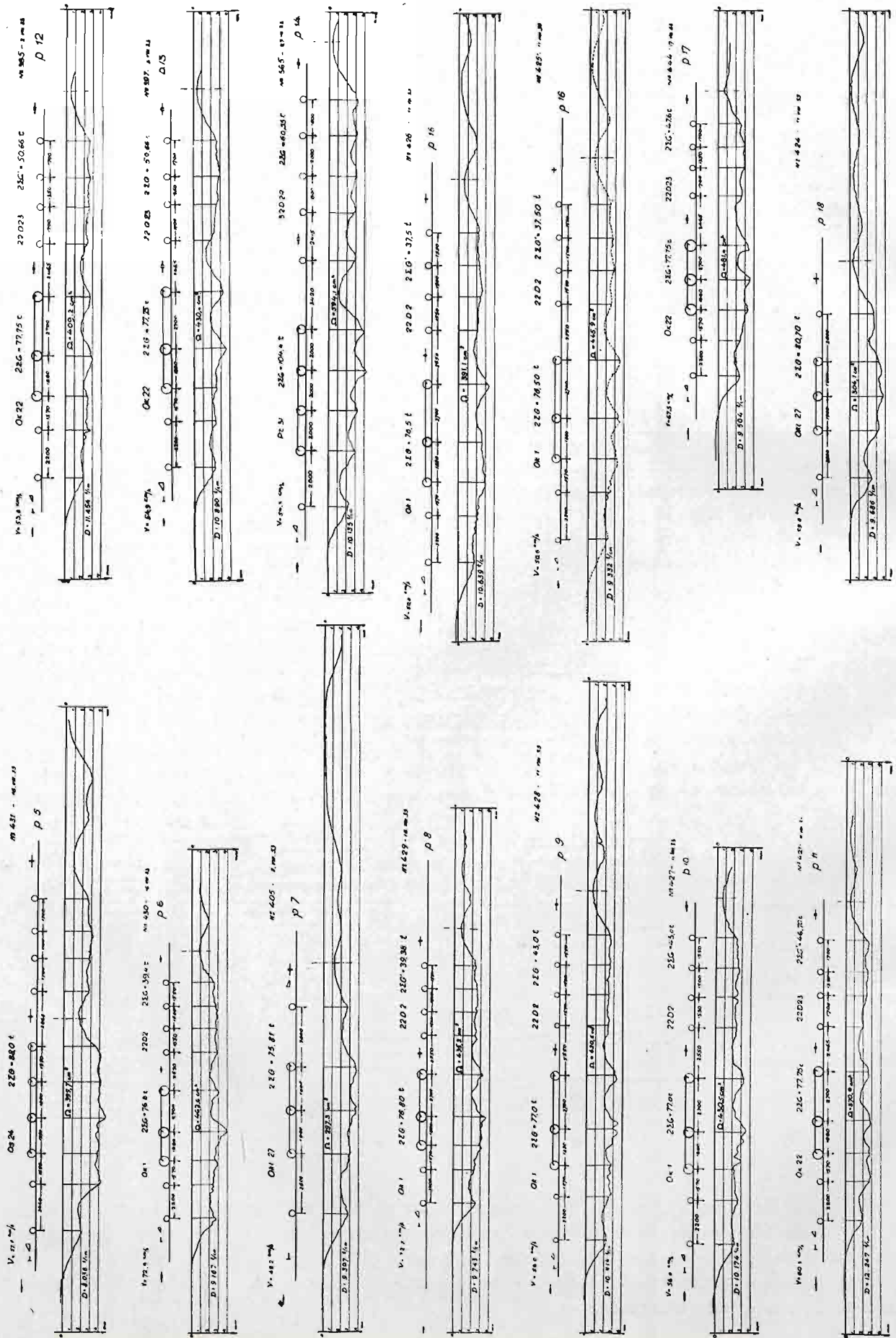


Fig. 18a. Diagrammes de l'abaissement du rail au droit des traverses d'après les observations du mois d'août 1933.



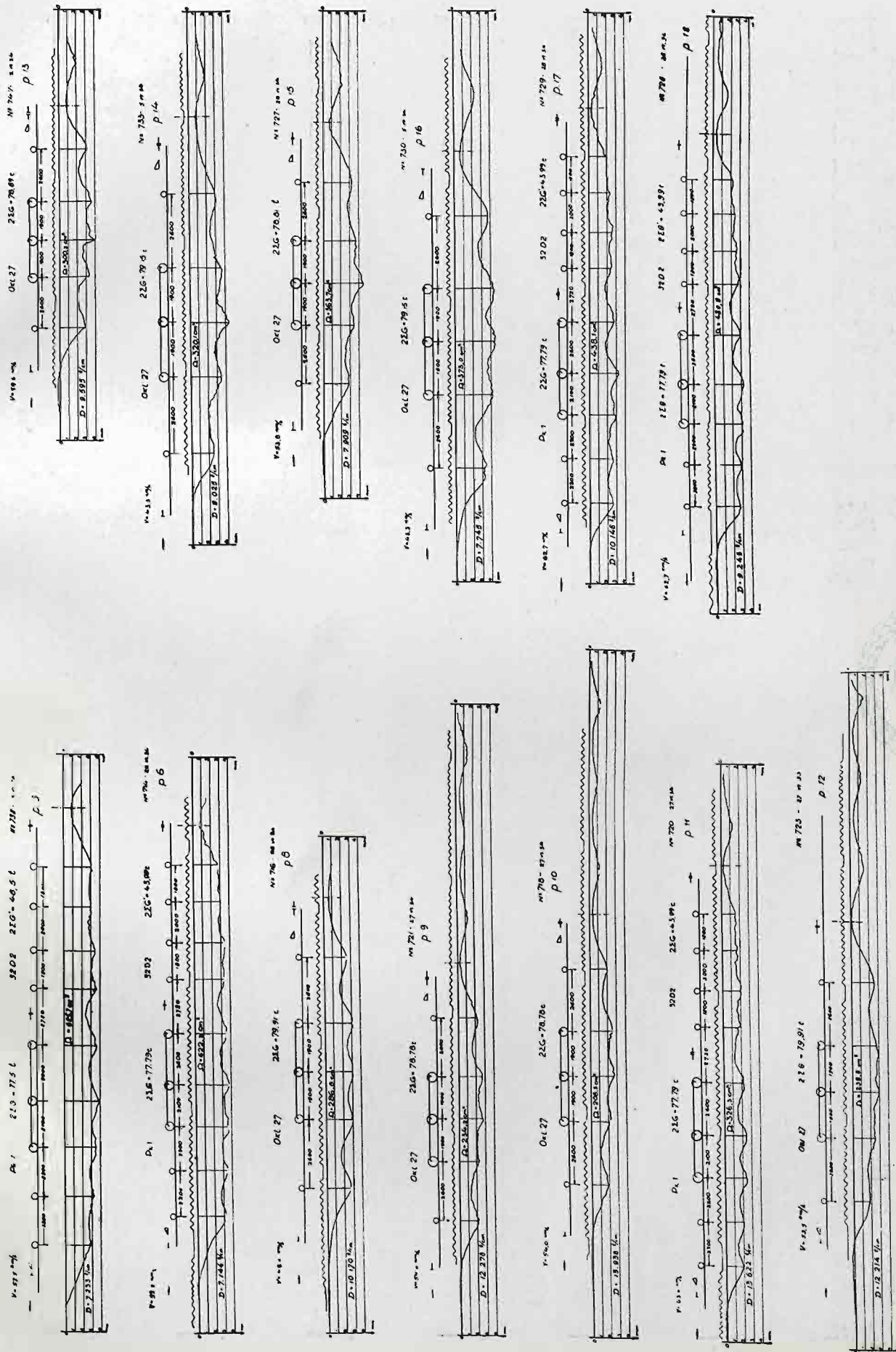


Fig. 18b. Diagrammes de l'abaissement du rail au droit des traverses d'après les observations du mois de juin 1934.

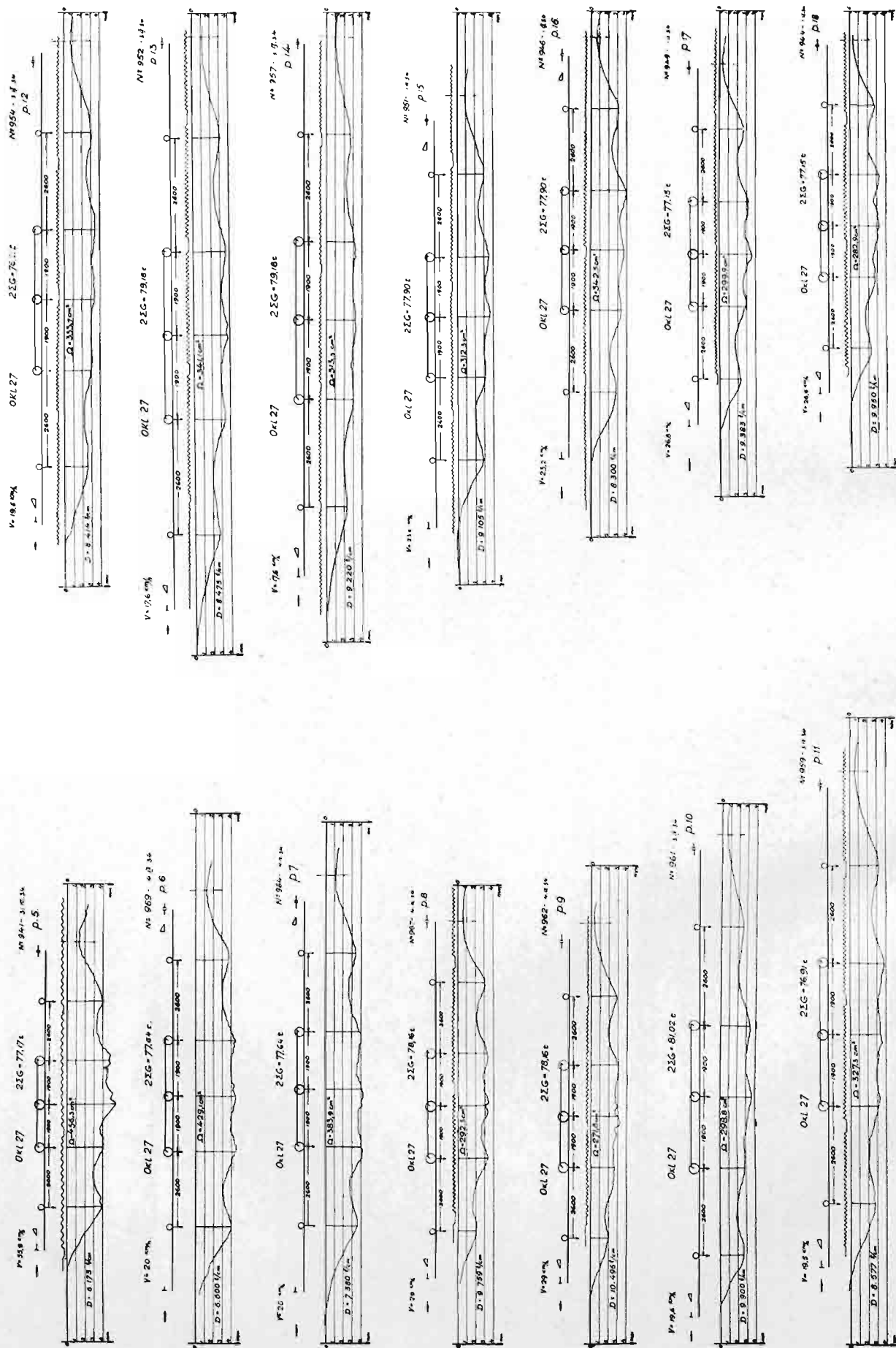


Fig 18c. Diagrammes de l'abaissement du rail au droit des traverses d'après les observations du mois de septembre 1934.





Fig. 18d. Diagrammes de l'abaissement du rail au droit des traverses servant à déterminer l'influence de la vitesse (tableau VII) et à comparer avec l'abaissement sous l'action des presses (tableau XII).

Pour diagrammes énumérés dans les tableaux VII et XII qui ne sont pas placés sur cette figure, voir:

du tableau VII	{	épreuves nos.	385 et 397 fig. 18a
		"	858 et 856 fig. 61
		"	854 et 852 fig. 62
du tableau XII	{	"	753 et 755 fig. 18e
		"	727 — fig. 18b
		"	952 et 951 fig. 18c

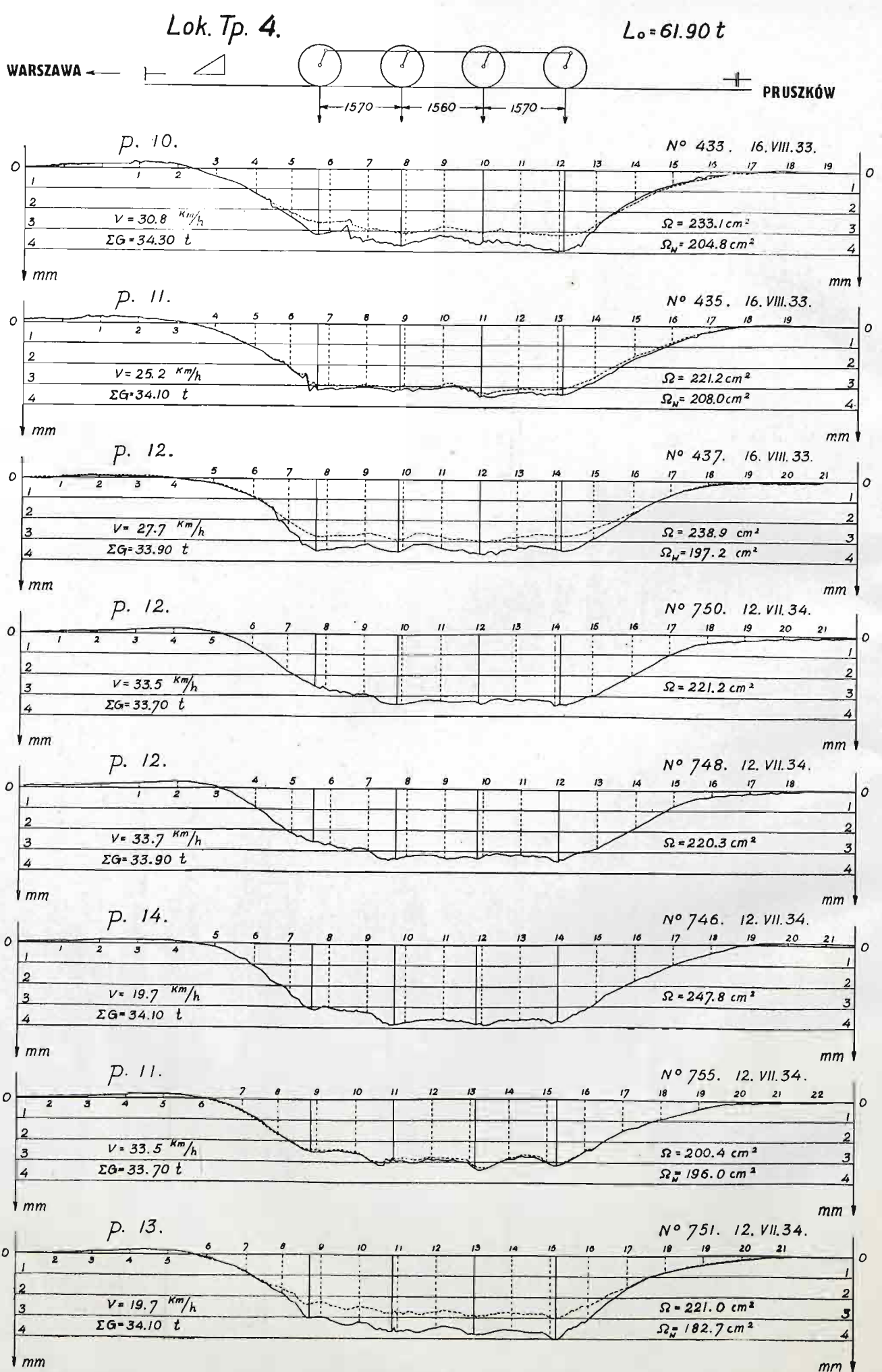


Fig. 18e. Diagrammes de l'abaissement du rail au droit des traverses et de l'abaissement des traverses sous la locomotive Tp4 sans tender.



#### 4. Compression des traverses.

Les valeurs du coefficient  $D$  au tableau V, calculées d'après les abaissements observés du rail et du tirefond, n'expriment pas exactement le coefficient de l'appui du rail. A cause du jeu inévitable entre le rail et la plaque d'appui, le coefficient  $D$  calculé d'après l'abaissement du rail sera un peu plus petit que la valeur exacte du coefficient d'appui du rail, envisagé comme valeur de la pression que doit exercer un rail, collant bien une traverse, pour l'abaisser d'un centimètre. D'un autre côté, le coefficient  $D$ , calculé d'après l'abaissement du tirefond profondément vissé dans la traverse, est plus grand que la valeur exacte du coefficient de l'appui du rail, vu qu'il contient la pression nécessaire pour comprimer la traverse dans sa partie supérieure, et qu'il peut dépendre dans un certain degré du jeu entre le rail et la traverse.

Cependant, si l'on prend en considération, qu'un jeu minime entre le rail et la plaque d'appui est propre à chaque construction de voie et qu'il n'est pas à éviter, on est obligé d'admettre, que la valeur de  $D$ , calculée d'après l'enfoncement du rail, exprime bien le coefficient pratique de l'appui du rail, appliqué au calcul de ses déformations et de sa résistance.

Il en est autrement s'il s'agit du calcul d'après le coefficient  $D$  du coefficient de l'assise des traverses. L'élasticité de la matière des traverses, dont on doit tenir compte en ce cas, fut évaluée au laboratoire. Le tableau II fait voir les résultats de ces essais. Cependant on ne peut en juger immédiatement de la compressibilité de la traverse, qui répartit la pression  $P$  du rail, reçue par l'intermédiaire de la plaque d'appui, sur une surface surpassant plusieurs fois l'aire de la plaque. Dans ces conditions, la compression des fibres supérieures de la traverse sera produite par la pression du rail  $P$ , répartie sur une surface égale à l'aire de la plaque d'appui  $\omega_1$ , tandis que la compression des fibres inférieures sera produite par la même force répartie sur une surface  $\omega_2$ :

$\omega_2$  étant le demi-aire de la base de la traverse,

$\alpha$  le rapport de l'enfoncement moyen de la traverse à son enfoncement au droit du rail.

On peut donc admettre, que la force moyenne comprimant la traverse par unité de sa section horizontale est égale à

$$\frac{1}{2} P \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\alpha \omega_2} \right)$$

produisant un abaissement additionnel du rail par tonne de la pression  $P$  qu'il exerce sur son appui:

$$\frac{\Delta h}{P} = \frac{1}{D''} = \frac{h}{2 E''} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\alpha \omega_2} \right) \quad (6)$$

$h$  hauteur de la traverse,

$D''$  coefficient de compressibilité de la traverse,

$E''$  coefficient d'élasticité du bois comprimé perpendiculairement aux fibres.

Pour déterminer la compressibilité des traverses posées en voie, on a fait des observations spéciales sous le passage des trains. On a observé simultanément les mouvements verticaux de la plaque d'appui du rail, ou bien ceux du rail, et les mouvements de la face inférieure de la traverse au droit de l'arête extérieure du rail au moyen d'un boulon passant librement par la traverse et fixé à sa base (fig. 19). Le tableau VIII et la figure 20 font voir les résultats de ces observations.

Pour comparer ces résultats à ceux des épreuves de compressibilité du bois faites au laboratoire (tableau II), on a calculé le coefficient de l'élasticité des traverses d'après la formule (6) en posant  $E'' = 2\,000$  kg/cm. On a obtenu  $D'' = 80.7$  t/cm, tandis que d'après les observations sa valeur se monte de 105 à 186 t/cm, ce qui correspond à un coefficient d'élasticité du bois de 2 600 à 4 600 km/cm.

T A B L E A U VIII.  
Compressibilité des traverses.

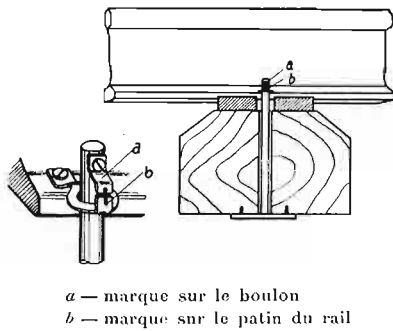


Fig. 19. Arrangement pour mesurer la compressibilité de la traverse.

Traverse n°	Epreuve n°	Date	Point observé	$\frac{1}{D''}$ cm/t	$D''$ t/cm	$E$ kg/cm <sup>2</sup>
12	733	5.VII.34	Face inf. de la traverse et patin du rail	0,009499	105,2	2609
16	730	5.VII.34	Face inf. de la traverse et patin du rail	0,005372	186,1	4612
16	724	28.VI.34	Face inf. de la traverse et plaque d'appui	0,009547	104,7	2595
16	977	7.IX.34	Face inf. de la traverse et plaque d'appui	0,006932	144,2	3574
16	946	1.IX.34	Face inf. de la traverse et patin du rail	0,008391	119,2	2954
Grandeurs moyennes				0,007955	131,8	3269

Tenant compte que les plaques d'appui reposent sur les traverses d'une façon pas toujours également exacte, et que leur pression n'est pas toujours également répartie, on a admis pour les calculs qui suivent  $D'' = 120$  t/cm, ce qui correspond approximativement à une valeur de  $E'' \approx 3\,000$  kg/cm.

##### 5. Le coefficient de l'appui des traverses et le coefficient de leur assise.

La connaissance des coefficients:  $D$  de l'appui du rail et  $D''$  de compressibilité des traverses nous permet d'évaluer le coefficient  $D'$  de l'appui des traverses ainsi que le coefficient  $C$  de leur assise, car il est évident que l'abaissement du rail au droit des traverses par unité de pression du rail se compose de l'abaissement de la traverse même ainsi que de sa compression, c'est à dire:

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D'} + \frac{1}{D''} \quad (7)$$

d'où

$$D' = \frac{D}{1 - \frac{D}{D''}} \quad (8)$$

Mettant  $D'' = 120$  t d'après les résultats cités à l'article précédant, on obtient la valeur du coefficient de l'appui des traverses  $D'$  de 10,9 à 9,4 t/cm, comme on l'a évalué dans le tableau V d'après chaque groupe d'observations séparément.

D'après la formule (5) on obtient le coefficient de l'assise

$$C = \frac{D'}{\alpha \omega} \quad (5)$$

$\omega$  demi-aire de la base inférieure de la traverse,

$\alpha = \frac{p}{p_r \omega}$  rapport de l'abaissement moyen de la traverse à son abaissement au droit du rail,

$p_r$  pression de la traverse sur le ballast au droit du rail en kg/cm<sup>2</sup>.

Pour une traverse d'une largeur de base  $b = 26$  cm, d'une longueur  $2l = 270$  cm et d'un moment d'inertie de section  $I = 8277$  cm<sup>4</sup>, admettant le coefficient de l'élasticité du bois par flexion  $E = 118.000$  kg/cm<sup>2</sup>, on obtient d'après les tableaux de Zimmermann

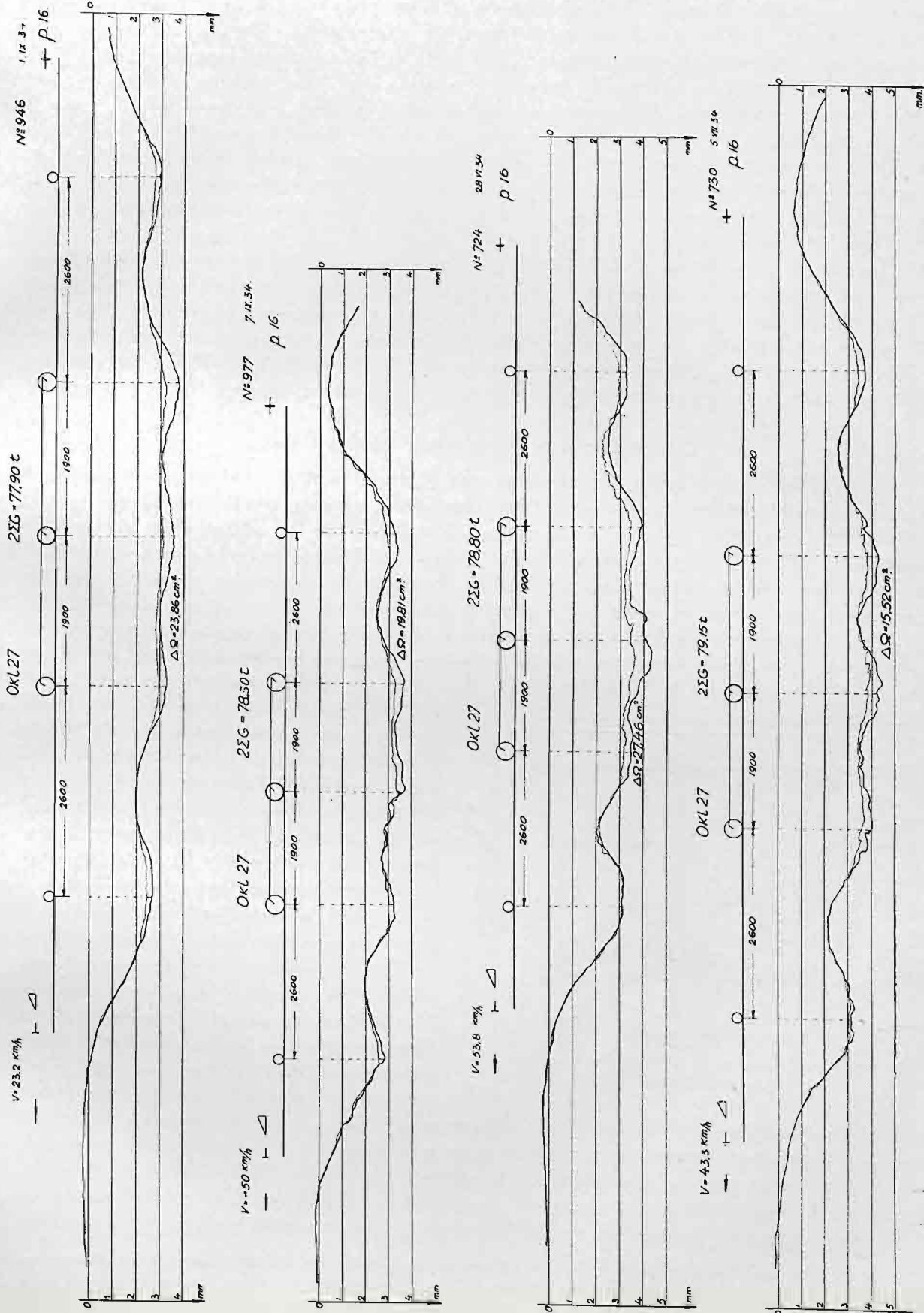
$$C = 5,2 \quad \alpha = 0,949$$

$$C = 5,6 \quad \alpha = 0,941.$$

Les observations que nous décrivons, ainsi que les observations ultérieures<sup>1)</sup> prouvent cependant, que l'abaissement des abouts et du milieu d'une traverse de 2,70 m de

<sup>1)</sup> A. Wasiutyński. Note sur les déformations momentanées de la voie. Bulletin du Congrès, 1900. p. 2680.





Traits fins — abaissement de la face inférieure de la traverse.  
 Traits gros — abaissement du rail ou de la plaque d'appui (voir tableau VIII)  
 Fig. 20. Diagrammes de la compressibilité des traverses.

longueur est moindre qu'on ne l'obtient d'après la théorie, par suite de quoi le rapport  $\alpha$  s'approche de 0.85 et ce n'est que dans un cas qu'il fut trouvé 0.92. On doit l'attribuer évidemment à un bourrage des traverses en différents points de leur longueur moins uniforme qu'on ne l'admet en théorie et en partie aussi à une plus grande raideur des traverses. Tenant compte des différences observées de la valeur de  $\alpha$ , on a admis pour le calcul du coefficient de l'assise des traverses la valeur moyenne  $\alpha = 0.89$ . Avec cette valeur de  $\alpha$  le coefficient de l'assise des traverses  $C$  calculé d'après les observations de l'abaissement du rail, tenant compte de la compressibilité des traverses, fut évalué entre 3.5 et 3.0 kg/cm<sup>3</sup>. Le même coefficient, calculé d'après les observations de l'abaissement des tirefonds, fut évalué entre 3.75 et 3.2 kg/cm<sup>3</sup>.

Le calcul du coefficient de l'assise des traverses d'après ces deux modes peut être suivi en examinant le tableau V. Le calcul d'après l'abaissement des tirefonds paraît moins justifié puisque, comme on l'a observé ci-dessus, cet abaissement contient déjà une partie assez considérable de la compression des traverses. Par suite, on doit admettre que, dans les conditions données du sous-sol, la valeur du coefficient de l'assise des traverses pour ballast en granit ou basalte concassé varie entre  $C = 3.5$  et  $C = 3.0$  kg/cm<sup>3</sup>.

## 6. Les coefficients de la route et du ballast.

Le coefficient de l'appui du rail ainsi que le coefficient de l'assise des traverses, calculé d'après ce coefficient, dépendent de l'élasticité constante de la couche de ballast ainsi que de l'élasticité variable de la route, c'est-à-dire de la plate-forme servant de base au ballast. Il est important de se rendre compte de l'élasticité de la couche du ballast toute seule, car c'est le facteur dont dépend la douceur du roulement, de même que les ressorts mous font moins ressentir les secousses occasionnées par les inégalités de la voie.

Pour éliminer de l'enfoncement de l'assise des traverses la partie qui provient de l'enfoncement de la plate-forme, on a fiché entre les traverses au droit du rail un tuyau de gaz descendant jusqu'à la base du ballast (fig. 21). Ce tuyau formait un petit puits

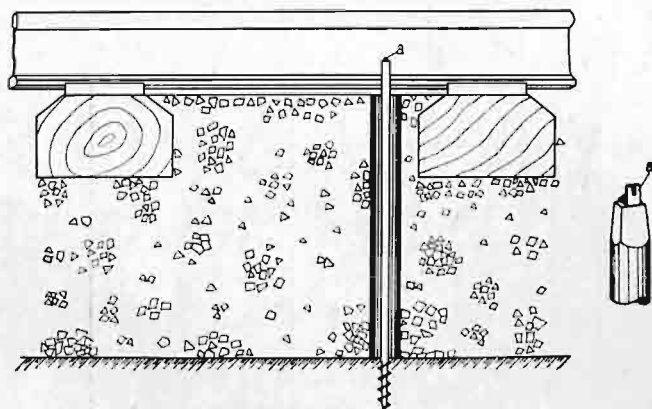


Fig. 21 Arrangement pour mesurer l'enfoncement de la plate-forme.

au fond duquel on a enfoncé une barre en fer jusqu'à une profondeur de 10 cm. La photographie de l'abaissement au passage des trains d'une marque placée sur cette barre servit à calculer le coefficient  $D_{55}$  de l'élasticité de la plate-forme à une profondeur d'à peu près 55 cm au-dessous de la surface supérieure des traverses.

Les observations de Schubert <sup>1)</sup> prouvent que sous une couche de ballast de 35 cm d'épaisseur, l'écartement des traverses étant, comme dans notre cas, de 75 cm d'axe en axe, l'enfoncement de la plate-forme entre les traverses et au droit des traverses doit être à peu près égal. C'est pourquoi on a admis, que la plate-forme

est uniformément chargée sur une partie de sa largeur occupée par les traverses et, en dehors de cet espace, sur deux bandes d'une largeur égale à la moitié de l'écartement des traverses.

En désignant par  $\omega_{55}$  une partie de la surface de la plate-forme ainsi chargée qui correspond à la moitié d'une traverse, on a calculé le coefficient  $D_{55}$  de l'élasticité de cette surface d'après le diagramme de l'enfoncement de la plate-forme suivant la formule

<sup>1)</sup> E. Schubert (Organ 1897 Heft 6 u. 7) a observé au laboratoire les déformations de terre glaise plastique, recouverte d'une couche de sable de 5 cm d'épaisseur et d'une couche de pierre concassée, sous la pression d'une traverse chargée. Lorsque l'épaisseur de la couche de pierre concassée avait atteint 35 cm, la surface de terre glaise restait plane au moins sur 35 cm de chaque côté de l'axe de la traverse.



[illegible]

$$D_{55} = \frac{\alpha \Sigma G}{\Omega_{55}} \quad (9)$$

$\Omega_{55}$  étant l'aire du diagramme de l'enfoncement de la barre dans le petit puits, d'où le coefficient de la route

$$N = \frac{D_{55}}{\omega_{55}} \quad (10)$$

Le coefficient du ballast  $K$ , égal au coefficient de l'assise des traverses  $C$  dans le cas d'une plate-forme absolument rigide, peut-être déterminé d'après l'équation

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{K} + \frac{1}{nN} \quad (11)$$

$n$  étant le rapport de l'aire chargée de la plate-forme correspondant à une traverse, à l'aire de la surface inférieure de la traverse, tenant compte de la flexion de la traverse,

$$n = \frac{\omega_{55}}{\alpha \omega} \quad nN = \frac{D_{55}}{\alpha \omega}$$

par conséquent

$$K = \frac{nNC}{nN - C} = \frac{CD_{55}}{D_{55} - D'} \quad (12)$$

La tableau IX contient les résultats des calculs des coefficients de la route et du ballast d'après les observations faites simultanément avec celles qui ont servi à calculer le coefficient  $C$ .

Comme ce tableau le démontre, les valeurs moyennes des trois coefficients  $D_{55}$ ,  $N$  et  $K$  furent obtenues comme suit:

$$D_{55} = 35.5 \text{ t/cm}; \quad N = 3.1 \text{ kg/cm}^3; \quad K = 6.1 \text{ kg/cm}^3$$

On doit remarquer que le coefficient  $K$  dépend exclusivement des grandeurs observées.

Dans le but de se rendre compte de la compressibilité du sous-sol ainsi que de la distribution des pressions à une plus grande profondeur, on a observé l'enfoncement du sous-sol au fond d'un petit puits de 1.5 m de profondeur, arrangé de la même manière que le puits de 0.5 m. La barre en fer fut enfoncée de 0.20 m dans le fond du puits, par conséquent elle indiquait l'enfoncement du sol à une profondeur d'à peu près 1.60 m au-dessous du niveau de la plate-forme.

TABLEAU IX.

*Coefficients  $D_{55}$ ,  $N$  et  $K$  d'après l'enfoncement du sol dans le puits à côté de la traverse n° 11.*

Epreuve n°	436	438	440	Moyenne	Observations
Date	16.VIII.1933				
$D_{55} = \frac{\alpha \cdot \Sigma G}{\Omega_{55}}$	35,73	35,84	37,09	35,55	$\omega_{55} = \frac{1}{2} \times 75 \times (270+47) =$ $= 11570 \text{ cm}^2$
$N = \frac{D_{55}}{\omega_{55}}$	3,088	2,925	3,205	3,073	Valeurs de $D'$ et $C$ d'après l'enfoncement de la tra- averse 11:
$K = \frac{C \cdot D_{55}}{D_{55} - D'}$	6,085	6,269	5,967	6,106	$D' = 12,406 \text{ t/cm}$ $C = 3,971 \text{ kg/cm}^3$ (voir tableau VI)



Le coefficient de l'élasticité du sous-sol à cette profondeur fut calculé d'après une formule analogue à la formule (9)

$$D_{160} = \frac{a \Sigma G}{\Omega_{160}} \quad (13)$$

$\Omega_{160}$  étant l'aire du diagramme de l'enfoncement.

On a obtenu  $D_{160} = 92 \text{ t/cm}$ .

Sa valeur est à peu près 2,6 fois plus grande que la valeur de  $D_{55}$ , ce qui atteste que la charge du rail se répartit très rapidement sur une surface de plus en plus grande du sous-sol à mesure que la profondeur augmente.

## 7. Coefficient de l'assise des traverses d'après les observations de l'abaissement des traverses sous presses hydrauliques.

La méthode que nous venons de décrire, de déterminer la valeur moyenne du coefficient de l'assise des traverses d'après l'enfoncement de plusieurs traverses sous pression du rail portant une charge mobile, suggéra l'idée, s'il ne serait pas plus simple de déterminer ce coefficient d'après une pression connue appliquée sur une seule traverse.

Dans ce but on a eu recours à une disposition représentée par la fig. 23. On a choisi pour objet d'observation une des traverses proches du milieu du tronçon d'essai, sur lequel on a placé une plate-forme chargée, à grand empattement d'essieux. Après avoir ôté de la traverse les tirefonds et les plaques d'appui et l'avoir libérée ainsi de la pression des rails, on l'a soumise à la pression de deux presses hydrauliques placées au droit des longrines de la plate-forme sur des supports  $P$  en forme d'étriers (fig. 24) embrassant les rails sans les

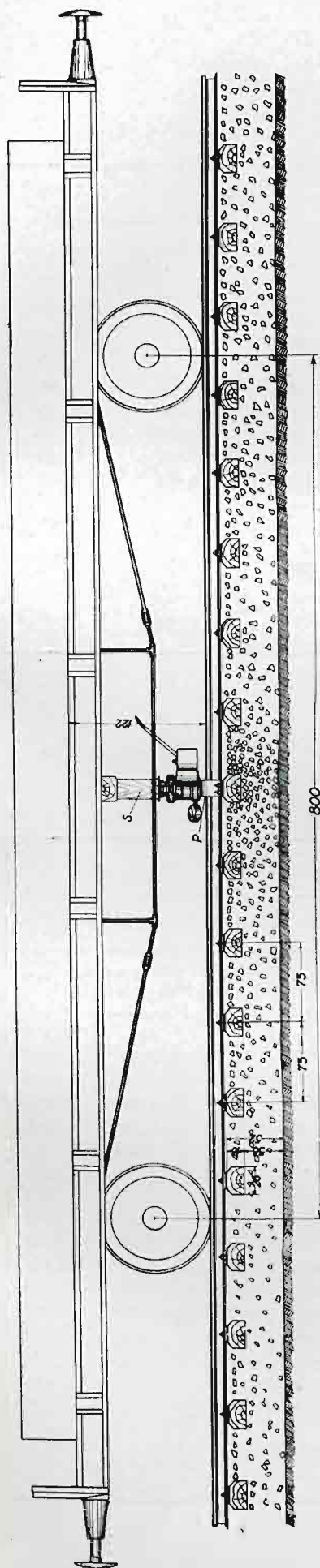


Fig. 23. Disposition pour charger au repos une traverse isolée.

Fig. 24.  
Support pour charger  
la traverse.

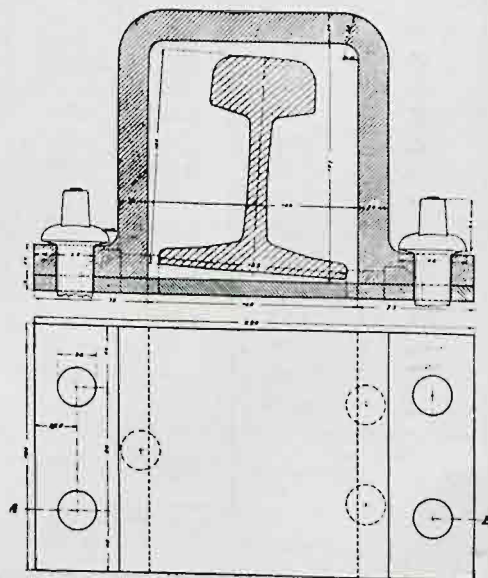


TABLEAU Xa

*Enfoncement d'une traverse isolée sous presses.*

1935. Ballast en granit concassé.

Effort vertical		Enfoncement de la traverse en mm					
Pression du piston kg/cm <sup>2</sup>	Pression sur traverse t	Traverse 13			Traverse 14		
		Support de gauche	Support de droite	Moyenne	Support de gauche	Support de droite	Moyenne
0	0	0	0	0	0	0	0
20	4,91	1,225	1,189	1,206	1,986	1,986	1,986
40	9,82	3,995	2,602	3,298	3,556	2,850	3,103
60	14,72	5,329	3,684	4,506	5,872	4,588	5,130
80	19,64	5,419	4,081	4,750	7,730	5,800	6,765
100	24,54	6,690	5,876	6,283	9,250	6,494	7,872
120	29,45	7,340	7,133	7,236	—	—	—
Epreuve n°		606	545		604	545	
Date		21.IX.1933			18.XI.1933		

TABLEAU Xb.

*Enfoncement d'une traverse isolée sous presses.*

1934. Ballast en basalte concassé.

Effort vertical		Enfoncement de la traverse en mm								
Pression du piston kg/cm <sup>2</sup>	Pression sur traverse t	Traverse 11			Traverse 13			Traverse 15		
		Support de gauche	Support de droite	Moyenne	Support de gauche	Support de droite	Moyenne	Support de gauche	Support de droite	Moyenne
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1,25	—	—	—	0,136	0,041	0,088	0,756	0,629	0,692
10	2,45	0,575	0,293	0,534	0,563	0,760	0,661	1,323	0,956	1,139
15	3,68	—	—	—	0,866	0,998	0,932	1,665	1,289	1,477
20	4,91	1,424	0,907	1,165	1,243	1,294	1,268	2,188	1,745	1,966
25	6,15	—	—	—	1,606	1,669	1,637	2,574	2,238	2,407
30	7,36	2,182	1,602	1,892	1,926	1,908	1,917	2,937	2,700	2,818
35	8,59	—	—	—	2,336	2,284	2,310	3,337	3,205	3,271
40	9,82	2,846	2,320	2,583	2,608	2,670	2,639	3,795	3,633	3,714
45	11,04	—	—	—	2,967	3,050	3,008	4,140	4,106	4,123
50	12,27	3,398	3,047	3,222	3,377	3,472	3,424	4,379	4,540	4,459
60	14,72	4,086	3,750	3,918	4,123	4,262	4,192	5,184	5,502	5,343
70	17,18	—	4,508	—	4,778	4,858	4,818	5,909	6,396	6,152
80	19,64	—	5,466	—	5,609	5,853	5,721	6,661	7,615	7,138
90	22,08	—	—	—	—	—	—	6,902	8,246	7,574
Epreuve n°		757	752		909	904		911	906	
Date		14.VIII.1934			16.V.III.1934			16.VIII.1934		



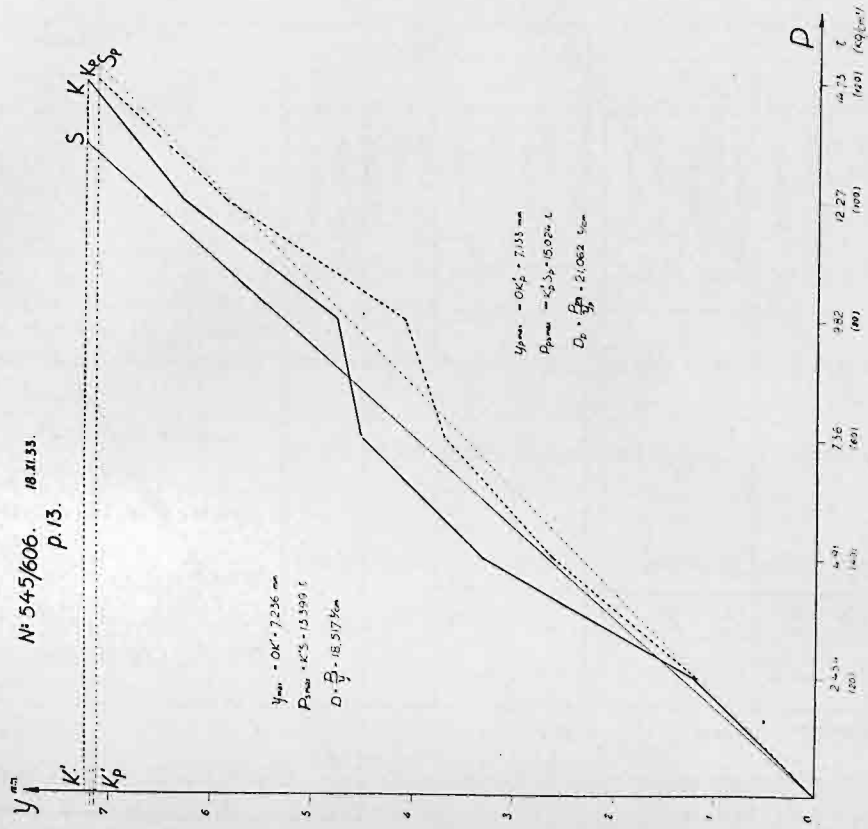
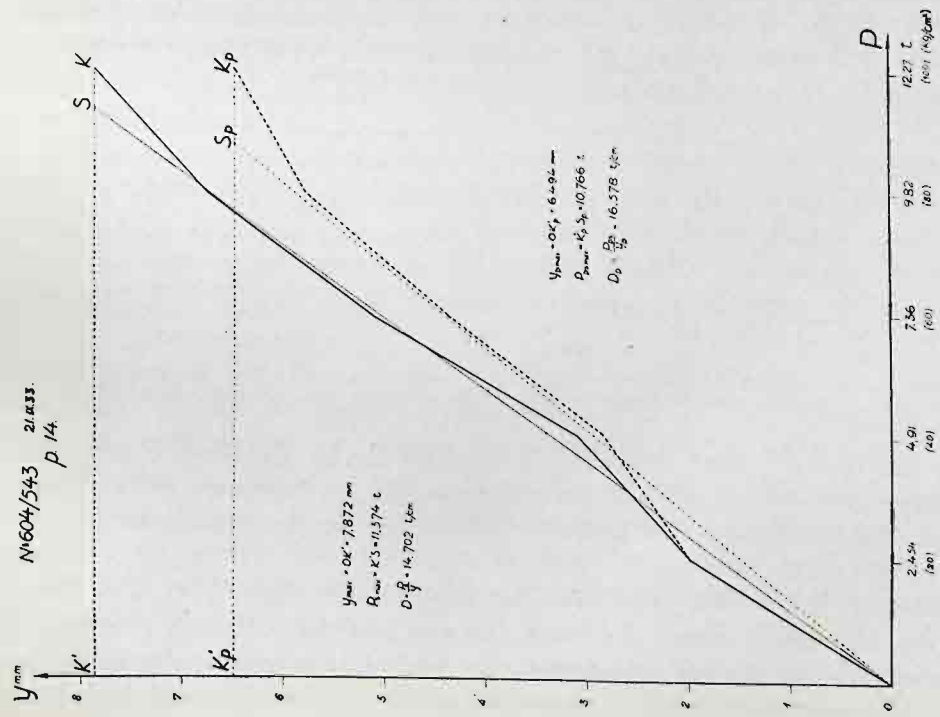
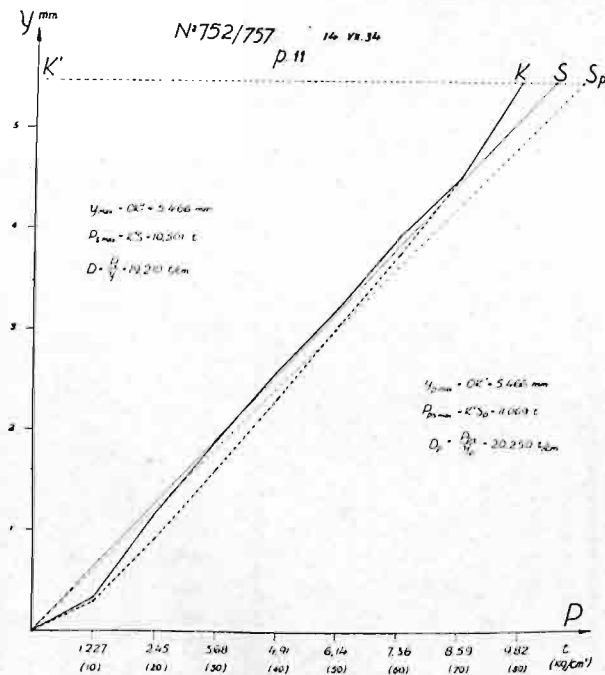
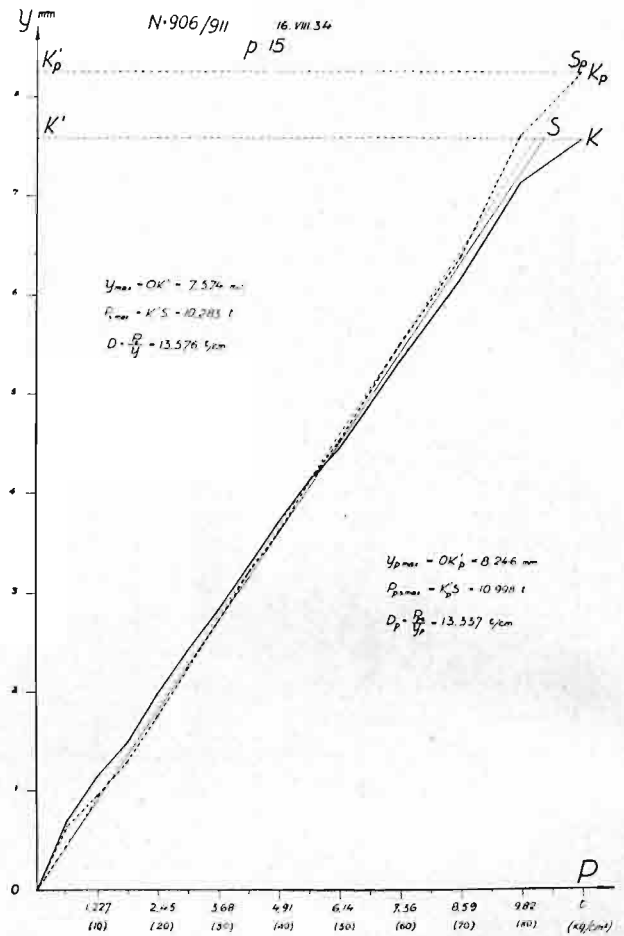
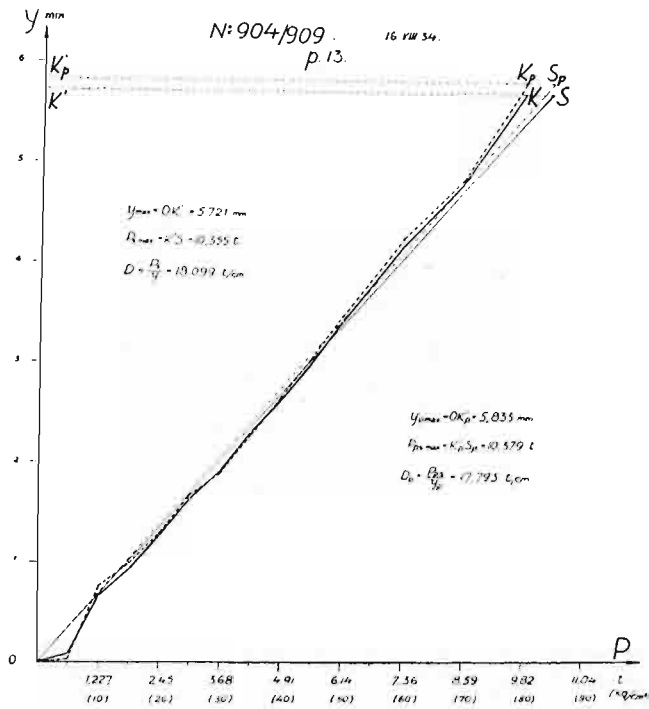


Fig. 25. Diagrammes de l'enfoncement d'une traverse sous presses.  
Année 1933.



Indications sur figures 25 et 25 a.

Ligne brisée continue  $OK$ : abaissement moyen des deux supports d'après les données du tableau X.

Ligne brisée pointillée  $OK_p$ : abaissement du support de droite.

Lignes droites  $OS$  et  $OS_p$  remplacent les lignes brisées qui leur correspondent.

$y_{\max}$ ,  $P_{s \max}$  coordonnées du point  $S$ .

$y_{p \max}$ ,  $P_{ps \max}$  coordonnées du point  $S_p$ .

$D$  coefficient de l'appui du rail d'après l'abaissement des deux supports.

$D_p$  coefficient de l'appui du rail d'après l'abaissement du support du côté droit.

A la tête de chaque diagramme on a mis les n-os des deux épreuves obtenues simultanément, d'après lesquelles on a tracé ce diagramme.

Fig. 25 a. Diagrammes de l'enfoncement d'une traverse sous presses. Année 1934.

toucher. Deux baliveaux butant contre les longerons de la plate-forme servirent de points d'appui pour exercer avec les presses une pression sur les traverses allant jusqu'à 12 t sur chaque support. On mesurait cette pression au moyen de deux manomètres en soutenant leurs indications au même niveau.

Les tableaux Xa et Xb ainsi que les diagrammes fig. 25 et 25 a font voir que l'enfoncement des traverses suivait un tracé linéaire par rapport à la pression.

La traverse déchargée ne reprenait pas toujours sa position primitive. La différence entre la position primitive de la traverse et sa position après décharge, observée



TABLEAU XI.

Coefficient de l'assise  $C$  d'après les observations de l'enfoncement des traverses isolées sous presses.

Année	1933				1934					
Traverse n°	13		14		11		13		15	
n° et date de l'exposition	606/545 21.IX		601/513 18.XI		757/762 14.VII		909/904 16.VIII		911/906 16.VIII	
	support de droite	moyenne des deux supports	support de droite	moyenne des deux supports	support de droite	moyenne des deux supports	support de droite	moyenne des deux supports	support de droite	moyenne des deux supports
Abaissement maximum du support $y_{\max}$ mm	7,135	7,236	6,494	7,872	5,466	5,466	5,833	5,721	8,246	7,574
Effort de la presse donnant $y_{\max}$ après redressement de la ligne d'abaissement $P_s \max$	15,024	13,399	10,766	11,574	11,069	10,501	10,379	10,355	10,998	10,283
Coefficient $D$ de l'appui du support $D = P_s \max : y_{\max}$	21,062	18,517	16,578	14,702	20,250	19,210	17,793	18,099	13,337	13,576
Coefficient $D'$ de l'appui de la traverse $D' = \frac{D}{1 - \frac{D}{D''}} \quad \frac{1}{D''} = 0,0099$	26,611	22,674	19,833	17,206	25,328	23,721	21,597	22,050	15,366	15,684
Coefficient $C$ de l'assise $C = D' : \alpha \omega$ ( $\alpha \omega = 3124 \text{ cm}^2$ )	8,517	7,260	6,349	5,509	8,107	7,593	6,914	7,060	4,920	5,020

en quelques cas, doit être attribuée non seulement à une déformation permanente, mais aussi à un retard à regagner la position initiale. La proportionnalité de l'abaissement de la traverse par rapport à la pression que démontrent les diagrammes, fait prévaloir cette dernière cause comme plus probable.

Pour déterminer le coefficient  $D$ , c'est-à-dire le rapport moyen entre la pression sur la traverse et son enfoncement, et pour tracer dans ce but sur les diagrammes une droite répondant le mieux à ce rapport, on mesurait l'aire comprise entre la courbe de l'enfoncement et l'axe correspondant des coordonnées et on la transformait en triangle équivalent. L'enfoncement moyen de la traverse fut calculé sous les deux rails de la voie et, séparément, sous le rail observé (support de droite) pour le comparer à l'enfoncement sous la marche des trains.

En déterminant d'après le coefficient  $D$  le coefficient  $D'$  de l'appui des traverses (tableau XI) on a calculé la compression de la traverse par tonne de pression d'après la formule (6). On a introduit dans cette formule l'aire de la plaque d'appui du support  $\omega_1 = 16 \times 29 = 464 \text{ cm}^2$  et la valeur de  $D'' = 2000$  d'après les essais au laboratoire, vu que pendant les observations sous presses les plaques d'appui collaient bien sur les traverses.

Le coefficient  $D'$  de l'appui des traverses évalué d'après les observations sous presses que nous venons de décrire, varie entre 15,7 et 25,7 t/cm, ce qui correspond à des valeurs du coefficient  $C$  de l'assise des traverses de 5,0 à 7,6 kg/cm<sup>3</sup>.

Pour comparer ces chiffres aux valeurs des mêmes coefficients d'après les observations sous la marche des trains, il fallait se servir des observations faites en même temps sur mêmes traverses. Les résultats de ces observations sont indiqués dans le tableau XII. Ils sont comparés aux résultats des observations de l'enfoncement des traverses sous presses dans le tableau XIII.

Les chiffres du tableau XIII font voir que le coefficient de l'assise des traverses d'après les observations de l'enfoncement des traverses isolées sous presses est à peu

T A B L E A U X I I.

Coefficient de l'assise  $C$  d'après les observations de l'enfoncement sous la marche des trains des traverses essayées sous presses.

Année		1933			1934					
Traverse n°		13		14	11		13		15	
n° et date de l'exposition		497 20.IX	501 20.IX	588 8.XI	753 12.VII	755 12.VII	858 1.VIII	952 3.IX	727 28.VI	951 1.IX
Locomotive		Ok 22	Ok 22	Ok 22	Tp 4	Tp 4	Pu 29	Ok 27	Ok 27	Ok 27
Vitesse km/h		71,5	52,0	55,0	35,8	33,4	9,0	17,6	53,8	23,2
$D$	d'après l'épreuve	10,877	10,741	—	12,423	12,279	9,049	8,473	7,909	9,105
	moyenne	10,809		10,626	12,351		8,761		8,507	
$D' = D : \left(1 - \frac{D}{D''}\right)$ $\frac{1}{D''} = 0,00826$		11,869		11,648	13,754		9,444		9,150	
$C = D' : \alpha \omega$ $\alpha \omega = 3124 \text{ cm}^2$		3,799		3,729	4,403		3,023		2,929	

T A B L E A U X I I I.

Comparaison des coefficients de l'assise des traverses d'après les observations sous presses et d'après les observations sous la marche des trains.

Année	1933				1934					
Traverse n°	13		14		11		13		15	
Date de l'observation sous presses	21.IX		18.XI		14.VII		16.VIII		16.VIII	
Coefficient	D'	C	D'	C	D'	C	D'	C	D'	C
I. D' et C d'après les observations sous presses	26,611	8,517	19,833	6,549	25,328	8,107	21,597	6,914	15,366	4,920
II. D' et C d'après les observations sous la marche des trains	11,869	3,799	11,648	3,729	13,754	4,403	9,444	3,023	9,150	2,929
Rapport $\varphi = \frac{D'_I}{D'_{II}} = \frac{C_I}{C_{II}}$	2,242		1,703		1,842		2,287		1,679	
Valeur moyenne de $\varphi$	1,951									

près deux fois plus grand que celui qu'on avait obtenu d'après l'observation de l'enfoncement d'un groupe de traverses sous la marche des trains. Il fut indispensable que ce résultat remarquable soit expliqué.

### 8. Enfoncement du sol sous la pression d'une plaque rigide.

En examinant la compressibilité du sol ayant un coefficient d'élasticité invariable  $E$  sous la pression d'une plaque rigide chargée uniformément, admettons que cette pression soit transmise en profondeur sous un angle  $\varphi$  chargeant uniformément chaque couche qui lui est parallèle.

Cette supposition ne répond qu'imparfaitement à la réalité, car la pression exercée par un point quelconque de la plaque est augmentée de la pression des points avoisinants et, par conséquent, la pression de la plaque à son centre sera plus grande qu'à ses bords. Cependant pour un calcul approximatif de la compressibilité du sol cette supposition peut être admise, puisque à mesure que la profondeur ainsi que la surface de pression et son rapport au contour augmentent, la pression en chaque point d'une coupe horizontale du sol deviendra de plus en plus égale. Alors la compression  $\Delta dx$  d'une couche d'épaisseur  $dx$  située à une profondeur  $x$  se trouve d'après l'équation:



$$\Delta dx = \frac{p_x}{E} dx = \frac{p \omega}{E \omega_x} dx$$

$p$  étant la pression qu'exerce la plaque sur la couche supérieure de son assise,

$\omega$  l'aire de la plaque,

$p_x$  la pression à la profondeur  $x$ ,

$\omega_x$  l'aire recevant la pression à la profondeur  $x$ .

Examinant le cas le plus simple, lorsque la surface de pression est un cercle de rayon  $r$ , on obtient

$$\Delta dx = \frac{p \pi r^2 dx}{E \pi (r + x \operatorname{tg} \varphi)^2} = \frac{p r^2}{E} \cdot \frac{dx}{(r + x \operatorname{tg} \varphi)^2}$$

L'enfoncement élastique  $y$  de la plaque chargée aura la valeur

$$y = \int_0^\infty \Delta dx = \frac{p r^2}{E} \int_0^\infty \frac{dx}{(r + x \operatorname{tg} \varphi)^2} = \frac{p r}{E \operatorname{tg} \varphi} \quad (14)$$

Comme on le voit, l'enfoncement élastique en cas de pression égale dans tous les points de la surface du cercle est proportionnel au rayon  $r$ .

Si la surface de pression est un rectangle ayant les côtés  $b$  et  $2l$ , le corps comprimé, admettant une petite simplification de forme, deviendra une pyramide tronquée au lieu d'un cône tronqué (fig. 26). On obtiendra alors:

$$\Delta dx = \frac{p b \cdot 2l dx}{E [2bl + 2(b + 2l)x \operatorname{tg} \varphi + 4x^2 \operatorname{tg}^2 \varphi]}$$

$$y = \int_0^\infty \Delta dx = \frac{p b l}{2 E \operatorname{tg}^2 \varphi} \int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + \frac{b + 2l}{2 \operatorname{tg} \varphi} x + \frac{b l}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi}}$$

Or,

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2mx + n} = \frac{1}{2\sqrt{m^2 - n}} \ln \frac{x + m - \sqrt{m^2 - n}}{x + m + \sqrt{m^2 - n}} + \text{const.}$$

si  $m^2 > n$ , ce qui a lieu au cas présent.

Par conséquent,

$$y = \frac{p b l}{E \operatorname{tg} \varphi (b - 2l)} \ln \frac{b}{2l} \quad (15)$$

Si  $b = 2l$  on devra éliminer l'incertain, après quoi l'on obtient

$$y = \frac{p b}{2 E \operatorname{tg} \varphi}$$

Pour déterminer la compression d'une couche entre  $x_i$  et  $x_{i+1}$  on aura la formule

$$y_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \Delta dx = \frac{p b l}{E (b - 2l) \operatorname{tg} \varphi} \left[ \ln \frac{x + \frac{l}{\operatorname{tg} \varphi}}{x + \frac{b}{2 \operatorname{tg} \varphi}} \right]_{x_i}^{x_{i+1}} \quad (16)$$

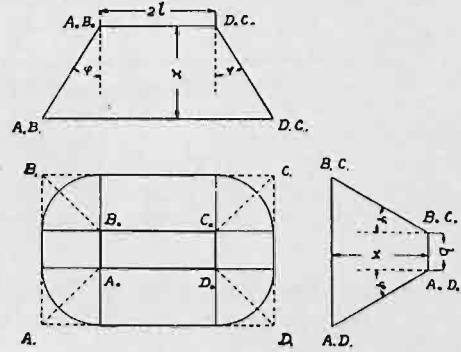


Fig. 26. Pyramide tronquée de sol comprimé.

### 9. Enfoncement du sol sous pression de plusieurs plaques rigides.

Les formules ci-dessus exprimant la compression du sol sous pression d'une seule plaque rigide, peuvent être généralisées au cas de plusieurs plaques rigides parallèles de grandeur égale (fig. 27), si l'on considère leur pression depuis une profondeur  $x_1$  depuis laquelle cette pression est également répartie sur toute la surface occupée par les traverses. Depuis

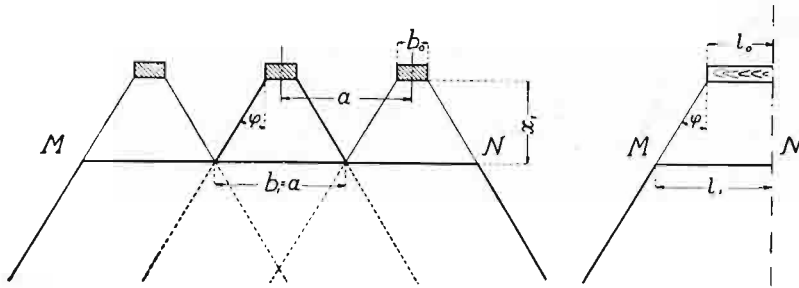


Fig. 27. Distribution de la pression des traverses.

cette profondeur le sol peut être envisagé comme étant dans les mêmes conditions que s'il se trouvait sous pression d'une seule plaque rigide et son enfoncement à cette profondeur comme égal à la compression d'une pyramide tronquée d'une hauteur infiniment grande, dont la base supérieure est égale à la somme des bases inférieures

des pyramides tronquées de hauteur  $x_1$  comprimées par chacune des plaques séparément.

Posant les désignations suivantes:

$p$  pression moyenne de la traverse sur son assiette.

$y_0$  compression d'une pyramide tronquée de hauteur  $x_1$  dont la base supérieure est égale à la surface inférieure de la traverse.

$y_1$  enfoncement du sol à la profondeur  $x_1$  par suite de la pression d'une seule traverse.

$y_n$  enfoncement du sol à la profondeur  $x_1$  par suite de la pression de  $n$  traverses.

$Y_1 = y_0 + y_1$  enfoncement de l'assiette d'une traverse pressant seule.

$Y_n = y_0 + y_n$  enfoncement de l'assiette d'une traverse par suite de la pression de  $n$  traverses.

$C_1$  et  $C_n$  coefficients de l'assise des traverses dans les deux cas de charge, on aura

$$C_1 = \frac{p}{Y_1} = \frac{p}{y_0 + y_1} \quad C_n = \frac{p}{Y_n} = \frac{p}{y_0 + y_n}$$

$$\frac{C_1}{C_n} = \frac{Y_n}{Y_1} = \frac{y_0 + y_n}{y_0 + y_1} \quad (17)$$

Or, d'après la fig. 27:

$$x_1 = \frac{a - b_0}{2 \operatorname{tg} \varphi}$$

et d'après la formule (16):

$$y_0 = \int_0^{x_1} \Delta dx = \frac{p b_0 l_0}{E (b_0 - 2 l_0) \operatorname{tg} \varphi} \left[ \ln \frac{x + \frac{l_0}{\operatorname{tg} \varphi}}{x + \frac{b_0}{2 \operatorname{tg} \varphi}} \right]_0^{x_1}$$

ou bien, après substitution de la valeur de  $x_1$

$$y_0 = \frac{p b_0 l_0}{E (b_0 - 2 l_0) \operatorname{tg} \varphi} \left( \ln \frac{a - b_0 + 2 l_0}{a} + \ln \frac{b_0}{2 l_0} \right)$$

L'enfoncement de l'assiette d'une traverse dans les deux cas de charge peut être déterminé d'après la formule (15):

$$Y_1 = \frac{p b_0 l_0}{E (b_0 - 2 l_0) \operatorname{tg} \varphi} \ln \frac{b_0}{2 l_0}$$



$$y_n = \frac{n p_x b_1 l_1}{E (n b_1 - l_1) \operatorname{tg} \varphi} \ln \frac{n b_1}{2 l_1}$$

Or, d'après la fig. 27:

$$b_1 = a; \quad 2 l_1 = 2 l_0 + a - b_0$$

de plus,

$$p_x b_1 l_1 = p b_0 l_0$$

par conséquent

$$y_n = \frac{n p b_0 l_0}{E [n a - (a - b_0 + 2 l_0)] \operatorname{tg} \varphi} \ln \frac{n a}{a - b_0 + 2 l_0}$$

En substituant ces valeurs dans la formule (17) on obtient finalement:

$$\frac{C_1}{C_n} = \frac{\lg \frac{b_0}{2 l_0} - \lg \frac{a}{a - b_0 + 2 l_0} + \frac{n (b_0 - 2 l_0)}{n a - (a - b_0 + 2 l_0)} \lg \frac{n a}{a - b_0 + 2 l_0}}{\lg \frac{b_0}{2 l_0}} \quad (18)$$

Cette formule ne contient, comme on le remarquera, ni  $E$  ni  $\varphi^1$ ).

Pour la superstructure observée:

$$b_0 = 26 \text{ cm}$$

$$2 l_0 = 270 \text{ cm}$$

$$a = 75 \text{ cm}$$

d'où

$$b_0 - 2 l_0 = -244 \text{ cm}$$

$$a - b_0 + 2 l_0 = +317 \text{ cm}$$

$$\lg \frac{b_0}{2 l_0} = \lg 26 - \lg 270 = -1,01659$$

$$\lg \frac{a}{a - b_0 + 2 l_0} = \lg 75 - \lg 317 = -0,63775$$

Par conséquent,

$$\frac{C_1}{C_n} = 0,37253 + \frac{3,2886 n}{n - 4,3425} (\lg n - 0,63775) \quad (19)$$

La formule (19) donne pour différentes quantités de traverses exerçant la pression es valeurs suivantes du rapport des coefficients de l'assise des traverses:

$n =$	1	2	3	4	5...	10...
$\frac{C_1}{C_n} =$	1	1,3180	1,5530	1,7433	1,9035...	2,4782...

## 10. Enfoncement du sol soumis à la pression d'une plaque ronde d'après la théorie de l'élasticité.

Les suppositions admises à l'article précédent ne sont pas rigoureusement justes quant à la répartition de la pression à l'intérieur de la région élastique et, par conséquent, pourraient mettre en doute les résultats obtenus. Pour éviter ces doutes on a fait le calcul de l'enfoncement des traverses basé strictement sur la théorie de l'élasticité.

<sup>1)</sup> Dans la formule (18) on a remplacé les logarithmes naturels par des logarithmes à base décimale qui leur sont proportionnels.

Le problème de l'enfoncement du sol sous pression d'un cylindre pesant, à base plaque circulaire, fut résolu par Boussinesque<sup>1)</sup> et puis encore, d'après une autre méthode, par Riemann<sup>2)</sup>. D'après ces auteurs, l'enfoncement élastique du sol sous un tel cylindre est exprimé par la formule.

$$y_0 = \frac{\lambda + 2\mu}{8\mu(\lambda + \mu)} \cdot \frac{P}{r}$$

et en dehors du cylindre à une distance  $R$  de son axe

$$y_R = y_0 \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$$

$P = \pi r^2 p$  étant la pression totale du cylindre.

$r$  rayon du cylindre.

$R > r$  distance de l'axe du cylindre

$\lambda, \mu$  coefficients d'élasticité de Lamé, dont le rapport au module de Young  $E$  et au chiffre de Poissons  $\psi$  s'exprime par les formules

$$\lambda = \frac{\psi E}{(1 + \psi)(1 - 2\psi)} \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \psi)}$$

Après substitution de ces valeurs on reçoit

$$y_0 = (1 - \psi^2) \frac{\pi}{2E} p r^3$$

$$y_R = y_0 \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$$

Mettant  $y_0 = 1$ , l'influence moyenne d'un cylindre sur l'enfoncement d'un autre cylindre situé à une distance  $R$  du premier, sera exprimé comme suit:

$$y_R = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$$

Si  $R$  a une assez grande valeur,  $\arcsin \frac{r}{R} \approx \frac{r}{R}$

Pour contrôler la formule (19) on a remplacé la traverse observée par plusieurs cylindres donnant la même aire de base. Pour rendre le calcul plus clair on a examiné le cas spécial de la superstructure expérimentée.

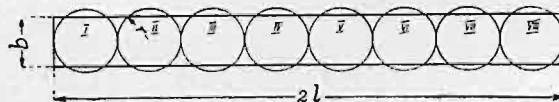


Fig. 28. Remplacement d'une traverse par plusieurs cylindres équivalents.

<sup>1)</sup> Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques § IV.

<sup>2)</sup> H. Weber. Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik (nach Riemanns Vorlesungen), Band II. Cap. X.

<sup>3)</sup> D'après les déductions précédentes (p. 43 formule (14)),

$$y_0 = \frac{p r}{E \operatorname{tg} \varphi} \quad (14)$$

cette formule devient identique à la formule de Boussinesque si  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2}{\pi(1 - \psi^2)}$ . Mettant  $\psi = 0,3$  on reçoit  $\varphi \approx 35^\circ$  ce qui prouve que les simplifications de calcul qu'on avait admis conduisent à un résultat bien probable.

T A B L E A U XIV.

Enfoncement de la traverse O chargée toute seule

Cylindre n°	$y_h = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$			
	$I_0$	$I_0$	$III_0$	$IV_0$
$I_0$	1	1	0,5353	0,1608
$II_0$	$\frac{1}{2}$	0,5353	1	0,5353
$III_0$	$\frac{1}{4}$	0,1608	0,5353	1
$IV_0$	$\frac{1}{6}$	0,1066	0,1608	0,5353
$V_0$	$\frac{1}{8}$	0,0795	0,1066	0,1608
$VI_0$	$\frac{1}{10}$	0,0657	0,0795	0,1066
$VII_0$	$\frac{1}{12}$	0,0551	0,0657	0,0795
$VIII_0$	$\frac{1}{14}$	0,0455	0,0551	0,0657
Enfoncement sommé de chaque cylindre	1,8425	2,1503	2,2380	2,2809
Enfoncement moyen de la traverse	2,1229			

Enfoncement de la traverse O par suite du chargement de la traverse 1.

Cylindre n°	$y_h = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$			
	$I_0$	$I_0$	$III_0$	$IV_0$
$I_1$	0,2294	0,1473	0,1536	0,1080
$II_1$	0,2083	0,1536	0,1473	0,1080
$III_1$	0,1689	0,1080	0,1536	0,1536
$IV_1$	0,1548	0,0861	0,1080	0,1473
$V_1$	0,1097	0,0700	0,0861	0,1536
$VI_1$	0,0916	0,0584	0,0700	0,1080
$VII_1$	0,0782	0,0498	0,0584	0,0861
$VIII_1$	0,0681	0,0434	0,0498	0,0700
Enfoncement sommé de chaque cylindre	0,6966	0,7868	0,8450	0,8727
Enfoncement moyen de la traverse	0,8003			

Enfoncement de la traverse O par suite du chargement de la traverse 2.

Cylindre n°	$y_h = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$			
	$I_0$	$I_0$	$III_0$	$IV_0$
$I_2$	0,1147	0,0732	0,0715	0,0665
$II_2$	0,1117	0,0715	0,0732	0,0665
$III_2$	0,1042	0,0665	0,0715	0,0732
$IV_2$	0,0944	0,0602	0,0665	0,0715
$V_2$	0,0845	0,0539	0,0602	0,0665
$VI_2$	0,0755	0,0480	0,0539	0,0602
$VII_2$	0,0674	0,0429	0,0480	0,0539
$VIII_2$	0,0606	0,0386	0,0429	0,0480
Enfoncement sommé de chaque cylindre	0,4546	0,4875	0,5109	0,5251
Enfoncement moyen de la traverse	0,4940			

Enfoncement de la traverse O par suite du chargement de la traverse 3.

Cylindre n°	$y_h = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$			
	$I_0$	$I_0$	$III_0$	$IV_0$
$I_3$	0,0765	0,0487	0,0482	0,0466
$II_3$	0,0756	0,0482	0,0487	0,0466
$III_3$	0,0731	0,0466	0,0482	0,0487
$IV_3$	0,0695	0,0445	0,0466	0,0482
$V_3$	0,0655	0,0416	0,0445	0,0466
$VI_3$	0,0607	0,0387	0,0416	0,0445
$VII_3$	0,0563	0,0359	0,0387	0,0416
$VIII_3$	0,0522	0,0332	0,0359	0,0387
Enfoncement sommé de chaque cylindre	0,5372	0,5322	0,5329	0,5685
Enfoncement moyen de la traverse	0,5552			

Enfoncement de la traverse O par suite du chargement de la traverse 4.

Cylindre n°	$y_h = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$			
	$I_0$	$I_0$	$III_0$	$IV_0$
$I_4$	0,0574	0,0366	0,0363	0,0356
$II_4$	0,0570	0,0363	0,0366	0,0356
$III_4$	0,0559	0,0356	0,0363	0,0366
$IV_4$	0,0545	0,0346	0,0356	0,0366
$V_4$	0,0521	0,0332	0,0346	0,0363
$VI_4$	0,0498	0,0317	0,0332	0,0356
$VII_4$	0,0475	0,0301	0,0317	0,0346
$VIII_4$	0,0447	0,0285	0,0301	0,0332
Enfoncement sommé de chaque cylindre	0,2666	0,2744	0,2799	0,2828
Enfoncement moyen de la traverse	0,2759			

Enfoncement de la traverse O par suite du chargement de la traverse 5.

Cylindre n°	$y_h = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{r}{R}$			
	$I_0$	$I_0$	$III_0$	$IV_0$
$I_5$	0,0459	0,0292	0,0291	0,0287
$II_5$	0,0457	0,0291	0,0292	0,0287
$III_5$	0,0451	0,0287	0,0291	0,0292
$IV_5$	0,0442	0,0281	0,0287	0,0291
$V_5$	0,0431	0,0274	0,0281	0,0291
$VI_5$	0,0417	0,0265	0,0274	0,0287
$VII_5$	0,0402	0,0256	0,0265	0,0281
$VIII_5$	0,0386	0,0246	0,0256	0,0274
Enfoncement sommé de chaque cylindre	0,2192	0,2237	0,2268	0,2284
Enfoncement moyen de la traverse	0,2245			

Explication du tableau. Les colonnes  $y_h$  contiennent l'enfoncement de chaque cylindre de la traverse O ( $I_0, II_0, III_0, \dots$ ) par suite de l'enfoncement des cylindres successifs des autres traverses. L'enfoncement sommé de chaque cylindre de la traverse O représente la somme des enfoncements de la colonne. L'enfoncement moyen de la traverse est la moyenne arithmétique des enfoncements sommés de tous ses cylindres. On a pris pour unité d'enfoncement l'enfoncement d'un cylindre isolé. La charge par unité d'aire est partout égale.  $r$  = rayon du cylindre.  $R$  = écartement des cylindres d'axe en axe ( $R_{\min} = r$ ).



L'aire de base d'une traverse  $2lb = 270 \times 26 = 7020 \text{ cm}^2$ .

Le rayon  $r$  et le nombre  $n$  des cylindres équivalents doivent satisfaire aux conditions:

$$n \pi r^2 = 7020 \quad \text{et} \quad 2nr = 270$$

d'où

$$r = \frac{52}{\pi} = 16,55 \text{ cm}; \quad n = 8,16$$

$$\text{Mettant } n = 8 \text{ on reçoit } r = \sqrt{\frac{877,5}{\pi}} \approx 16,75 \text{ cm.}$$

Avec ces valeurs de  $n$  et de  $r$  on a calculé l'influence de chaque cylindre sur l'enfoncement sous les cylindres voisins. On a admis comme enfoncement moyen de la traverse observée la moyenne de l'enfoncement de ses cylindres composants. Le tableau XIV indique l'influence des traverses voisines sur l'enfoncement de la traverse observée.

### 11. Coefficient moyen de l'assise des traverses sous la charge de une à cinq traverses.

On a admis les notations suivantes:

$y_{ni}$  enfoncement de la traverse  $i$  d'un groupe de  $n$  traverses chargées.

$y_{ns}$  enfoncement moyen de toutes les traverses d'un groupe.

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= C_{1s} = \frac{P}{\omega y_{1,0}} \\ C_{ns} &= \frac{P}{\omega y_{ns}} \end{aligned} \right\} \text{Coefficients de l'assise des traverses correspondant à l'enfoncement moyen.}$$

Prenant pour unité d'enfoncement, de même que ci-dessus, l'enfoncement d'un cylindre isolé, on obtient d'après les données du tableau XIV (pour notation des traverses voir fig. 29):

#### 1. Enfoncement d'une seule traverse 0

$$y_{1,0} = 2,1229; \quad \text{coefficient de l'assise } C_1.$$

#### 2. Enfoncement de deux traverses 0 et 1

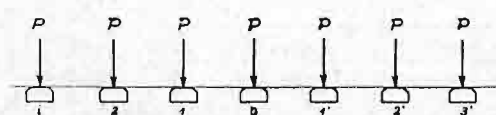


Fig. 29. Numérotage des traverses.

$$y_{2,0} = y_{2,1} = 2,1229 + 0,8003 = 2,9232$$

$$y_{2s} = 2,9232 \quad C_{2s} = \frac{2,1229}{2,9232} C_1 = 0,726 C_1$$

$$C_1 = 1,377 C_{2s}.$$

#### 3. Enfoncement de trois traverses 1, 0 et 1'

$$y_{3,0} = 2,1229 + 2 \times 0,8003 = 3,7235$$

$$y_{3,1} = y_{3,1'} = 2,1229 + 0,8003 + 0,4940 = 3,4172$$

$$y_{3s} = \frac{1}{3} (y_{3,0} + y_{3,1} + y_{3,1'}) = 3,5195$$

$$C_{3s} = \frac{2,1229}{3,5195} C_1 = 0,604 C_1 \quad C_1 = 1,657 C_{3s}$$

#### 4. Enfoncement de quatre traverses 2, 1, 0, 1'

$$y_{4,0} = y_{4,1} = 2,1229 + 2 \times 0,8003 + 0,4940 = 4,2175$$

$$y_{4,2} = y_{4,1'} = 2.1229 + 0.8005 + 0.4940 + 0.5552 = 3.7724.$$

$$y_{4,s} = \frac{1}{4} (2 y_{4,1} + 2 y_{4,2}) = 3.9950$$

$$C_{4,s} = \frac{2.1229}{3.9950} C_1 = 0.532 C_1; \quad C_1 = 1.881 C_{4,s}.$$

5. Enfoncement de cinq traverses 2. 1. 0. 1'. 2'.

$$y_{5,0} = 2.1229 + 2 \times 0.8005 + 2 \times 0.4940 = 4.7115$$

$$y_{5,1} = y_{5,1'} = 2.1229 + 2 \times 0.8005 + 0.4940 + 0.5552 = 4.5727$$

$$y_{5,2} = y_{5,2'} = 2.1229 + 0.8005 + 0.4940 + 0.5552 + 0.2759 = 4.0485$$

$$y_{5,s} = \frac{1}{5} (y_{5,0} + 2 y_{5,1} + 2 y_{5,2}) = 4.5905$$

$$C_{5,s} = \frac{2.1229}{4.5905} C_1 = 0.4835 C_1; \quad C_1 = 2.07 C_{5,s}$$

Le tableau XV démontre les résultats de ce calcul.

Le calcul approximatif suivant la supposition d'une répartition égale des pressions dans chaque couche horizontale du sol, de même qu'un calcul plus exact basé sur la théorie mathématique de l'élasticité du sol, prouvent concordamment, que le coefficient de l'assise des traverses diminue avec le nombre des traverses chargées.

Selon les observations, le coefficient de l'assise des traverses calculé d'après l'enfoncement de toutes les traverses recevant la charge de la locomotive, a une valeur à peu près deux fois plus petite que le coefficient calculé d'après l'enfoncement d'une seule traverse sous pression des presses. Selon la théorie de l'élasticité, une telle diminution de ce coefficient apparaît déjà lorsqu'on tient compte de l'enfoncement d'un groupe de cinq traverses au lieu d'une seule. L'augmentation du nombre de traverses prises en considération a une influence de plus en plus petite sur ce rapport. Lorsque le nombre des traverses sous charge est de dix, le rapport des coefficients calculés des deux manières est égal à 2,5.

On doit donc admettre que les résultats des observations sont en bon accord avec la théorie.

La question du choix entre les deux valeurs du coefficient de l'assise des traverses pour les calculs de la superstructure ne présente aucune difficulté, car il est évi-

TABLEAU XV.

Coefficient moyen de l'assise d'un groupe de traverses également chargées en comparaison au coefficient de l'assise d'une traverse isolée, pour une à cinq traverses dans un groupe.

Nombre de traverses dans un groupe	Symbole du coefficient	$\frac{C_{ns}}{C_1}$	$\frac{C_1}{C_{ns}}$	Abaissement des traverses terminales en pourcents de l'abaissement moyen	Abaissement des traverses intermédiaires en pourcents de l'abaissement moyen	$\frac{C_1}{C_{ns}}$ d'après la formule (19)
1	$C_{1s} = C_1$	1	1	100%	100%	1
2	$C_{2s}$	0,726	1,38	100	100	1,318
3	$C_{3s}$	0,604	1,66	97	106	1,553
4	$C_{4s}$	0,532	1,88	94	106	1,743
5	$C_{5s}$	0,484	2,07	92	107	1,904



dent que le coefficient calculé d'après l'enfoncement d'une seule traverse sous presses ne répond absolument pas aux conditions du travail de la superstructure et ne peut avoir de l'importance que dans des spéculations théoriques.

## 12. Conclusions.

I. Les recherches sur l'élasticité des appuis du rail d'après l'observation des déformations de la superstructure expérimentée sous la marche des trains (à savoir: rails type S de 42,5 kg/m, traverses en bois de section  $16 \times 26$  cm, 2,70 m de longueur, sur ballast en pierre concassée de 35 cm d'épaisseur de couche sous traverse, sur sous-sol sablonneux naturel) mènent aux conclusions suivantes:

1. Le coefficient  $D$  de l'appui du rail a une valeur moyenne de 10,0 à 8,7 t/cm et le coefficient  $D'$  de l'appui des traverses, tenant compte de leur compression, une valeur moyenne de 11,0 à 9,4 t/cm.

2. Des différences de valeur du coefficient  $D$  suivant la vitesse des trains allant jusqu'à 107 km/h n'ont pas été observées.

3. Les différences de valeur du coefficient  $D$  montent jusqu'à 30% suivant le degré de bourrage normal des traverses.

4. Le coefficient  $D''$  de compressibilité d'une traverse en bon état, modérément humide, est d'à peu près 120 t/cm.

5. Le coefficient  $C$  de l'assise des traverses, tenant compte de leur compression, fut trouvé en moyenne de 3,5 à 3 kg/cm<sup>3</sup>.

6. Le coefficient  $N$  de la route (plate-forme de sol sablonneux naturel) fut trouvé peu différent du coefficient de l'assise des traverses, en moyenne 3,1 kg/cm<sup>3</sup>.

7. Le coefficient  $K$  du ballast, égal au coefficient de l'assise des traverses en cas de plate-forme absolument rigide, a une valeur moyenne de 6,1 kg/cm<sup>3</sup>.

II. Les recherches sur le coefficient de l'assise d'une traverse isolée soumise à la pression des presses hydrauliques ont prouvé que ce coefficient a une valeur à peu près deux fois plus grande que le coefficient  $C$  de l'assise des traverses, calculé d'après l'enfoncement simultané d'un groupe de traverses sous un train en marche. Il s'ensuit que la première de ces valeurs, calculée sans tenir compte de l'influence des appuis voisins sur l'élasticité de l'appui d'un rail pris séparément, ne peut pas servir de base pour le calcul des déformations du rail et de son travail.

## III. Déformations verticales du rail.

### 1. Etendue des observations et bases théoriques d'appréciation de leurs résultats.

Les observations des déformations verticales du rail ont eu pour but de déterminer son travail sous le passage de lourdes locomotives à différent écartement d'essieux, conduisant des trains de grande vitesse, ce qui permettrait de comparer sous ce rapport les types de locomotives en usage ainsi que de juger du type de superstructure répondant à certaines conditions de son chargement.

Pour apprécier l'effet de la charge mobile sur l'abaissement du rail il a été indispensable de le comparer à l'effet statique des locomotives qui furent l'objet d'études. La connaissance de l'élasticité des appuis des rails, posés sur le tronçon d'essai, facilitait le calcul de l'abaissement statique du rail, mais la justesse de ce calcul devait dépendre des principes théoriques appliqués. Pour le calcul des déformations verticales du rail il conviendrait le mieux de le considérer comme poutre sur plusieurs appuis élastiques chargée d'un groupe de poids, ce qui répond aux conditions actuelles de son travail. La théorie des déformations du rail supportant dans ces conditions des charges