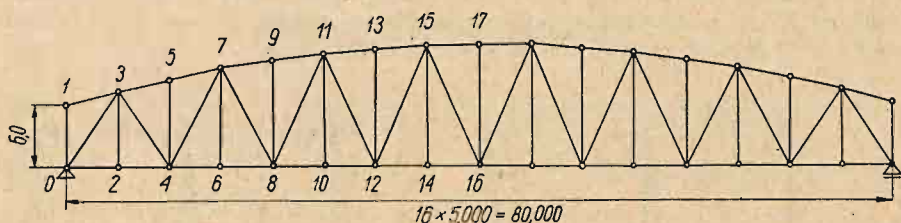


## B. Systematyzacja i tabelaryzacja obliczeń

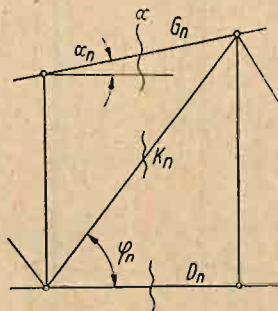
Wyznaczenie linii wpływowych sił we wszystkich prętach kratownicy przy opracowywaniu realnego projektu mostu jest konieczne. Pociąga ono za sobą nieco odmienne podejście do tego zagadnienia, polegające na takiej organizacji pracy obliczeniowej, która by zapewniła największą jej wydajność.



Rys. 154

Z tego względu jest rzeczą wskazaną podanie zasad systematyzacji tabelaryzacji obliczeń, zwiększających wydajność pracy i umożliwiających ponadto wykonywanie znacznej części obliczeń statycznych przez średnio wykwalifikowaną pomoc techniczną.

Jako typowy przykład systematyzacji i tabelaryzacji obliczeń wybrano kratownicę krzyżulcową z górnym pasem krzywoliniowym, pokazaną na rys. 154. Aby możliwie jak najbardziej uogólnić przykład, wyprowadzono wzory dla rzędnych linii wpływu sił w prętach dowolnego przedziału, oznaczonego numerem „n” (rys. 155).



Rys. 155

Obliczenie rzędnych linii wpływu wiąże się ściśle z całością obliczeń statycznych mostu i dlatego też należy tak dobierać parametry, wchodzące do tablic, aby z jednej strony wykorzystać poprzednio wykonane obliczenia, z drugiej zaś strony aby nowe dane liczbowe, otrzymane przy obliczaniu rzędnych linii wpływowych, mogły być dogodnie wykorzystywane w dalszym toku obliczeń. Z tego też względu następujący przykład będzie podany na tle planu całości obliczeń statycznych mostu.

Obliczenie statyczne dźwigara kratowego powinno być zaplanowane w następującej kolejności:

- 1) założenia obliczeniowe i normy,
- 2) obliczenie jezdni mostu,
- 3) dane geometryczne dźwigara kratowego,
- 4) obliczenie rzędnych linii wpływowych sił w poszczególnych prętach wraz z wykreśleniem linii wpływowych,
- 5) obliczenie sił w poszczególnych prętach od obciążenia stałego i ruchomego,
- 6) obliczenie sił w poszczególnych prętach kratownicy od parcia wiatru,
- 7) obliczenie sił w poszczególnych prętach kratownicy od hamowania,
- 8) zestawienie sił w prętach,
- 9) dobór przekrojów poprzecznych poszczególnych prętów,
- 10) zestawienie największych naprężeń w poszczególnych prętach,
- 11) obliczenie ram oporowych,
- 12) obliczenie połączeń,

- 13) obliczenie ugięcia dźwigara,
- 14) obliczenie wzniesień konstrukcyjnych głównych węzłów,
- 15) obliczenie łożysk.

W danym przykładzie podane są obliczenia dla 3) i 4).

### 1. Dane geometryczne dźwigara kratowego

Z projektu wstępnego mamy następujące dane:

rozpiętość teoretyczna dźwigara — 80,00 m, ilość przedziałów — 16, długość przedziału —  $a = 5$  m, węzły główne pasa górnego leżą na paraboli  $2^0$  o strzałce równej 6,00 m, wysokość skrajnego słupka — 6,00 m.

Obliczenia, jakie należy wykonać, sprowadzają się do: obliczenia długości poszczególnych prętów i obliczenia odwrotności cosinusów kątów, jakie tworzą poszczególne pręty z poziomem.

Obliczenie długości poszczególnych prętów wymaga przede wszystkim obliczenia długości słupków, wychodzących z głównych węzłów pasa górnego.

Wprowadzając numerację przedziałów od  $n = 1$  do 8 i oznaczenie słupków od  $S_0$  do  $S_8$  można napisać ogólny wzór na długość  $n$ -tego słupka w postaci:

$S_n = S_0 + y_n$ , gdzie  $y_n$  — rzędna paraboli  $2^0$ , na której leżą węzły główne pasa górnego.

Ponieważ  $S_0 = 6,00 = 6000$  mm, oraz  $f = 6000$  mm, to

$$y_n = \frac{4fx}{l^2}(l - x) = \frac{4 \cdot 6000 \cdot na}{(16a)^2}(16a - na) = 93,75n(16 - n)$$

otrzymujemy więc następujący wzór na długość słupka:

$$S_n = 6000 + 93,75n(16 - n).$$

Stabelaryzowane obliczenie długości słupków przybiera postać:

Tablica 39

Obliczenie długości słupków

$S_0 = 6000$	$n$	$16 - n$	$n(16 - n)$	$93,75n(16 - n)$	$6000 + 93,75n(16 - n)$	Oznaczenie słupka
(1)	(2)	(3)	(4) = (2) × (3)	(5) = 93,75 × (4)	(6) = 6000 + (5)	$S_n$
6000	0	16	0	0	6000	$S_0$
6000	1	15	15	1406	7406	$S_1$
6000	3	13	39	3656	9656	$S_3$
6000	5	11	55	5156	11156	$S_5$
6000	7	9	63	5906	11906	$S_7$

Wzór ogólny na długość pręta pasa górnego:

$$G_{n-1} = G_n = \sqrt{(S_n - S_{n-1})^2 + a^2} = \sqrt{(S_n - S_{n-1})^2 + 5000^2} = \sqrt{(S_n - S_{n-1})^2 + 25 \cdot 10^6}.$$

Wzór ogólny na długość krzyżulca:

$$k_n = k_{n+1} = \sqrt{S_n^2 + a^2} = \sqrt{S_n^2 + 25 \cdot 10^6}.$$



Stabelaryzowane obliczenie długości prętów pasa górnego i krzyżulców przedstawiono w tablicy 40 (długości słupków pośrednich są równe średniej arytmetycznej długości sąsiednich słupków głównych, a więc po wpisaniu długości słupków  $S_1, S_3, S_5, S_7$  obliczenie długości  $S_2, S_4$  i  $S_6$ , jako połowy sumy dwóch sąsiednich wierszy — górnego i dolnego, raczej nie wymaga zapisu w tablicy).

Tablica 40

Obliczenie długości krzyżulców i prętów pasa górnego

Nr pręta	$S_n$	$\frac{S_n - S_{n-1}}{2}$	$S_n^2$	$(S_n - S_{n-1})^2$	$S_n^2 + 25 \cdot 10^6$	$(S_n - S_{n-1})^2 + 25 \cdot 10^6$	$K_n = \frac{K_{n-1}}{\sqrt{S_n^2 + 25 \cdot 10^6}}$	$G_n = \frac{G_{n-1}}{\sqrt{(S_n - S_{n-1})^2 + 25 \cdot 10^6}}$
(1)	(2)	(3)	(4) = (2) <sup>2</sup>	(5) = (3) <sup>2</sup>	(6) = (4) + 25 · 10 <sup>6</sup>	(7) = (5) + 25 · 10 <sup>6</sup>	(8) = (6)	(9) = (7)
$S_0 = 6000$								
1	7406	1406	54,849 · 10 <sup>6</sup>	1,977 · 10 <sup>6</sup>	79,849 · 10 <sup>6</sup>	26,977 · 10 <sup>6</sup>	8936	5194
2	8531	1125						
3	9656	1125	93,238 · 10 <sup>6</sup>	1,266 · 10 <sup>6</sup>	118,238 · 10 <sup>6</sup>	26,266 · 10 <sup>6</sup>	10874	5125
4	10406	750						
5	11156	750	124,456 · 10 <sup>6</sup>	0,562 · 10 <sup>6</sup>	149,456 · 10 <sup>6</sup>	25,562 · 10 <sup>6</sup>	12225	5056
6	11531	375		0,141 · 10 <sup>6</sup>				
7	11906	375	141,735 · 10 <sup>6</sup>	0,141 · 10 <sup>6</sup>	166,753 · 10 <sup>6</sup>	25,141 · 10 <sup>6</sup>	12913	5014
8	11906	0		0		25,000 · 10 <sup>6</sup>	12913	5000

Obliczenie odwrotności cosinusów kątów, jakie tworzą poszczególne pręty z poziomem, przeprowadza się następująco.

Kąty, jakie tworzą pręty z poziomem, oznaczamy przez:

$\alpha_n$  — pręty pasa górnego;

$\beta_n$  — pręty pasa dolnego;

$\varphi_n$  — krzyżulce;

ponieważ pas dolny jest poziomym, to

$$1 : \cos \beta_n = 1, \text{ gdzie } n = 1, 2, 3, \dots 8.$$

Pozostałe odwrotności cosinusów obliczamy w tablicy 41, wychodząc ze wzorów:

dla pasa górnego

$$1 : \cos \alpha_n = G_n : a;$$

dla krzyżulców

$$1 : \cos \varphi_n = K_n : a.$$

Obliczenie odwrotności cosinusów

Nr	$a$	$G_n$	$1 : \cos \alpha_n$	$K_n$	$1 : \cos \varphi_n$
1	2	3	4 (3) : (2)	5	6 (5) : (2)
1	5000	5194	1,0388	8936	1,7872
2	5000	5125	1,0250	8936	-1,7872
3	5000	5125	1,0250	10874	2,1748
4	5000	5056	1,0112	10874	-2,1748
5	5000	5056	1,0112	12225	2,4450
6	5000	5014	1,0028	12225	-2,4450
7	5000	5014	1,0028	12913	2,5826
8	5000	5000	1,0000	12913	-2,5826

## 2. Obliczenie rzędnych linii wpływowych sił w poszczególnych prętach

Rzędne linii wpływowych pasa dolnego obliczamy ze wzoru (który otrzymuje się z warunku równowagi wyciętej myślowo części kratownicy) ujętego w postaci wzoru Rittera:

$$\eta_{D_n}^i = \eta_{D_{n-1}}^i = + \frac{\eta_{M_n}^i}{S_n} \cdot \frac{1}{\cos \beta} \quad [21]$$

Dla pasa górnego otrzymujemy analogicznie:

$$\eta_{G_{n-1}}^i = \eta_{G_n}^i = - \frac{\eta_{M_{n-1}}^i}{S_{n-1}} \cdot \frac{1}{\cos \alpha_n} \quad [22]$$

gdzie:  $\eta_{M_n}$  — rzędne linii wpływowej momentu zginającego, działającego w przekroju numer „ $n$ ” przechodzącym przez oś „ $n$ ” słupka,

$\eta_{M_{n-1}}$  — rzędne linii wpływowej momentu zginającego, działającego w przekroju numer „ $n-1$ ” przechodzącym przez oś „ $n-1$ ” słupka.

Ponieważ linie wpływowe sił w pasach mają kształt trójkątów, wystarczy wyznaczyć po jednej tylko rzędnej, a mianowicie wystarczy obliczyć największą rzędną w wierzchołku trójkąta, czyli  $\eta_{M_n}^n$  lub  $\eta_{M_{n-1}}^{n-1}$ .

Rzędne te będą równe:

$$\eta_{M_n}^n = \frac{n(16-n)}{16} a = \frac{5}{16} n(16-n) = 0,3125 n(16-n).$$

Nadając  $n$  kolejno wartości od 1 do 8 otrzymamy największe rzędne linii wpływowych sił w prętach pasa dolnego i górnego, tzn. zarówno,  $\eta_{Mn}$ , jak i  $\eta_{M_{n-1}}^{n-1}$

Stabelaryzowane obliczenie rzędnych ilustruje tablica 42.

Tablica 42

$n$	$16-n$	$0,3125x$ $n(16-n)$	$S_n$ w m	$\frac{M_{n-1}}{S_{n-1}}$	$\frac{1}{\cos \alpha_n}$	$\eta_G = \frac{M_{n-1}}{S_{n-1}}$ $\times \frac{1}{\cos \alpha_n}$	$\eta_D = \frac{M_n}{S_n}$
1]	15	4,6875	7,406	0,6329	1,0388	0	0,633
2	14	8,7500	8,531	1,0257	1,0250	-1,051	0,633
3	13	12,1875	9,656	1,2622	1,0250	-1,051	1,262
4	12	15,0000	10,406	1,4415	1,0112	-1,458	1,262
5	11	17,1875	11,156	1,5407	1,0112	-1,458	1,541
6	10	18,7500	11,531	1,6261	1,0028	-1,631	1,541
7	9	19,6875	11,906	1,6536	1,0028	-1,631	1,654
8	8	20,0000	11,906	1,6798	1,0000	-1,680	1,654

Rzędne linii wpływowych w krzyżulcach najracjonalniej jest obliczać wychodząc z równania rzutów wszystkich sił działających na odciętą myślowo część kratownicy na oś poziomą.

Równanie takie dla dowolnego przedziału o numerze „ $n$ ” przybiera postać:

$$G_n \cos \alpha_n + K_n \cos \varphi_n + D_n = 0,$$

stąd

$$K_n = - \frac{1}{\cos \varphi_n} (G_n \cos \alpha_n + D_n);$$

$$\text{ponieważ } G_n = - \frac{M_{n-1}}{S_{n-1}} \cdot \frac{1}{\cos \alpha_n} \text{ i } D_n = \frac{M_n}{S_n},$$

to podstawiając otrzymamy:

$$K_n = - \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( - \frac{M_{n-1}}{S_{n-1}} + \frac{M_n}{S_n} \right) = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \frac{M_{n-1}}{S_{n-1}} - \frac{M_n}{S_n} \right);$$

stąd wzór na rzędne linii wpływowych krzyżulców:

$$\eta_{K_n}^i = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \frac{\eta_{M_{n-1}}^i}{S_{n-1}} - \frac{\eta_{M_n}^i}{S_n} \right). \quad [23]$$

Dla każdego krzyżulca należy wyznaczyć po 2 rzędne:

$$\begin{aligned} \text{dla } i &= n-1, \\ i &= n. \end{aligned}$$



Zatem do obliczenia dwóch rzędnych potrzebne są dwie pary wartości ilorazów:

$$\frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}}, \frac{\eta_{M_n}^n}{S_n}, \frac{\eta_{M_{n-1}}^n}{S_{n-1}}, \frac{\eta_{M_n}^{n-1}}{S_n}.$$

Pierwsza para została już obliczona w tablicy 42.

Wartości drugiej pary określają wzory interpolacyjne:

$$\frac{\eta_{M_{n-1}}^n}{S_{n-1}} = \frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}} \cdot \frac{16-n}{17-n}, \quad \frac{\eta_{M_n}^{n-1}}{S_n} = \frac{\eta_{M_n}^n}{S_n} \cdot \frac{n-1}{n}.$$

Stąd rzędna linii wpływowej siły w krzyżulcu numer „n - 1”

$$\eta_{K_n}^{n-1} = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}} - \frac{\eta_{M_n}^{n-1}}{S_n} \right),$$

a rzędna numeru „n”

$$\eta_{K_n}^n = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \frac{\eta_{M_{n-1}}^n}{S_{n-1}} - \frac{\eta_{M_n}^n}{S_n} \right).$$

Po podstawieniu wartości drugiej pary otrzymamy ostatecznie:

$$\eta_{K_n}^{n-1} = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}} - \frac{\eta_{M_n}^n}{S_n} \cdot \frac{n-1}{n} \right) = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}} - \lambda \cdot \frac{\eta_{M_n}^n}{S_n} \right);$$

$$\eta_{K_n}^n = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \frac{\eta_{M_{n-1}}^n}{S_{n-1}} \cdot \frac{16-n}{17-n} - \frac{\eta_{M_n}^n}{S_n} \right) = \frac{1}{\cos \varphi_n} \left( \lambda_1 \cdot \frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}} - \frac{\eta_{M_n}^n}{S_n} \right).$$

Tablica 43

Obliczanie współczynników  $\lambda$

$n$	$m-1$	$\lambda = \frac{n-1}{n}$	$16-n$	$17-n$	$\lambda_1 = \frac{16-n}{17-n}$
1	2	$3 = (2) : (1)$	4	5	$6 = (4) : (5)$
1	0	0	15	16	0,9375
2	1	0,5000	14	15	0,9333
3	2	0,6667	13	14	0,9286
4	3	0,7500	12	13	0,9231
5	4	0,8000	11	12	0,9167
6	5	0,8333	10	11	0,9091
7	6	0,8571	9	10	0,9000
8	7	0,8750	8	9	0,8889

Obliczanie rzędnych linii wpływowych sił w krzyżulcach

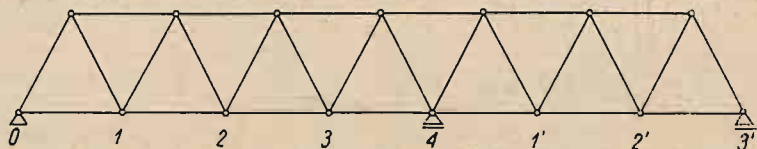
$n$	$\frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}}$	$\frac{\eta_{M_n}^n}{S_n}$	$\lambda$	$\frac{\eta_{M_n}^n}{S_n} \cdot \lambda$	$\lambda_1$	$\lambda_1 \frac{\eta_{M_{n-1}}^{n-1}}{S_{n-1}}$	$\frac{1}{\cos \varphi_n}$	$\eta_{K_n}^{n-1}$	$\eta_{K_n}^n$
1	2	3	4	5 = (3)(4)	6	7 = (2)(6)	8	9 = (8)x [(2)-(5)]	10 = (8)x [(17)-(3)]
1	0	0,6329	0	0	0,9375	0	1,7872	0	-1,131
2	0,6329	1,0257	0,5000	0,5128	0,9333	0,5907	-1,7872	-0,215	+0,777
3	1,0257	1,2622	0,6667	0,8415	0,9286	0,9525	-2,1748	+0,401	-0,674
4	1,2622	1,4415	0,7500	1,0811	0,9231	1,1651	-2,1748	-0,394	+0,601
5	1,4415	1,5407	0,8000	1,2326	0,9167	1,3214	2,4450	+0,511	-0,536
6	1,5407	1,6261	0,8333	1,3550	0,9091	1,4006	-2,4450	-0,454	+0,551
7	1,6261	1,6536	0,8571	1,4173	0,9000	1,4635	2,5826	+0,539	-0,486
8	1,6536	1,6798	0,8750	1,4698	0,8889	1,4698	-2,5826	-0,475	+0,543

Na zakończenie warto dodać, że w przypadku kratownicy krzyżulcowej z obydwoma pasami krzywoliniowymi ulegną zmianie spośród wyprowadzonych tablic jedynie tablice 41 i 42, w których dodatkowo trzeba będzie umieścić jeszcze jedną kolumnę, zawierającą odwrotności cosinusów kąta  $\beta$ .

### C. Linie wpływowe sił w prętach kratownicy ciągłych statycznie niewyznaczalnych

#### 1. Sposób oparty na wzorach Maxwella-Mohra dla krat

Wyznaczanie linii wpływowych sił w prętach kratownicy statycznie niewyznaczalnych można również znacznie zracjonalizować przez uwzględnienie elementarnej zresztą zależności, która istnieje pomiędzy rzędnymi linii wpływowych kolejnych prętów pasów i krzyżulców, położonymi pod tym samym węzłem, tj. obliczonymi dla pewnego ustalonego położenia siły jednostkowej.



Rys. 156

Zależność ta pozwala po znalezieniu rzędnej obwiedni wyznaczyć wszystkie pozostałe rzędne jako wielkości wprost proporcjonalne do rzędnej obwiedni lub przez odejmowanie od niej pewnego stałego przyrostu.

Aby wyjaśnić tę zależność i pokazać sposób obliczania rzędnych linii wpływowych, rozpatrzmy prosty przykład.

Dana jest kratownica ciągła dwuprzęsłowa o pasach równoległych, pokazana na rys. 156. Należy zaznaczyć, że wybór zarówno prostego typu kraty (równoległość pasów), jak i minimalnej ilości podpór nie uszczupla całokształtu rozważań.

Jak wiadomo, obliczenie takiej kratownicy, po założeniu z góry wielkości przekrojów poprzecznych poszczególnych prętów, rozpoczyna się od obliczenia wielkości nadliczbowej, za którą najczęściej przyjmuje się reakcję środkowej podpory.

Oznaczając wielkość tej reakcji przez  $X$  i wykorzystując wzór Maxwella-Mohra na przesunięcie węzła kratownicy, otrzymamy na  $X$  następujące wyrażenie:

$$X = - \frac{\sum_{i=1}^p \frac{Z_i S_i l_i}{A_i}}{\sum_{i=1}^p \frac{Z_i^2 \cdot l_i}{A_i}},$$

gdzie:  $Z_i$  — siła w przecie kratownicy od siły  $P =$  zaczepionej w węźle 4,  
 $S_i$  — siła w przecie kratownicy od obciążenia zewnętrznego,  
 $l_i$  — długość pręta,  
 $A_i$  — pole przekroju poprzecznego pręta.

Znaki sum rozpościerają się na wszystkie pręty kratownicy od  $i = 1$  do  $i = p$ , gdzie  $p$  — ilość prętów kratownicy.

Aby otrzymać rzędne linii wpływowej  $X$ , należy, jak wiadomo, ustawiać jako obciążenie zewnętrzne siłę  $P = 1$  kolejno w węzłach tego pasa, na którym oparta jest jezdnia mostu.

Oznaczając rzędne linii wpływowej  $X$  pod węzłem numer „ $n$ ” przez  $\eta_x^n$  możemy wzór na rzędną przedstawić w postaci:

$$\eta_x^{(n)} = - \frac{\sum \frac{Z_i \cdot Z_i^{(n)} l_i}{A_i}}{\sum \frac{Z_i^2 l_i}{A_i}},$$

gdzie:  $Z_i^{(n)}$  — siła w przecie kratownicy od siły  $P = 1$ , zaczepionej w węźle numer „ $n$ ”.

Chcąc obliczyć rzędną linii wpływowej siły w przecie pasa górnego, np. w przecie  $G_1$ , pod węzłem nr „ $n$ ”, możemy stosując zasadę superpozycji napisać:

$$\eta_{G_1}^n = \eta_{G_1}^{on} + \eta_x^n \cdot Z_{G_1}$$

gdzie:  $\eta_{G_1}^{on}$  — rzędna linii wpływowej pręta  $G_1$ , obliczona dla schematu zastępczego, tj. dla kratownicy podpartej tylko w węzłach 1 i 15,

$\eta_x^n$  — rzędna linii wpływowej reakcji podporowej,

$Z_{G_1}$  — siła w przecie  $G_1$  od siły  $P = 1$  zaczepionej w węźle 9.

Chcąc obliczyć rzędną linii wpływowej pod tym samym węzłem siły w następnym przecie pasa górnego, a więc w przecie  $G_2$ , analogicznie do poprzedniego napiszemy:

$$\eta_{G_2}^n = \eta_{G_2}^{on} + \eta_x^n \cdot Z_{G_2};$$



ale łatwo zauważyć, że dla  $n \geq 2$

$$\begin{aligned} & \eta_{G_2}^{on} = 2 \eta_{G_1}^{on} \\ \text{i} \quad & Z_{G_2} = 2 \cdot Z_{G_1}, \\ \text{stąd} \quad & \eta_{G_2}^n = 2 \eta_{G_1}^{on} + \eta_x^n \cdot 2Z_{G_1} = 2 \eta_{G_1}^n. \end{aligned}$$

W szczególności zachodzi ta równość i dla  $n = 2$ , tj.

$$\eta_{G_2}^2 = 2 \cdot \eta_{G_1}^2.$$

Oczywiście dla następnego z kolei pręta pasa górnego, tj.  $G_3$ , dla  $n = 3$  można napisać zależności:

$$\eta_{G_3}^n = 3 \eta_{G_1}^n = \frac{3}{2} \eta_{G_2}^n.$$

W szczególności zachodzi ta równość i dla  $n = 3$ , tj.

$$\eta_{G_3}^3 = 3 \eta_{G_1}^3 = \frac{3}{2} \eta_{G_2}^3.$$

Ale  $\eta_{G_2}^2$  i  $\eta_{G_3}^3$  są odpowiednio największymi rzędnymi linii wpływowych sił w prętach  $G_2$  i  $G_3$ , czyli rzędnymi obwiedni.

Jeśli rzędne linii wpływowych dla pasów pomnożymy przez wysokość kratownicy, to otrzymamy rzędne linii wpływowych momentów zginających, obliczonych względem odpowiednich węzłów pasa dolnego.

Badając zmienności rzędnych linii wpływowych momentów zginających, obliczonych względem węzłów pasa dolnego, i stosując w pierwszym przęśle jednolitą numerację węzłów i momentów od 0 do  $m$ , gdzie numerem „0” oznaczamy lewy skrajny (podporowy) węzeł, a numerem „ $m$ ” ostatni prawy (również podporowy) węzeł pierwszego przęsła, ustalamy następującą ogólną zależność dla rzędnych prawych gałęzi linii wpływowych:

$$\eta_{M_{n-k}}^n = \frac{n-k}{n} \eta_{M_n}^n, \quad [24]$$

gdzie  $k$  — ilość przedziałów pomiędzy węzłem „ $n$ ” i węzłem „ $n-k$ ”.

Aby analitycznie wyrazić słownie wyrażone ograniczenie powyższej zależności, a mianowicie aby wyrazić fakt, że dotyczy ona tylko prawych gałęzi, wystarczy ograniczenie to zapisać w postaci:

$$n-k \geq 0.$$

Jeśli przejdziemy teraz do prawych gałęzi linii wpływowych momentów zginających, to i tutaj możemy ustalić ogólną zależność w postaci następującej:

$$\eta_{M_n}^{n-k} = \eta_{M_{n-k}}^{n-k} - \frac{n-k}{m-n+k} (\eta_{M_m}^{n-k} - \eta_{M_{n-k}}^{n-k}) \quad [25]$$

z ograniczeniem  $n-k \geq 0$ .

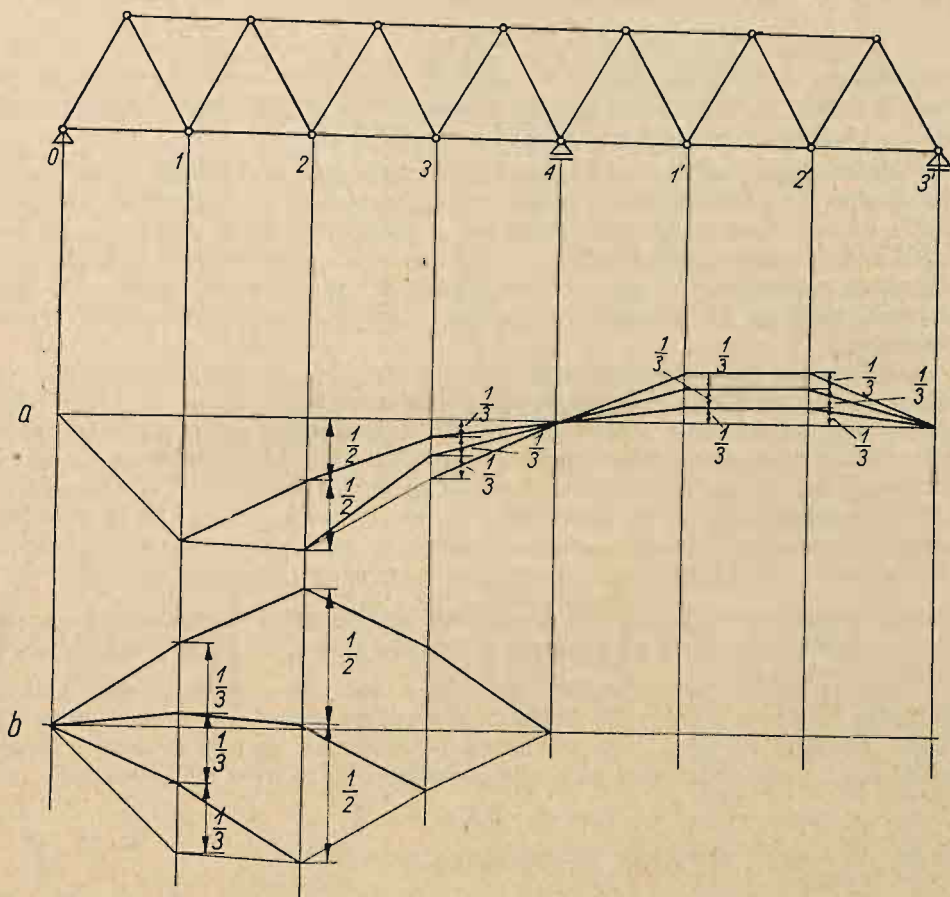
We wzorze tym  $M_m$  oznacza rzędne momentu podporowego.

Wynika stąd, że do obliczenia wszystkich rzędnych linii wpływowych wszystkich momentów, a co za tym idzie i wszystkich sił w prętach pasa, wystarczy obliczyć rzędne linii wpływowych dwóch obwiedni, tj. rzędne linii wpływowych:

$$\eta_{M_n}^n \text{ i } \eta_{M_m}^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots, m).$$

Rzędne pozostałe łatwo wyznaczyć posługując się wzorami (24) i (1,2), które można wyrazić w postaci dwóch bardzo prostych sposobów.

Aby znaleźć dowolną rzędną prawej gałęzi dowolnej linii wpływowej momentu, wystarczy rzędną obwiedni pomnożyć przez stosunek  $\frac{n-k}{n}$  lub też odjąć od rzędnej obwiedni  $i$ -krotny stały przyrost, równy ilorazowi  $\frac{\eta_{M_n}^n}{n}$ . Najłatwiej zilustrować ten sposób za pomocą konstrukcji rysunkowej, podanej na rys. 157 *a*.



Rys. 157

Aby znaleźć dowolną rzędną lewej gałęzi dowolnej linii wpływowej momentu, wystarczy od rzędnej jednej obwiedni ( $M_n^n$ ) odjąć  $(n-k)$ -krotny stały przyrost, równy ilorazowi

$$\frac{\eta_{M_n}^{n-k} - \eta_{n-k}}{n-k} \cdot \frac{n-k}{m-n+k}$$

I ten sposób daje się bardzo przejrzysto przedstawić na rysunku (rys. 157 *b*).

W razie zastosowania pasów nierównoległych linie wpływowe sił w pasach dadzą się równie łatwo wyznaczyć, lepiej jednak w tym przypadku wyznaczać po prostu rzędne momentów, tj. rzędne sił w pasach, pomnożone przez







poszczególne przęsła, im mniejszy jest stosunek wysokości kraty do rozpiętości oraz im lepiej są wykorzystane naprężenia w poszczególnych prętach.

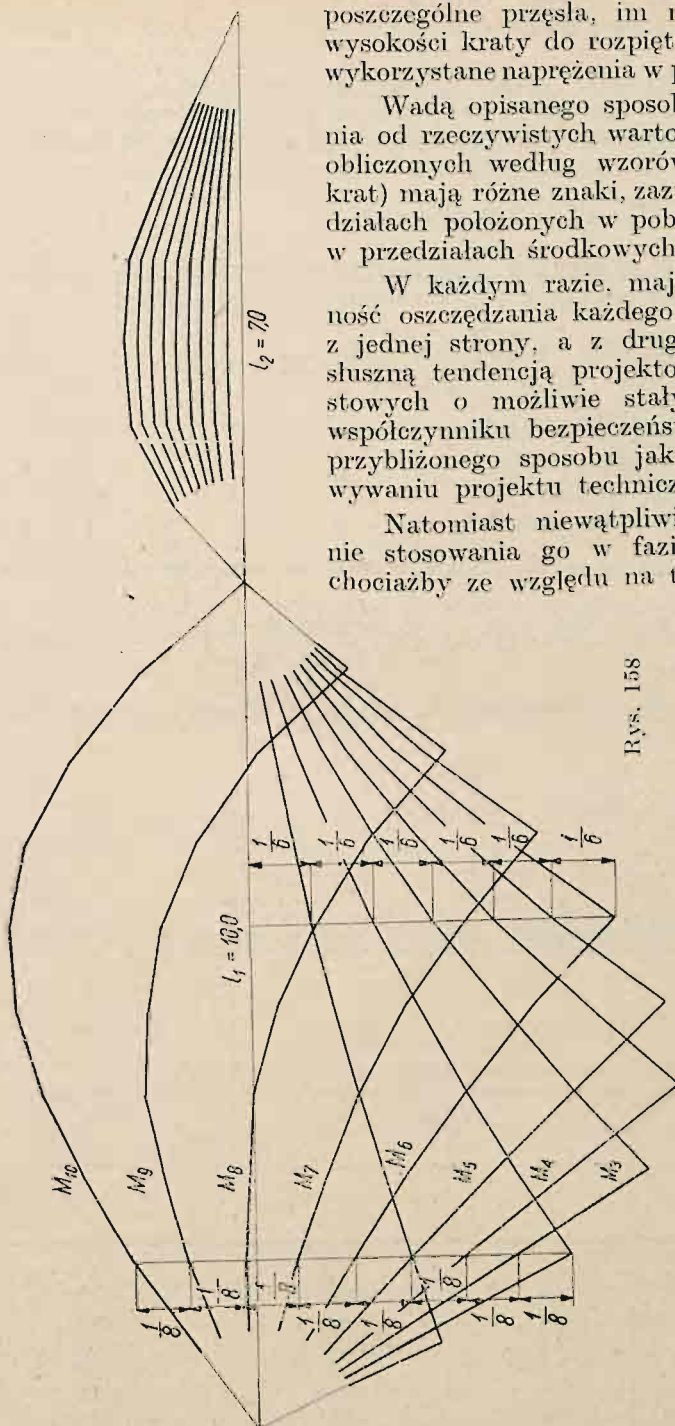
Wadą opisanego sposobu jest to, że odchylenia od rzeczywistych wartości sił w prętach (tzn. obliczonych według wzorów Maxwella-Mohra dla krat) mają różne znaki, zazwyczaj in minus w przedziałach położonych w pobliżu podpór, a in plus w przedziałach środkowych.

W każdym razie, mając na widoku konieczność oszczędzania każdego nawet kilograma stali z jednej strony, a z drugiej strony kierując się słuszną tendencją projektowania konstrukcji mostowych o możliwie stałym dla całego mostu współczynniku bezpieczeństwa, nie można polecać przybliżonego sposobu jako zasady przy opracowywaniu projektu technicznego.

Natomiast niewątpliwie słuszne jest zalecenie stosowania go w fazie projektu wstępnego, chociażby ze względu na to, że na podstawie takiego przybliżonego obliczenia można uzyskać bardzo dokładne wielkości przekrojów poszczególnych prętów, co jest niezbędne przy obliczaniu według wzorów Maxwella-Mohra.

Przechodząc obecnie do samej techniki obliczania rzędnych linii wpływowych, należy na wstępie zaznaczyć, że w razie zastosowania belek ciągłych pełnościennych racjonalizacja obliczeń, oparta na wykorzystaniu opisaną w poprzednim punkcie zależności liniowej pomiędzy rzędnymi linii wpływu leżącymi pod tym samym węzłem, daje jeszcze większe korzyści. Wyplwa to między innymi z możliwości znacznie łatwiejszego i bardziej

Rys. 158



zautomatyzowanego obliczania rzędnych obwiedni.

Dla lepszego zilustrowania sposobu podaje się przykład liczbowy.

Dana jest belka ciągła dwuprzęsłowa o rozpiętości  $10,00 + 7,00 = 17,00$  m (rys. 158).

Moment bezwładności belki — stały na całej długości belki.

Zakłada się, że odstęp węzłów wynosi 1,0 m, co pociąga za sobą konieczność wyznaczenia linii wpływowych momentów zginających w 16 przekrojach. W sumie zatem, jeśli chodzi o momenty zginające, należy obliczyć:

$$16 \cdot 15 = 240 \text{ rzędnych.}$$

Stosując równanie 3 momentów otrzymamy następujący wzór ogólny na rzędne linii wpływowej momentu podporowego dla lewego przęsła:

$$\eta_{M_{10}}^i = - \frac{(l_1 - i \cdot a)(l_1 + i \cdot a)}{2(l_1 + l_2)l_1} \cdot a \cdot i, \quad [26]$$

gdzie:  $i$  — numer rzędnej ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ),

$l_1$  — rozpiętość lewego przęsła,

$a$  — odstęp węzłów (przekrojów),

$l_2$  — rozpiętość prawego przęsła.

Rzędne obwiedni momentów dodatnich wyrażą się wzorem (dla lewego przęsła):

$$\eta_{M_n}^n = \frac{n \cdot a}{l_1} (l_1 - n \cdot a) \left[ 1 - \frac{(l_1 + n \cdot a)n \cdot a}{2(l_1 + l_2)l_1} \right], \quad [27]$$

gdzie  $n$  — numer przekroju (i jednocześnie numer rzędnej). Podstawiając dane liczbowe otrzymamy:

$$\eta_{M_{10}}^i = - \frac{(100 - i^2)i}{340}, \quad [28]$$

$$\eta_{M_n}^n = \frac{n}{10} (10 - n) \left[ 1 - \frac{(10 + n)n}{340} \right]. \quad [29]$$

Stabelaryzowane obliczenie rzędnych obwiedni przybierze postać następującą:

Tablica 45

Obwiednia górna				
$i$	$i^2$	$100 - i^2$	$(100 - i^2)i$	$\eta_{M_{10}}^i = \frac{(100 - i^2)i}{340}$
1	2	3	4 = (1) × (3)	5 = (4) : 340
0	0	100	0	0
1	1	99	99	-0,2912
2	4	96	192	-0,5647
3	9	91	273	-0,8029
4	16	84	336	-0,9882
5	25	75	375	-1,1029
6	36	64	384	-1,1294
7	49	51	357	-1,0500
8	64	36	288	-0,8471
9	81	19	171	-0,5029
10	100	0	0	0

Obwiednia dolna

$n$	$n : 10$	$10 - n$	$\frac{n}{10} (10 - n)$	$10 + n$	$\frac{(10 + n) n}{340}$	$\frac{1 - (10 + n) n}{340}$	$\eta_{M_{10}}^n = \eta (10 - n) \left[ 1 - \frac{(10 + n) n}{340} \right]$
1	2	3	4 = (2) × (3)	5	$\frac{6 = (1) \times (5)}{340}$	7 = 1 - (6)	8 = (4) × (7)
0	0	10	0	10	0	1	0
1	0,1	9	0,9	11	0,03235	0,96765	0,8709
2	0,2	8	1,6	12	0,07059	0,92941	1,4871
3	0,3	7	2,1	13	0,11471	0,88529	1,8591
4	0,4	6	2,4	14	0,16471	0,83529	2,0047
5	0,5	5	2,5	15	0,22059	0,77941	1,9485
6	0,6	4	2,4	16	0,28235	0,71765	1,7224
7	0,7	3	2,1	17	0,35000	0,65000	1,3650
8	0,8	2	1,6	18	0,42353	0,57647	0,9224
9	0,9	1	0,9	19	0,50294	0,49706	0,4474
10	1,0	0	0	20	0,588	0,412	0

Analogicznie wyprowadza się wzór na rzędne górnej obwiedni w prawym prześle; oznaczając numer rzędnej przez  $i'$  ( $i' = 0, 1, 2, \dots, 7$ ) otrzymamy następujący wzór:

$$\eta_{M_{10}}^{i'} = - \frac{i' (7 - i') (14 - i')}{238}.$$

Stabelaryzowane obliczenie rzędnych obwiedni w prawym prześle podane jest w tablicy 47.

Tablica 47

Obwiednia górna w prawym prześle

$i'$	$7 - i'$	$14 - i'$	$\eta_{M_{10}}^{i'} = \frac{(7 - i')}{238} \cdot (14 - i') i_1$	$i'$	$7 - i'$	$14 - i'$	$\eta_{M_{10}}^{i'}$
1	2	3	4	5	6	7	8
0	7	14	0	4	3	10	-0,5042
1	6	13	-0,3235	5	2	9	-0,3782
2	5	12	-0,5042	6	1	8	-0,2017
3	4	11	-0,5546	7	0	7	0

Wyznaczenie wszystkich pozostałych rzędnych sprowadza się do dzielenia odcinków na określoną liczbę równych części.

A więc dla prawych gałęzi należy dzielić rzędne dolnej obwiedni na tyle części, ile jedności zawiera numer danego węzła.

Dla lewych gałęzi należy dzielić sumę bezwzględnych wartości obwiedni dolnej i górnej na tyle części, ile jedności zawiera liczba  $10 - i$ , gdzie  $i$  — numer danego węzła.

Tabelaryczne obliczenie wszystkich rzędnych podane jest na tablicach (48, 49, i 50).



Obliczenie rzędnych prawych gałęzi w pierwszym prześle

Dzielna	0,8709	1,4871	1,8591	2,0047	1,9485	1,7224	1,3650	0,9224	0,4474
Dzielnik	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Przyrost	0,8709	0,7435	0,61970	0,50117	0,38970	0,287707	0,19500	0,11530	0,04971
1	0,8709	0,7436	0,6197	0,5012	0,3897	0,2871	0,1950	0,1153	0,0497
2		1,4871	1,2394	1,0023	0,7794	0,5741	0,3900	0,2306	0,0994
3			1,8591	1,5035	1,1691	0,8612	0,5850	0,3459	0,1491
4				2,0047	1,5588	1,1483	0,7800	0,4612	0,1989
5					1,9485	1,4353	0,9750	0,5765	0,2486
6						1,7224	1,1700	0,6918	0,2983
7							1,3650	0,8071	0,3480
8								0,9224	0,3977
9									0,4474

Obliczenie rzędnych prawych gałęzi w drugim prześle

Rzędna obwiedni (dzielna)	-0,3235	-0,5042	-0,5546	-0,5042	-0,3782	-0,2017
Dzielnik	9	9	9	9	9	9
Przyrost	0,03594	0,05602	0,06162	0,05602	0,04202	0,02241
1	-0,0359	-0,0560	-0,0616	-0,0560	-0,0420	-0,9224
2	-0,0719	-0,1120	-0,1232	-0,1120	-0,0840	-0,0448
3	-0,1078	-0,1681	-0,1849	-0,1681	-0,1261	-0,0672
4	-0,1438	-0,2241	-0,2465	-0,2241	-0,1681	-0,0896
5	-0,1797	-0,2801	-0,3081	-0,2801	-0,2101	-0,1120
6	-0,2156	-0,3361	-0,3697	-0,3361	-0,2521	-0,1345
7	-0,2516	-0,3921	-0,4313	-0,3921	-0,2941	-0,1569
8	-0,2875	-0,4482	-0,4930	-0,4482	-0,3362	-0,1793
9	-0,3235	-0,5042	-0,5546	-0,5042	-0,3782	-0,2017

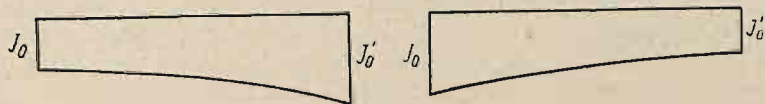
Suma bezwzgl. wart. (dzielnika)	0,2912	0,5647	0,8029	0,9882	1,1029	1,1294	1,0500	0,8471	0,5029
	0,8709	1,4871	1,8591	2,0047	1,9485	1,7224	1,3650	0,9224	0,4474
	1,1621	2,0518	2,6620	2,9929	3,0514	2,8518	2,4150	1,7695	0,9503
Dzielnik	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Przyrost	0,12912	0,25647	0,38029	0,49881	0,61028	0,71295	0,80500	0,88475	0,9503
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2	0,7418								
3	0,6127	1,2306							
4	0,4835	0,9742	1,4788						
5	0,3544	0,7177	1,1985	1,5059					
6	0,2253	0,4612	0,8182	1,0071	1,3382				
7	0,0962	0,2047	0,4379	0,5083	0,7279	1,0094			
8	-0,0329	-0,0517	0,0576	0,0095	0,1177	0,2965	0,5600		
9	-0,1621	-0,3082	-0,3226	-0,4894	-0,4164	-0,2450	-0,0376		

Wszystkie linie wpływowe są pokazane na rys. 158.

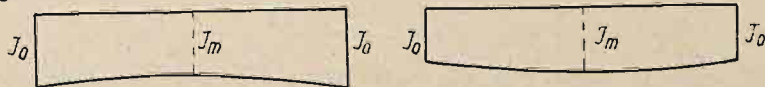
Przy większej ilości prześel schemat obliczenia rzędnych nie ulega zmianie; zmieniają się jedynie wzory na obwódnie.

Aby całkowicie wyczerpać temat belek ciągłych, należy jeszcze podać przybliżone wzory na obliczenie momentów podporowych w belkach o zmien-

*a*



*b*



Rys. 159

nym momencie bezwładności. Wzory takie zostały wyprowadzone przez F. Bleicha w postaci uogólnionego równania trzech momentów dla belki pełnościennej; jak podaje autor, błąd w wielkości momentów podporowych nie przekracza 50/0.

Bleich wyprowadził wzory w oparciu o następujące założenia:

- 1) rzeczywiste prawo zmienności momentów bezwładności w danym prześle jest obojętne — decyduje wyłącznie stosunek najmniejszego momentu bezwładności do największego;

2) przy obliczaniu współczynników wchodzących do równania (3) momentów przyjęto, że odwrotność momentu bezwładności zmienia się jak następuje:

- a) w przęsłach niesymetrycznych (rys. 159a) — liniowo,
- b) w przęsłach symetrycznych (rys. 159b) — parabolicznie.

#### a. Przęsła niesymetryczne

Wprowadzając sprowadzony moment bezwładności danego przęsła niesymetrycznego i oznaczając go przez  $I_m$ , otrzymuje się na niego następujący wzór:

$$I_m = \frac{2I_0 I_0^1}{I_0 + I_0^1}, \quad [30]$$

dzie:  $I_0$  — zawsze oznacza moment bezwładności lewego skrajnego przekroju belki,

$I_0^1$  — zawsze oznacza moment bezwładności prawego skrajnego przekroju belki (rys. 159a).

Wprowadza się następnie parametr  $\alpha$  określony równaniem:

$$\alpha = \frac{I_m - I_0}{I_0}. \quad [31]$$

Jak widać, zależnie od tego czy  $I_m > I_0$ , czy też  $I_m < I_0$ , parametr może przybierać wszelkie wartości zawarte w przedziale  $(-1, +1)$ . Między innymi przy  $\alpha = 0$  otrzymujemy przypadek belki o stałym momencie bezwładności.

Równanie trzech momentów przybiera postać:

$$M_{n-1} l'_n + (2 - \alpha_n) M_n l'_n + (2 + \alpha_{n+1}) M_n l'_{n+1} + M_{n+1} l'_{n+1} = N,$$

gdzie:  $\alpha_n$  i  $\alpha_{n+1}$  są parametrami charakteryzującymi przęsło  $l_n$  lub odpowiednio  $l_{n+1}$ ,

$l'_n$  i  $l'_{n+1}$  są zredukowanymi długościami przęseł, a mianowicie:

$$l'_n = \frac{I_c}{I_m^n} \cdot l_n \quad \text{i} \quad l'_{n+1} = \frac{I_c}{I_m^{n+1}} \cdot l_{n+1},$$

gdzie  $I_m^n$  i  $I_m^{n+1}$  są sprowadzonymi momentami bezwładności przęseł  $l_n$  i  $l_{n+1}$ , obliczonymi ze wzoru (30), a  $I_c$  — dowolnieabrany porównawczy moment bezwładności, który zresztą następnie skraca się, gdyż występuje we wszystkich wyrazach lewej i prawej strony równania,  $N$  — jest sumą reakcji wtórnych, działających na podporze numer „n”.

Dla ruchomej siły jednostkowej  $P = 1$ ,  $N$  wyraża się wzorem:

$$N = -\varphi \cdot l \cdot l', \quad [32]$$

gdzie zależnie od tego czy siła jednostkowa  $P = 1$  znajduje się w lewym przęśle, tzn. w przęśle numer „n”, czy też w prawym, tzn. w przęśle „n+1”, na  $\varphi$  otrzymujemy wzory:

$\varphi_p = \frac{a}{l} \left(1 - \frac{a}{l}\right) \left[ \left(2 - \frac{a}{l}\right) + \alpha \left(1 - \frac{a}{l}\right)^2 \right]$  — siła  $P = 1$  w prawym przęśle;

$\varphi_l = \frac{a}{l} \left(1 - \frac{a}{l}\right) \left[ \left(1 + \frac{a}{l}\right) - \alpha \left(\frac{a}{l}\right)^2 \right]$  — siła  $P = 1$  w lewym przęśle;

$a$  — oznacza odległość siły  $P = 1$  od lewej podpory danego przęsła,



$\varphi_l$  i  $\varphi_p$  są liniowymi funkcjami parametru  $\alpha$  i można je przedstawić w postaci:

$$\varphi_p = A_1 + B_1 \alpha; \quad \varphi_l = A_2 - B_2 \alpha.$$

$A$  i  $B$  można zatem raz na zawsze obliczyć, co też zostało już wykonane. Wartość  $A$  i  $B$  podaje tablica 51.

Tablica 51

Funkeje  $\varphi_p$  i  $\varphi_l$ :  $\varphi_p = A_1 + B_1 \alpha$ ;  $\varphi_l = A_2 - B_2 \alpha$

$\frac{\alpha}{l}$	$\varphi_p$		$\varphi_l$		$\frac{\alpha}{l}$	$\varphi_p$		$\varphi_l$	
	$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$		$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$
0	0	0	0	0	0,55	0,3589	0,0501	0,3836	0,0749
0,05	0,0926	0,0429	0,0499	0,0001	0,60	0,3360	0,0384	0,3840	0,0864
0,10	0,1710	0,0729	0,0990	0,0009	0,65	0,3071	0,0279	0,3754	0,0961
0,15	0,2359	0,0921	0,1466	0,0029	0,70	0,2730	0,0189	0,3570	0,1029
0,20	0,2880	0,1024	0,1920	0,0064	0,75	0,2344	0,0117	0,3281	0,1055
0,25	0,3281	0,1055	0,2344	0,0117	0,80	0,1920	0,0064	0,2880	0,1024
0,30	0,3570	0,1029	0,2730	0,0189	0,85	0,1466	0,0029	0,2359	0,0921
0,35	0,3754	0,0961	0,3071	0,0279	0,90	0,0990	0,0009	0,1710	0,0729
0,40	0,3840	0,0864	0,3360	0,0384	0,95	0,0499	0,0001	0,0926	0,0429
0,45	0,3836	0,0749	0,3589	0,0501	1,00	0	0	0	0
0,50	0,3750	0,0625	0,3750	0,0625					

Jeżeli oba przęsła, przyległe do podpory numer „ $n$ “, są obciążone ciężarem równomiernie rozłożonym, przy czym natężenie obciążenia w przęśle „ $n$ “ wynosi  $p$ , a w przęśle prawym  $l_{n+1}$  wynosi  $p_{n+1}$ , suma reakcji wtórnych może być łatwo obliczona jako iloczyn odpowiedniego  $p$  przez całkę z wyrażenia na  $\varphi_l$  lub odpowiednio  $\varphi_p$ , a mianowicie:

$$N = -\frac{p_n}{4} \cdot l_n^2 \cdot l'_n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_n}{5}\right) - \frac{p_{n+1}}{4} \cdot l_{n+1}^2 \cdot l'_{n+1} \cdot \left(1 + \frac{\alpha_{n+1}}{5}\right). \quad [33]$$

#### Przęsła symetryczne

Jeżeli oznaczymy przez  $I_0$ , podobnie jak poprzednio moment bezwładności liniowego przekroju belki, przez  $I_m$  — moment bezwładności przekroju środkowego belki, parametr  $\alpha$  wyrazi się wzorem:

$$\alpha = \frac{I_m - I_0}{I_0}; \quad [34]$$

$\alpha$  może być dodatnie lub ujemne, zależnie od tego, czy  $I_m > I_0$ , czy też  $I_m < I_0$ .

Równanie trzech momentów przybiera postać:

$$\left(1 + \frac{\alpha_n}{5}\right) M_{n-1} \cdot l'_n + 2 \left(1 + \frac{2\alpha_n}{5}\right) M_n l'_n + 2 \left(1 + \frac{2\alpha_{n+1}}{5}\right) M_n \cdot l'_{n+1} + \\ + \left(1 + \frac{\alpha_{n+1}}{5}\right) M_{n+1} \cdot l'_{n+1} = N. \quad [35]$$

$N$  można wyrazić wzorem następującym:

$$N = -\varphi' \cdot l \cdot l', \quad [36]$$

gdzie analogicznie do poprzednich oznaczeń mamy:

$$\varphi'_p = \frac{a}{l} \left(1 - \frac{a}{l}\right) \left[ \left(2 - \frac{a}{l}\right) \left(1 + \frac{\alpha}{5}\right) - \frac{2\alpha}{5} \left(\frac{l-a}{l}\right)^2 \left(2 - 3 \cdot \frac{l-a}{l}\right) \right]; \quad [37]$$

$$\varphi'_l = \frac{a}{l} \left(1 - \frac{a}{l}\right) \left[ \left(1 + \frac{a}{l}\right) \left(1 + \frac{\alpha}{5}\right) - \frac{2\alpha}{5} \left(\frac{a}{l}\right)^2 \left(2 - 3 \cdot \frac{a}{l}\right) \right]. \quad [38]$$

I tutaj również  $\varphi'_p$  i  $\varphi'_l$  dadzą się przedstawić jako liniowe funkcje parametru  $\alpha$ :

$$\varphi'_p = A'_1 + B'_1 \alpha; \quad \varphi'_l = A'_2 + B'_2 \alpha.$$

Tablica 52 zawiera wartości  $A'$  i  $B'$ , obliczone dla różnych wartości stosunku  $\frac{a}{l}$ .

Tablica 52

Funkcje  $\varphi'_p = A'_1 + B'_1 \alpha$ ;  $\varphi'_l = A'_2 + B'_2 \alpha$

$\frac{a}{l}$	$\varphi'_p$		$\varphi'_l$		$\frac{a}{l}$	$\varphi'_p$		$\varphi'_l$	
	$A'_1$	$B'_1$	$A'$	$B'_2$		$A'_1$	$B'_1$	$A'_2$	$B'_2$
0.	0	0	0	0	0,55	0,3589	0,0587	0,3836	0,0662
0,05	0,0926	0,0331	0,0499	0,0099	0,60	0,3360	0,0549	0,3840	0,0699
0,10	0,1710	0,0546	0,0990	0,0192	0,65	0,3071	0,0508	0,3754	0,0732
0,15	0,2359	0,0674	0,1466	0,0276	0,70	0,2730	0,0463	0,3570	0,0755
0,20	0,2880	0,0740	0,1920	0,0348	0,75	0,2344	0,0410	0,3281	0,0762
0,25	0,3281	0,0762	0,2344	0,0410	0,80	0,1920	0,0348	0,2880	0,0740
0,30	0,3570	0,0755	0,2730	0,0463	0,85	0,1466	0,0276	0,2359	0,0674
0,35	0,3754	0,0732	0,3071	0,0508	0,90	0,0990	0,0192	0,1710	0,0546
0,40	0,3840	0,0699	0,3360	0,0549	0,95	0,0499	0,0099	0,0926	0,0331
0,45	0,3836	0,0662	0,3589	0,0587	1,00	0	0	0	0
0,50	0,3750	0,0625	0,3750	0,0625					



W przypadku obciążenia równomiernie rozłożonego o natężeniu  $p_n$  w przęśle  $l_n$  i natężeniu  $p_{n+1}$  w przęśle  $l_{n+1}$  suma reakcji wtórnych wyrazi się wzorem:

$$N = -\frac{1}{4} p_n \cdot l_n^2 \cdot l'_n \left( 1 + \frac{\alpha_n}{5} \right) - \frac{1}{4} p_{n+1} \cdot l_{n+1}^2 \cdot l'_{n+1} \left( 1 + \frac{\alpha_{n+1}}{5} \right). \quad [39]$$

#### c. Przęsła symetryczne i niesymetryczne

Jeśli po przęśle niesymetrycznym następuje przęsło symetryczne lub na odwrót, to pierwsze dwa wyrazy równania trzech momentów bierzemy ze wzoru (35), a wszystkie następne wyrazy ze wzoru (33) lub na odwrót. Jeśli chodzi o  $N$ , to bierzemy wyrażenie  $-q \cdot l \cdot l'$  lub  $-q' \cdot l \cdot l'$  odpowiednio ze wzorów (32) lub (36), zależnie od tego czy jest obciążone przęsło niesymetryczne, czy też symetryczne.

## Rozdział V

### DOBÓR PRZEKROJÓW PRĘTÓW DŹWIGARÓW KRATOWYCH

#### 1. Uwagi ogólne

Przy doborze przekrojów prętów kratownic mostowych należy mieć na uwadze następujące zasady racjonalnego projektowania.

1. Niezależnie od tego czy pręt jest ściskany, czy też rozciągany, przekrój jego powinien być sztywny. Przekrojów giętkich, składających się tylko z blach lub z płaskowników, nie należy stosować, gdyż drgają one silnie przy jeździe przez most pojazdów mechanicznych o znacznej szybkości, szczególnie przy przejeździe pociągów kolejowych. Pręty rozciągane mogą być mniej sztywne od prętów ściskanych, jednak należy dążyć, aby również były sztywne.

2. Przekroje prętów powinny się składać z takich elementów, które umożliwiałyby nie tylko dogodne połączenia ich ze sobą w jeden zespół konstrukcyjny, lecz również ułatwiałyby ich przytwierdzenie do innych prętów, np. prętów kraty do prętów pasów w kratownicach.

Przekroje prętów powinny być dostępne i dogodne do nitowania.

3. Po znitowaniu prętów i zmontowaniu całości konstrukcji mostowej pręty powinny być łatwo dostępne do pomalowania ze wszystkich stron.

4. Przekroje prętów powinny mieć jak najmniejszą ilość płaszczyzn wymagających usztywnienia, gdyż usztywnienia niepotrzebnie zwiększają współczynnik konstrukcyjny całej konstrukcji.

5. Przekroje prętów kraty powinny mieć dwie osie symetrii: jedną prostopadłą do płaszczyzny dźwigara, drugą zaś leżącą w tej płaszczyźnie.

6. Przekrój każdego pręta należy składać, w miarę możliwości, z nie-dużej liczby oddzielnych elementów, aby w ten sposób uzyskać w przecie jak najmniejszą liczbę szwów, przez które może się dostawać wilgoć nawet przy szczelnym nitowaniu.

7. Ogólna grubość elementów, które podlegają znitowaniu, nie powinna być zbyt duża i przekraczać maksymalnej granicy, wynoszącej  $4d$ , jeżeli stosujemy nity o średnicy  $d$  mm.

8. Elementy przekrojów prętów, jak np. blachy i kątowniki, powinny w miarę możliwości mieć jednakową grubość na całej długości prętów.



9. Przekroje nie powinny mieć wąskich szczelin, pręty zaś nie powinny mieć na swej długości jakichkolwiek wgłębień, w których mogłaby zbierać się woda.

10. Szerokość prętów kraty w płaszczyźnie dźwigara normalnie nie powinna być większa od  $1/15$  długości pręta, jednakże nie powinna być mniejsza od  $1/25$  jego długości. Najmniejszy wymiar poprzeczny pręta rozciąganego powinien być nie mniejszy od  $1/50 \div 1/60$  jego długości.

Zbyt szerokie pręty kraty przy połączeniach sztywnych w węzłach wywołują znaczne naprężenia drugorzędne w elementach kratownicy.

Ponadto tego rodzaju pręty nie są pożądane, gdyż nadają dźwigarom ciężki wygląd zewnętrzny.

11. Wysokość  $h$  blach pionowych pasów, w zależności od długości przedziału  $a$ , można przyjąć w granicach  $1/10 \div 1/15 a$ .

12. Stosunek wolnej długości pręta ściskanego do najmniejszego promienia bezwładności jego przekroju, czyli tak zwana smukłość pręta ściskanego nie powinna przekraczać 150.

Przy obliczaniu naprężeń rozciągających w prętach należy brać pole przekroju netto, tj. przekrój pręta po odjęciu od niego przekroju otworów na nity; ponadto każdy element danego pręta należy przyjmować z największym możliwym osłabieniem, chociażby te osłabienia znajdowały się nie w jednym, lecz w różnych przekrojach geometrycznych, ale oddalonych od siebie nie więcej niż o jeden skok nity.

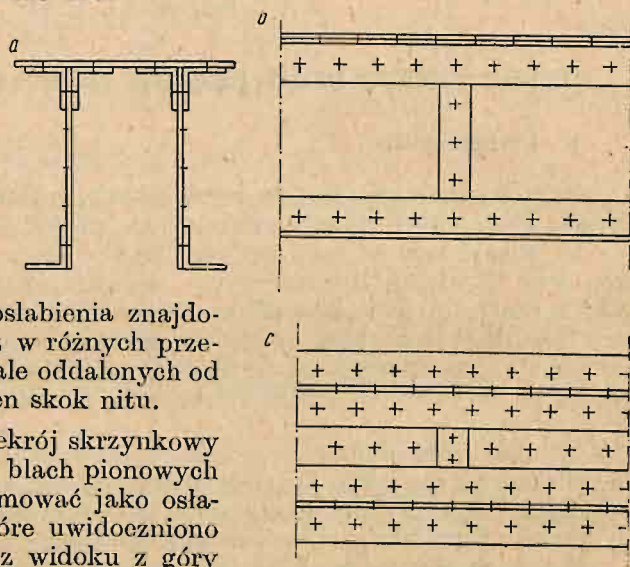
Tak na przykład przekrój skrzynkowy (rys. 160), składający się z blach pionowych i poziomych, należy przyjmować jako osłabiony tymi otworami, które uwidoczniono w przekroju. Jak widać z widoku z góry na przekrój tego pręta oraz z widoku bocznego, przyjęte osłabienie odpowiada temu warunkowi. Rozerwanie pręta nastąpiłoby niewątpliwie po liniach największych osłabień każdego elementu.

Przy obliczaniu momentów statycznych w celu określenia położenia środków ciężkości przekroju, jak również momentów bezwładności dla określenia smukłości pręta, przekroje prętów przyjmuje się brutto, tj. bez odejmowania otworów na nity.

## 2. Przekroje pasów dźwigarów głównych

Najczęściej stosowane przekroje są: a) jednościenne lub teowe, b) dwuścienne (skrzynkowe), c) w kształcie litery H (haowe) oraz rurowe otwarte z dołu i z góry i d) wielościenne.

Przekroje wielościenne stosuje się tylko w mostach o wielkich rozpiętościach, gdy nie wystarcza przekrój skrzynkowy nawet przy zastosowaniu największych grubości nitowanych części i największych szerokości blach stosowanych do tego rodzaju przekrojów pasów.



Rys. 160

Przekroje teowe i skrzynkowe stosujemy najczęściej w pasach dźwigarów kratowych, przekroje zaś rurowe i haowe umieszczamy zwykle w pasie środkowym dźwigarów o pasach potrójnych.

Przekroje teowe stosowano dawniej w pasach dźwigarów mostów o dość znacznych rozpiętościach, dochodzących do 60 m. Jednakże ze względu na ich niewielką sztywność, szczególnie względem osi pionowej, a także wskutek pewnych trudności z doбором przekrojów prętów ściskanych kraty i ich przytwierdzeniem do pasów, obecnie stosuje się przekroje teowe w pasach kratownic tylko do niewielkich rozpiętości, wynoszących  $30 \div 40$  m.

Przekroje te mają pewne zalety w porównaniu z przekrojami pasów dwuściennych. Przede wszystkim są bardziej zwarte i nie wymagają dodatkowych krat usztywniających, gdyż składają się tylko z jednej gałęzi.

Ponadto wszystkie elementy pasów teowych przeważnie nagrzewają się w jednakowym stopniu. Wskutek tego przy nagrzewaniu pod wpływem słońca pasy teowe nie ulegają odkształceniu, co zdarza się w pasach dwuściennych, w których zawsze jedna z blach pionowych przekroju może być więcej nagrzewana niż druga i wtedy następuje albo pewne wykrzywienie pasów, albo powstają w nich dodatkowe naprężenia, wywołane nierównomiernym nagrzewaniem się elementów przekroju.

Zewnętrzna powierzchnia prętów kratownicy, przypadająca na jednostkę kwadratową pola dźwigara, jest mniejsza przy pasach teowych niż przy pasach skrzynkowych i innych, a zatem powierzchnia do malowania jest stosunkowo mniejsza.

Możliwość jednak stosowania przy pasach skrzynkowych sztywniejszych przekrojów prętów kraty oraz łatwiejszy i lepszy sposób połączenia prętów kraty z pasami skrzynkowymi powodują, że na ogół częściej stosuje się w pasach przekroje skrzynkowe niż teowe.

Rozpatrzmy szczegółowo wymienione poprzednio rodzaje przekrojów pasów.

#### a. Pasy o przekroju teowym

Najmniejszy przekrój teowy pasów składa się z blachy pionowej i dwóch kątowników (rys. 162).

Najmniejsze wymiary kątowników, jakie stosuje się w pasach, są  $80 \cdot 80 \cdot 9$ , chociaż lepiej jest stosować kątowniki większe, poczynając od  $90 \cdot 90 \cdot 9$ .

Najmniejszy wymiar kątowników uzależniony jest od dogodności ich nitowania w miejscach styków, tak aby można było nałożyć nakładkę kątownikową i znitować ją z kątownikiem pasowym.

W kątownikach  $80 \cdot 80 \cdot 9$  po nałożeniu nakładki (rys. 161) pozostaje tylko 6 mm między krawędzią kątownika a główką nitu o średnicy  $d = 22$  mm. Gdybyśmy zastosowali grubsze kątowniki o tych samych otworach, to znitowanie styków byłoby bardzo trudne.

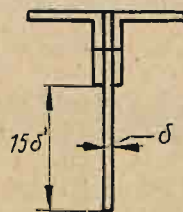
Wysokość blach pionowych  $h$  bierzemy co najmniej taką, aby poza kątownikami pasa można było umieścić dwa szeregi nitów rozstawionych szeregowo lub trzy szeregi — w szachownicę, a więc około  $300 \div 600$  mm.

Grubość blach pionowych waha się w granicach  $9 \div 16$  mm.

Zwiększenie przekrojów osiąga się przez dodawanie blach poziomych i dodatkowych blach pionowych (rys. 163).



Rys. 161

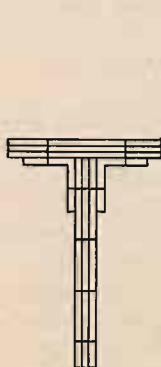


Rys. 162

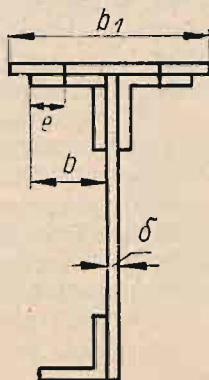


W pasie ściskanym wolna wysokość blachy pionowej poza kątownikami nie powinna być większa od  $15\delta$ , jeżeli  $\delta$  jest grubością blachy (rys. 162). Oczywiście to samo dotyczy blach poziomych.

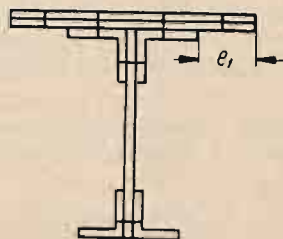
Warunek ten wynika z tego, że przy wolnej szerokości blachy większej od  $15\delta$  blacha ściskana może się sfalldować (miejscowa utrata stateczności).



Rys. 163



Rys. 164



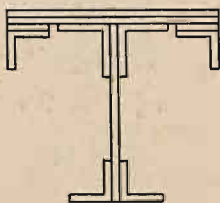
Rys. 165

Zwykle jednak krawędzie blach pionowych usztywnia się niewielkimi kątownikami pojedynczymi lub czasem podwójnymi (rys. 164 i 165), których przy obliczaniu naprężeń nie wlicza się do przekroju pasa, gdyż zwykle kątowniki te są przerywane w węzłach. Przy obliczaniu promienia bezwładności przekroju można je wliczać do momentu bezwładności przekroju brutto.

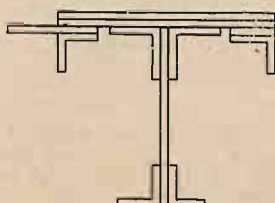
Szerokość blach poziomych powinna się równać  $b_1 = \delta + 2b + \text{min. } 25 \text{ do } 30 \text{ mm}$  (rys. 164), lecz tak aby  $e \leq 3,5 \delta$  lub — jeżeli  $e > 3,5 \delta$  — to  $e_1 \geq 65 \text{ mm}$  (rys. 165), aby można było poza kątownikami pasowymi postawić na blachach z każdej strony jeszcze co najmniej jeden szereg nitów.

Blachy pionowe zasadniczo nie powinny być cieńsze od blach poziomych, kątowniki zaś — od blach pionowych.

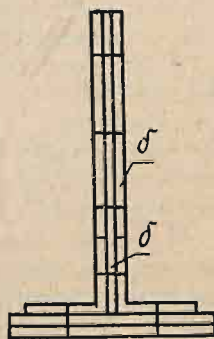
Warunek ten wynika z tego, że przyrost sił w pasach powstaje od składowych poziomych krzyżulców, przenoszących te siły w węzłach bezpośrednio na blachy pionowe pasów, które z kolei przez kątowniki pasowe przenoszą je na blachy poziome. Wskutek tego zarówno blachy pionowe jak i kątowniki pasowe są trochę przeciążone w pobliżu węzłów i dlatego jest rzeczą pożądaną, aby w blachach pionowych kątownikach był większy przekrój, niezbędny dla pasa.



Rys. 166



Rys. 167



Rys. 168

Zwiększenie teowych przekrojów pasów można osiągnąć również przez zwiększenie: szerokości boków kątowników, wysokości blach pionowych, liczby oraz szerokości blach poziomych.



Grubość wszystkich blach poziomych, ze względu na dogodność stykowania, należy w przekroju stosować jednakową na całej długości pasa.

Dla usztywnienia przekrojów pasa względem osi pionowej można pod blachami umieścić kątowniki (rys. 166), lecz wówczas kątowniki usztywniające należy stawiać na podkładkach, które w węzłach mogą być wycinane, a na ich miejsce wstawione poziome blachy węzłowe, służące do przytwierdzenia do nich tężników poziomych (rys. 167).

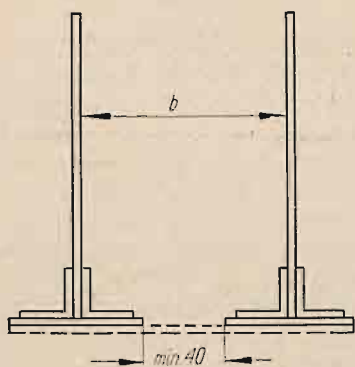
Jeżeli stosuje się dodatkowe blachy pionowe (rys. 168), to grubość tych blach należy dawać taką samą jak grubość kątowników pasowych, gdyż takie wyrównanie powierzchni ułatwia przytwierdzenie do pasów belek poprzecznych i rozpórek tężników podłużnych i poprzecznych.

#### b. Pasy o przekroju skrzynkowym

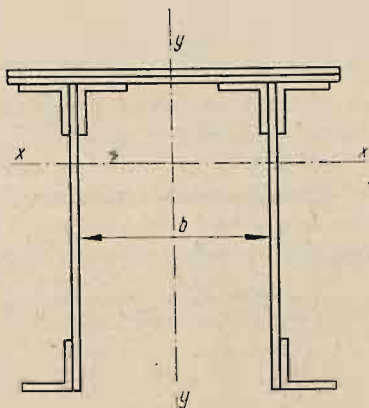
Pasy o przekroju skrzynkowym lub dwuściennym składają się właściwie z dwóch pasów o przekroju teowym i jeżeli chodzi o pas dolny, to bardzo często te dwa pasy o przekroju teowym nie łączą się ze sobą na całej długości (rys. 169), lecz tylko w węzłach i to co pewien odstęp.

Pomiędzy blachami poziomymi pozostaje wtedy szczelina, przez którą wycieka ze skrzynki woda, jeśli tam się dostała.

Pas górny natomiast stanowi zawsze jedną całość, niezależnie od tego czy jest on ściskany, czy też rozciągany (rys. 170).



Rys. 169



Rys. 170

Blachy poziome łączą dwa teowniki, wykonane z blach pionowych oraz kątowników i przekrywają skrzynkę pasa od góry.

Najmniejszy rozstaw  $b$  w świetle blach pionowych uwarunkowany jest dogodnością i możliwością nitowania. Może on być przyjęty w granicach  $200 \div 250$  mm (rys. 170).

Odległość pomiędzy blachami pionowymi w przekrojach skrzynkowych pasów zależy w głównej mierze od wysokości tych blach, która z kolei zależy od rozpiętości dźwigarów. Według wzoru empirycznego, podanego przez Schapera, wysokość blach pionowych w centymetrach można przyjmować

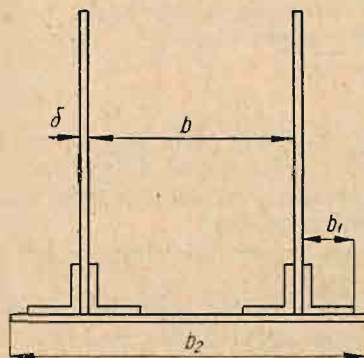
jako  $h = \frac{L^2}{40}$ , jeżeli  $L$  oznacza rozpiętość teoretyczną dźwigara, wyrażoną w metrach. Odległość  $b$  pomiędzy blachami pionowymi można wtedy przyjmować:

— przy małych i średnich rozpiętościach  $b = (h - 0,1L)$  cm,

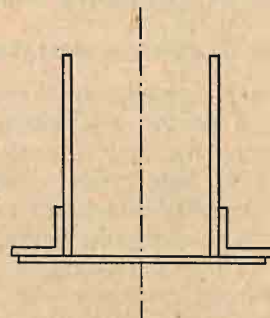
— przy dużych rozpiętościach  $b = (h - 0,2L)$  cm, przy czym  $h$  powinna być wyrażona w centymetrach, a  $L$  w metrach.

Liczba blach, zarówno w ściankach pionowych jak i poziomych, zależy od grubości poszczególnych blach.

Mając na względzie, że średnica nitów, którą stosujemy normalnie w pasach, nie jest większa od  $d = 26$  mm, ogólna grubość nitowania części przekroju, z uwzględnieniem nakładek w stykach, nie powinna być większa od  $4d$ , tj. nie większa niż 104 mm.



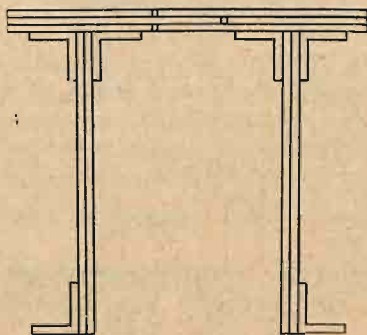
Rys. 171



Rys. 172

Szerokość blach poziomych powinna być taka, aby blachy pokrywały kątownik pasów i ponadto nieco wystawały poza krawędzie kątowników zewnętrznych (rys. 171), czyli  $b_2 = b + 2b_1 + 2\delta + (25 \div 30)$  mm.

Zwiększenie szerokości o  $25 \div 30$  mm uzasadnia się tym, że boki kątowników mogą być nieco szersze, blachy zaś poziome mogą być nieco węższe od wymiarów teoretycznych, co wynika z tolerancji, jakie dopuszczają warunki techniczne dostawy stali walcowanej przez huty. Jeżeli szerokość blachy  $b$  byłaby ściśle równa  $b + 2b_1 + 2\delta$ , to blachy poziome mogłyby nie pokrywać całkowicie kątowników pasowych (rys. 172), co spowodowałoby nieestetyczny wygląd konstrukcji.



Rys. 173

Poza tym wymagania stawiane prawidłowo ukształtowanemu przekrojowi pasa skrzynkowego są te same co i dla pasów teowych jednościennych.

Przy znacznych przekrojach pasów blachy poziome mogą mieć do 1,5 m szerokości, a nawet i więcej, co może spowodować trudność w otrzymaniu tak długich blach.

Możemy stosować w tych przypadkach na szerokości przekroju pasa dwie blachy, jedną np. szerokości 1,0 m, drugą zaś 0,5 m i stosować je na przemian (rys. 173).

W pasach ściskanych krawędzie blach pionowych należy usztywniać kątownikami, które umieszcza się przeważnie na zewnątrz skrzynki. Kątowniki te staramy się układać wzdłuż całej długości pasa i wówczas wliczamy je do przekroju. W miarę możliwości należy kątowniki stosować o takiej samej grubości co zasadnicze kątowniki pasowe.



Jeżeli pomiędzy kątownikami pasowymi a kątownikami usztywniającymi umieszczamy dodatkową blachę pionową, to grubość jej powinna odpowiadać grubości kątowników, a szerokość jej powinna być mniejsza o  $5 \div 10$  mm od odległości pomiędzy bokami tych kątowników.

Dodatkowa blacha ułatwia przytwierdzenie belek poprzecznych i rozpórek tężników do pasa (kątowniki pionowe dobrze nakładają się wówczas na pasy) oraz wyrównuje nieścisłości wałowania kątowników i blach uniwersalnych, które w danych przypadkach mogą być stosowane,

Kątowniki, stosownie do warunków technicznych, mogą mieć boki np. o 3 mm szersze, blacha zaś może być szersza o  $3 \div 4$  mm.

Gdybyśmy przy wysokości blach pionowych wynoszącej np. 500 mm i kątownikach pasowych i usztywniających o bokach 100 mm chcieli zastosować blachę o szerokości 300 mm, to blacha taka nie zmieściłaby się pomiędzy kątownikami i musielibyśmy ją zheblować co najmniej o 6 mm. Stosując zaś blachę o szerokości 290 mm mamy pewność, że przekrój mógłby być bez heblowania złożony w warsztacie.

Rozstaw blach pionowych, jak to już wykazano, zależy od ich wysokości.

Zasadniczo należy dążyć do tego, aby smukłość pasa ściskanego, zarówno względem osi pionowej jak i względem osi poziomej, była jednakowa, zwykle jednak  $I_y$  jest większe od  $I_x$  (rys. 170).

Oznaczając długość przedziału dźwigara przez  $a$  i promień bezwładności przekroju pasa przez  $i$ , a patrząc z góry na dźwigar z tężnikami podłużnymi oznaczmy długość przedziału tego samego pasa przez  $a_1$  i promień bezwładności jego przekroju przez  $i_1$ , to powinien być zachowany stosunek:  $\frac{a_1}{i_1} = \frac{a}{i}$ .

Rozstaw blach pionowych uzależniamy od ich wysokości, przy czym rozstaw jest większy przy wyższych blachach pionowych, i odwrotnie. Warunek ten nie tylko wynika z wyrównania smukłości, lecz również i z dogodności nitowania; głębokie i wąskie skrzynki utrudniają nitowanie i dlatego stosowania takich skrzynek należy unikać.

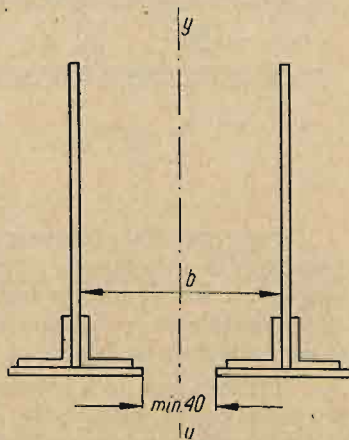
Czasem blachy pionowe przekrojów skrzynkowych trzeba umieszczać w niewielkiej odległości, np. w dźwigarach ruchomych klapowych.

Jeżeli ściskany dolny pas skrzynkowy składa się z dwóch oddzielnych gałęzi ze szczeliną podłużną pomiędzy blachami poziomymi, to należy przestrzegać, aby momenty bezwładności tych gałęzi względem ich osi pionowych nie były zbyt małe, gdyż powoduje to trudności przy połączeniach tych gałęzi bądź kratą, bądź przewiązkami. Połączenia takie są konieczne do wytworzenia przekroju z dwóch gałęzi, który odpowiadałby pod względem sztywności według osi pionowej przekrojowi jednolitemu, tj. jakby z połączonymi gałęziami na całej długości.

W każdym razie moment bezwładności obydwu gałęzi przekroju względem osi  $y$  powinien być większy od momentu bezwładności tych samych gałęzi względem osi poziomej, czyli  $I_y > I_x$ .

Szczelina pomiędzy blachami poziomymi powinna mieć szerokość co najmniej 40 mm (rys. 174).

Jeżeli skrzynkowy pas dolny jest jednolity, tj. od dołu zamknięty, to w blachach poziomych należy w pewnych odstępach wykonać otwory, przez

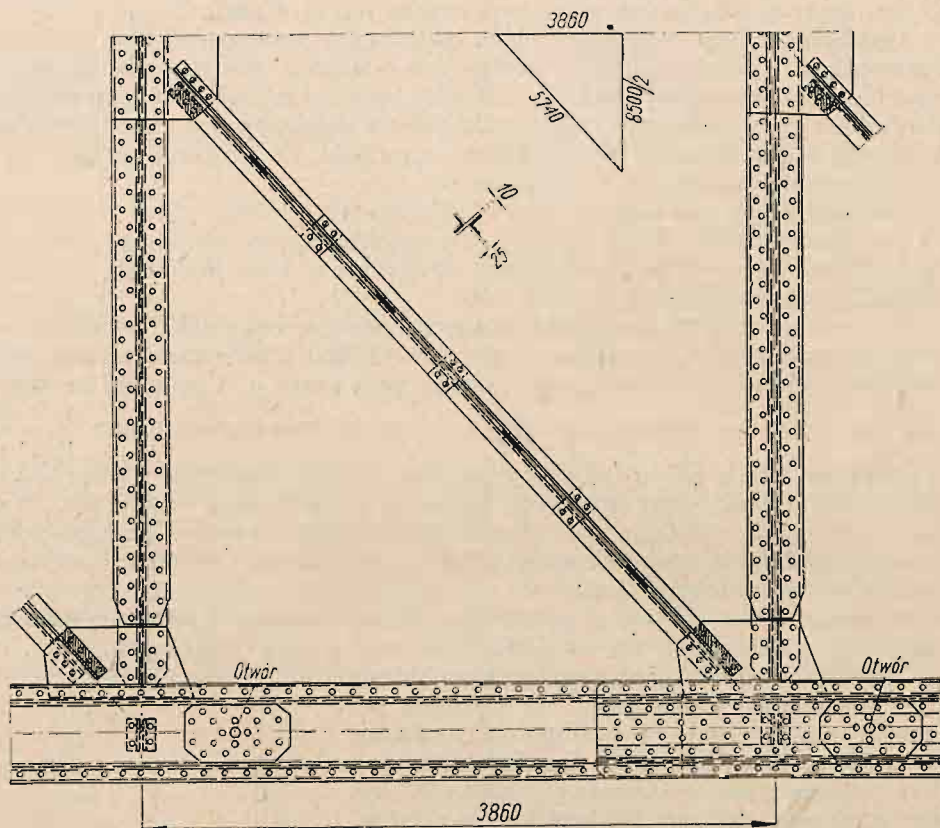


Rys. 174



które splywałyby woda. Zwykle otwory takie wykonuje się w pobliżu węzłów pasa (rys. 175).

Ponieważ otwory o średnicy około 40 mm osłabiają znacznie przekrój pasa, przeto w tych miejscach należy umieszczać dodatkowe blachy nakładkowe, które wyrównują przekrój pasa netto. W otwory te, uszczelnione na obwodzie dodatkowymi nitami, wkręca się rurki odwadniające, które u dołu pasa wystają na 2 do 3 cm. Tylko rurki górne mają od wewnątrz pasa krawędzie zaokrąglone, co ułatwia spływ wody (rys. 288).



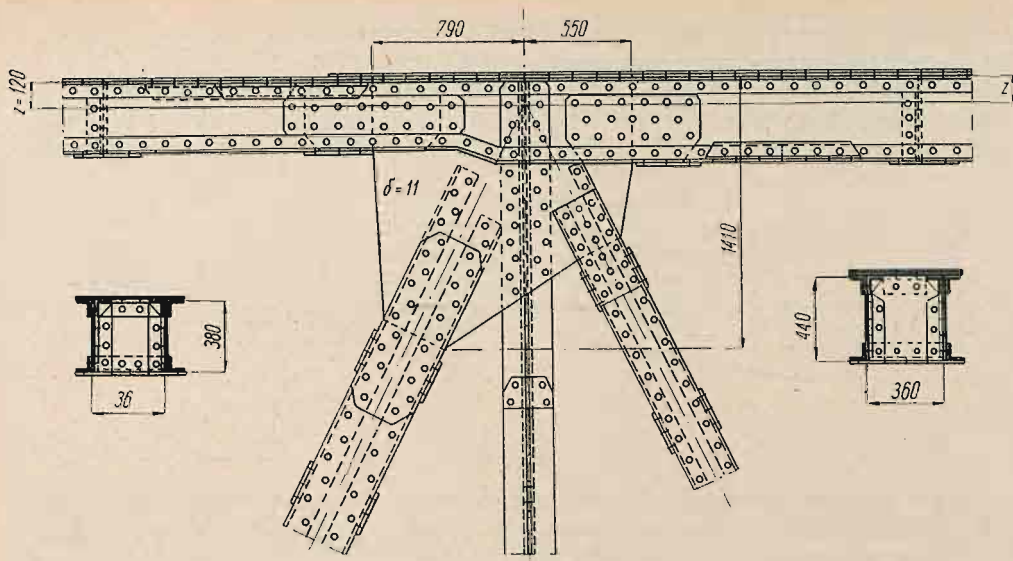
Rys. 175

Przy pasach prostych jest rzeczą ważną, aby położenie środka ciężkości przekrojów w różnych przedziałach pasa było w miarę możliwości jednakowe względem krawędzi kątowników pasowych. W związku z tym przy zmianie ilości materiału w blachach poziomych należy również odpowiednio zmieniać ilość materiału w blachach pionowych (rys. 176).

Trudno jest jednak zawsze utrzymać środek ciężkości przekrojów pasów w jednakowej odległości od krawędzi kątowników pasowych, szczególnie w przypadkach, gdy zachodzą częste zmiany sił w przedziałach pasa prostego.

W pasach prostych za oś kratownicy przyjmuje się zwykle średnią odległość środków ciężkości przekrojów pasa.

Przy znacznej różnicy w położeniu środków ciężkości przekrojów w sąsiednich przedziałach pasów prostych mogą powstać w nich dość znaczne



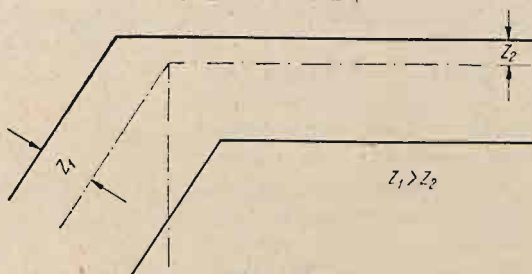
Rys. 176

naprężenia dodatkowe, których zwykle przy obliczaniu naprężeń w pasach nie bierze się pod uwagę. Należy unikać tych naprężeń lub zmniejszać je w miarę możliwości.

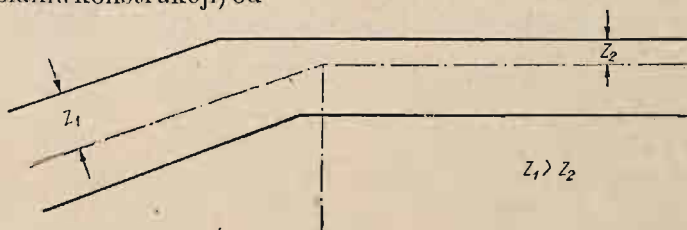
Praktycznie w pasach prostych możemy tolerować różnicę odległości środków ciężkości przekrojów w sąsiednich przedziałach dźwigara, jeżeli mieści się ona w granicach 3% wysokości blachy pionowej pasa.

W pasach załamanych różnica ta może być większa, gdyż w tym przypadku zawsze możemy skierować ściśle obliczone osie obojętne przekrojów pasów do węzła kratownicy (rys. 177).

Jeżeli zaś zasady tej przy doborze przekrojów pasa słabo załamane w ogóle nie przestrzega się, wtedy należy przyjmować (przy wykreślaniu konstrukcji) od-



Rys. 177



Rys. 178

ległości środków ciężkości obliczone dla każdego poszczególnego pręta. Przy znacznej różnicy w położeniu środków ciężkości dwóch sąsiednich prętów przecięcie się górnych i dolnych krawędzi przekrojów otrzymuje się w znacznej odległości od teoretycznego punktu węzła.

Taka konstrukcja węzła, jakkolwiek jest prawidłowa, sprawia nieprzyjemne wrażenie optyczne i jest nieestetyczna (rys. 178).

Jednakże w pasach słabo załamanych, gdzie pręty schodzące się w węzłach tworzą kąty zbliżone do  $180^\circ$ , lepiej jest dobierać takie przekroje, jakie są w pasach prostych, przy czym dopuszczalna różnica w położeniu



Rys. 179

środków ciężkości przekrojów w sąsiednich przedziałach nie może przekraczać 3% wysokości blachy pionowej pasa. W takim przypadku należy przyjmować przy wykreślaniu konstrukcji pasa średnią odległość środków ciężkości wszystkich jego prętów (rys. 179).

### c. Pasy haowe i rurowe

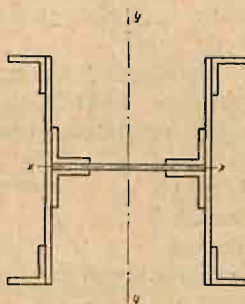
Przekroje pasów haowych lub rurowych otwartych od dołu i od góry, tj. składających się z dwóch oddzielnych gałęzi, przedstawione są na rys. 180, 181 i 182.

Zaletą tych pasów jest to, że mają one dwie osie symetrii, jeśli tylko w przekroju rurowym nie zwiększamy przekroju jednostronnie za pomocą płaskowników, które zwykle umieszczamy pod kątownikami poziomymi (rys. 183).

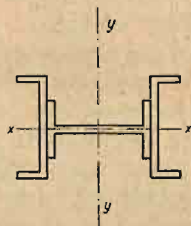
Przekrój haowy, składający się z blach pionowych obwodowych gałęzi wzdłuż połączonych, jest sztywniejszy i bardziej ekonomiczny od przekroju rurowego. Przekrój bowiem rurowy, składający się z dwóch oddzielnych gałęzi,

wymaga odpowiednich usztywnień w dwóch płaszczyznach, a mianowicie u góry i u dołu, aby w pasach ściskanych mógł być uważany za przekrój jednolity.

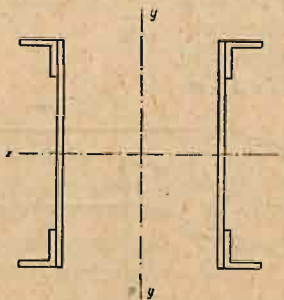
W tych przekrojach, mających środki ciężkości pośrodku wysokości, węzły kratownicy leżą na ich osi i na te węzły należy skierować osie kraty.



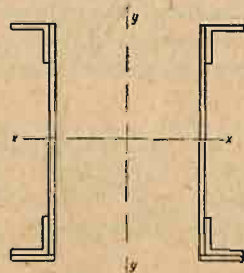
Rys. 180



Rys. 181



Rys. 182



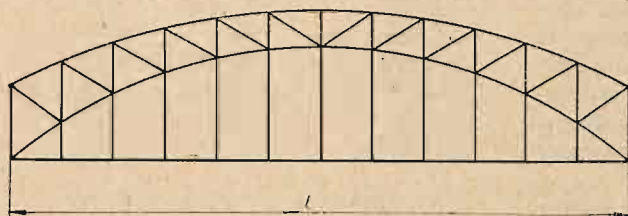
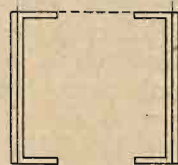
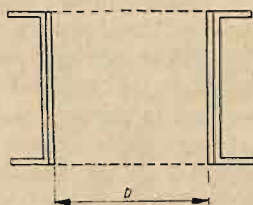
Rys. 183



Blachy węzłowe przy tych przekrojach pasów mogą wypaść większe niż przy przekrojach skrzynkowych.

Przy stosowaniu tych przekrojów w dźwigarach o dwóch pasach nastreżają one pewne trudności w przytwierdzaniu belek poprzecznych do pasów jak również rozpórek z tężnikami podłużnymi. Dlatego więc stosujemy je, jak to już było wspomniane, w pasach środkowych dźwigarów o trzech pasach (rys. 184).

Przy niewielkich siłach przekroje skrzynkowe w pasach, jak również przekroje haowe oraz rurowe w krzyżulcach i słupach, mogą być wykonane z korytek, dwuteówek i zetowników.



Rys. 184

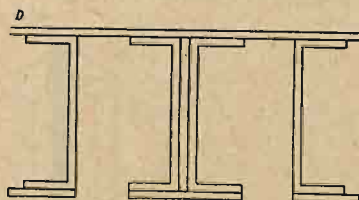
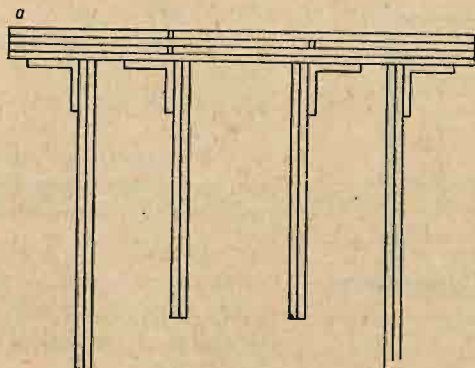
Rys. 185

Przekroje te można zwiększyć przez dodanie blach pionowych (rys. 185).

Już w rozdziale o nitowaniu zaznaczono, że nie należy stosować blach wąskich, które można łączyć z innymi elementami tylko jednym szeregiem nitów. Ponadto należy przypomnieć, że najmniejsza szerokość blach, którą można stosować w prętach dźwigarów, wynosi 130 mm. Jest to bowiem szerokość, która umożliwia ustawienie dwóch przestępnych szeregów nitów w odległości 60 mm jeden od drugiego.

#### d. Pasy wielościennie

Przekroje wielościennie (rys. 186 a, b) są stosowane tylko w mostach o bardzo dużych rozpiętościach, gdy przekroje pasów wymagają kilku tysięcy  $\text{cm}^2$ .



Rys. 186

### 3. Usztywnienia pasów

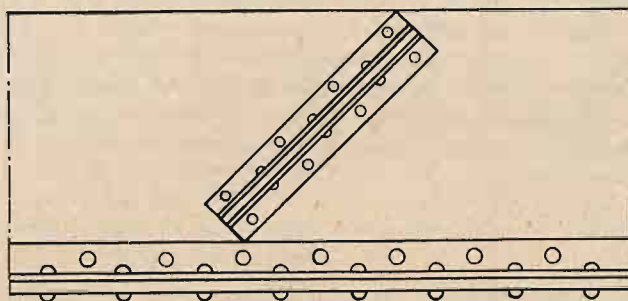
Wszystkie przekroje pasów, szczególnie ściskanych, wymagają takich usztywnień, które zabezpiecząby niezmienność kształtu przekrojów pasów na całej ich długości.

Jeżeli mamy pasy jednościenne, to blachy poziome i kątowniki powinny tworzyć kąt prosty z blachami pionowymi.

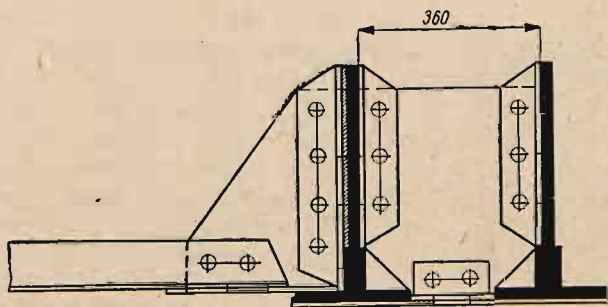
Przekroje skrzynkowe, które są złożone zarówno z blach jak i z kątowników, powinny tworzyć czworobok prostokątny i zachowywać ten kształt na całej długości pasa. Niezmienność przekrojów pasa osiąga się przez specjalne usztywnienie poprzeczne.

Przekroje teowe pasów jednościennych z blachami wystającymi poza boki kątowników usztywnia się w sposób podany na rys. 187 i 188.

Przekroje skrzynkowe pasów usztywnia się za pomocą przepon, tj. blach usztywnionych po bokach kątownikami, ustawionych i przynitowanych do skrzynek lub rur przekrojów prostopadłe do blach pionowych i poziomych albo przynitowanych prostopadłe tylko do blach pionowych i pod pewnym kątem do blach poziomych.



Rys. 189



Rys. 190

W pasach rozciąganych odległość pomiędzy przeponami może dochodzić do  $5,0 \div 6,0$  m.

Pochylone przepony ukośne stosuje się rzadziej i w tym celu, aby nie osłabiać blach pionowych przekroju pasa dodatkowymi otworami na nity, które przytwierdzają kątowniki przepon do blach pionowych pasa (rys. 189).

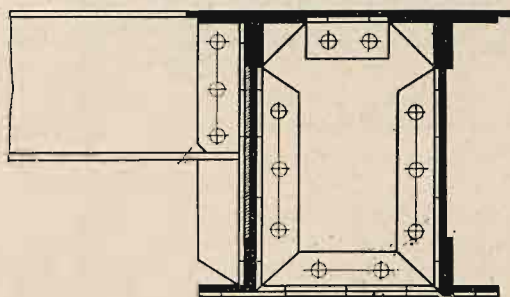
Sposoby ustawiania przepon do pasów są przedstawione na rys. 190 i 191.

Przepony w pasach umieszczamy zawsze w węzłach dźwigarów.

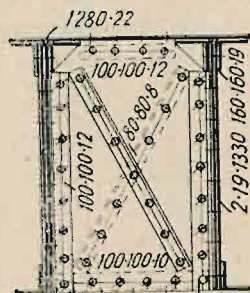
Ponadto w pasach ściskanych należy przepony ustawiać pomiędzy węzłami i w odległości  $2,5 \div 3,5$  m.

Grubość blach przepon zależy od ich wymiarów i może być w granicach  $7 \div 12$  mm.

Pasy o znacznych wymiarach wymagają dużych przepon. Czasem jednakże może się okazać, że stosowanie w przeponach blach o mniejszej grubości oraz ich usztywnienie (rys. 192) może okazać się bardzo kosztowne.



Rys. 191



Rys. 192

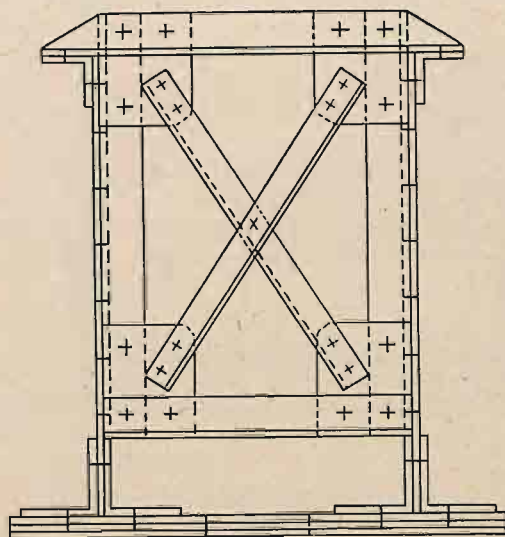
Niekiedy przy dużych przekrojach, zamiast przepon z blach wykonuje się przepony ze skrzyżowanych kątowników (rys. 193).

Blachy pionowe pasów, zarówno ściskanych jak i rozciąganych, powinny być połączone pomiędzy przeponami kratą lub przewiązkami, aby odległość tych blach nie mogła się zmieniać i zachowywała swą teoretyczną wielkość (rys. 176 i 194). Do usztywnienia blach pionowych w nowszych mostach używa się prawie wyłącznie przewiązek.

Przekrój poprzeczny pasów rozciąganych rzadziej zniekształca się i dlatego pasy poprzeczne nie wymagają tak silnych oraz licznych usztywnień co pasy ściskane i ściskano-rozciągane.

Aby zapobiec przesuwaniu się blach pionowych w pasach skrzynkowych wystarczy umieścić:

- 1) w pasach rozciąganych — przewiązki *a* na dwa nity przy węzłach (rys. 194),
- 2) w pasach ściskanych — przewiązki na trzy nity w odstępach około 2—3 przewiązek na przedział (rys. 176),
- 3) w pasach ściskano-zginanych — co zachodzi w nogach ramowniczych pochyłych

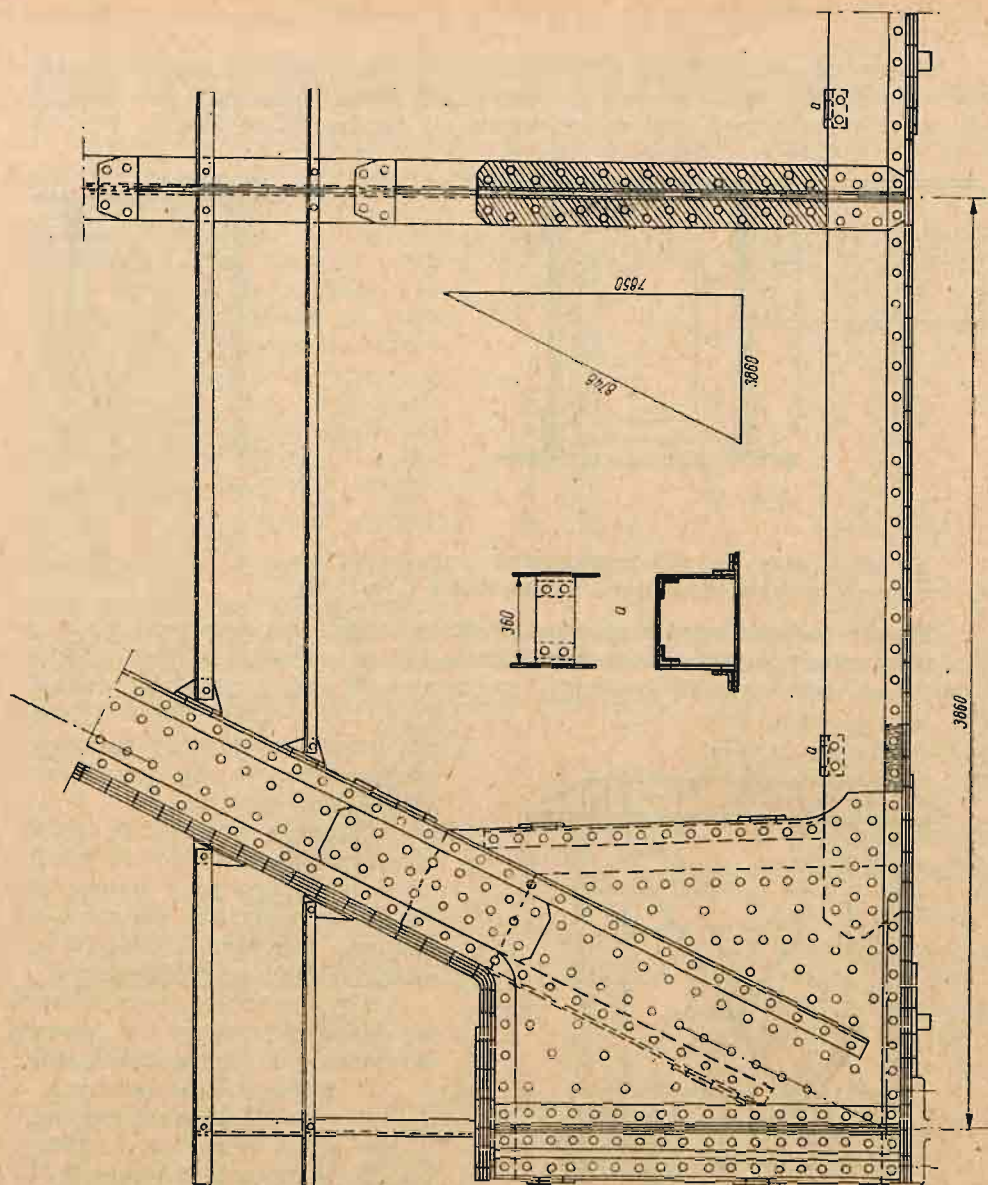


Rys. 193

— przewiązki na trzy nity, przy czym przewiązki te można połączyć mocną kratą (rys. 195).

We wszystkich trzech wymienionych przypadkach należy obowiązkowo stosować przewiązki w połączeniu z przeponami w pasach.





Rys. 194

#### 4. Obliczanie naprężeń w pasach

Przy doborze przekrojów pasów i obliczaniu naprężeń w pasach rozciąganych należy przyjmować zawsze przekrój netto, który stanowi na ogół  $0,88 \div 0,85$  przekroju brutto.

Nity powinny być w elementach przekroju tak rozstawione, aby osłabienie całego przekroju było jak najmniejsze, rzadko jednak udaje się zmniejszyć przekrój mniej niż o 12% przekroju brutto.

W pasach ściskanych należy mieć na uwadze przede wszystkim możliwość wybożenia przedziału pasa pomiędzy węzłami.

Smukłość pasów normalnie wynosi  $10 \div 40$ , a zatem zmniejszenie dopuszczalnego naprężenia przez wyboczenie jest niewielkie.

Za wolną długość prętów pasa należy przyjmować długość przedziału pomiędzy węzłami dźwigara lub pomiędzy węzłami tężników poziomych, przy czym promień bezwładności przekrojów należy brać względem osi poziomej oraz pionowej i ostatecznie przyjąć, co jest najniekorzystniejsze.

Często pasy (szczególnie górne) w mostach kolejowych z jazdą górną, które mają rozpiętość około 40 m, i w mostach drogowych o dowolnej rozpiętości są nie tylko ściskane lub rozciągane w zależności od systemu dźwigarów, lecz także zginane. W takim przypadku naprężenia w tych pasach należy określać według wzoru:

$$\text{dla pasa ściskanego } \sigma = \frac{S}{\varphi F_{br}} + \frac{M}{W_n}$$

$$\text{i dla pasa rozciąganego } \sigma = \frac{S}{F_n} + \frac{M}{W_n}$$

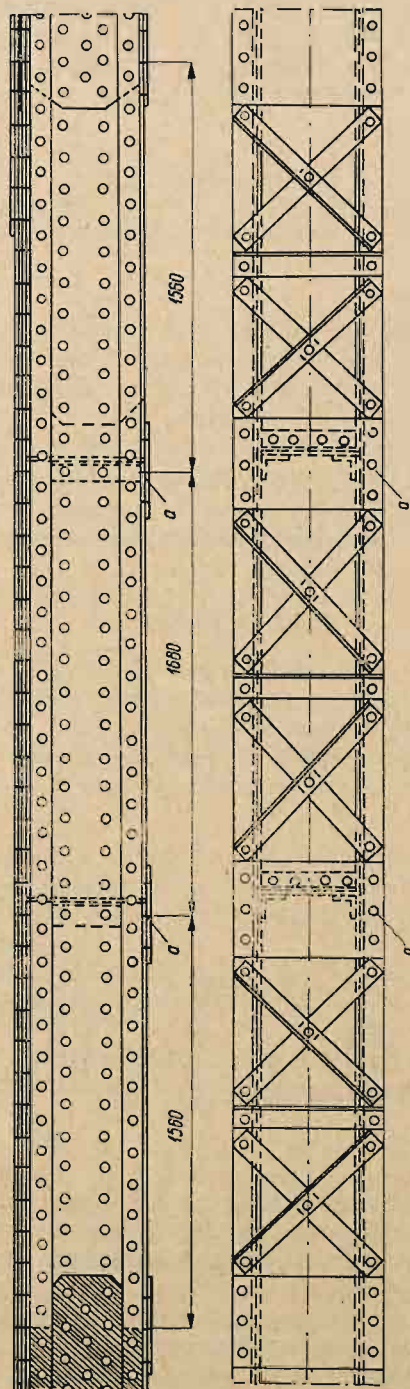
Przy obliczaniu miejscowych momentów gnących w prętach pasa przyjmuje się za rozpiętość prętów długość przedziału, przy czym pręty pasa uważa się za częściowo utwierdzone swymi końcami.

Aby w podanych wzorach zmniejszyć drugi wyraz wpływający na naprężenia, zaleca się wysokość pasa nieco zwiększać, jednakże należy przestrzegać granicy  $h = \frac{1}{10} a$ .

W dźwigarach kratowych z pasami krzywymi pasy pomiędzy węzłami zasadniczo stosuje się w kształcie odcinków prostych i zwykle powinny one tworzyć wieloboki.

Jednak czasami, mając na względzie estetykę mostu, stosuje się pasy w postaci ciągłych krzywych kołowych lub parabolicznych, jeżeli strzałka pasa krzywego nie jest wielka. Pociąga to za sobą dodatkowe naprężenia, które przy obliczaniu pasów należy uwzględniać.

Przy obliczaniu pasa krzywego jako dodatkowy moment gnący można

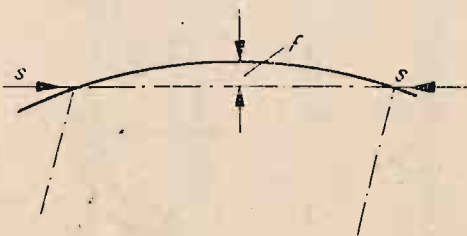


Rys. 195

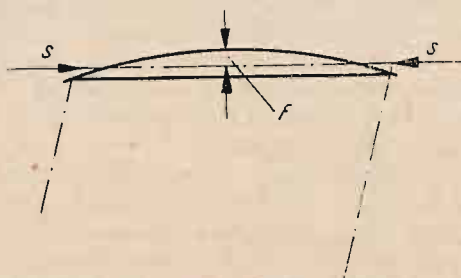


przyjąć  $M = fS$  (rys. 196), jeżeli przez  $f$  oznaczymy strzałkę łuku na długości przedziału, przez  $S$  zaś — ściskającą siłę osiową w przecie pasa.

Przy znacznej krzywiznie pasów dodatkowych naprężenia mogą wypaść dość znaczne, przeto w tych przypadkach można węzły pasa nieco opuścić lub tak podnieść, aby moment ten nieco zmniejszyć; wówczas dodatkowy moment będzie nie  $fS$ , lecz  $f_1 F$  (rys. 197).



Rys. 196

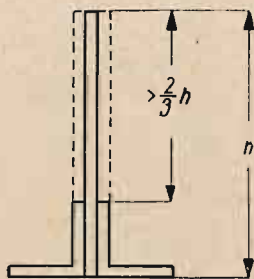


Rys. 197

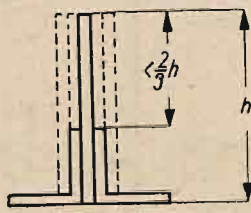
Tak postąpiono przy projektowaniu mostu czwartego przez Wisłę w Krakowie, przy czym w prętach ściskanych uwzględniano krzywiznę pasów albo współczynnik wybożeniowy  $\varphi$ , stosownie do tego co było niekorzystniejsze dla danego pręta.

## 5. Styki w pasach

Przekrycie blach pionowych w pasach zawsze powinno być wykonane za pomocą nakładek dwustronnych. Jeżeli ponadto wolna wysokość  $h$  (rys. 198) nie jest mniejsza od  $\frac{2}{3} h$ , to nakładki mogą być umieszczone tylko na wolnej wysokości blach pionowych; w przeciwnym razie należy dążyć do tego, aby blacha przerwana była kryta wzdłuż całej szerokości (rys. 199).



Rys. 198



Rys. 199

Przy wąskich blachach pionowych i kryciu ich styków na niewielkiej tylko szerokości otrzymuje się nieprawidłowy rozkład naprężeń i następuje znaczny wzrost naprężeń dodatkowych w blachach, a także w całym przekroju w pobliżu styku.

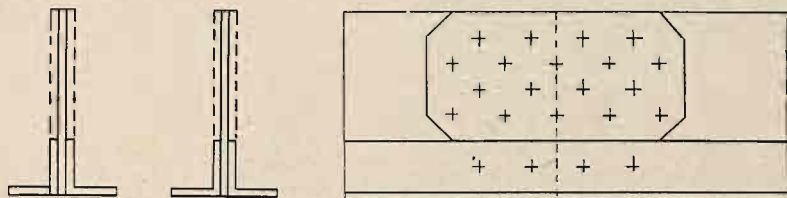
Przy ścianach pionowych składających się z kilku blach pionowych stosujemy zawsze styki schodkowe i obliczamy je

wówczas według zasad ogólnych, podanych w części pierwszej, rozdz. VI.

Nity w nakładkach stawiamy przeważnie w szeregach przestępnych i na końcach nakładek w skrajnych szeregach pasów rozciąganych wykonujemy najwyżej dwa nity (rys. 200). W pasach zaś ściskanych nie więcej niż trzy nity. Takie rozstawienie nitów umożliwia obliczenie przekroju blach pionowych z mniejszym osłabieniem, gdyż w następnych szeregach — pomimo większej ilości nitów w jednym przekroju, a zatem większego osłabienia blach — zaczynają pracować także nakładki stykowe, których łączny przekrój jest zawsze większy od przekroju blachy, której styk kryją.

Najmniejsza grubość nakładek stykowych w pasach powinna wynosić 8 mm.

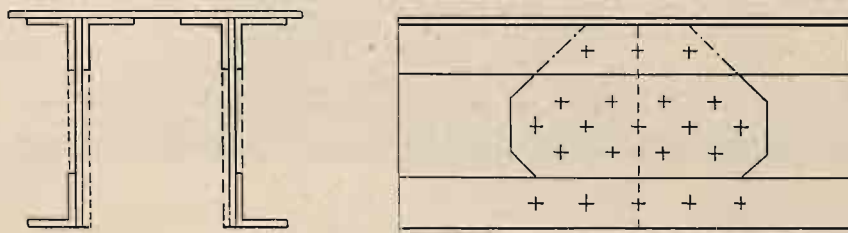
W pierwszym szeregu poziomym nitów w nakładkach stykowych przy kątownikach pasowych należy stawiać co najmniej dwa nity z każdej strony



Rys. 200

styku, gdyż część blachy pionowej pod kątownikami pasowymi nie jest kryta nakładkami i dlatego nity przy kątownikach muszą przenosić przez nakładki również siłę przypadającą na pas blachy pionowej, równy szerokości boku kątownika pasowego.

Od strony kątownika usztywniającego zwykle jedna z nakładek stykowych po tej stronie blachy pionowej, gdzie nie ma kątownika, przekrywa



Rys. 201

styk do zewnętrznej krawędzi blachy i dlatego w skrajnym odcinku nakładki w szeregu poziomym można pozostawiać po jednym nicie (rys. 201). Na rys. 202 podane jest przekrycie styków środkowych dwóch blach pionowych pasa dolnego za pomocą dwustronnych nakładek.

Blachy poziome zwykle łączy się na styki stopniowe i przekrywa się nakładkami pojedynczymi o tej samej szerokości i grubości co blachy poziome pasa (rys. 203a).

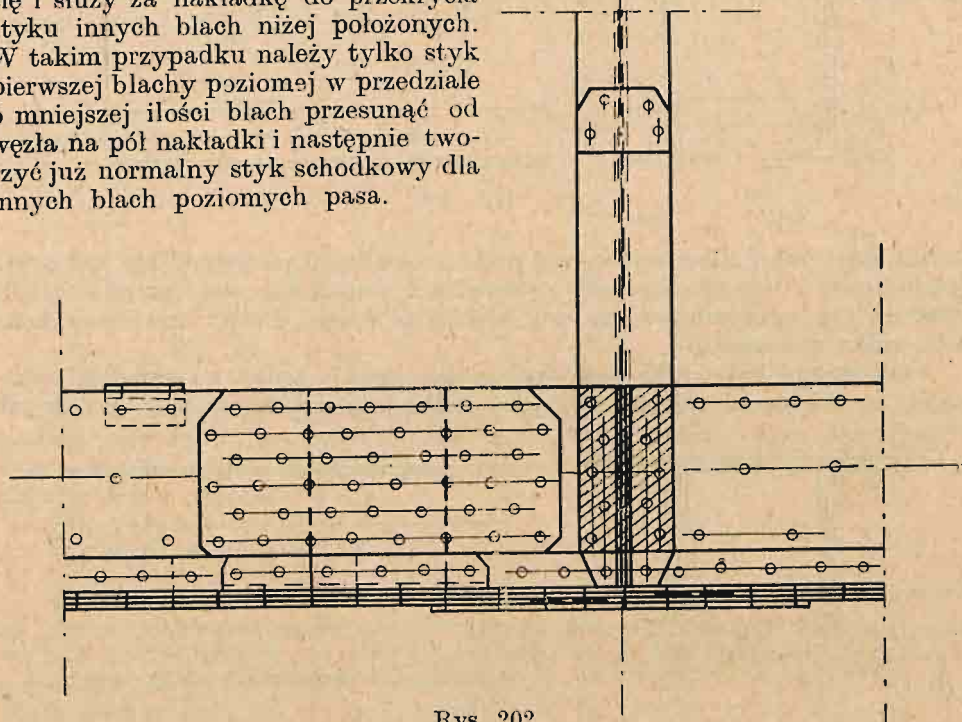
Jeżeli blachy poziome mają jednakową szerokość, lecz różną grubość, czego należy unikać przy doborze przekrojów pasów, to nakładka ma wymiary blachy najgrubszej z blach przerywanych (rys. 203b).

Jeżeli jedna z blach poziomych jest węższa i szerokość jej równa się np. odległości pomiędzy blachami pionowymi, to wtedy nakładka stykowa może być o szerokości oraz grubości blach szerszych i kryć styki wszystkich blach, nie wyłączając styku blachy węższej, przy czym dodatkowo umieszcza się przekładki wyrównawcze po obu bokach blachy zwężonej (rys. 204). Niektórych blachę węższą wycina się takiej długości, aby można było umieścić nakładkę szeroką, przekrywającą styki wszystkich blach szerokich niżej położonych. Następnie na wierzchu nakładki szerokiej umieszcza się blachę wąską, która z każdej strony wystaje na pół nakładki poza styk szerokiej blachy nakładkowej i przerwaną blachy wąskiej (rys. 205).



W każdym poszczególnym przypadku należy obliczyć, jaki sposób przekrycia wymaga mniej materiału, i ten stosować.

W przypadku gdy w jednym przedziale pasa jest jedna blacha pozioma więcej niż w sąsiednim przedziale, wtedy ta blacha pozioma, teoretycznie kończąca się w węźle, zwykle wydłuża się i służy za nakładkę do przekrycia styku innych blach niżej położonych. W takim przypadku należy tylko styk pierwszej blachy poziomej w przedziale o mniejszej ilości blach przesunąć od węzła na pół nakładki i następnie tworzyć już normalny styk schodkowy dla innych blach poziomych pasa.



Rys. 202



Rys. 203

Czasem stosuje się zamiast styków schodkowych styki skrzyżowane (rys. 206), ale tylko w przypadku co najmniej trzech blach. Styk ten można uważać za silniejszy od zwykłego styku schodkowego, gdyż niektóre nity pracują w nim jako nity dwucięte, lecz jest on niedogodny przy zestawianiu pasów i dlatego rzadziej jest stosowany.

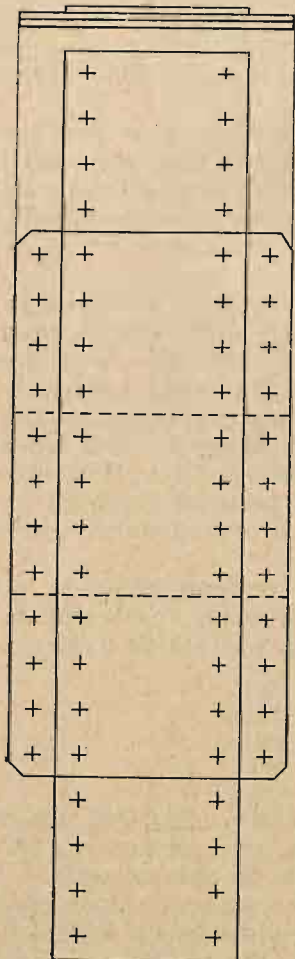
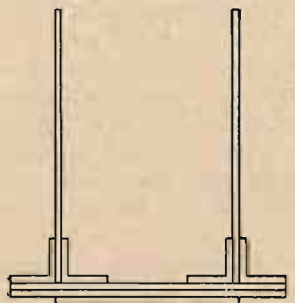


Rys. 204

Styki kątowników kryjemy nakładkami z kątowników, jak to już omówiono w części pierwszej, rozdz. VI.

Kątowniki ułożone symetrycznie w przekroju pręta zawsze mają styk w jednym i tym samym przekroju, kątowniki zaś wewnętrzne i zewnętrzne w przekrojach dwuciennych przeważnie otrzymują styki przesunięte na długość połowy nakładki kątownikowej (rys. 207).

Należy ogólnie stwierdzić, że wszystkie symetryczne elementy prętów powinny mieć styki jednakowo rozmieszczone, gdyż to powoduje jednakowe



Rys. 205

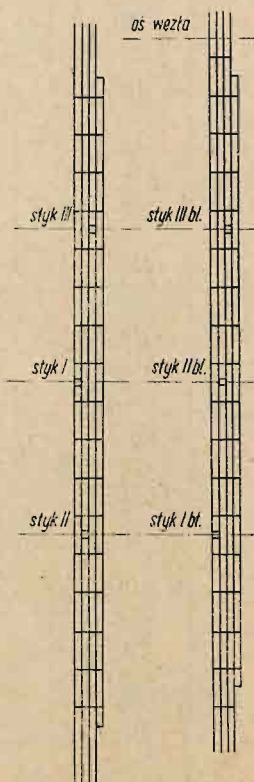
rozstawienie nitów wzdłuż całej długości danego elementu, dzięki czemu otrzymuje się mniej różnorodnych elementów.

Trasowanie nitów należy do prac odpowiedzialnych i wymaga wykwalifikowanych pracowników, dobrze znających się na rysunkach konstrukcyjnych i dlatego trasowanie zalicza się do prac kosztownych. Im więcej jest jednakowych elementów w danej konstrukcji, tym mniej jest różnych szablonów do wykonania i w związku z tym ogólny koszt pracy może być niższy.

Następnym warunkiem, jaki stawiamy konstrukcji nie tylko pasów, lecz także innych części mostowych, co do rozmieszczenia styków jest to, że styki dwóch przylegających do siebie elementów nie powinny się znajdować w jednym przekroju, lecz powinny być rozsunięte na odległość połowy długości nakładki.

Chociaż czasem nie przestrzega się tej zasady, gdyż nawet styki wszystkich elementów danego pręta umieszcza się w jednym przekroju, w tzw. stykach uniwersalnych (co powinno być specjalnie uzasadnione), to jednak łamać zasadę rozstawiania styków można tylko w wyjątkowych przypadkach, ponieważ styki zawsze stanowią słabe miejsce w konstrukcji. Jeżeli przyjmujemy, że wytrzymałość konstrukcji obniża się w stykach np. o 3%, to przy stykowaniu połowy elementów w danym przekroju zmniejsza się wytrzymałość całości przekroju tylko o 1,5%.

Rozplanowanie styków w pasach wzdłuż długości dźwigarów zależy od wymiarów poprzecznych elementów, z których składamy przekroje pasów, zatem od ciężaru tych elementów; zbyt



Rys. 206



długie i ciężkie elementy utrudniają pracę przy obróbce konstrukcji w warsztatach. Poza tym huty walcują różne elementy tylko do określonych długości i zwiększanie ich ponad wymiary normalne pociąga za sobą dopłaty za jednostkę wagi. Stosowanie krótszych elementów, a zatem dawanie większej

ilości styków, pod względem ekonomicznym może okazać się bardziej korzystne, choć pod względem ciężaru i wytrzymałości może być nieco gorsze.

Następnie długość i ciężar poszczególnych prętów konstrukcji zależy w dużym stopniu od środków przewozowych, jakimi dysponujemy przy dostawie konstrukcji na miejsce budowy mostów, i wreszcie nie małą rolę odgrywa sposób montowania mostu.

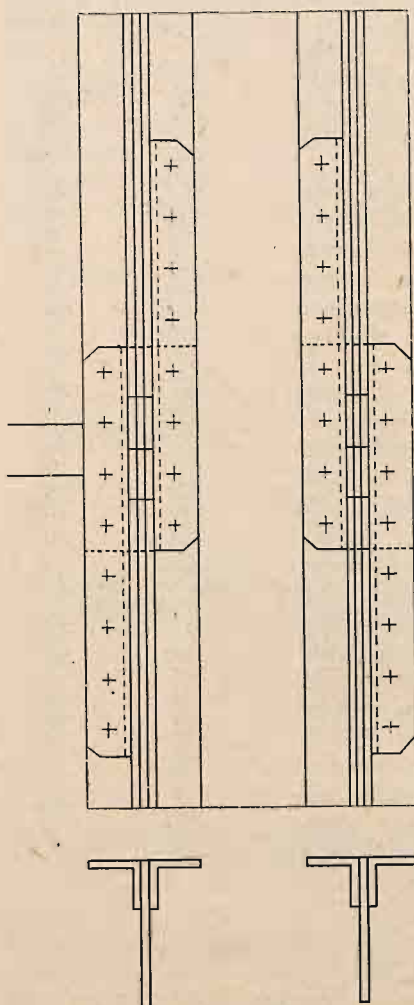
Tak np. przy montowaniu dźwigarów sposobem wspornikowym bez rusztowań styki elementów pasów należy w miarę możliwości grupować z jednej strony węzła i w taki sposób, aby można było całe przedziały pasów poprzednio znitowane łączyć ze sobą.

Z tego wynika wniosek, że przy projektowaniu konstrukcji mostowej powinniśmy mieć na względzie sposób montowania dźwigarów mostu i szczegóły konstrukcji dostosowywać z góry do przyjętego sposobu budowy mostu.

Sporządzenie wykresu materiału pasów w odpowiedniej skali długości i skali materiału powinno wchodzić w zakres projektu konstrukcji dźwigarów mostu.

Na wykresie materiału pasów, podanym na rys. 208, liczby poziome oznaczają długości poszczególnych elementów pasów, liczby zaś pionowe odległości styków elementów od odpowiednich węzłów dźwigara.

W blachach poziomych pasów powinien być uwidoczniiony na wykresach sposób przekrycia wszystkich styków.



Rys. 207

## 6. Pręty kraty dźwigarów głównych

### a. Pręty kraty przy pasach jednościennych

Przy pasach jednościennych przekroje prętów kraty mogą być złożone z kątowników, teowników lub z kątowników i blach, jeżeli elementy, z których składa się pręt, umożliwiają ich przytwierdzenia do pasa w węzle.

Z przedstawionych na rys. 209 przekrojów najbardziej odpowiednie są te, które mają dwie osie symetrii, gdyż najlepiej odpowiadają warunkom podanym na początku tego rozdziału i warunkom, jakie stawiane są przy projektowaniu prawidłowej konstrukcji węzłów.

Pas gorny

520-10

520-10

520-10

90-90-9

90-90-5

360-10

400-10

90-90-9-9

Pas gorny



Pas dolny



320-10

380-10

90-90-10

90-90-10

520-8

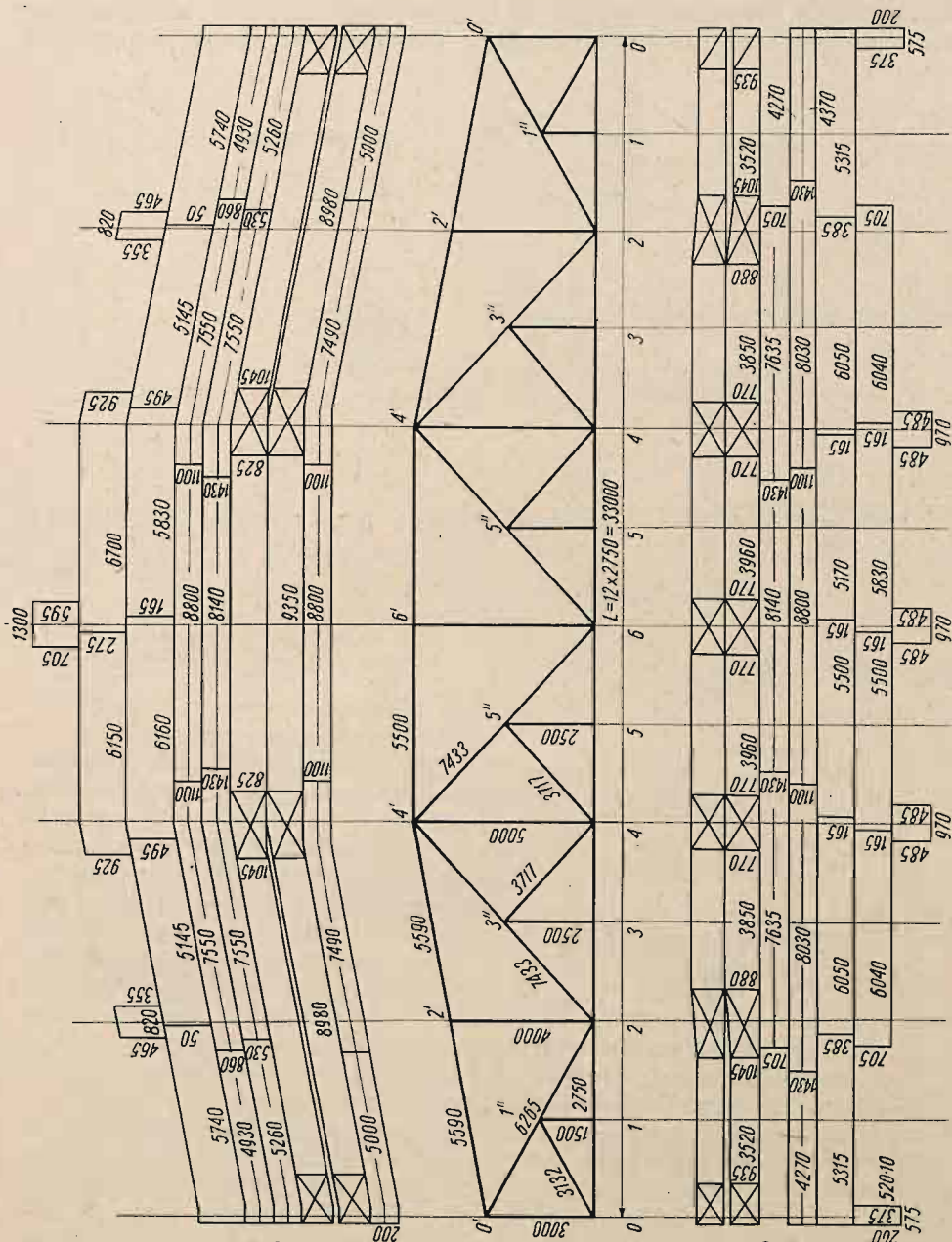
520-8

520-8

520-8

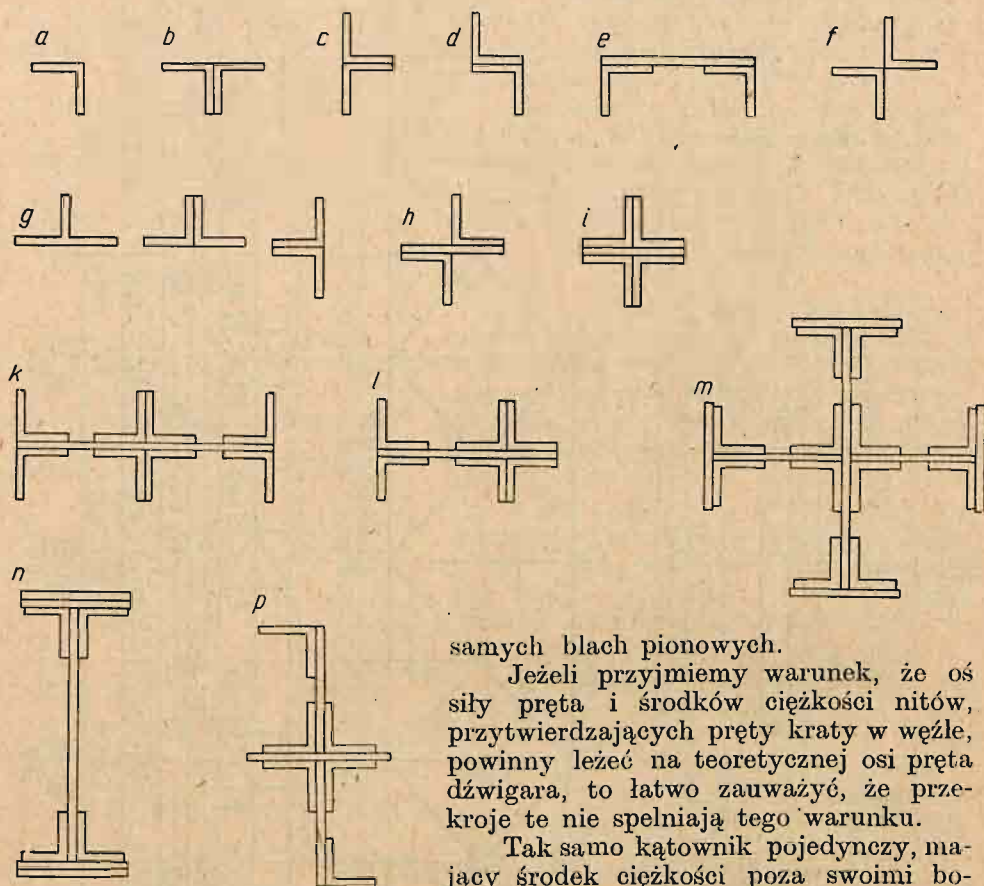
520-8

520-8





Przekroje *a, b, c, d, g, h, i* (rys. 209) stosuje się — pomimo ich pewnych wad — w szczególności w kratkach wielokrotnych, w których krzyżulce jednego kierunku są przytwierdzane do pasów z jednej strony blach pionowych, krzyżulce zaś drugiego kierunku — z drugiej strony tych



Rys. 209

samych blach pionowych.

Jeżeli przyjmiemy warunek, że oś siły pręta i środków ciężkości nitów, przytwierdzających pręty kraty w węzle, powinny leżeć na teoretycznej osi pręta dźwigara, to łatwo zauważyć, że przekroje te nie spełniają tego warunku.

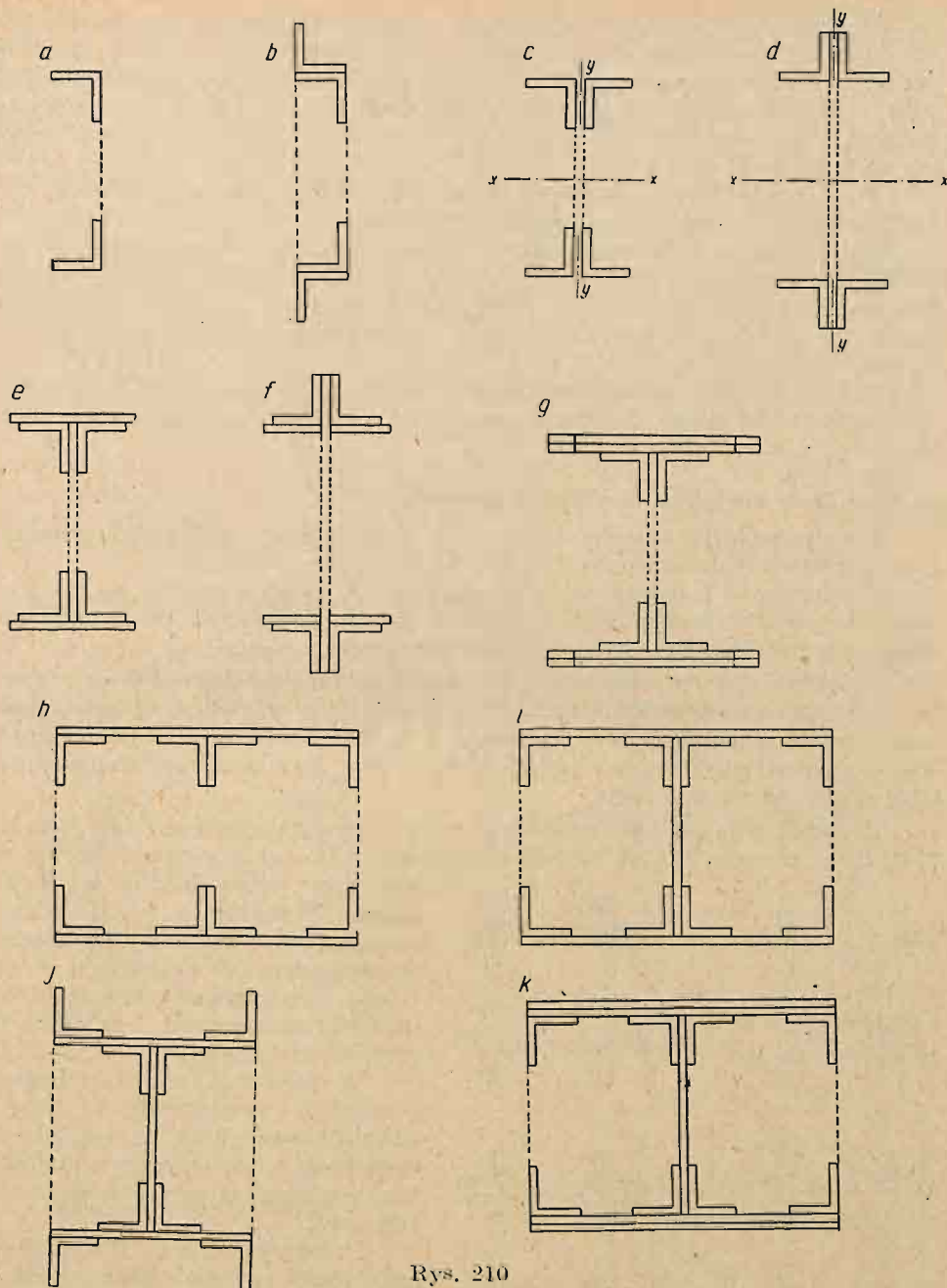
Tak samo kątownik pojedynczy, mający środek ciężkości poza swoimi bokami i przytwierdzany zazwyczaj do pasa jednym bokiem, nie odpowiada zupełnie tym trzem warunkom.

Podobnie i inne przekroje, przedstawione na rys. 209, nie czynią zadość wymaganiom prawidłowej konstrukcji.

Przy niewielkich siłach w prętach godzimy się z tymi nieprawidłowościami i powstające z ich powodu dodatkowe naprężenia w prętach pokrywamy zapasami wytrzymałości materiału i współczynnikami bezpieczeństwa.

Przekroje w kształcie litery „Z” i przekroje krzyżowe (rys. 209), jako mające dwie osie symetrii i umożliwiające stawianie nitów w ten sposób, że środek ich ciężkości będzie leżeć na osi obojętnej przekroju pręta, w zupełności nadają się do prętów kraty. Ponadto przekroje *n* i *p* nadają się do prętów rozciąganych, przekrój zaś *m* do prętów ściskanych, ponieważ ma on dostatecznie duży promień bezwładności.

Przekrój *e*, w zastosowaniu do prętów ściskanych, nie nadaje się, ponieważ ma mały moment bezwładności względem poziomej osi obojętnej. Przekroje podane na rys. 209 możemy zwiększyć przez dodanie blach. Należy jednak mieć na uwadze, że przynitowanie tych blach następuje pewne trud-



Rys. 210

ności, szczególnie przy przestrzeganiu słusznej zasady, że każdy element danego pręta powinien być przynitowany do węzła za pomocą odpowiedniej ilości nitów.

Zazwyczaj udaje się przytwierdzać pręt niezbędną ilością nitów, wymaganą sumarycznie dla całego przekroju pręta, tak że z konieczności niektóre elementy pręta są w węźle przeciążone.



W prętach ściskanych, w których wskutek możliwości wyboczenia jest zmniejszone naprężenie dopuszczalne, zwiększenie naprężeń w węzle może nie być szkodliwe, tym bardziej, że także naprężenie w nitach będzie mniejsze, jeśli liczba ich będzie odpowiadać przekrojowi pręta, a nie sile w nim występującej, i nie została zmniejszona przez pomnożenie ilości nitów przez współczynnik na wyboczenie.

Przekroje złożone z czterech, sześciu lub ośmiu kątowników (rys. 209) nadają się do słupków na podporach dźwigarów.

W przekrojach wzmocnionych kątownikami w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny dźwigara (rys. 209 *m*, *p*), kątowniki te służą tylko do usztywnienia pręta w kierunku prostopadłym do płaszczyzny dźwigara i nie mogą być wliczane do przekroju, gdyż nie są przynitowane bezpośrednio do pasów.

Takie przekroje nadają się do słupków mostów otwartych, gdyż dzięki swej sztywności mogą dobrze trzymać pas, ściskany w płaszczyźnie dźwigara.

#### b. Pręty kraty dźwigarów przy pasach dwuściennych

Przy pasach dwuściennych przekroje prętów kraty będą takie same jak i przy pasach jednościennych, tylko zdwojone (rys. 210).

Przekroje *a* i *b* stosuje się w wieszakach. Przekroje *c* i *d* mogą być używane do prętów rozciąganych i krótkich prętów ściskanych, gdyż mają nieduży moment bezwładności względem osi obojętnej *yy*.

Przekroje *e* i *f* przeważnie są stosowane w prętach rozciąganych, przy czym w przekroju *e* szerokość blach może być różna, byle względem długości pręta odpowiadała warunkom wymienionym w p. 10) rozdz. V 1. Również liczba blach w jednej gałęzi może dochodzić do trzech, kątowniki zaś stosowane są przeważnie nierównoboczne.

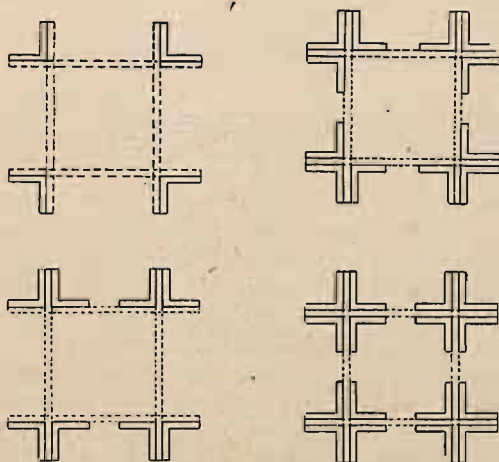
Przekrój *f* może być stosowany tylko przy kątownikach dopuszczających dwa szeregi nitów w bokach równoległych do osi dźwigara i zwykle ma najwyżej jedną blachę w każdej gałęzi. Przekroje *g*, *h*, *i*, *j*, *k*, które mają znaczne momenty bezwładności względem osi obojętnych *x* — *x* i *y* — *y*, nadają się nie tylko do prętów rozciąganych, lecz także do prętów ściskanych.

W przekrojach *g* i *k* odległość pomiędzy wewnętrznymi krawędziami kątowników, ze względu na dogodność nitowania oraz malowania, powinna wynosić co najmniej 140 mm.

Przekroje *g*, *h*, *i*, *k* wymagają usztywnień w dwóch płaszczyznach.

Przekroje *j* i *k* mające środniki wzdłuż całej długości stosuje się przeważnie do prętów słupków, w których oprócz sił osiowych po-

wstają momenty zginające w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny dźwigara. Należy zwrócić uwagę, że środek tych przekrojów nie może być bezpośrednio przynitowany do pasa, ponieważ przypadającą na niego siłę prze-



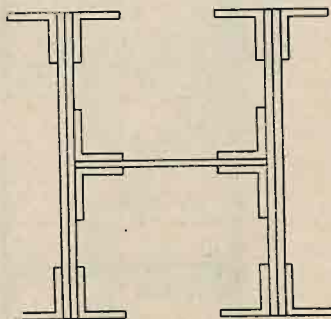
Rys. 211

nosi na pasy za pośrednictwem kątowników, które go obejmują; z tego względu należy wykonywać silniejsze kątowniki, aby mogły one tę siłę choć częściowo przyjąć na siebie i na swoje nity.

Na rys. 211 przedstawione są przekroje rurowe, otwarte ze wszystkich stron i złożone z czterech, ośmiu, dwunastu lub szesnastu kątowników. Ten rodzaj przekrojów stosuje się w słupkach dźwigarów o kracie prostokątnej.

Przekroje te stosowane były w dźwigarach, które miały belki poprzeczne swobodnie podparte na pasach umieszczonych na specjalnych niewielkich łożyskach. Wolna odległość pomiędzy kątownikami w kierunku osi dźwigara powinna być taka, aby belka poprzeczna mogła być swobodnie przesunięta pomiędzy gałęziami słupka. Przekroje te nie są korzystne, gdyż wymagają usztywnień w czterech płaszczyznach.

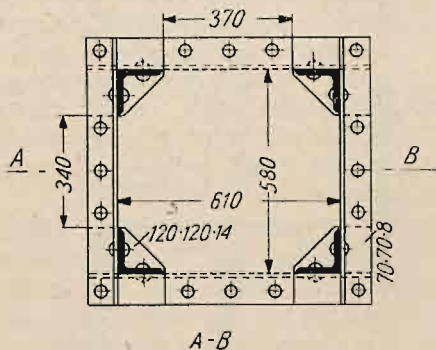
Na rys. 212 pokazany jest przekrój sztywny, który w każdej gałęzi może być złożony z kilku blach połączonych środknikiem. Przekrój ten stosuje się przeważnie do silnych słupków ramownicy i może być bardzo duży.



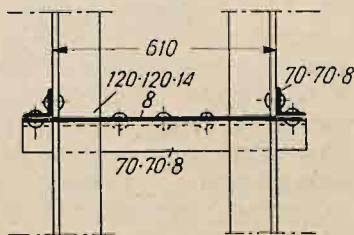
Rys. 212

#### c. Ogólne uwagi o przekrojach prętów kraty dźwigarów głównych

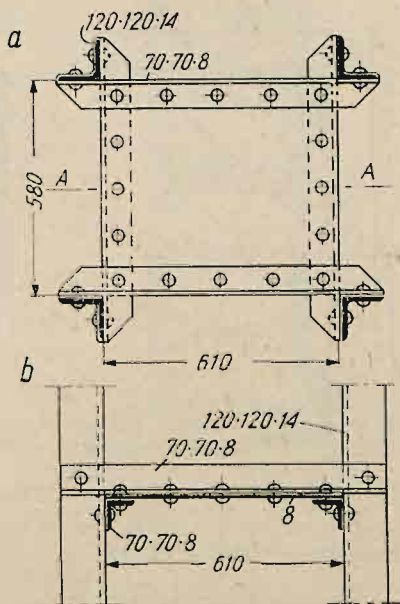
W przekrojach prętów kraty należy stosować takie kątowniki, które mogą być przynitowane do węzłów, przy czym jest pożądane, aby w kierunku działania siły było najwyżej sześć nitów w jednym szeregu.



A-B



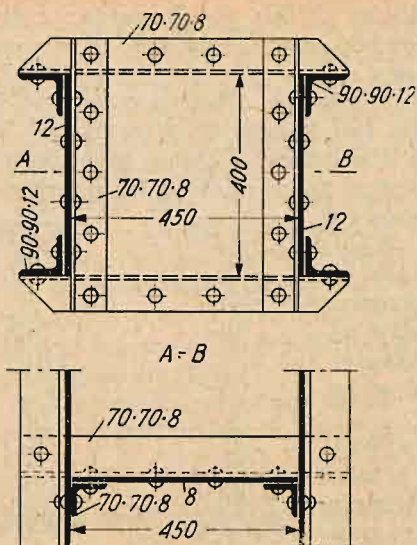
Rys. 213



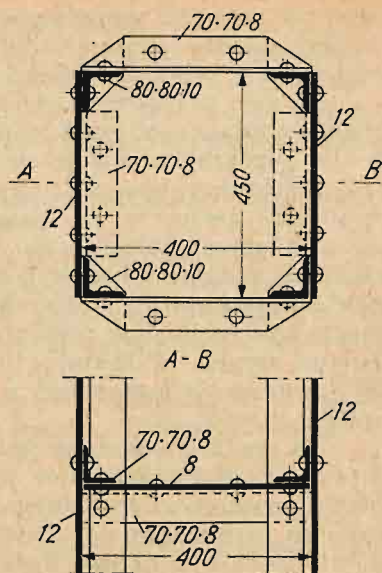
Rys. 214

Jeżeli zatem kątownik może być przytwierdzony do węzła jednym tylko bokiem (rys. 210 a, c, d, e, f, i, j, k), to przy szerokości boku kątownika poniżej 120 mm i przy jednym szeregu nitów można stosować 6 nitów, nato-





Rys. 215



Rys. 216

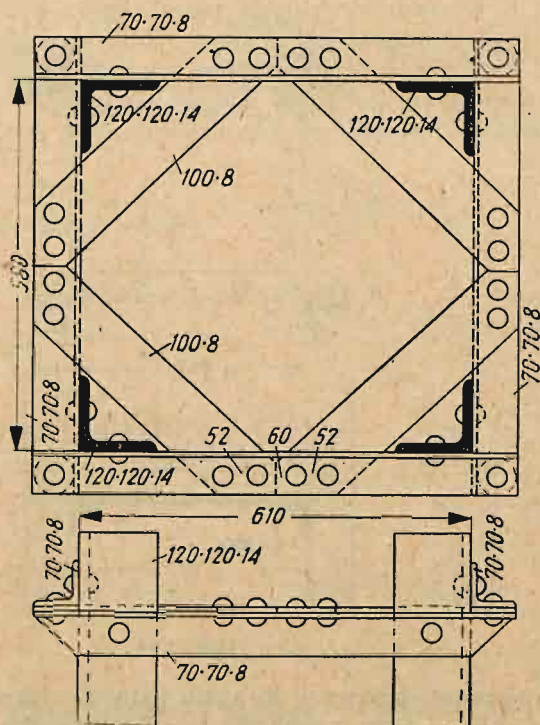
miast przy szerokości boków kątownika wynoszącej 120 mm i przy dwóch szeregach — 12 nitów.

Kątowniki przekrojów *g* i *h* oraz kątowniki zewnętrzne *i*, *j*, *k* (rys. 210)

mogą być przytwierdzone do węzłów dwoma bokami, jednym bezpośrednio, drugim — za pomocą dodatkowego krótkiego kątownika, tzw. łapki, zatem liczba nitów w przymocowaniu ich do blach węzłowych może wypaść dwa razy większa.

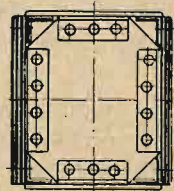
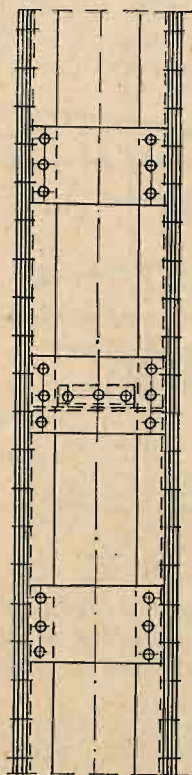
Przekroje prętów kraty, składające się z kątowników i blach, nie mogą być przytwierdzone do węzła tak, aby siła danego pręta leżała na jego osi i aby przytwierdzenie za pomocą nitów powodowało równomierne rozciąganie i ściskanie danego pręta. Jeżeli pręt składa się z blach i kątowników, to blachy mogą być w ten sposób przynitowane, że same mogą pracować równomiernie; natomiast kątowniki jednostronne, które dodajemy w celu usztywnienia, naruszają tę równomierność (rys. 210 *e*, *f*, *h*, *i*, *k*).

Przy rozciąganiu pręta gałęzie przekroju znajdują się pod

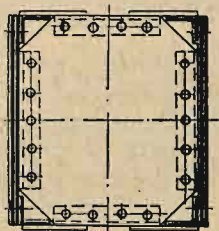
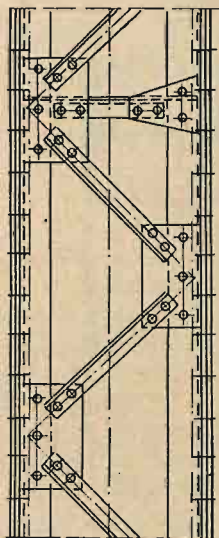


Rys. 217

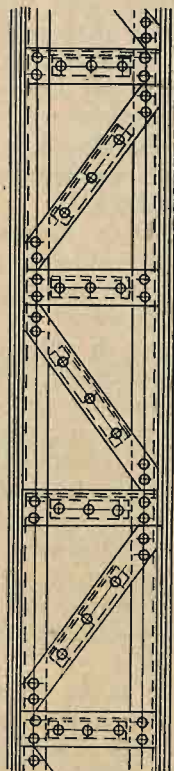
działaniem pewnego momentu gnącego, który je wygina albo do wewnątrz, albo na zewnątrz dźwigara, z czego wynika potrzeba łączenia gałęzi pręta tak, aby te ugięcia były jak najmniejsze. Z tego wynika konieczność połączenia gałęzi prętów rozciąganych w ten sposób, aby odległość pomiędzy gałęziami przekroju była jednakowa na całej ich długości.



Rys. 218



Rys. 219



Rys. 220

Grubość blach w prętach kraty dźwigarów nie może być dowolna. Tylko te blachy, które mają być znitowane z pasami w nakładkę, mogą mieć grubość dowolną; inne zaś, które są przytwierdzone w dotyk do nakładek węzłowych lub wstawek, powinny mieć grubość nakładki lub wstawki.

Nakładki węzłowe przeważnie mają grubość równą grubości kątowników pasowych, wstawki zaś węzłowe — grubość blach pionowych pasów.

Zachowanie kształtu przekroju poprzecznego obowiązuje i w prętach kraty, należy zatem umieszczać w nich przepony i łączyć gałęzie co pewien odstęp na całej długości, o czym było już wspomniane.

W prętach ściskanych należy przepony umieszczać zawsze w pobliżu



końców prętów oraz na ich długości w odstępach  $2,5 \div 3,5$  m, w prętach zaś rozciąganych odległość pomiędzy przeponami może być zwiększona do 5,0 m.

Przepony w różnych przekrojach mogą być wykonane według jednego ze sposobów przedstawionych na rys. 213 do 221.

Grubość blach w przeponach zależy od ich wymiarów liniowych i może być przyjmowana normalnie w granicach  $7 \div 10$  mm; tylko w bardzo dużych przekrojach prętów grubość blach może być zwiększona do 12 mm. W ostatnim przypadku należy zawsze zbadać, czy zastosowanie blachy cieńszej, z dodatkowym usztywnieniem jej kątownikami po przekątnych, nie okaże się bardziej korzystne ze względu na ciężar użytego materiału.

Jak już zaznaczono, pręty kraty składające się z oddzielnych gałęzi powinny zachowywać przyjętą w obliczeniach odległość na całej ich długości. Wymaganie to dotyczy tylko tych prętów, których gałęzie powinny być równoległe.

W mostach o dużych rozpiętościach, w których krzyżulce dźwigarów głównych mogą mieć znaczną długość, oraz często w krzyżulcach tężników podłużnych, umieszczonych pomiędzy dźwigarami, stosuje się pręty, w których odległość pomiędzy poszczególnymi gałęziami jest niejednakowa na całej długości prętów.

Pręty mogą mieć kształt oselkowy (na końcach ścięty), klinowy lub kształt dwóch klinów złożonych grubszymi końcami (rys. 222), przy czym zmienna odległość pomiędzy gałęziami przekroju występuje albo w jednej tylko płaszczyźnie, co często zachodzi w prętach kraty tężników, albo też w dwóch płaszczyznach, jeżeli chodzi o pręty kraty dźwigarów głównych.

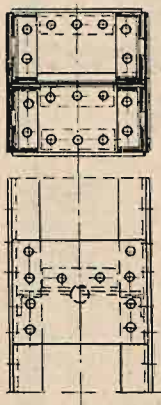
Jest rzeczą zrozumiałą, że w tych ostatnich przypadkach przekroje prętów kraty muszą być zachowane w szczegółach stosownie do założeń teoretycznych i przeprowadzonych obliczeń statycznych.

## 7. Krata prętów

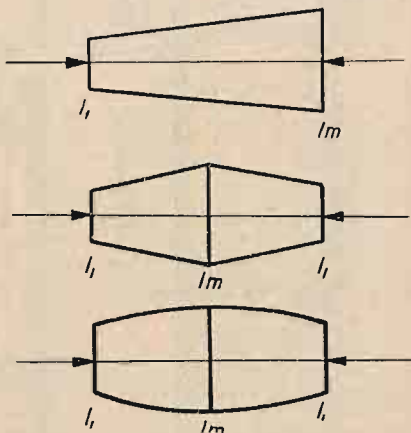
Gałęzie prętów powinny być połączone ze sobą kratką ciągłą lub co pewien odstęp przewiązkami, aby elementy przekroju pręta zachowały swój wzajemny rozstaw na całej długości pręta.

Kształt oraz wymiary kraty i przewiązek zwykle są inne w prętach rozciąganych niż w prętach ściśniętych.

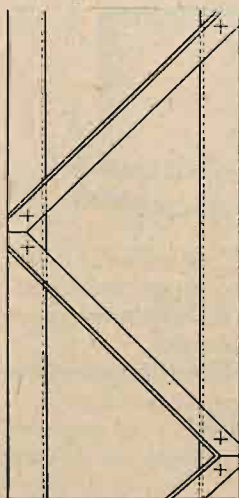
W prętach rozciąganych krata łącząca może być słabsza, gdyż pręty te są na ogół stateczne



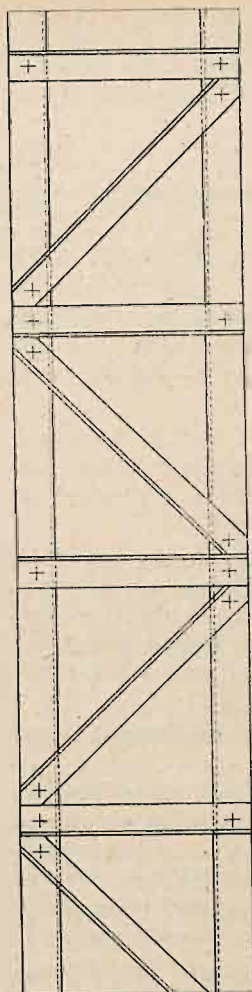
Rys. 221



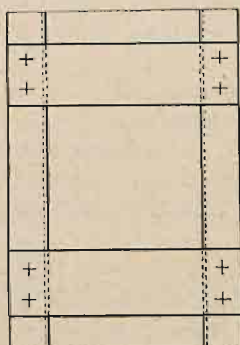
Rys. 222



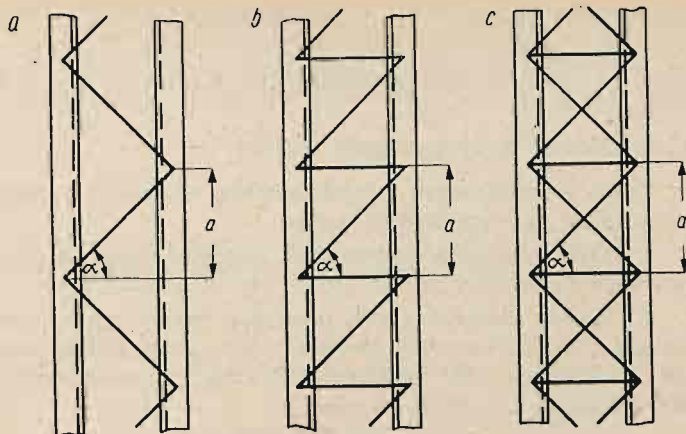
Rys. 223



Rys. 224



Rys. 225



Rys. 226

i siła, która usiłuje wygiąć oddzielne gałęzie, jest niewielka (kilkaset kG).

Krata może się składać z płaskowników o wymiarach poprzecznych  $65 \cdot 8$ — $80 \cdot 12$  mm, zależnie od wielkości przekrojów prętów.

W prętach rozciąganych najodpowiedniejszym układem są kraty krzyżulcowe (rys. 223) lub krzyżulcowe z dodatkowymi rozpórkami z kątowników, przy czym rozpórki mogą być wykonane również z płaskowników (rys. 224).

W prętach rozciąganych zamiast kraty można zastosować przewiązki (rys. 225). Odległość pomiędzy przewiązkami nie powinna być większa od 1,5 m. Każdy koniec przewiązki powinien być wzięty na dwa nity.

W prętach ściskanych kratka łącząca powinna być silniejsza i w każdym poszczególnym przypadku należy ją sprawdzić przeprowadzając obliczenie.

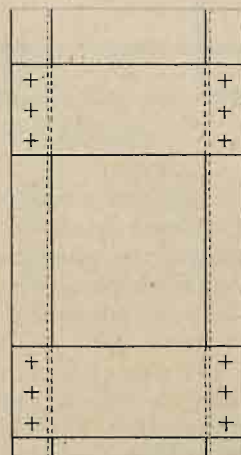
Układ kraty w prętach ściskanych może być różny.

Na rys. 226 a, b, c podane są różne sposoby połączenia kratką oddzielnych gałęzi prętów ściskanych.

W ostatnich czasach zamiast kraty ciągłej stosuje się i w prętach ściskanych przewiązki, gdyż sprawiają one lepsze wrażenie optyczne.

Przewiązki w prętach ściskanych stosuje się silniejsze niż w prętach rozciąganych.

Każdy koniec przewiązki pręta ściskanego powinien być przymocowany na 3 nity (rys. 227).



Rys. 227