

C

Nr 11802

Politechnika Warszawska

Josephsonst. 124
18/XII-19

DO ELEKTROTECHNIKI.

*Odczyty wygłoszone na posiedzeniach Sekcji I-ej technicznej
Warszawskiego Tow. popierania przemysłu i handlu*

PRZED

J. J. BOGUSKIEGO,

Kand. Nauk Przyr.

CZĘŚĆ I.

WARSZAWA.

Nakład Redakcyi „Przeglądu Technicznego“.

1892.

—
Druk J. Sikorskiego, pod zarz. A. Saladyckiego, Wawicka 14.

WSTĘP DO ELEKTROTECHNIKI.

*Odczyty wygłoszone na posiedzeniach Sekcyi I-ej technicznej
Warszawskiego Tow. popierania przemysłu i handlu*

PRZEZ

J. J. BOGUSKIEGO,

Kand. Nauk Przyr.

CZĘŚĆ I.

WARSZAWA.

Nakład Redakcyi „Przeglądu Technicznego“.

1892.

—

Druk J. Sikorskiego, pod zarz. A. Saładyckiego, Warecka 14.



C-14802

Дозволено Цензурою.
Варшава, 15 Апрелья 1892 года.



№ 92



~~1455. tas.~~

BG05A/008-18

SPIS RZECZY.

Od Autora	Str. 1
---------------------	--------

WSTĘP.

Teorya jednostek i ich wymiarów.

1. Jednorodność przyrównywanych, dodawanych i odejmowanych wielkości. Wartość liczebna i jednostka . .	3
2. Jednostki zasadnicze i pochodne	4
3. Jednostki zasadnicze CGS. układu	5
4. Jednostki pochodne używane w mechanice i ich wymiary. Mechaniczne jednostki CGS. układu	5
5. Jednostki praktyczne i ich nazwy	7
6. Zastosowania teoryi wymiarów	8

Potencjal i jego zastosowania.

7. Siły centralne newtonowskie. Czynniki działające. Pogląd Maxwella na siły	10
8. Ilość czynnika działającego. Gęstość objętościowa i powierzchniowa czynnika działającego	11
9. Prawo Newtona, wymiary stałej tego prawa	12
10. Pole siły, natężenie pola, kierunek pola	13
Wektory i skalary (przypisek)	14
11. Potencjal	16
12. Praca w polu siły	17
13. Pierwsza pochodna potencjału	19
14. Inny sposób wyprowadzenia potencjału	19
15. Sposób elementarny	22

II

§§	<i>Str.</i>
16. Powierzchnie jednakowego potencjału	22
17. Powierzchnie ekwipotencyalne około jednego punktu . .	24
18. Powierzchnie ekwipotencyalne około dwóch lub więcej punktów	25
19. Rurki siły	26
20. Przepływ, czyli fluks siły	27
21—23. Twierdzenia i wnioski dotyczące przepływu siły . .	27
24. Liczba linii siły	30
25. Energia potencjalna układu.	30
26. Potencjał naładowanej powłoki kulistej	32
27. Działanie naładowanej powłoki kulistej	33
28. Ciśnienie powierzchniowe.	35
29. Potencjał naładowanego krążka	37
30. Prawo zachowania energii wyjaśnia pewne zjawiska . .	38

CZEŚĆ I.

Magnetyzm.

31. Określenia i pojęcia zasadnicze	39
32. Jednostka magnetyzmu i jej wymiary.	41
33. Bieguny magnezu, jego długość i moment	43
34. Magnetyzm ziemski	45
35. Rozmieszczenie magnetyzmu ziemskiego	48
36. Znaczenie „polaryzacyi“; teorye magnetyzmu	50
37. Płyn magnetyczny, teorya Poissona	51
38. Teorya Webera	52
39. Siła zatrzymująca, siła magnesująca, magnetyzm pozo- stający	54
40. Natężenie namagnesowania, potencjał magnetyczny . .	55
41. Włókna magnetyczne, solenoidy i ich działanie.	57
42. Warstwy magnetyczne i ich działanie.	60
43. Energia magnezu w polu i wzajemna energia dwóch warstw	63

Magnesowanie przez indukcję.

44. Magnetyczne własności ciał	65
45. Podatność magnetyczna, χ . Magnesowanie krążka, cylin- dra i pierścienia	66
46. Siła podnosząca magnezu	70
47. Przenikliwość i indukcya magnetyczna. Spółczynnik prze- nikliwości, μ	71
48. Uwagi o oznaczaniu μ i χ dla cylindra i pierścienia . .	74

III

§§	<i>Str.</i>
49. Dane praktyczne o μ i κ dla rozmaitych materyałów . .	75
50. Wpływ temperatury i wysiłów na magnesowanie. Tempe- ratura krytyczna, cieplikowa maszyna Smitha, rekale- scencya	76
51. Zależność pomiędzy \mathcal{H} i \mathcal{I}	80
52. Oporność magnetyczna, czyli hystereza	82
53. Wpływ czasu	84
54. Żelazo rozmagnesowane i obojętne.	84
55. Praca przy magnesowaniu	86
56. Strata w transformatorach i alternatorach	88
57. Poglądy Ewinga	89
58. Oznaczenia praktyczne	90
59. Wymiary wielkości magnetycznych	93
60. Zakończenie	94

OD AUTORA.

Prezydium Sekcji I-ej Technicznej Warszawskiego Oddziału Towarzystwa Popierania Przemysłu i Handlu wezwowało mnie w miesiącu październiku r. z. do streszczonego wykładu w Sekcji zasad elektrotechniki, przyczem cały przedmiot polecono mi zawrzeć w ramach najwyżej dwudziestu godzin. Tak ograniczony czas zmusił mnie do uwzględnienia w wykładzie samych tylko naukowych podstaw przedmiotu, z zupełnem pominięciem poszczególnych zastosowań i detali konstrukcyjnych, w skutek czego wykład mógł objąć tylko to, co właściwie wstępem do elektrotechniki nazwać można.

Ogłoszenie drukiem takiego odłamu całości usprawiedliwia nadzieja, że Redakcja Przeglądu Technicznego postara się z czasem o dodanie do tego wstępu poszczególnych dopełnień w specjalnych działach elektrotechniki, któreby wraz z kartami książki niniejszej jednolitą utworzyły całość, bez względu na to, czyje pióro dopełnienie tego zadania podejmie.

Przy układzie przedmiotu, z powodu ograniczenia się do podstawowych prawd jedynie, mogłem korzystać z jakie-

gokolwiek klasycznego dzieła, głównie jednak wybór mój padł na wykłady Eryka Gérarda, prowadzone w Instytucie Elektrotechnicznym Montefiore przy uniwersytecie w Liège. Wykłady te, przeznaczone dla inżynierów i oficerów, zdawały mi się być najbardziej dostosowanymi do tych potrzeb, jakim miałem zadość uczynić.

W styczniu 1892.



Teoria jednostek i ich wymiarów.

§ 1. W każdym wyrażeniu matematycznym znaki równości, dodawania i odejmowania mogą być położonymi tylko pomiędzy jednogatunkowymi wielkościami. W zagadnieniach geometrycznych uwzględnia się to w sposób prosty i łatwy pilnem baczeniem, by z obu stron takich znaków *długość* znajdowała się w jednakowych potęgach. Rozbór jednak zagadnień mechanicznych, w których prócz długości należy uwzględniać jeszcze masę i czas, zmusza nas do baczenia na wymiary (potęgi), w jakich wszystkie te trzy wielkości długości masy i czasu znajdują się po obu stronach uważanych znaków. Zagadnienia przyrodnicze, w których poddajemy rozbiorowi zjawiska magnetyzmu, ciepła, elektryczności zmuszają nas do wprowadzania do równań najróżnorodniejszych wielkości, posiadających pewne konkretne fizyczne znaczenie,— a więc i do bardzo wszechstronnego badania charakteru wyrażeń po obu stronach znaków $=$, $+$ i $-$, ze względu na ich jednorodność. Rozpatrywania tego rodzaju doprowadziły do ogólnej teorii jednostek, streszczenie której musi poprzedzić właściwy wykład o zjawiskach elektrycznych i magnetycznych.

Otóż musimy przedewszystkiem zwrócić uwagę, że każda wielkość konkretna bez względu na jej gatunek, wyraża się zawsze iloczynem dwóch czynników, z których jeden jest liczbą oderwaną, drugi zaś jednostką tegoż gatunku co i wielkość mierzona. Wyrażenia: 5 metrów, 10 sekund, 100 ohmów, są właśnie takimi iloczynami liczb oderwanych 5, 10 i 100 przez odpowiednie jednostki: metr, sekundę i ohma. Ogólnie mamy:

Wielkość mierzona = liczba oderwana \times jednostka tegoż gatunku, stąd: Liczba oderwana = $\frac{\text{wielkość mierzona}}{\text{jednostka tegoż gatunku}}$, a równanie to wykazuje, że liczba oderwana w tych wyrażeniach, zwana także *wartością liczebną* danej wielkości konkretnej, jest *stosunkiem* wziętym w czysto Euklidesowskim znaczeniu, a nadto, że jest ona funkcją jednostki użytej do pomiaru.

Z powyższego wynika, że musi być tyle jednostek, ile jest rodzajów wymierzalnych pojęć lub rzeczy. Każda jednostka, jak wiemy, jest w ogóle dowolną, lecz winna być stałą co do swej wielkości i łatwą do odtworzenia z łatwo zrozumiałych powodów.

Chociaż każda jednostka może być w ogóle dowolną, i chociaż wszystkie zachodzące między wielkościami stosunki mogą być wykryte przy użyciu jakichkolwiek jednostek,— niemniej przeto i w tym razie można uczynić odpowiedni wybór, który nie tylko ułatwia samo faktyczne wykonywanie rachunków (np. układ metryczny), ale nadto może zapewnić dokładne poznanie charakteru danej wielkości, gdy ona jest złożonej natury.

§ 2. Postęp nauk fizycznych pozwolił na sprowadzenie wszystkich zjawisk do działania sił mechanicznych, siłę zaś wyraża się zawsze w funkcji długości, masy i czasu,— przeto do tych trzech pojęć dadzą się sprowadzić wszelkie pomiary, dotyczące ogółu badanych zjawisk fizycznych, a więc i elektrycznych. Z tego powodu *jednostki długości masy i czasu* zowią *zasadniczymi*, i w ich funkcji wyrażają jednostki wszystkich innych wymierzalnych wielkości fizycznych. Te pozostałe, z zasadniczych wytworzone jednostki zowią *pochodnymi*. Tak np. obrawszy za jednostki zasadnicze łokieć i minutę, jako pochodną jednostkę prędkości otrzymamy prędkość jednego łokcia na minutę.

Teoretycznie jest rzeczą obojętną, jakie jednostki zechcemy uważać za zasadnicze, a jakie za pochodne. Obrawszy arbitralnie za jednostki zasadnicze siłę, długość i czas, przekonalibyśmy się, iż masę należy uważać za jednostkę pochodną, uwzględniając prawo ciężenia i wówczas jednost-

ką masy musiałyby być masa, której dowolnie obrana jednostka siły nadaje jednostkę przyśpieszenia, zależną od dowolnie obranych jednostek długości i czasu.

W ogóle w danym układzie jednostek zasadniczymi są te, które obraliśmy dowolnie,— pochodnymi zaś te, których wielkość wedle praw logiki lub przyrody (mechaniki i fizyki) zależy od wielkości jednostek zasadniczych.

Praktyka wykazała, iż najdogodniejszym jest układ jednostek, oparty na trzech zasadniczych, są wypadki w których cały układ pomiarów oprzeć można na dwóch tylko dowolnych jednostkach długości i czasu. Wtedy już jednostka masy staje się jednostką pochodną, której wielkość wyznacza prawo ciężenia powszechnego. Jeżeli 1 cm. jest arbitralną (zasadniczą) jednostką długości a 1 sek. zasadniczą jednostką czasu, to *pochodną* jednostką masy będzie w takim razie masa 15,4 ton, która z odległości 1 cm. działając na drugą taką samą masę wedle prawa Newtona nadaje jej przyśpieszenie 1 cm. na 1 sek.

§ 3. Wszelkstronnie przeprowadzone dyskusye w Brytańskim Towarzystwie do postępu nauk i na kongresach elektrotechnicznych i mechanicznych wykazały, że można osiągnąć bardzo wiele praktycznych korzyści, przyjmąwszy za jednostki zasadnicze 1 cm. dla długości, 1 gr. dla masy i 1 sekundę dla czasu. Układ jednostek oparty na tych trzech zasadniczych zowie się układem centymetro-gramo-sekundowym, albo krócej: układem CGS.

Jednostki długości, masy i czasu oznaczamy symbolami [L], [M], [T]; w układzie CGS symbole te oznaczają 1 cm., 1 gr. i 1 sek.

Centymetr jest ściśle rzeczy biorąc $\frac{1}{100}$ częścią shtaby platynowej odlanej przez Delambre'a i Bordę i przechowywanej w Sèvres pod nazwą *mètre des Archives*. Gram stanowi masę 1 cm³ wody destylowanej przy temperaturze 4° C. Sekunda stanowi $\frac{1}{86400}$ część średniej doby słonecznej.

§ 4. Z tych trzech zasadniczych jednostek wyprowadzamy następujące jednostki pochodne i ich wymiary na zasadzie praw logiki i mechaniki:

Jednostka pola ma wymiary $[L^2]$. . . w CGS układzie jest to pole 1 cm^2 .

„ objętości ma wymiary $[L^3]$. . . w CGS układzie jest to objętość 1 cm^3 .

Jednostka gęstości ma wymiary $[ML^{-3}]$. . . w CGS układzie jest to $1 \text{ gr. w } 1 \text{ cm}^3$.

„ prędkości $[v] = [LT^{-1}]$. . . w CGS układzie jest to prędkość $1 \text{ cm. na } 1 \text{ sek.}$

„ przyspieszenia ma wymiary $[\alpha] = [LT^{-2}]$. . . w CGS układzie jest to przyspieszenie 1 cm. na sek.^2

„ ilości ruchu $[mv] = [MLT^{-1}]$.

„ siły „ $[m\alpha] = [MLT^{-2}]$. Tę siłę, która jednostce masy nadaje przyspieszenie 1 cm. na sekundę nazywano *dyną*. Jest to CGS jednostka siły. Oczywiście iż w Warszawie, gdzie $g = 981,2 \text{ cm. na sek.}^2$, ciężar jednego grama równa się $981,2 \text{ dynom.}$ a więc dyna stanowi $\frac{1}{981,2}$ części warszawskiego ciężaru jednego grama. Moglibyśmy także za jednostkę masy przyjąć taką masę, która na odległości jednego centymetra wywołuje jednostkę przyspieszenia. Masa taka, zwana astronomiczną jednostką masy wedle oznaczeń Bailly'ego wynosi $1,537 \times 10^7 \text{ gr.}$, czyli $15,37 \text{ tonn.}$ W oznaczeniu tem przyjęto gęstość ziemi z powtórzenia doświadczeń Cavendischa przez Bailly'ego, a mianowicie $5,6604$. Przyjąwszy gęstość ziemi $5,67$ otrzymamy na jednostkę masy $15,43 \text{ tonn.}$

Jednostka pracy, jako iloczyn z siły przez długość, posiada wymiar $[m\alpha l] = [MLT^{-2}]$. Jednostką pracy w CGS układzie jest *erga*, t. j. praca dyny na długości centymetra. Jako zbyt mała jednostka pracy bywa w rachunkach inżynierskich zastępowaną przez większą jednostkę, a mianowicie przez *kilogramometr*. Wartość jednego kilogramometra w ergach zależy od natężenia siły ciężkości. W Warszawie $1 \text{ kgmt.} = 9812 \times 10^4 \text{ ergom.}$ W rachunkach inżynierskich można przyjmować średnio $1 \text{ kgmt.} = 981 \times 10^5 \text{ ergom.}$

Jednostka działalności ma wymiar $\frac{\text{praca}}{\text{czas}}$, t. j. $[ML^2T^{-3}]$.

Jednostką działalności w CGS układzie jest jedna erga

na sekundę. Jest to jednostka do celów praktycznych zbyt mała. Łatwo można ocenić, że 1 koń parowy stanowi $75 \times 981 \times 10^5 = 736 \times 10^7$ erg na sekundę. Od niedawna zamiast konia parowego przy mierzeniu działalności posługują się działalnością 100 kgmt. na sekundę czyli działalnością $100 \times 981 \times 10^5 = 981 \times 10^7$ erg na sekundę. Działalność taką zwać *ponceletem*, a więc

$$1 \text{ poncelet} = 981 \times 10^7 \text{ erg na sekundę.}$$

Natężenie ciśnienia i moduł sprężystości jako siła na jednostkę pola ma wymiar $[ML^{-1}T^{-2}]$.

Moment pary lub siły ma wymiar $[ML^2T^{-2}]$.

Kąt, mierzony radyanami ¹⁾ ma wymiar 0, gdyż jest $\frac{L}{L} = L^0$.

Prędkość kątowna $[T^{-1}]$.

Przyspieszenie kątowne $[T^{-2}]$.

Moment bezwładności $[ML^2]$.

Natężenie siły, albo siła w punkcie, czyli siła działająca na jednostkę masy ma wymiar siły podzielonej przez masę t. j. $\frac{m\alpha}{m} = \alpha$, czyli wymiar przyspieszenia $[LT^{-2}]$.

Krzywizna krzywej [równie jak i skrócenie (tortuosity)] ma wymiar $[L^{-1}]$; gdyż jest to kąt opisany przez styczną na jednostkę drogi przebytej na krzywej przez punkt styczności.

§ 5. Jednostki CGS układu, utworzone na zasadzie powyżej przytoczonej tablicy wymiarów nie zawsze są dogodne w praktyce; w pewnych razach są one zbyt małe, — w innych zaś zbyt duże w stosunku do mierzonych wielkości. W skutek tego wielokrotności lub części tak uformowanych CGS jednostek bywają używane w praktyce, a nazwy ich formują się z nazwy jednostki i z liczebnika greckiego lub łacińskiego, postawionego na początku nazwy jednostki. Pamiętaj należy, iż

¹⁾ Radianem nazywamy kąt, którego łuk równa się promieniowi. Jest to kąt 57,29578 stopni czyli 206 264,8 sekund.

przystawka kilo znaczy tysiąc

„ mega „ milion

„ mili „ jedną tysięczną część

„ mikro „ jedną milionową część.

A więc 1 megadyna oznacza milion dyn; 1 miliponcelet oznacza jedną tysięczną część ponceleta, czyli 10^{-3} ponceletów = 981×10^4 erg na sekundę i t. d.

§ 6. Znajomość zależności pomiędzy jednostkami rozmaitych wielkości mechanicznych, uwidoczniła w przytoczonej powyżej tablicy wymiarów, oddaje nam następujące usługi: 1) pozwala z całą łatwością przechodzić od jednego układu jednostek do drugiego; 2) daje możność łatwego sprawdzania jednorodności wyrażeń analitycznych, a nawet czasami 3) pozwala odkryć nieznaną uprzednio zależność pomiędzy rozmaitymi wielkościami. Przytoczę odpowiednie przykłady.

1) Ile razy przyspieszenie jednego sążnia ¹⁾ na minutę jest większe od przyspieszenia jednego centymetra na sekundę? Wymiar przyspieszenia jest $[LT^{-2}]$, a więc szukamy ilorazu

$$\begin{aligned} \frac{1 \text{ sążeń}}{(1 \text{ minuta})^2} \div \frac{1 \text{ cm}}{(1 \text{ sek})^2} &= \frac{172,8 \text{ cm}}{60^2 \text{ sek}^2} \div \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ sek}^2} \\ &= \frac{172,8 \text{ cm} \times \text{sek}^2}{60^2 \times \text{sek}^2 \times \text{cm}} \\ &= \frac{172,8}{3600} = \frac{10}{208} \end{aligned}$$

A więc przyspieszenie 1 sążnia na minutę jest $\frac{10}{208}$ przyspieszenia 1 cm. na sek.

2) Czy wzór na wahadło $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ jest jednorodnym co do wymiarów? Ponieważ π jest liczbą oderwaną, przeto wymiar prawej strony zależy tylko od wymiaru $\sqrt{\frac{l}{g}}$. W wy-

¹⁾ 1 sążeń bieżący = 172,8 centymetrów bieżących.

rażeniu tem l jest długością, więc ma wymiar $[L]$, g jest przyspieszeniem, więc ma wymiar $[LT^{-2}]$, przeto

$$\sqrt{\left[\frac{l}{g}\right]} = \sqrt{\frac{[L]}{[LT^{-2}]}} = 1 [T^2] = [T],$$

a więc we wzorze $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ po obu stronach znaku równości mamy czas, co stwierdza słusność omawianego wzoru.

3) Bertrand na następującym przykładzie wykazał, że znajomość wymiarów może posłużyć do odkrycia praw przyrody. Przypuśćmy mianowicie, że prędkość rozchodzenia się ruchu falistego w danym środowisku zależy od jego gęstości i modułu sprężystości, to znaczy, że prędkość v jest funkcją sprężystości e i gęstości d :

$$v = f(e, d).$$

Oznaczając przez v , e , d wartości liczebne omawianych wielkości, i uwzględniając wymiary jednostek, którymi je mierzymy mamy:

$$v [LT^{-1}] = f(e [L^{-1} MT^{-2}], d [ML^{-3}]).$$

Ponieważ w wymiarze lewej strony nie ma masy, przeto jednorodność wymaga, aby i prawa strona równania jej nie zawierała, co można osiągnąć zakładając, że funkcja jest ilorazem

$$v [LT^{-1}] = \varphi\left(\frac{e [L^{-1} MT^{-2}]}{d [ML^{-3}]}\right) = \varphi\left(\frac{e}{d} [L^2 T^{-2}]\right).$$

Aby po obu stronach wymiary $[L]$ i $[T]$ były jednakowe, dość jest przyjąć, że v jest równem

$$\sqrt{\frac{e}{d}}.$$

Doświadczenie przekonywa, że istotnie

$$c = \sqrt{\frac{e}{d}}.$$

Potencjal i jego zastosowania.

§ 7. Zupełnie ściśle obserwacje i doświadczenia wykazały, że zjawiska ciężenia powszechnego równie jak i zjawiska elektryczne i magnetyczne dają się objaśnić działaniem sił, których kierunki przechodzą przez pewne punkty, zwane środkami (centrami) sił, i których natężenia *caeteris paribus* są odwrotnie proporcjonalne do kwadratów odległości od owych środków (centrów) działania. Siły więc takie, zwane siłami centralnymi newtonowskimi, muszą być ustawicznie brane pod uwagę przy rozpatrywaniu zjawisk elektrycznych i magnetycznych i z tego względu pewne ogólne dotyczące ich twierdzenia stanowią podstawę elektrotechniki.

Objaśnienie jakichkolwiek zjawisk działaniem sił newtonowskich wcale nie wyczerpuje kwestyi, czemu powstawanie tych sił mamy przypisywać. W wypadku ciężenia powszechnego twierdzimy, że to same przyciągające się masy mają własność przyciągania, że są one w tym razie czynnikiem działającym, i taka hipoteza wystarczyła do zbudowania mechaniki nieba. W innych znowu wypadkach występowanie sił newtonowskich zmuszeni jesteśmy przypisywać specjalnemu hypotetycznemu czynnikowi, mieszczącemu się w punktach przyciągającym i przyciąganym, i zależnie od rodzaju zjawisk, czynnik ten nazywamy elektrycznością lub magnetyzmem,— a nazwy te nic nie mówią ani o naturze czynnika działającego, ani też o sposobie w jaki on działa, są one poprostu mianami dwóch nieznanym nam przyczyn w dwóch rozmaitych kategoriach zjawisk.

Dopóki chodzi nam jedynie o badanie skutków działania owych sił, dopóty hipoteza o czynnikach działających (masie, elektryczności i magnetyzmie) wystarcza niemal zupełnie, aczkolwiek nie zadawalnia umysłu, gdyż życie codzienne i praktyka inżynierska przeświadczały nas na każdym kroku, że wszelkie siły mechaniczne wykonywają swą pracę za pomocą materyalnych pośredników: ściśniętych gazów, pasów, transmisyj, kół zębatych i t. d., nic więc dziwnego, że i w celu objaśnienia działania sił newtonowskich mimowolnie doszukujemy się jakiegoś materyalnego pośre-

dnika pomiędzy działającymi na się punktami, aby za pomocą napięć (wysiłków), występujących pomiędzy cząstkami tego pośrednika, objaśnić obserwowane zjawiska.

Taki wszakże pogląd do dziś dnia nie pozwolił jeszcze na wytworzenie jakiejkolwiek płodnej teorii o działaniu sił newtonowskich, jeśli płodną teorią nazwiemy taką, która daje możność matematycznego traktowania obserwowanych zjawisk,— leży on jednak w naturze rzeczy i filozoficznie przez nikogo nie jest podawany w wątpliwość. Wyraża się on w ogólnie przez filozofów uznawaniem istnieniu wszechwypełniającego światłonośnego eteru, w którym energia promieniowania słonecznego przenosi się z prędkością 3×10^{10} cm. na sek.

James Clerk Maxwell w kwestyi działania sił na odległość wyraża się w tak stanowczy i zarazem głęboki sposób ¹⁾, że pozwolę sobie przytoczyć w tem miejscu jego pogląd, jako argument przeciwko hipotezie istnienia czynników działających. Maxwell mianowicie zwraca uwagę na to, że nigdzie w przyrodzie nie spotykamy samodzielnie istniejących sił. Jedynym obserwowanym przez nas zjawiskiem są wysiły (stresses), występujące, pomiędzy dwiema częściami ciała materialnego. Dopiero wówczas, gdy oderwiemy uwagę od jednej z tych dwóch części ciała, pomiędzy którymi występuje wysiły, możemy mówić i myśleć o sile działającej na część drugą i zmieniającej właściwą jej ilość ruchu. Przy takim pojmowaniu zjawisk siła jako taka jest abstraktem, nie mającym odpowiednika w świecie zjawisk, bo jest ona zawsze tylko oderwaną w myśli częścią konkretnego zjawiska.

Pomimo takiego stanu rzeczy w utylitarnych celach, jakie mamy przed sobą, będziemy początkowo przyjmowali istnienie czynników działających.

§ 8. *Elektryczność, jej ilość, gęstość objętościowa i powierzchniowa.* W wypadku ciężenia samym masom ciał przypisujemy obserwowane działanie,— gdy chodzi o przyciąganie ciał potartych, czynnik działający będziemy nazywali

¹⁾ A treatise on Electricity and Magnetism. Vol. I, p. 168, § 122.

elektrycznością. Będziemy też używali terminu *ilość elektryczności*, albo *ładunek*, pojmując pod tym terminem mnożnik proporcjonalny do wywieranej siły.

Dwa ładunki (czyli dwie ilości elektryczności) nazwiemy równymi, gdy siła wywierana przez nie na ciało trzecie będzie caeteris paribus jednakową. Ładunek będziemy uważali za dwa, trzy i t. d. razy większy, gdy siła wywierana przezeń będzie caeteris paribus dwa, trzy i t. d. razy większą.

Jeśli w jakiegokolwiek przestrzeni jest nierównomiernie ale w sposób ciągły rozmieszczona ilość q czynnika (ładunek), i jeżeli w nieskończenie małym elemencie objętości $dx dy dz = dv$, odpowiadającym danemu punktowi, znajduje się nieskończenie mały ładunek dq , to w takim razie iloraz

$$\frac{dq}{dv} = \delta$$

zowie się gęstością objętościową, albo wprost gęstością czynnika działającego w uważanym punkcie przestrzeni.

Jeśli czynnik działający jest rozmieszczony tylko na powierzchni i jeżeli na nieskończenie małym elemencie powierzchni ds znajdujemy nieskończenie mały ładunek dq , to iloraz

$$\frac{dq}{ds} = \sigma$$

nazywa się gęstością powierzchniową w uważanym punkcie.

Wszystkie powyższe uwagi stosują się do elektryczności, do magnetyzmu i do masy.

§ 9. *Prawo odwrotnych kwadratów*. Wychodząc z powyżej danych określeń czynnika działającego spostrzegamy, że siła występująca pomiędzy dwoma ładunkami (lub masami), będąc proporcjonalną do każdego ładunku po szczególe, musi być proporcjonalną do iloczynu z obu. Siła ta jest nadto funkcją odległości pomiędzy obu ładunkami, a w wypadku sił newtonowskich, jest odwrotnie proporcjonalną do kwadratu tej odległości.

Z powyższego wynika, że oznaczywszy przez m, m' dwie ilości czynnika działającego i przez r odległość pomiędzy nimi, otrzymamy że siła

$$f = k \frac{mm'}{r^2} \dots \dots \dots (1).$$

Jeżeli jedną z uważanych mas przyjmiemy za jednostkę, wtedy siła przyjmie wartość

$$H = k \frac{m}{r^2} \dots \dots \dots (2),$$

zwaną *natężeniem siły w punkcie*.

W zjawiskach elektrycznych i magnetycznych przyjmujemy, że masy jednorodne (jednakowego znaku) odpychają się i wtedy siła stara się powiększyć odległość między nimi,—gdy zaś masy są różnorodne (rozmaitych znaków), wówczas siła ma znak (—) i dąży do zmniejszenia odległości. W wypadku ciężenia obie masy mają zawsze znak jednaki.

Jeżeli przyjmiemy jakikolwiek określony układ jednostek, wówczas stała k w obu powyższych równaniach nie jest już liczbą oderwaną, ale raczej ilością fizyczną określonych wymiarów. Jeśli wyrażenia (1) i (2) zastosujemy do ciężenia, to uwzględniając wymiary otrzymamy:

$$\text{siła} = k [M^2L^{-2}]$$

$$\text{czyli} \quad [MLT^{-2}] = k [M^2L^{-2}]$$

z czego wynika, że k musi mieć wymiar

$$[k] = [M^{-1}L^3T^{-2}],$$

dla podtrzymania jednorodności wymiarowej po obu stronach znaku (=) w równaniach (1) i (2).

§ 10. *Pole siły, natężenie pola, kierunek pola*. Wyobraźmy sobie, że w pewnej przestrzeni w określonych punktach fizycznych znajdują się ilości czynnika działającego m, m', m'', \dots ; umieściwszy w pobliżu tych punktów, np. w punkcie P, jednostkę czynnika działającego, przekonamy się, że ulega ona

działaniu sił, wywieranych przez wszystkie ilości $m, m', m'' \dots$. Wszystkie te siły mają jedną wypadkową, ściśle określoną co do kierunku i co do wielkości, zwaną *siłą w punkcie P*.

Przestrzeń, w której działają tego rodzaju siły, nazywa się *połem siły*. Wielkość wypadkowej działającej na jednostkę czynnika w punkcie uważanym zowie się *natężeniem pola* w tymże punkcie, a kierunek tejże wypadkowej zowie się *kierunkiem pola*.

Tak np. w pobliżu ziemi mamy pole siły ciężenia,—natężenie tego pola w CGS jednostkach wynosi przy powierzchni ziemi 981,2 (w Warszawie), a kierunek pola wyznaczają linie pionowe.

Natężenie pola, równie jak i jego kierunek w każdym punkcie można wyznaczyć analitycznie na zasadzie wielokąta sił, jeżeli dane nam są współrzędne punktów, będących nośnikami ładunków $m, m', m'' \dots$ oraz współrzędne uważanego punktu. Rachunki jednak tego rodzaju, jak to niebawem zobaczymy, są bardzo złożone, ze względu na to, że każda z uważanych składowych, zależna od pojedynczego ładunku m , jest wielkością o określonym kierunku, czyli że posiada charakter wektorowy, jest wektorem ¹⁾. Dodawanie

¹⁾ Sądzę, że nie od rzeczy będzie zwrócić tu uwagę, że w ogóle przy rozpatrywaniu wielkości fizycznych stosunek ich do kierunków przestrzeni jest sprawą pierwszorzędnej doniosłości. Przy rozpatrywaniu kierunków w ogóle posługujemy się zazwyczaj sposobami podanymi w geometrii analitycznej i odnosimy je do trzech osi spólrzędnych, za pomocą których oznaczamy położenie punktu w przestrzeni. Jednakże w badaniach fizycznych częstokroć możemy osiągnąć znaczne korzyści, pomijając zupełnie spólrzędne uważanego punktu, zwracając uwagę tylko na ten punkt, oraz na wielkość i kierunek siły nań działającej, miast na jej składowe w kierunku trzech osi. Taki sposób rozpatrywania jest niewątpliwie prostszy i bardziej pierwotny, chociaż rozwinął się daleko później niż geometrya Des Cartesa, bo dopiero po odkryciu przez Sir W. R. Hamiltona rachunku kwaternionów.

W ogóle geometrya analityczna jest bardziej rozpowszechniona niż rachunek kwaternionów, pewne jednak zadania w elektrodynamice rozwiązują się i wyrażają daleko prościej za pomocą kwaternionów, aniżeli za pomocą metod geometrii analitycznej. Aczkolwiek w ciągu

wektorów uskutecznia się wedle prawideł wielokąta, co w każdym razie jest działaniem o wiele więcej złożonym, niż zwykle algebraiczne dodawanie. Z tego względu w badaniach teoretycznych równie jak i w zastosowaniach bardzo skwapliwie poczęto się posługiwać sposobem, który pozwala na oznaczenie natężenia i kierunku pola za pomocą prostego algebraicznego dodawania wielkości skalarowych (t. j. nie posiadających określonego kierunku) i następnie na oblicze-

wykładu nigdzie nie będziemy posługiwali się tym mało znanym rachunkiem, jednak ze względu na światło jakie rzuca na naturę wielkości fizycznej rozpatrzenie jej stosunków do kierunków przestrzeni, przytoczę tu parę zasadniczych uwag.

Otóż najważniejszym nabytkiem wniesionym przez Hamiltona do nauki jest podział wszystkich wielkości na wektory i skalary.

Każdą wielkość skalarowego charakteru można zupełnie dokładnie określić za pomocą pojedynczej liczby, w skutek czego jej wartość liczebna zupełnie nie zależy od kierunku jaki nadajemy osiom spórzędnym.

Wielkość wektorowego charakteru wymaga do określenia trzech liczbowych oznaczników, które najlepiej jest pojmować, jako mające związek z kierunkami osi spórzędnych.

Wielkość skalarowa wcale nie przedstawia żadnego kierunku. Objętość bryły geometrycznej, masa i energia ciała materialnego, ciśnienie hydrostatyczne w danym punkcie cieczy oraz potencjał punktu w przestrzeni są przykładami wielkości skalarowych.

Ilość wektorowa przedstawia i wielkość i kierunek i cechuje się tem, że zmiana jej kierunku na odwrotny pociąga za sobą zmianę jej znaku. Przemieszczenie punktu w przestrzeni od położenia początkowego do położenia końcowego wzdłuż linii prostej jest typowym przykładem wielkości wektorowej, z którego to przemieszczenia została nawet poczerpnięta nazwa „Wektor“.

Prędkość ciała, jego ilość ruchu, siła nań działająca, prąd elektryczny, natężenie namagnesowania cząstki żelaza, są przykładami wielkości wektorowych.

Są wszakże wielkości fizyczne związane z kierunkami przestrzeni, a nie będące wektorami, jak na przykład wysiły i odkształcenia ciał stałych, oraz pewne wielkości rozpatrywane w teorii podwójnego załamania. Każda wielkość tej grupy wymaga *dziewięciu* oznaczeń liczbowych.

Dodawanie skalarów odbywa się wedle praw algebry.

Dodawanie wektorów dokonywa się wedle praw, wedle których w statyce dokonywamy składu i rozkładu sił.

niu pierwszej pochodnej tak otrzymanej sumy. Takie uproszczenie zadania zawdzięczamy rozważaniu pewnej nowej funkcji, wynalezionej przez Laplace'a, a zbadanej bliżej przez Greena i Gaussa i nazwanej przez tego ostatniego potencjałem, a przez Greena — funkcją potencjalną.

§ 11. *Potencjał.* W celu wyprowadzenia pojęcia potencjału wyobraźmy sobie jednostkę czynnika umieszczoną w punkcie O w polu siły, wywołanem przez ładunki $m', m'', m''' \dots$ działające wedle prawa odwrotnych kwadratów i odległe od O na $r', r'', r''' \dots$

Niechaj $OO' = dl$ będzie przemieszczeniem jednostki czynnika. Siła wywierana przez ładunek m' jest $k \frac{m'}{r'^2}$, a praca wykonana przez tę siłę jest

$$k \frac{m'}{r'^2} dl \cos \alpha = k \frac{m'}{r'^2} dr',$$

gdyż praca równa się iloczynowi z siły przez rzut przemieszczenia na kierunek siły.



Fig. 1.

Podobnie, praca wykonana przez m'' jest

$$k \frac{m''}{r''^2} dr''$$

a przez m'''

$$k \frac{m'''}{r^{''2}} dr''.$$

Całkowita praca elementarna wykonana przy przemieszczeniu z O do O' , jako równa sumie poszczególnych prac elementarnych, wyrazi się przez

$$k \sum \frac{m}{r^2} dr.$$

Suma ta, jak widzimy, jest różniczką funkcji

$$- k \sum \frac{m}{r} + \text{Stała}.$$

Otóż wyrażenie $+ k \sum \frac{m}{r}$, otrzymało od Gaussa nazwę *potencjału*. Różniczka potencjału, wzięta ze znakiem przeciwnym, przedstawia pracę elementarną siły pola przy nieskończenie małym przemieszczeniu jednostki czynnika. Prawdę tę można uważać jako określenie potencjału. W dalszym ciągu potencjał będziemy oznaczali przez V , a więc

$$V = + k \sum \frac{m}{r} \dots \dots \dots (3).$$

Formuła (3) wykazuje, że potencjał danego punktu pola jest proporcjonalny do sumy ilorazów ładunków przez ich odległości od uważanego punktu.

§ 12. *Praca skończona*. Posługując się potencjałem możemy bardzo łatwo wyznaczyć pracę skończoną, wykonaną przez siły pola przy skończonym przemieszczeniu jednostki czynnika. Istotnie, całkując wyrażenie

$$k \sum \frac{m}{r^2} dr = - dV$$

pomiędzy dwoma położeniami O_1 i O_2 , zajmowanymi przez jednostkę czynnika, otrzymamy:



MD.92

$$k \sum m \int_{O_1}^{O_2} \frac{dr}{r} = \int_{O_1}^{O_2} -dV = V_1 - V_2 \dots (4).$$

Praca wykonana przez siły pola, przy przemieszczeniu jednostki czynnika z punktu O_1 do punktu O_2 , równa się różnicy wartości funkcji V dla punktów O_1 i O_2 . Równanie (4) wykazuje nadto, że praca wykonana zależy tylko od położenia krańcowych punktów O_1 i O_2 , a bynajmniej nie zależy od drogi, przez którą jednostka czynnika od punktu O_1 do O_2 przechodzi.

Podobnie, jeśli jednostka, lub jakakolwiek ilość czynnika wyszedłszy z punktu O_1 opisze w polu siły drogę zamkniętą i do tegoż punktu O_1 powróci, wówczas praca wykonana przez siły pola równa się zeru, gdyż istotnie :

$$V_1 - V_1 = m (V_1 - V_1) = 0.$$

Jeśli jednostka czynnika działającego z punktu O_1 przeniesie się na odległość nieskończenie wielką od ładunków $m', m'', m''' \dots$, to jest po za granicę pola, wówczas przekonamy się, że praca wykonana przez siły pola równa się

$$k \sum m \int_{O_1}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \int_{O_1}^{\infty} -dV = V_1 \dots (5).$$

Równanie (5) można przyjąć, jako określenie potencjału. W myśl tego równania miarą potencjału danego punktu jest praca, jaką wykonywają siły pola przenosząc jednostkę czynnika z tego punktu na odległość nieskończenie wielką od ładunków działających, czyli na granicę pola. Przy użyciu odpowiednich jednostek możemy twierdzić, że potencjał punktu równa się pracy jaką wykonywają siły pola przenosząc jednostkę czynnika z tego punktu do nieskończoności. Określenie to jest jednoznaczne z określeniem potencjału, podane przez Sir W. Thomsona, które brzmi: potencjałem punktu nazywamy pracę, jaką muszą wykonać siły zewnętrzne wbrew działaniu sił pola, aby jednostkę czynnika z nie-

skończoności doprowadzić do danego punktu. Wziąwszy pod uwagę znak pracy uwzględnianej w obu tych określeniach, łatwo można się przekonać, że są one identyczne.

§ 13. *Natężenie pola.* Potencjał pozwala nader łatwo obliczać natężenie pola w dowolnym punkcie pola.

Niechaj H będzie składową natężenia pola, działającą w kierunku l . Praca elementarna wykonana przy nieskończonym małym przemieszczeniu dl w tym kierunku, równa $H dl$, oblicza się biorąc ze znakiem przeciwnym różniczkę potencjału w tymże kierunku

$$H dl = - \frac{dV}{dl} dl$$

a stąd

$$H = - \frac{dV}{dl} \dots \dots \dots (6).$$

Równaniem (6) wypada się bardzo często posługiwać. Daje nam ono możność odmiennego określenia potencjału. W myśl tego równania: potencjał jest to funkcya współrzędnych, której pochodna wzięta ze znakiem przeciwnym względem jakiegokolwiek kierunku, daje siłę działającą w tymże kierunku.

Naodwrot: Składowa działająca w polu w jakimkolwiek kierunku równa się pochodnej potencjału względem tego kierunku, wziętej ze znakiem przeciwnym.

§ 14. *Inny sposób wyprowadzenia potencjału.* Ze względu na ważność funkcji potencjalnej przytoczę tu nieco odmienny, lecz powszechniej używany sposób wyprowadzenia potencjału.

Wyobraźmy sobie, że w punkcie P znajduje się jednostka czynnika działającego, oraz, że w pobliżu niej znajdują się nieskończenie małe ładunki $m, m', m'' \dots$ tegoż czynnika, w punktach tych samych nazwisk $m, m', m'' \dots$. Niechaj x, y, z będą współrzędne prostokątne punktu P , nadto współrzędnymi punktu m niech będą ξ, η, ζ , punktu m' niech będą ξ', η', ζ'

i t. d., a $r, r', r'' \dots$ niech będą odległościami punktu P od $m, m', m'' \dots$.

Ładunki $m, m', m'' \dots$ działają na jednostkę czynnika w punkcie P z siłami równymi $k \frac{m}{r^2}, k \frac{m'}{r'^2}, k \frac{m''}{r''^2} \dots$. Składowe siły $k \frac{m}{r^2}$ w trzech kierunkach równoległych do osi są oczywiście

$$k \frac{m}{r^2} \cos \alpha, \quad k \frac{m}{r^2} \cos \beta, \quad k \frac{m}{r^2} \cos \gamma$$

jeśli α, β i γ są kątami pomiędzy kierunkiem r i kierunkami X, Y, Z . Lecz

$$\cos \alpha = - \frac{\xi - x}{r}$$

$$\cos \beta = - \frac{\eta - y}{r}$$

$$\cos \gamma = - \frac{\zeta - z}{r};$$

więc ostatecznie trzy te składowe będą :

$$- k \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\xi - x}{r}, \quad - k \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\eta - y}{r}, \quad - k \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\zeta - z}{r}.$$

Ładunek m' da podobnie trzy składowe:

$$- k \frac{m'}{r'^2} \cdot \frac{\xi' - x}{r'}, \quad - k \frac{m'}{r'^2} \cdot \frac{\eta' - y}{r'}, \quad - k \frac{m'}{r'^2} \cdot \frac{\zeta' - z}{r'}$$

i t. d.

Składowe więc X, Y, Z wszystkich sił wywieranych w P przez ładunki $m, m', m'' \dots$ będą

$$X = - k \sum \frac{m (\xi - x)}{r^3}$$

$$Y = - k \sum \frac{m (\eta - y)}{r^3}$$

$$Z = - k \sum \frac{m (\zeta - z)}{r^3}$$

Znak sumowania dotyczy tu wszystkich ładunków $m, m', m'' \dots$
Zważmy teraz, że

$$r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2.$$

Odległość r jest funkcją współrzędnych x, y, z punktu P, a składowe X, Y, Z są funkcjami trzech zmiennych niezależnych x, y, z . Różniczkując powyższe równanie względem zmiennej x , otrzymujemy:

$$r \frac{\partial r}{\partial x} = -(\xi - x), \quad \frac{\partial r}{\partial x} = -\frac{(\xi - x)}{r};$$

lecz

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{r} \right)}{\partial x} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{(\xi - x)}{r^3};$$

a przeto po podstawieniu otrzymamy wartość składowej X :

$$X = -k \sum m \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right),$$

podobnie i dla składowych Y i Z .

Weźmy teraz pod uwagę całkę

$$V = k \sum \frac{m}{r}$$

w której sumowanie rozciągnięte jest na wszystkie ładunki. Całka ta jest również funkcją współrzędnych x, y, z punktu P. Wziąwszy cząstkowe pochodne tej całki względem x, y, z , przekonamy się, że otrzymamy wartości składowych X, Y, Z z przeciwnymi znakami.

Istotnie :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = k \sum m \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) = -X$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = k \sum m \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) = -Y$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = k \sum m \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) = -Z.$$

Z czego wyprowadzamy, że

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z} \dots \dots (7).$$

Równania (7) mogą służyć jako określenie potencjału V , identyczne z określeniem wypływającym z równania (6) w poprzedzającym paragrafie. Wzór (6) jest istotnie identycznym z wzorami (7), wyprowadzonymi bezpośrednio z prawa odwrotnych kwadratów bez uciekania się do pojęcia pracy.

§ 15. *Sposób elementarny.* James Clerk Maxwell posługując się rozpatrywaniem granic pewnych nierówności, wyprowadził rachunkiem elementarnym wartość potencjału $\frac{m}{r}$, dla punktu znajdującego się na odległości r od ładunku m . Dowodzenia tego, opartego na określeniu Sir W. Thomsona (§ 12), nie przytaczam, odsyłając po nie do źródła ¹⁾ lub do polskiego przekładu dziełka S. P. Thompsona p. t. „Elektryczność i magnetyzm“.

§ 16. *Powierzchnie ekwipotencjalne.* Miejsce geometryczne takich punktów, dla których wartość potencjału jest jednakową, zowie się powierzchnią ekwipotencjalną. Potencjał, jak to widzieliśmy, jest funkcją współrzędnych

$$V = \varphi(x, y, z).$$

Założywszy, że

$$V = \varphi(x, y, z) = \text{stała},$$

otrzymamy równanie powierzchni, wszystkie punkty której przedstawiają jednakowy potencjał, a więc równanie powierzchni ekwipotencjalnej. Pochodna potencjału względem każdego kierunku stycznego do tej powierzchni jest oczywiście równą zeru, to znaczy, iż wartość składowej pola w tymże kierunku jest także zerem. Za to pochodna potencjału, wzięta względem kierunku normalnego do powierzchni

¹⁾ Elementary treatise on electricity, p. 65. 66,

§ 17. Niechaj w punkcie O mieści się ładunek m czynnika działającego. Na odległości r od punktu O potencjał jest $\frac{m}{r}$, a więc w każdym punkcie powierzchni kuli, zakreślonej z punktu O promieniem r potencjał jest jednakowy $= \frac{m}{r}$. Powierzchnie więc kul, mających wspólny środek w O , będą powierzchniami ekwipotencjalnymi. Fig. 3 przedstawia przecięcia takich kul z płaszczyzną rysunku.



Fig. 3.

W wypadku przedstawionym na rysunku przyjęliśmy ładunek m taki, że $km = 8$, promienie zaś kul mają długości $\frac{8}{1}, \frac{8}{2}, \frac{8}{3} \dots$, a więc odpowiednie potencjały są $1, 2, 3 \dots$, w skutek czego różnice pomiędzy potencjałami dwóch sąsiednich powierzchni są stałe:

$$V_2 - V_1 = V_3 - V_2 = V_4 - V_3 = \dots = 1.$$

Wykreślone więc powierzchnie tworzą układ powierzchni ekwipotencjalnych.

§ 18. O wiele trudniej jest wykreślić układ powierzchni ekwipotencyalnych i prostopadłych do nich linii sił, gdy mamy do czynienia z kilku ładunkami $m_1, m_2 \dots$, mieszczącymi się w kilku punktach przestrzeni A, B, C... J. C. Maxwell wskazał graficzny sposób kreślenia takich powierzchni, a właściwiej ich przecięć z płaszczyzną rysunku. Przytaczam tu główne podstawy tego sposobu. Przypuśćmy, iż zadanie polega na wykreśleniu powierzchni ekwipotencyalnych w polu, wywołanem przez dwa ładunki $km=20$ i $km=5$, leżące w płaszczyźnie rysunku. Nie zważając na obecność ładunku $km=5$, kreślimy szereg kół spółśrodkowych, około ładunku $km=20$, tak aby one wytworzyły układ powierzchni ekwipotencyalnych, o potencyalach $V_1=1, V_2=2, V_3=3 \dots$. Następnie około ładunku $km=5$ kreślimy podobnyż układ kół spółśrodkowych, o potencyalach $V_1'=1, V_2'=2, V_3'=3 \dots$. Układ kół V przecina się z układem V' , a w każdym punkcie przecięcia dwóch kół potencjał równa się sumie potencjałów, w myśl zasadniczego wzoru:

$$V = \sum \frac{m}{r}.$$

Jeśli teraz punkty przecięcia kół V_4' z V_1, V_3' z V_2, V_2' z V_3, V_1' z V_4 połączymy linią ciągłą, to otrzymamy powierzchnię ekwipotencyalną o potencjale równym

$$V_4' + V_1 = V_3' + V_2 = V_2' + V_3 = \dots = 5.$$

Rysunki 4 i 5 poczerpnięte z dzieł Maxwella przedstawiają takie układy powierzchni ekwipotencyalnych wraz z liniami siły.

Rozpatrując wszystkie te rysunki spostrzegamy, że im dalej od ładunków, tem mniejszą jest krzywizna powierzchni ekwipotencyalnych, a linie siły przeprowadzone w niewielkiej odległości jedna od drugiej tworzą coraz to mniejszy kąt, tak iż na znacznej odległości od ładunku można je uważać za równoległe. Istotnie, nie popełnimy wielkiego błędu, jeśli linie siły ciężenia w niewielkiej przestrzeni poczytamy za równoległe. Błąd na odległość 100 cm. wyniesie bowiem zaledwie 0,03 sekundy.

Takie pole siły, w którym powierzchnie ekwipotencjalne są płaszczyznami a linie sił mają stały kierunek i jednokowe natężenie, zowie się *polem jednorodnym*. Fig. 6 przedstawia nam takie jednorodne pole elektryczne powstające około naelektryzowanego krążka metalowego.

§ 19. *Rurki siły*. Nakreślmy na jakiegokolwiek powierzchni ekwipotencjalnej V_1 jakąkolwiek linię zamkniętą i wyobraźmy sobie, że przez każdy punkt tej linii przechodzą linie siły HH . Ogół tych linii wytworzy rodzaj kanału, któremu daje się nazwę rurki siły. Jeśli pole jest wytworzone przez pojedynczy ładunek, wówczas rurki siły mają kształt stożkowaty. W polu jednorodnym są cylindrycznymi.

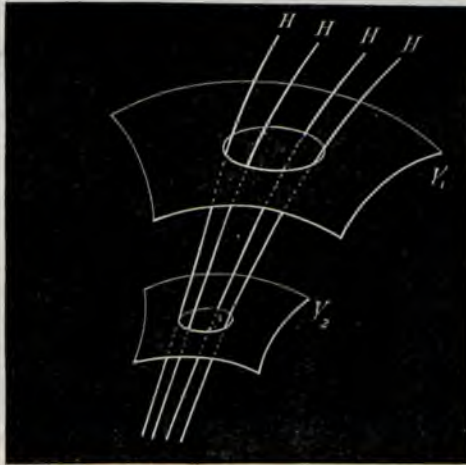


Fig. 7.

§ 20. *Przepływ siły, albo fluks siły*. Pojęcie przepływu czyli fluksu siły należy do najważniejszych pojęć w elektrotechnice,—przeto wypada nań szczególną zwrócić uwagę.

Bez względu na to, jaki jest charakter pola, możemy przyjąć bezwarunkowo, że na całym nieskończenie małym elemencie powierzchni ds zarówno kierunek jak i natężenie pola jest stałym. Otóż iloczyn z pola powierzchni ds przez składową normalną do elementu ds nazywa się przepływem albo fluksiem siły przez element ds .

Jeśli przez α oznaczymy kąt, jaki tworzy kierunek pola z normalną do elementu ds , wówczas przepływ (fluks) siły dN przez element ds wyrazi się przez

$$dN = H ds \cos \alpha.$$

Całkowity przepływ siły przez powierzchnię skończoną, wyrazi się przez

$$N = \int H ds \cos \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9),$$

gdzie całkowanie rozciąga się do wszystkich elementów uważanej powierzchni.

Przepływ (fluks) siły zowie się wychodzącym, jeżeli kierunki linii siły są skierowane ku zewnątrz jakiegokolwiek powierzchni zamkniętej, w razie przeciwnym zowie się wchodzącym.

Jeśli kąt α będziemy stale liczyli pomiędzy linią siły i normalną zewnętrzną, to znak wstawy α decyduje czy mamy do czynienia z przepływem wchodzącym czy wychodzącym.

Jeśli weźmiemy pod uwagę jakąkolwiek rurkę siły o nieskończone małym przecięciu, to z łatwością przekonamy się, że fluks (przepływ) siły w takiej rurce dla każdego przecięcia jest ilością stałą, zupełnie niezależną od nachylenia uważanego przecięcia do osi rurki. Istotnie, mamy że przepływ

$$dN = H \cos \alpha ds,$$

lecz, oznaczywszy przez H_n natężenie pola, a przez $d\sigma$ — przecięcie normalne do osi rurki spostrzegamy, że

$$H \cos \alpha ds = H_n d\sigma;$$

prawa strona tego równania jest ilością stałą, c. b. d. d.

§ 21. *Twierdzenie Gaussa.* Przepływ siły przez powierzchnię zamykającą określone ilości czynnika działającego równa się $4\pi k$ razy wziętej sumie wszystkich ilości czynnika działającego, objętych przez daną powierzchnię.

Twierdzenie to bywa bardzo często stosowane a dowodzi się w sposób następujący:

Przypuśćmy, iż wewnątrz jakiejkolwiek powierzchni zamkniętej znajduje się w punkcie P ilość m czynnika działającego.

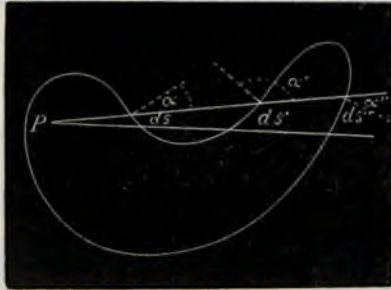


Fig. 8.

Z punktu P, jako z wierzchołka narysujemy stożek elementarny, o kącie bryłowym $d\omega$, — przypomnijmy sobie nadto, iż miarą kąta bryłowego jest powierzchnia wycięta przezzeń na kuli o promieniu równym jedności, zakreślonej z wierzchołka.

Przez ds , ds' i ds'' oznaczmy pola powierzchni elementarnych, wyciętych przez stożek elementarny na uważanej powierzchni; perspektywiczną pozorną miarą wszystkich tych powierzchni, rozpatrywanych z punktu P, jest kąt bryłowy $d\omega$. Oznaczmy przez r , r' , r'' odległości tych powierzchni elementarnych od punktu P, a przez α , α' , α'' kąty jakie tworzy oś stożka z normalnemi do powierzchni ds , ds' , ds'' .

Przeplwy siły przez uważane powierzchnie elementarne będą oczywiście:

$$+ \frac{km}{r^2} \cos \alpha ds, \quad - \frac{km}{r'^2} \cos \alpha' ds', \quad + \frac{km}{r''^2} \cos \alpha'' ds''.$$

Lecz

$$\frac{ds \cos \alpha}{r^2} = \frac{ds' \cos \alpha'}{r'^2} = \frac{ds'' \cos \alpha''}{r''^2},$$

ponieważ są miarą jednego i tego samego kąta bryłowego $d\omega$. A więc przepływ siły w stożku elementarnym sprowadza się do $km d\omega$, bez względu na to, ile razy stożek elementarny przecina uważaną powierzchnię, byleby tylko przecinał ją nieparzystą liczbę razy.

Przepływ przez całą powierzchnię jest sumą przepływów przez wszystkie stożki elementarne, jakie można nakreślić około punktu P, czyli

$$\int_0^{4\pi} km d\omega = 4\pi km,$$

gdzie 4π przedstawia całkowitą powierzchnię, jaką wszystkie stożki elementarne wycinają na powierzchni kuli o promieniu równym jedności.

Gdyby ilość m czynnika działającego znajdowała się na zewnątrz uważanej powierzchni, to zależny od tej ilości przepływ siły byłby równym zeru, ponieważ każdy ze stożków elementarnych przecinałby powierzchnię parzystą liczbę razy.

Z powyższego wynika, że jeśli w polu siły pomyślimy powierzchnię zamkniętą. wewnątrz i zewnątrz której znajdują się ilości m_1, m_2, m_3, \dots czynnika działającego, to całkowity przepływ siły przez pomyślaną powierzchnię zależy tylko od ilości czynnika, znajdujących się wewnątrz niej, Σm .

$$\int H ds \cos \alpha = 4\pi k \Sigma m.$$

§ 23. Twierdzenie Gaussa pozwala na wyprowadzenie kilku wniosków, bardzo ważnych w praktyce elektrotechnicznej.

Wniosek 1. W rurce siły, w której nie ma mas działających, przepływ jest stały. Zważywszy, że ścianki rurki siły nie przecinają żadnej rurki siły, dojdziemy do wniosku, że całkowity przepływ w rurce sprowadza się do przepływu przez dwa przecięcia s i s' tejże rurki. Stosując twierdzenie Gaussa do przestrzeni objętej przez boczne ścianki rurki siły i przez dwa przecięcia, otrzymamy, że całkowity przepływ N

$$N = \int H ds - \int H' ds' = 4\pi k \Sigma m.$$

Lecz jeśli w uważanej rurce nie ma mas działających, to $4\pi k \Sigma m = 0$, a w takim razie

$$\int H ds = \int H' ds'.$$

Wniosek ten znany jest pod nazwą stałości przepływu.

Wniosek II. Jeżeli rurka siły jest nieskończenie wąska, to stosując do niej wyżej przytoczone uwagi otrzymamy,

$$H ds = H' ds' = dN \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9),$$

skąd

$$\frac{H}{H'} = \frac{ds'}{ds},$$

czyli, że w rurce takiej natężenie pola jest odwrotnie proporcjonalne do wielkości przecięcia normalnego osi.

Wniosek III. Z równania (9) wyprowadzamy zależność:

$$H = \frac{dN}{ds},$$

wykazującą, że natężenie pola jest przepływem (fluksiem) przez jednostkę powierzchni ekwipotencyjalnej.

§ 24. Rurka siły, dobrana w ten sposób, aby $\int H ds = 1$, zowie się *jednostkową rurką siły*. Wielu autorów, idąc za przykładem Faradaya, używa terminu *liczba linii siły*. Otóż liczba linii siły w każdym polu ściśle biorąc jest nieograniczoną, zawsze też mówiąc o liczbie linii siły, mamy na myśli liczbę jednostkowych rurek siły.

Przyjąwszy taką nomenklaturę możemy twierdzeniu Gaussa nadać inną redakcyę, a mianowicie: Liczba linii siły przecinających zamkniętą powierzchnię w polu siły równa się $4\pi k$ razy wziętej sumie ilości czynnika działającego, objętych przez tę powierzchnię.

§ 25. *Energia potencjalna układu*. Jednoimienne ładunki czynnika działającego odpychają się, z czego wynika, iż

musimy zużyć pewną określoną ilość pracy na doprowadzenie tych ładunków $m, m', m'' \dots$ do punktów $o, o', o'' \dots$ układu. Wytworzony w ten sposób układ jest nośnikiem całej tej ilości pracy, jaka została zużyta na wytworzenie go i może ją w odpowiednich warunkach zwrócić, skoro ładunki $m, m', m'' \dots$ zostaną wyswobodzone i oddalą się w skutek odpychań na odległości nieskończenie wielkie.

Ta ilość pracy, kosztem której powstał dany układ i którą tenże układ może wykonać ulegając zniszczeniu, zowie się energią potencjalną układu, którą oznaczymy przez W .

W celu obliczenia wartości W zważmy, że gdy dwa ładunki m i m' , znajdujące się na odległości r oddalą się na długość dr , wówczas przyrost energii potencjalnej takiego układu dwóch ładunków równa się pracy wykonanej przy przemieszczeniu dr i wziętej ze znakiem odwrotnym, czyli

$$dw = - \frac{m m'}{r^2} dr.$$

Skoro oba ładunki oddalą się na odległość nieskończoną, wówczas praca wykonana, wzięta ze znakiem przeciwnym, będzie ich całkowitą energią potencjalną, czyli

$$w = \int_r^{\infty} - \frac{m m'}{r^2} dr = \frac{m m'}{r}.$$

Dla układu ilukolwiek mas otrzymamy wyrażenie :

$$W = \sum \frac{m m'}{r}.$$

Zważywszy jednak, że w tem sumowaniu nie należy brać po dwa razy każdej pary ładunków, możemy napisać

$$\sum \frac{m m'}{r} = \frac{1}{2} \sum m \sum \frac{m'}{r}.$$

Ponieważ jednak $\sum \frac{m'}{r'}$ jest potencjałem punktu, w którym znajduje się ładunek m , przeto

$$W = \frac{1}{2} \sum m V.$$

§ 26. Przytoczone w powyższych paragrafach ogólne twierdzenia dotyczące sił newtonowskich, wypada jeszcze dopełnić kilku poszczególnymi zastosowaniami, bardzo często napotykanymi w rozbiórce konkretnych zadań praktycznych. Ograniczając się do wypadków najprostszych rozpatrzmy jedynie działania ładunków rozprzestrzenionych równomiernie na powierzchni kuli, w masie kuli i na powierzchni płaskiej. Przedewszystkiem dowiedzimy, że ładunek rozłożony równomiernie na powierzchni kuli nie wywiera żadnego działania na ładunek znajdujący się w jakimkolwiek punkcie wewnątrz kuli. Twierdzenie to wyraża się krócej mówiąc, że jednorodna powłoka kulista nie działa na punkty wewnątrz niej będące.

Przypuśćmy że w punkcie P wewnątrz powłoki kulistej znajduje się ładunek czynnika działającego, równy jednostce. Z punktu P, jako z wierzchołka nakreślmy stożek elementarny, wycinający na powłoce powierzchnie ds i ds' , znajdujące się na odległościach r i r' od punktu P. Przez σ oznaczmy gęstość powierzchniową czynnika działającego, t. j. jego ilość na jednostce powierzchni.

A więc na elementach ds i ds' znajdziemy ładunki

$$dm = \sigma ds$$

$$\text{i} \quad dm' = \sigma ds'.$$

Ładunki te na jednostkę czynnika, znajdującą się w P działają z siłami odpowiednio równymi:

$$\frac{k dm}{r^2} = \frac{k \sigma ds}{r^2}$$

$$\frac{k dm'}{r'^2} = \frac{k \sigma ds'}{r'^2}.$$

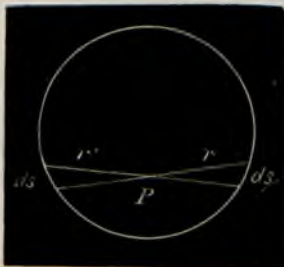


Fig. 9.

Lecz elementy ds i ds' tworzą jednakowe kąty z osią stożka, a więc mają się do siebie jak ich rzuty prostopadłe do tejże osi, są więc proporcjonalne do kwadratów odległości od wierzchołka stożka, czyli

$$\frac{ds}{r^2} = \frac{ds'}{r'^2},$$

a stąd

$$\frac{kdm}{r^2} = \frac{kdm'}{r'^2},$$

czyli, że ich działania wzajemnie się znoszą. Ponieważ całą powłokę kulistą możemy rozpatrywać jako zbiór takich par elementów, których działania znoszą się wzajemnie, przeto wnosimy, że cała powłoka na punkt P , równie jak i na każdy inny, wewnątrz niej umieszczony, wcale nie działa. Innymi słowy, potencjał wewnątrz takiej powłoki jest we wszystkich punktach jednakowy i równy potencjałowi w środku powłoki, który łatwo obliczamy:

$$V = k \sum \frac{m}{R} = k \frac{M}{R} = \frac{4 \pi k R^2 \sigma}{R} = 4 \pi k R \sigma,$$

gdzie R jest promieniem powłoki, a M całym mieszczącym się na niej ładunkiem.

Z powyższego wyciągamy jeszcze następujące oczywiste wnioski:

I) Powierzchnia powłoki jest powierzchnią ekwipotencjalną.

II) Energia potencjalna powłoki równa się

$$W = \frac{1}{2} k \frac{M^2}{R} = 8 k \pi^2 R^3 \sigma^2.$$

III) Przytoczone twierdzenie pozostaje słusznem i wówczas, gdy mamy do czynienia z wielu powłokami kulistemi współśrodkowemi. Wszystkie punkty, leżące wewnątrz najmniejszej powłoki, mają jednakowy potencjał.

§ 27. *Działanie ładunku rozmieszczonego równomiernie na powierzchni kuli jest takie, jak gdyby cały ładunek znajdował się w środku kuli.* Jeśli w P znajduje się jednostka czynnika

działającego, to wypadkowa działań wszystkich punktów powłoki musi wskutek symetrii działać w kierunku PO .

Jeśli gęstość powierzchniowa czynnika działającego jest σ , to element powierzchni ds , znajdujący się w punkcie A , działa na jednostkę czynnika, umieszczoną w P , z siłą, której składowa w kierunku OP jest

$$dH = k\sigma \frac{ds}{r^2} \cos \alpha,$$

jeśli α jest kątem APO , a r odległością AP .

Obierzmy teraz na kierunku OP punkt P' , sprzężony z punktem P w taki sposób, aby $OP' \times OP = R^2$, gdzie R jest promieniem powłoki. W takim razie trójkąty OAP' i OAP są podobne, gdyż mają kąt AOP wspólny i obejmujące go boki proporcjonalne, a więc

$$\frac{r}{AP'} = \frac{OP}{R};$$

podstawiając, otrzymamy

$$dH = k\sigma \frac{ds \cos \alpha}{AP'^2} \times \frac{R^2}{OP^2}.$$

Lecz

$$\frac{ds \cos \alpha}{AP'^2} = d\omega,$$

jeśli $d\omega$ jest kątem bryłowym, pod jakim element ds widzimy z punktu P' . -A więc

$$dH = k\sigma d\omega \times \frac{R^2}{OP^2}.$$

Działanie więc całej powłoki wyrazi się przez

$$H = k\sigma \frac{R^2}{OP^2} \int_0^{4\pi} d\omega = \frac{4\pi k R^2 \sigma}{OP^2} = \frac{kM}{OP^2}.$$

Gdyby cały ładunek $M = 4\pi R^2 \sigma$ mieścił się w środku O , działanie byłoby takież same.



Fig. 10.

Wniosek. Działanie warstwy na punkt zewnętrzny (naładowany jednostką czynnika) nieskończenie blisko niej położony, wyraża się przez

$$\frac{4 \pi k R^2 \sigma}{R^2} = 4 \pi k \sigma.$$

Ponieważ kulę naładowaną jednostajnie możemy uważać jako zbiór nieskończenie wielu jednorodnych powłok kulistych, przeto działanie jednorodnie naładowanej kuli na punkt zewnętrzny jest takie, jak gdyby cały ładunek mieścił się w jej środku.

Oznaczając przez ρ objętościową gęstość czynnika działającego, otrzymamy, że na jednostkę czynnika, znajdującą się na odległości OP od środka, kula o promieniu R działa z siłą

$$H = \frac{4}{3} \pi k R^3 \rho \times \frac{1}{OP^2} \dots \dots \dots (10).$$

Ta to własność jednorodnie naładowanych kul usprawiedliwia hipotezę o tak zwanych punktach fizycznych, t. j. punktach matematycznych, w których przyjmujemy obecność określonych ilości czynnika działającego, chociaż czynnik ten może w rzeczywistości przedstawiać trójwymiarową rozciągłość.

Jeśli jednostka czynnika znajduje się na powierzchni kuli, wówczas wyrażenie (10) sprowadza się do

$$H = \frac{4}{3} \pi k R \rho \dots \dots \dots (11).$$

Jeśli punkt uważany znajduje się wewnątrz naładowanej kuli, to oczywiście, iż całą kulę możemy podzielić powierzchnią kulistą, przechodzącą przez uważany punkt, na dwie części: 1) powłokę zewnętrzną, nie wywierającą żadnego działania i 2) kulę wewnętrzną o promieniu r , której działanie wyrazi się na zasadzie (11) przez

$$H = \frac{4}{3} \pi k r \rho$$

§ 28. **Cisnienie powierzchniowe.** Widzieliśmy w § 27, że jednorodna powłoka kulista działa na punkt zewnętrzny, na-

ładowany jednostką czynnika, z siłą równą $\frac{4\pi k\sigma R^2}{OP^2} = H$.

Dowiedziemy z łatwością, że płaszczyzna prostopadła do OP i przechodząca przez punkt P' , rozdziela powłokę kulistą na dwie części, z których każda wywiera połowę tego działania, t. j. działa na punkt P z siłą równą

$$\frac{2\pi k\sigma R^2}{OP^2} = \frac{1}{2}H.$$

Zważmy istotnie, że składowa w kierunku OP , wywołana przez element ds , zależy jedynie od wielkości kąta bryłowego $d\omega$, pod jakim widzimy element ds z punktu P' , sprzężonego z punktem P równaniem $OP' \times OP = R^2$. Składowa ta przeto równa się składowej wywołanej przez element ds' , ponieważ oba te elementy ds i ds' podpierają w punkcie P' jednakowy kąt bryłowy. Rozumowanie to stosuje się jednakowo do wszystkich stożków elementarnych, jakie przez punkt P' poprowadzić można, wskutek czego powłokę można podzielić na dwie części: acb i $bdsa$, wywierające jednakowe działania na punkt P . Podział skutecznie płaszczyzna, przechodząca przez punkt P' , której rzutem na rysunku jest linia $aP'b$.

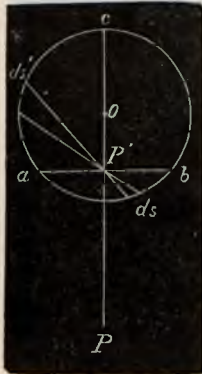


Fig. 11.

Gdy punkt P oddala się od powłoki nieograniczenie, wówczas punkt P' zbliża się nieograniczenie ku środkowi O i w granicy obie części acb i $adsb$ są sobie równe; skoro zaś punkt P zbliża się nieograniczenie ku powłoce, wówczas punkt P' także zbliża się nieograniczenie ku powłoce i w granicy płaszczyzna $aP'b$ dzieli powłokę na dwie nierówne części, z których jedna obejmuje całą powierzchnię kuli, a druga — tylko jeden nieskończenie mały jej element. Cała powłoka, łącznie z owym nieskończenie małym elementem działa na jednostkę nieskończenie blisko umieszczonego czynnika z siłą $4\pi k\sigma$, z czego wynika, że połowa tego działania $2\pi k\sigma$ zależy od całej powłoki bez nieskończenie małego elementu, a druga połowa —

od owego właśnie elementu. Gdy ładunek $= 1$ przekroczy powłokę i wejdzie do jej wnętrza, to jest w przestrzeń, w której siła $= 0$, wówczas działanie całej powłoki nie ulega zmianie, a działanie nieskończenie małego elementu zmienia tylko znak. Istotnie na zewnętrznej powierzchni powłoki mamy:

$$2\pi k\sigma + 2\pi k\sigma = 4\pi k\sigma,$$

a na wewnętrznej:

$$2\pi k\sigma + (-2\pi k\sigma) = 0.$$

Jeśli na jednostkę czynnika cała powłoka (bez nieskończenie małego elementu) działa z siłą $2\pi k\sigma$, to na ładunek σ , mieszczący się na jednostce powierzchni, działa oczywiście z siłą

$$2\pi k\sigma^2.$$

Siłę tę nazywamy *ciśnieniem powierzchniowym*, albo *ciśnieniem na powierzchni*.

Ponieważ natężenie pola nieskończenie blisko powłoki jest

$$H = 4\pi k\sigma,$$

przeto ciśnienie powierzchniowe można wyrazić dwojako:

$$\text{przez } 2\pi k\sigma^2 \quad \text{lub przez } \frac{H^2}{8\pi k}.$$

§ 29. *Potencjał nieskończenie cienkiego krążka, naładowanego jednostajnie.* Niechaj krążek, którego rzutem jest AB , ma na sobie jednostajnie rozmieszczony ładunek, o gęstości powierzchniowej σ . Na pierścieniu współśrodkowym z krążkiem o promieniu r i szerokości dr mieści się oczywiście ładunek $2\pi kr dr \sigma$.

Potencjał wywołany przez ten pierścieniowaty ładunek w punkcie O , leżącym na osi krążka i odległym odeń na a , jest

$$dV = \frac{2\pi kr dr \sigma}{\sqrt{r^2 + a^2}}.$$



Fig. 12.

A więc potencjał wywołany przez ładunek na całym krążku o promieniu R jest oczywiście

$$V = \int_0^R \frac{2\pi kr dr \sigma}{\sqrt{r^2 + a^2}} = 2\pi k \sigma (\sqrt{R^2 + a^2} - a). \dots (12).$$

Natężenie pola w punkcie O jest

$$H = -\frac{dV}{da} = -2\pi k \sigma \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} - 1 \right) = 2\pi k \sigma (1 - \cos \alpha) \dots (13),$$

gdzie α jest kątem płaskim, a $2\pi(1 - \cos \alpha)$ jest kątem bryłowym, pod jakim z punktu O widzimy krążek AB .

W punkcie nieskończenie bliskim krążka otrzymamy na natężenie pola wartość

$$H = 2\pi k \sigma$$

Rozpatrując to wyrażenie, widzimy, że cały naładowany krążek na punkt nieskończenie bliski działa tak samo jak pojedynczy element naładowanej powierzchni, — to znaczy, iż działania wszystkich odleglejszych elementów krążka na uważany punkt wzajemnie się znoszą.

* * *

§ 30. Przytoczone powyżej ogólne twierdzenia, dotyczące sił newtonowskich, stosować można do zjawisk magnetycznych, elektrycznych i elektromagnetycznych, uwzględniając tylko w każdym z poszczególnych tych działów specjalne właściwości, charakteryzujące daną grupę objawów. We wszystkich tych działach będziemy rozpatrywali pola odpowiednich sił i oceniali potencjały rozmaitych punktów tychże pól, co nam już w większości wypadków wystarczy do wyprowadzenia funkcyjonalnej zależności pomiędzy rozmaitymi częściami zjawiska, czyli—jak się zwykli wyrażać—pomiędzy przyczynami i ich skutkami.

W tem jednak miejscu zaznaczyć koniecznie wypada, że sama teoria potencjału, choćby najszczegółowiej rozwinięta, nie jest w stanie objaśnić pewnych zasadniczych zjawisk, a mianowicie zjawisk indukcji elektromagnetycznej i występowania statecznych prądów elektrycznych w ogni-

wach voltaicznych hydro- i termoelektrycznych. Zasadnicze prawa indukcji elektromagnetycznej, powstawanie prądów w ogniach hydroelektrycznych, oraz zjawiska Joule'a, Peltiera i Sir W. Thomsona mogą być objaśnione tylko przy uwzględnieniu prawa zachowania energii, które obok teorii potencjału jest drugim podstawowym zasadnikiem zjawisk wchodzących w grę w elektrotechnice. Prawo to, wyrażające się w mechanice między innymi i twierdzeniem, że praca mechaniczna, wykonana przez układ, równa się ubytkowi jego siły żywej lub jego potencjału, w zastosowaniu do naszego przedmiotu o tyle tylko się rozszerza, że po wyrazie „mechaniczna“ należy jeszcze dodać: chemiczna, elektryczna lub magnetyczna, jeśli pod tymi przymiotnikami będziemy pojmowali prace wykonywane wbrew siłom lub przez siły chemiczne, elektryczne lub magnetyczne.

Prawo zachowania energii jest zresztą tak ogólnie znaniem, iż powtarzanie go w tem miejscu uważam za zbytęczne, pomimo konieczności stosowania go w dalszym ciągu w większości poszczególnych zagadnień.

Magnetyzm.

§ 31. Zacząć musimy od *określeń i pojęć zasadniczych*. Magnesami w naukach ścisłych nazywamy ciała posiadające własność przyciągania opilek żelaznych. Kamienie z Heraklei, czyli ruda żelazna magnetyczna składu Fe_3O_4 , posiadają tę własność, którą wszakże w daleko wyższym stopniu można sztucznie nadać żelazu, surowcowi i stali. Ta ostatnia daje najpotężniejsze magnesy.

Magnes stalowy o podłużnej formie największe ilości opilek przyciąga w pewnych punktach, zwanych *biegunami* i oddzielonych od siebie okolicą albo linią obojętną, w której nie uwidoczni się żadne przyciąganie. Przytoczona definicya biegunów i linii obojętnej nie jest ani ścisłą, ani wystarczającą, — więc też będziemy się nią posługiwali tylko do czasu.

Magnes podłużnego kształtu zawieszony w środku ciężkości zwraca się jednym ze swych biegunów ku północy, drugim zaś — ku południowi. Stąd nazwy obu biegunów:

północny i południowy, lub też według innej nomenklatury dodatni (+) i odjemny (-). Mianowanie biegunów północnym i południowym napotyka pewną, niewielką zresztą trudność w nomenklaturze magnetyzmu ziemskiego; trudność tę usuwa nomenklatura (+) i (-), lub też angielski sposób nazywania biegunów: zwracającym się ku północy (nordseeking pole) lub południowi (southseeking pole).

Jednoimienne bieguny dwóch magnesów odpychają się, różnoimienne zaś — przyciągają się wzajemnie. Ścisłe badanie sił wywołujących te oddziaływania przedstawia poważne trudności, ponieważ każdy magnes ma zazwyczaj conajmniej dwa bieguny, których obecność sprawia, że w każdym zjawisku, czy to przyciągań czy odpychań, przyjmują udział zawsze cztery bieguny i czynią je dość złożonem. Pomimo to Coulomb z wystarczającym przybliżeniem, a Gauss zupełnie ściśle dowiódł, że dwa bieguny oddziałują na siebie z siłą odwrotnie proporcjonalną do drugiej potęgi odległości pomiędzy nimi.

Z tego wynika, że siły wywołujące zjawiska magnetyczne należą do sił newtonowskich, że więc do zjawisk tych możemy stosować prawdy wyłożone w poprzedzającym rozdziale.

Konieczność stosowania tych twierdzeń pociąga za sobą drugą, a mianowicie konieczność postawienia jakiegoś hypotetycznego czynnika działającego, którego nośnikiem jest zwykła materya sztucznych lub naturalnych magnesów. Czynniki ten nazywamy *magnetyzmem*, a mierzenie jego ilości oprzeć musimy na zasadach podanych w § 8, to znaczy, że równe ilości magnetyzmu znajdziemy w dwóch takich biegunach, które na bieguny sąsiednie działają *caeteris paribus* z jednakową siłą.

Zaznaczyć tu muszę, iż niektórzy pisarze zamiast wyrazu magnetyzm używają wyrazów biegun lub natężenie biegunu.

Magnetyzm jest czynnikiem czysto hypotetycznym, z którym jednak godzimy się w nauce dla tego, iż rachunki czyli logiczne rozumowania, oparte na przypuszczeniu, że czynniki ten istnieje w magnesach, doprowadzają nas do

rezultatów stwierdzanych przez rzeczywiste fakty. Nomenklatura, w której posługujemy się tylko wyrazami biegun lub natężenie albo masa bieguna, a unikamy wyrazu magnetyzm, powstała oczywiście pod wpływem pragnienia wyrugowania hipotez. Nie trudno jednak dostrzedz, że w ten sposób dochodzimy tylko do wyrugowania wyrazu, a nie pojęcia, które w obu razach jest jednakowe.

§ 32. *Jednostka magnetyzmu albo bieguna i jej wymiary.*

Matematycznie oddziaływanie dwóch biegunów (albo—wedle innego sposobu wyrażania się—dwóch ilości magnetyzmu) przedstawia wzór na pozór taki sam, jakim przedstawiamy prawo ciężenia. Istotnie: dwie masy m i m' ciężą ku sobie z siłą

$$f = k \frac{mm'}{r^2} \dots \dots \dots (14),$$

gdy odległość jest między nimi r . Podobnie, dwa bieguny, o ilościach magnetyzmu m i m' , oddziałują na siebie z siłą

$$f = k \frac{mm'}{r^2} \dots \dots \dots (15),$$

jeśli r jest ich odległością.

We wzorze (14) jednak, po prawej stronie, prócz współczynnika k mamy tylko dwie wielkości: masę materyjalną (m , m') i długość (r), których jednostki przyjęliśmy za zasadnicze, wobec czego współczynnik k w tym wzorze musi przyjmując określony wymiar $[M^{-1}L^3T^{-2}]$, aby prawa strona wyrażenia była równa lewej, t. j. sile. Wzór (15) pod tym względem inaczej się przedstawia, gdyż w nim po prawej stronie z pomiędzy wielkości, których jednostki uznaliśmy za zasadnicze, mamy tylko długość (r); dla utrzymania więc równości ze stroną lewą, dość będzie gdy iloczyn kmm' otrzyma wymiar, zamieniający prawą stronę na siłę. Najdogodniej jednak jest przyjąć, że k jest liczbą oderwaną, albo wprost jednostką, a w takim razie iloczyn mm' musi otrzymać wymiar zamieniający prawą stronę równania (15) na siłę. Ze względu więc na wymiary mamy:

$$[MLT^{-2}] = [m^2L^{-2}],$$

a stąd wymiar dla magnetyzmu (czyli natężenia bieguny) jest:

$$[m] = [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] \dots \dots \dots (16).$$

Jednostką więc bieguny (lub magnetyzmu) będziemy nazywali w CGS układzie taki biegun, który umieszczony na odległości 1 cm. od drugiego takiego samego bieguny, działa nań z siłą jednej dyny. Kierunek siły wyznacza znak prawej strony równania (15), który przy różnoimiennych biegunach jest odmienny niż przy jednoimiennych.

W myśl określeń podanych w poprzedzającym rozdziale, przestrzeń, w której działają siły magnetyczne, zowie się polem magnetycznym. Natężeniem pola nazwiemy siłę, działającą w temże polu na jednostkę magnetyzmu dodatniego (północnego). Kierunek tej siły zowie się kierunkiem pola. Magnetyczną linią siły nazywamy drogę, jaką opisywałaby swobodna jednostka magnetyzmu północnego (dodatniego), umieszczona w temże polu.

Magnetyczne pole siły najlepiej określa potencjał magnetyczny rozmaitych punktów tegoż pola. Punkt znajdujący się na odległościach $r, r', r'' \dots$ od ilości magnetyzmu $m, m', m'' \dots$ przedstawia w ergach potencjał

$$\mathfrak{B} = \sum \frac{m}{r},$$

przyczem każdą ilość magnetyzmu należy brać z właściwym jej znakiem ¹⁾).

Wymiary potencjału magnetycznego są: $\frac{\text{magnetyzm}}{\text{długość}}$,

$$[M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] \div [L] = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}].$$

Siła działająca w polu magnetycznym w jakimkolwiek kierunku l wyrazi się przez

$$\mathfrak{S} = - \frac{d\mathfrak{B}}{dl},$$

a wymiary jej są:

$$[M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}].$$

¹⁾ Wielkości magnetyczne, dla odróżnienia od elektrycznych, oznaczają będziemy głośkami gotyckimi.

Ten sam wymiar ma i *natężenie pola*, które jest pochodną potencjału w kierunku określonym, a mianowicie normalnym do powierzchni ekwipotencyalnej.

Należy tu zwrócić uwagę na pewien pozorny paradoks. Oto natężenie pola, aczkolwiek jest siłą, nie posiada jednak wymiaru siły. Przypomnieć jednak wypada, że natężenie pola jest siłą działającą na jednostkę magnetyzmu, a więc musi mieć wymiar siły, podzielonej przez magnetyzm, istotnie mamy:

$$\frac{\text{siła}}{\text{magnetyzm}} = [M L T^{-2}] \div [M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}] = [M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}],$$

jak było wyżej.

Najpotężniejsze pola magnetyczne, znane nam dotychczas, przedstawiają natężenie około 30 000 CGS jednostek, to znaczy, iż na jednostkę bieguna działają z siłą 30 000 dyn, czyli około $30\frac{1}{2}$ gramów.

§ 33. *Bieguny magnesu, jego długość.* Doświadczenie wykazuje, że w polu jednorodnym o natężeniu ξ , stałem co do kierunku i wielkości, sztabka magnetyczna nie ulega żadnemu ruchowi postępowemu, lecz jedynie wskutek obrotu przyjmuje określone położenie równowagi. Z faktu tego wyprowadzamy wniosek, że ilość magnetyzmu dodatniego (północnego) w sztabce równa się ilości magnetyzmu ujemnego, gdyż stan taki może mieć miejsce tylko w takim razie, gdy działanie pola na magnetyzm dodatni, $\xi \Sigma m$, jest zrównoważone przez działanie jego na magnetyzm ujemny, $\xi \Sigma - m$. Fakt ten wyrażamy twierdzeniem, że *algebraiczna suma magnetyzmu w każdym magnecie równa się zeru*:

$$\Sigma m + \Sigma - m = 0.$$

Punkty przyłożenia wypadkowych działań pola na oba rodzaje magnetyzmu w magnecie w matematycznej teorii magnetyzmu nazywamy *biegunami*. Tak pojęte bieguny mają tylko znaczenie matematyczne, jak np. środek ciężkości ciała, istnienia zaś fizycznego nie posiadają. Linia przechodząca przez oba bieguny magnesu, zowie się *osią magnetyczną magnesu*. Oś magnetyczna magnesu może się zlewać w jedno

z jego osią geometryczną, częściej jednak obie osie nie zgadają się ze sobą.

Iloczyn wynikający z pomnożenia odległości pomiędzy biegunami magnesu, l , przez ilość dodatniego magnetyzmu w magnesie, Σm , nazywa się *momentem magnetycznym* magnesu. Wielkość tę, wchodzącą bardzo często w obliczenia praktyczne, będziemy w dalszym ciągu oznaczali przez \mathfrak{M} :

$$\mathfrak{M} = l \Sigma m.$$

Oznaczywszy przez α kąt, jaki tworzy oś magnesu z kierunkiem pola, widzimy z łatwością z fig. 13, że moment pary p , sprowadzającej oś magnesu, na kierunek pola \mathfrak{H} wyraża się przez

$$\mathfrak{H} l \sin \alpha \Sigma m = \mathfrak{H} \mathfrak{M} \sin \alpha.$$

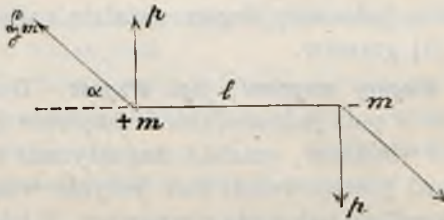


Fig. 13.

Jeśli sztabkę magnesu zawiesimy w środku ciężkości w polu jednorodnym, to pod wpływem tej pary p magnes będzie się wahał, a na zasadzie podstawowych praw mechaniki można dowiedzieć, że czas jednego zupełnego (podwójnego) wahnięcia, t , wyraża się wzorem

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{\Omega}{C}},$$

w którym Ω jest momentem bezwładności sztabki, a C przedstawia największą wartość momentu pary p , t. j. $\mathfrak{H} \mathfrak{M} \sin \alpha$ przy $\alpha = 90^\circ$, czyli $\mathfrak{H} \mathfrak{M}$. Wzór więc powyższy można napisać w kształcie

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{\Omega}{\mathfrak{H} \mathfrak{M}}} \dots \dots \dots (18),$$

w którym ma on olbrzymie zastosowania praktyczne przy badaniu magnetyzmu ziemskiego, jak to zobaczymy niżej.

§ 34. *Magnetyzm ziemski.* Wspomniano już w początku tego rozdziału, że we wszystkich punktach powierzchni ziemi, z wyjątkiem pewnych miejscowości w okolicach biegunowych, sztaba magnesu zwraca się jednym swym końcem ku północy ściśle lub tylko w przybliżeniu, dokładne zaś doświadczenia wykazały, że w niewielkich przestrzeniach w pobliżu powierzchni ziemi igła magnesowa ma w danej epoce stały czas jednego zupełnego wahnięcia, lecz że w rozmaitych miejscowościach zarówno kierunek igły magnesowej zawieszony swobodnie jak i czas jednego jej wahnięcia zmieniają się w nader obszernych granicach. Fakty te dowodzą: 1) że w niewielkich przestrzeniach magnetyczne pole ziemi można uważać za jednorodne co do kierunku i natężenia i 2) że w rozmaitych punktach ziemi bywa ono rozmaitem, co nas zniewała do badania rozmieszczenia magnetyzmu na powierzchni ziemi.

Dokładna więc znajomość magnetyzmu ziemskiego polegać musi na poznaniu rozmieszczenia sił magnetycznych na powierzchni ziemi w danej epoce i na zbadaniu zmian, jakim też rozmieszczenie ulega z postępem czasu.

Płaszczyznę pionową przeprowadzoną przez swobodnie wiszącą igłę magnesową, zwiemy południkiem magnetycznym. Kąt, jaki igła magnesowa zawieszona w swym środku ciężkości tworzy w południku magnetycznym z płaszczyzną poziomą, zwiemy nachyleniem magnetycznym. Kąt, jaki tworzą południki magnetyczny i astronomiczny, nazywa się zboczeniem. Igła magnesowa zawieszona w środku ciężkości i mogąca się obracać swobodnie we wszystkich kierunkach, wyznacza swą osią kierunek pola magnetycznego ziemskiego. Poniżej podaję odmienne, choć równoznaczne określenia zboczenia i nachylenia.

Siłę magnetyczną w danym miejscu i czasie określają trzy jej współrzędne. Najdogodniej jest notować je w postaci zboczenia magnetycznego, nachylenia magnetycznego i natężenia pola. Zboczeniem nazywamy kąt, jaki tworzy kie-

runek pola z południkiem miejsca ¹⁾, nachyleniem zaś jest kąt wytworzony przez kierunek pola z płaszczyzną poziomą. Jeśli w wyznaczeniu kierunku i natężenia pola chcemy uniknąć kątów, to możemy charakter pola określić, podając trzy wzajemnie prostopadłe składowe natężenia pola. W takim razie otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} X &= H \cos \delta \text{ w kierunku północnym} \\ Y &= H \sin \delta \quad \text{„} \quad \text{zachodnim} \\ Z &= H \operatorname{tg} \theta \quad \text{„} \quad \text{pionowym ku górze} \end{aligned} \right\} \dots (19),$$

gdzie H oznacza poziomą składową pola, δ jest zboczeniem, a θ — nachyleniem magnetycznym.

Jeśli \mathfrak{B} jest potencjałem magnetycznym w danym punkcie ziemi, którą uważamy za kulę o promieniu a , w takim razie

$$X = -\frac{1}{a} \frac{d\mathfrak{B}}{dl}, \quad Y = -\frac{1}{a \cos l} \frac{d\mathfrak{B}}{d\lambda}, \quad Z = -\frac{d\mathfrak{B}}{dr} \dots (20),$$

gdzie l jest szerokością, λ — długością geograficzną danego miejsca, a r odległością od środka ziemi.

Do poznania potencjału \mathfrak{B} można dojść z samych tylko obserwacyj poziomej składowej H w następujący sposób:

Niechaj \mathfrak{B}_0 będzie potencjałem magnetycznym w samym biegunie północnym. Obliczmy pracę wykonaną przy przenoszeniu jednostki magnetyzmu wzdłuż południka od tego bieguna do punktu pod szerokością l . Praca ta wyrazi się przez

$$\mathfrak{B} - \mathfrak{B}_0 = -a \int_{\frac{\pi}{2}}^l X dl,$$

a stąd na wartość potencjału V pod szerokością l otrzymamy:

$$\mathfrak{B} = -a \int_{\frac{\pi}{2}}^l X dl + \mathfrak{B}_0 \dots \dots (21).$$

¹⁾ Zboczenie nazywa się zachodniem, gdy północny biegun igły magnesowej zbacza na zachód od południka geograficznego, t. j. gdy linie siły magnetycznej przecinają południk geogr. ze wschodu ku zachodowi. Inni pisarze zboczenie oznaczają znakami $+$ i $-$, nazywając dodatniem zboczenie zachodnie (Maxwell).

Możemy więc w taki sposób obliczyć potencjał magnetyczny w każdym punkcie powierzchni ziemi, znając natężenie poziomej składowej w kierunku północnym i \mathfrak{B}_0 , to jest wartość \mathfrak{B} na biegunie.

Ponieważ siły zależą nie od absolutnych wartości potencjału \mathfrak{B} , lecz od jego pochodnych, przeto niema potrzeby nadawania jakiegokolwiek poszczególnej wartości potencjałowi \mathfrak{B}_0 .

Wartość \mathfrak{B} w danym punkcie możemy oznaczyć, znając nietylko wartości X wzdłuż południka, lecz również i wartości Y dla wszystkich punktów powierzchni ziemi.

Wiemy, że

$$\mathfrak{B}_l = -a \int_{\frac{\pi}{2}}^l X dl + \mathfrak{B}_0 \dots \dots \dots (22),$$

gdzie całkowanie należy wykonać wzdłuż danego południka od bieguna do równoleżnika l . Podobnież

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_l - a \int_{\lambda_0}^{\lambda} Y \cos l d\lambda \dots \dots \dots (23),$$

gdzie całkowanie należy wykonać wzdłuż równoleżnika l aż do badanego punktu.

Powyższe uwagi wykazują, że do kompletnej znajomości magnetyzmu ziemskiego wystarcza znajomość X lub Y , lub też obu tych wielkości dla wszystkich punktów powierzchni ziemi w danej epoce. Obecnie jednak znajomość składowych magnetyzmu ziemskiego ogranicza się do stosunkowo niewielkiej liczby stacyj, które w krajach cywilizowanych są dość liczne, lecz w niecywilizowanych są jeszcze wielkie obszary, co do których posiadamy zbyt mało wiadomości.

Bardzo szczegółowe badania magnetyzmu ziemskiego, przeprowadzone głównie przez Gaussa dowiodły, że gdyby ziemia była w całej swej masie namagnesowaną jednorodnie to wówczas:

1) Bieguny magnetyczne ziemi leżałyby na przeciwnych końcach jednej osi.

2) Południki magnetyczne byłyby kołami wielkimi przechodzącymi przez bieguny magnetyczne.

3) Pozioma składowa we wszystkich punktach równika magnetycznego ¹⁾ miałyby stałą wartość, dajmy na to H_0 , a wartość jej w innych punktach byłaby koniecznie $H = H_0 \cos l'$, gdzie l' jest szerokością magnetyczną (t. j. odległością w stopniach od równika magnetycznego).

4) Pionowa składowa Z w danym punkcie wyrażałaby się przez $Z = 2 H_0 \sin l'$.

5) Nachylenie θ czyniłoby zadość równaniu: $\operatorname{tg} \theta = 2 \operatorname{tg} l'$.

Ani jednego z powyższych pięciu wniosków nie stwierdza rzeczywistość, przeto wielu z badaczy stara się rozmieszczenie magnetyzmu na powierzchni ziemi sprowadzić do działania kilku wielkich sztab magnetycznych, dla których należy oznaczyć położenie biegunów.

Bardzo piękne badanie matematyczne może nas doprowadzić do oceny, jaka część siły magnetyzmu ziemskiego zależy od przyczyn wewnętrznych, a jaka od zewnętrznych ²⁾.

§ 35. *Magnetyzm ziemski* (dalszy ciąg). Rozmieszczenie magnetyzmu ziemskiego z postępem czasu ulega zmianom. Główne zmiany dają się ukłasyfikować w następujący sposób:

I) Zmiany słoneczne, zależne od pory dnia i roku ³⁾.

II) Zmiany księżycowe zależne od położenia księżyca względem ziemi.

III) Zmiany jedenastoletnie (eleven years period). Zmiany wyliczone pod I) i II) nie powtarzają się z roku na rok, gdyż prócz nich występują jeszcze zmiany o daleko dłuższym jedenastoletnim peryodzie.

¹⁾ Równikiem magnetycznym nazywamy geometryczne miejsce punktów, w których nachylenie = 0.

²⁾ Prof. Hornstein z Pragi odkrył zmiany peryodyczne w elementach magnetycznych, których peryod wypadł 26,33 dni. Ten przeciąg czasu jest niemal ściśle równy czasowi synodycznego obrotu słońca około jego osi, wyznaczonemu z obserwacji plam na słońcu w pobliżu równika. Ten sposób oznaczenia czasu obrotu słońca około osi, z obserwacji igły magnesowej na powierzchni ziemi, prof. Maxwell uważa (r. 1881) za jedyny związek nauki o magnetyzmie z astronomią.

³⁾ Maxwell: Treatise, Vol. II. p. 125.

IV) Prócz powyższych występują jeszcze zmiany elementów magnetycznych o olbrzymim peryodzie, które wskutek tego zowią stuletniami albo wiekowemi, chociaż ich peryod więcej niż 100 lat obejmuje. Wielkość tych zmian jest znacznie większą od zmian o stosunkowo krótkotrwałym peryodzie. Niektórzy usiłują objaśnić wszystkie powyższe zmiany ruchem magnetycznych biegunów ziemi około biegunów astronomicznych.

Przytaczam tu wartości elementów magnetycznych dla Greenwichu według Airy'ego. W równaniach powyższych zamiast t należy podstawić rok.

Zboczenie: $19^{\circ} 12',1 - \{t - 1876\} \times 7',38$.

Nachylenie: $67^{\circ} 40',3 - \{t - 1876\} \times 2',04$.

Pozioma składowa: $0,1797 + \{t - 1876\} \times 0,00027$ C. G. S. jednostek.

Według obserwacyj wykonanych w r. 1888 w Pracowni Fizycznej Muzeum przez p. E. Kaczmarkiewicza, pozioma składowa wynosiła 0,1970 C. G. S. jednostek. Liczba ta dla Warszawy nie może być używaną ze względu na obecność wielkich mas żelaza w miejscu obserwacji.

Pozioma składowa magnetyzmu w C. G. S. jednostkach.

Długość wschodnia od Greenwichu	S z e r o k o ś ć p ó ł n o c n a							
	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°
15°	2,08	2,02	1,99	1,97	1,90	1,86	1,82	1,78
20°	2,12	2,07	2,02	1,98	1,93	1,89	1,84	1,80
25°	2,16	2,11	2,06	2,01	1,97	1,92	1,87	1,83
30°	2,20	2,14	2,09	2,04	1,99	1,94	1,89	1,85

Tablica ta, poczerpnięta z Landolta i Börnsteina, zawiera dane dla 1890 roku. Składowa pozioma corocznie powiększa się o *circa* 0,003 C. G. S.

§ 36. *Teoria magnetyzmu — „polaryzacja“*. Pragnąc jaknajtreściwiej przedstawić teorye magnetyzmu, pozwalające na ujęcie zjawisk magnetyzmu w ramy rachunków, musimy przedewszystkiem uprzytomnić sobie, co należy pojmować pod wyrazem „polaryzacja“, zarówno w nauce o magnetyzmie, jak i w nauce o elektryczności.

Otóż, jeżeli jakiegokolwiek ciało lub jego cząstka posiada takie własności w pewnym określonym kierunku, że obróciwszy je na π w ten sposób, żeby ów określony kierunek zmienić na wręcz przeciwny, zmienimy zarazem i własności ciała lub cząstki względem otaczających przedmiotów na wręcz przeciwnie, wówczas mówimy, że ciało lub cząstka jest „spolaryzowaną“ w odniesieniu do owych własności, a same własności stanowią wtedy specjalny rodzaj polaryzacji.

Tak na przykład możemy twierdzić, że obrót ciała około osi jest rodzajem „polaryzacji“, bo jeśli w czasie obrotu zmienimy kierunek osi na wręcz przeciwny, wówczas i kierunek ruchu obrotowego w przestrzeni zmieni się na wręcz przeciwny.

Przewodnik, po którym przebiega prąd elektryczny, możemy nazwać „spolaryzowanym“, ponieważ obróciwszy przewodnik, zmienimy kierunek prądu w przestrzeni, nie zmieniając go w przewodniku.

Jednem słowem, jeśli jakakolwiek własność ciała określa się za pomocą wielkości matematycznej lub fizycznej o charakterze wektorowym (patrz str. 14), wówczas ciało to możemy nazwać „spolaryzowanym“, gdyż ma ono wręcz przeciwnie własności w dwóch wręcz przeciwnych kierunkach (biegunach).

Tak np. bieguny ziemi w odniesieniu do kierunku jej obrotu są wręcz przeciwnie i wskutek tego mają różne nazwy. Z powyższego okazuje się, że takie pojmowanie „polaryzacji“ jest tylko lingwistycznie związane z pojęciem polaryzacji światła, do której powyższe określenia wcale się nie stosują.

Gdy więc wypadnie nam mówić o polaryzacji magnetycznej, to będziemy wtedy rozumieli, że ciało spolaryzowane

magnetycznie posiada w najmniejszej swej części wręcz przeciwnie własności magnetyczne na dwóch końcach pewnego kierunku, zwanego osią magnetyczną.

§ 37. *Magnetyzm — „płyn magnetyczny“*. W § 32 mówiliśmy o natężeniu bieguna. Otóż wielkość, wyrażającą natężenie bieguna, niektórzy autorowie nazywają także „magnetyzmem“, albo „płynem magnetycznym“. Tak pojęty „magnetyzm“ powinien w umyśle czytelnika posiadać tylko takie własności, jakie przypisujemy biegunom magnezu, — jest on więc tylko wyrażeniem matematycznym, związanem z oddziaływaniem na się dwóch biegunów. Wymiary więc magnetyzmu są takie same, jak wyprowadzone w § 32 wymiary bieguna.

Jeżeli długi cienki magnes zbadamy dokładniej, to przekonamy się, że w pośrodku nie posiada on własności magnetycznych; lecz rozłamawszy go na dwie części, przekonamy się, że każda z nich ma biegun w miejscu złamania. Rozłamując magnes na mnóstwo drobnych części, przekonamy się, iż każda z nich ma dwa bieguny na krańcach i okolicę obojętną pośrodku. Natężenia obu krańcowych biegunów są zawsze liczebnie równe, a co do znaków — wręcz przeciwnie; jednym słowem nie można ani drogą dzielenia gotowych magnesów, ani też drogą namagnesowywania otrzymać magnes o jednym biegunie.

Przypuśćmy teraz, że pojedyncze odłamki magnezu składamy napowrót razem, aby wytworzyły tę pierwotną sztabę, z której powstały. W takim razie w każdym połączeniu zetkną się ze sobą dwa bieguny liczebnie równe, lecz znaków przeciwnych, wskutek czego działanie ich zewnętrzne będzie równem zeru. Toż samo ma miejsce na każdym złaczeniu, i w rezultacie w ten sposób odbudowujemy pierwotny magnes z dwoma równymi różnoimiennymi biegunami na końcach i z okolicą obojętną w pośrodku.

Te wielce charakterystyczne własności magnezu zmuszają koniecznie do pewnych dopełnień w teorii magnetyzmu. Gdybyśmy zechecieli „magnetyzm“ zdefiniowany na początku tego paragrafu uważać nie za wyrażenie matematyczne, lecz za istotną materję, za „nieważki płyn magnety-

czny“ — to musielibyśmy zarazem koniecznie teorię taką uzupełnić następującymi dopełnieniami: 1) że w każdej cząstce ciała magnetycznego nienamagnesowanego znajdują się dwa zobojętniające się wzajem „pływy magnetyczne“, 2) że magnesowanie polega na ich rozdzieleniu i 3) że płyn magnetyczny nie może w ciele magnetycznym przenosić się z jednej cząstki na drugą. Taką jest *teorya Poissona*. Trzecia z wyliczonych zasad objaśnia zjawiska przy łamaniu magnesów i stanowi charakterystyczną cechę, wyróżniającą teorię „płynów magnetycznych“ od teorii dwóch elektryczności Symmera (patrz § 62). Według tej teorii cząstka ciała magnetycznego jest podobna do małego odosobnionego przewodnika. W odosobnionym przewodniku siły elektryczne wywołują rozkład obu elektryczności, — i podobnie — w cząstce ciała magnetycznego, umieszczonej w polu magnetycznym, zbiera się na jednym krańcu cząstki nadmiar dodatniego, a na drugim — nadmiar ujemnego „pływu magnetycznego“. — Lecz „pływy elektryczne“ mogą przenosić się z jednych części ciała na drugie, podczas gdy ruch „płynów magnetycznych“ wedle teorii Poissona ogranicza się tylko w obrębie pojedynczej cząstki.

§ 38. Jednakże *Weber* wytworzył inną teorię magnetyzmu, w której hipoteza „płynów magnetycznych“ jest zupełnie zbyteczną, a która pomimo to jest w stanie objaśnić wszystkie wyliczone powyżej fakty, nadaje się również i do matematycznego traktowania, a od tegoż Poissona stoi o tyle wyżej, iż uwalnia nas od przyjmowania i mówienia o istnieniu nieważkich płynów.

Wedle teorii Webera cząstki żelaza i każdego ciała magnetycznego są zawsze magnesami, nawet wówczas, gdy ciała te nie są namagnesowane, — lecz w stanie obojętnym osie tych elementarnych magnesów są skierowane równomiernie we wszystkie strony, wskutek czego sztaba żelaza określonych wymiarów nie może uzewnętrzniać własności magnetycznych.

Skoro jednak żelazo umieścimy w polu magnetycznym, wówczas osie niektórych albo też wszystkich elementarnych

magnesów przyjmują kierunek pola i sprawiają, że żelazo, jako całość, staje się magnesem.

Skoro osie wszystkich elementarnych magnesów staną się do siebie równoległymi, wówczas żelazo dochodzi do maximum namagnesowania. A więc wedle teorii Webera powinna istnieć pewna granica, poza którą stopień namagnesowania przekroczyć nie może. Bardzo liczne doświadczenia stwierdzają istotnie ten fakt, że tego rodzaju granica istnieje. W dalszym ciągu poznamy bliżej te fakty (patrz hystereza), obecnie zaś wystarczy nam przytoczenie doświadczeń Beetza, robionych nad żelazem otrzymanywanem drogą elektrolityczną w polu magnetycznem, które stanowczo dowodzą istnienia takiej granicy.

Na werniksie, pokrywającym drut srebrny, ostrym nożem robił on podłużną kreskę, w celu obnażenia metalicznej powierzchni srebra. Drut ten po połączeniu z katodem zanurzał w kąpeli żelaznej, która znowu była umieszczona w polu magnetycznem w ten sposób, że kierunek pola zgadzał się z kierunkiem drutu. Częstki żelaza działaniem prądu osadzały się na wąskiej obnażonej powierzchni srebra. Powstająca w ten sposób niteczka żelaza wykazywała stosunkowo olbrzymi moment magnetyczny, który następnie pod działaniem najpotężniejszych pól magnetycznych, działających w tym samym kierunku, powiększał się tylko bardzo nieznacznie.

Jeśli jest prawdą, jak utrzymuje Weber, że cząstki żelaza są zawsze magnesami, to jakakolwiek siła magnetyczna, wystarczająca do skierowania ich osi, powinna w doświadczeniu Beetza dać nam magnes o maksymalnym namagnesowaniu, gdyż cząstki te w chwili osadzania się elektrolitycznego, wydzielając się z roztworu, przedstawiać muszą wielką i jednostajną swobodę ruchu. Istotnie, stopień namagnesowania nitki żelaznej sposobem Beetza od natężenia pola magnesującego nie zależy.

Gdyby zaś żelazo składało się z cząsteczek obojętnych, które dopiero pod wpływem sił magnetycznych stają się magnesami, to w doświadczeniach Beetza, tak samo jak i w zwyczajnym żelazie miękkim, powstający stopień nama-

gnesowania winien zależeć od natężenia siły magnesującej, czego w zupełności pomienione doświadczenia nie stwierdzają.

§ 39. W różnych gatunkach żelaza i stali skierowanie wszystkich elementarnych magnesów równoległe do jednej osi napotyka pewien opór, zależny od natury materiału, na przewyciężenie którego zużywa się pewna część siły magnesującej. Opór ten, zwany siłą *zatrzymującą* (force coercitive), sprawia, że rozmaite gatunki żelaza pod wpływem jednakowych sił magnesujących otrzymują rozmaite stopnie namagnesowania.

Najmniejszą siłą zatrzymującą przedstawia żelazo miękkie, które w stosunkowo słabych polach staje się względnie silnym magnesem. Podobnież i po wyjęciu z pola magnetycznego żelazo miękkie szybko powraca do stanu pierwotnego, zachowując tylko ślady magnetyzmu, który w tym razie przyjmuje nazwę *magnetyzmu pozostającego* (residual magnetism) albo trwałego.

Kucie powiększa siłą zatrzymującą żelaza; w związkach żelaza z niewielkimi ilościami węgla (stal), wolframu (stal wolframowa) i chromu jest ona największą. Hartowanie przez raptowne oziębienie lub silne kucie powiększa siłą zatrzymującą. Stal hartowana namagnesowuje się daleko trudniej, aniżeli żelazo, ale też zatrzymuje bardzo znaczną część nabytego magnetyzmu w postaci *magnetyzmu pozostającego*.

Winniśmy zapamiętać, że natężenie pola wywołującego namagnesowanie zowie się *siłą magnesującą*.

Na korzyść hipotezy Webera przemawia jeszcze i ta okoliczność, że wszelkie działania ułatwiające ruchy cząsteczkowe sprzyjają namagnesowywaniu i rozmagnesowywaniu. Sztaba żelazna trzymana pionowo, po kilkakrotnem uderzeniu młotem namagnesowuje się zlekka pod wpływem pionowej składowej magnetyzmu ziemskiego. P. Ewing, który rozwinął i uzupełnił teorię Webera, dowiódł, że żelazo miękkie, starannie zabezpieczone od wstrząśnień, można namagnesować daleko silniej, aniżeli stal, lecz najmniejsze nawet wstrząśnienie sprowadza zupełną utratę nabytego magnetyzmu.

Znaczne zmiany temperatury, sięgające powyżej 100°C., osłabiają stopień namagnesowania. W żywej czerwoności magnetyzm ginie w zupełności. Poniżej 100° C. zmiany magnetyzmu są tylko czasowe i są w liniowej zależności od temperatury. Jeśli przez \mathfrak{M}_t oznaczymy moment magnetyczny magnesu przy t° C., a przez \mathfrak{M}_0 takież moment przy 0° C., to

$$\mathfrak{M}_t = \mathfrak{M}_0 (1 - \alpha t).$$

Pan Sholford Bidwell wykazał, że sztaby żelazne przy magnesowaniu wydłużają się nieznacznie i stopniowo, aż do pewnej granicy, po przekroczeniu której występuje pewne skrócenie, jak gdyby cząstki żelaza po przyjęciu określonego kierunku poczęły się zbliżać wskutek wzajemnego oddziaływania na się różnorodnych biegunów. Sztaba stali lub żelaza, poddana zmiennym co do kierunku i natężenia siłom magnesującym, może wydawać słyszalny charakterystyczny szmer, jeśli częstość zmian będzie odpowiednią. Temi to zmianami w długości magnesu objaśnia się znane zjawisko Page'a, polegające na tem, że telefon bardzo wyraźnie wydaje dźwięki, nawet po usunięciu zeń blaszki żelaznej. Same wydłużania się i przykrócenia magnesu pod wpływem prądów przemiennych wystarczają w tym razie do wzbudzenia słyszalnych drgań powietrza.

§ 40. Wypada nam teraz poddać bliższej analizie zarówno własności weberowskich *magnesów elementarnych*, jak i całych magnesów o skończonych wymiarach, jakie z ugrupowania się magnesów elementarnych powstawać mogą. W tym celu musimy przedewszystkiem poznać parę nowych pojęć.

Natężeniem namagnesowania magnesu elementarnego nazywać będziemy iloraz z podzielenia jego momentu przez jego objętość. Wielkość tę stale będziemy oznaczali przez \mathfrak{S} , a więc

$$\mathfrak{S} = \frac{\mathfrak{M}}{v}, \quad \text{wymiały } [\mathfrak{S}] = [M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}].$$

Przypuściwszy, że magnesy elementarne mają formę cylindryczną i że magnetyzm ich jest całkowicie i równo-

miernie zebrany na podstawach cylindra, możemy wyprowadzić pojęcie gęstości powierzchniowej magnetyzmu, albo gęstości bieguna, która oczywiście będzie ilorazem z natężenia bieguna (ilości magnetyzmu) m , przez jego powierzchnię s . Oznaczywszy gęstość (powierzchniową) magnetyzmu przez σ , mamy:

$$\sigma = \frac{m}{s}.$$

Jeśli l jest długością magnesu, w takim razie:

$$v = sl \quad \text{i} \quad \mathfrak{M} = ml,$$

a więc

$$\mathfrak{S} = \frac{ml}{sl} = \sigma,$$

to znaczy, że gęstość magnetyzmu i natężenie namagnesowania posiadają jednakowe wartości liczebne i jednakowe wymiary.

Obliczmy teraz potencjał magnetyczny, wywołany przez nieskończenie mały element w punkcie znajdującym się w pobliżu. Niechaj NS będzie magnesem elementarnym (fig. 14), w którego biegunach ilość magnetyzmu jest m ; szu-

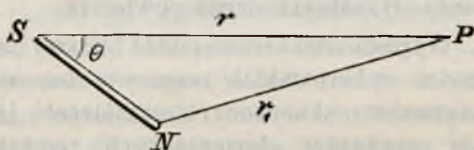


Fig. 14.

kamy potencjału w punkcie P , odległym na r i r_1 od biegunów. Potencjał w tym punkcie jest oczywiście:

$$\Sigma \frac{m}{r} = m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) = m \frac{r - r_1}{rr_1}.$$

Ponieważ magnes elementarny SN jest nieskończenie mały, przeto rr_1 można zastąpić przez r^2 , a $r_1 - r$ przez $dl \cos \theta$, jeśli przez dl oznaczymy długość elementarnego magnesu

SN , a przez θ kąt, jaki tworzy jego oś z kierunkiem r . W takim razie otrzymamy:

$$\sum \frac{m}{r} = m \frac{dl \cos \theta}{r^2} = \frac{\mathfrak{M} \cos \theta}{r^2} \dots (24).$$

§ 41. *Ważniejsze formy magnesów. Solenoidy.* Jeżeli wąski podłużny cylinder ciała magnetycznego (żelaza, stali) jest namagnesowany wzdłuż osi, w takim razie iloczyn z poprzecznego przecięcia takiego cylindra przez przeciętne natężenie namagnesowania na temże przecięciu nazywamy natężeniem magnesu na temże przecięciu. Gdybyśmy takie włókno magnetyczne zdołali przeciąć, nie zmieniając wcale stopnia namagnesowania go, to na obu powierzchniach przecięcia znaleźlibyśmy wręcz przeciwne i równe ilości magnetyzmu, których gęstość powierzchniowa byłaby liczebnie i wymiarowo równa natężeniu namagnesowania na danem przecięciu, — a całkowite ilości magnetyzmu byłyby liczebnie i wymiarowo równe natężeniu magnesu. Taki bardzo wąski podłużny magnes, który ma jednakowe natężenie na wszystkich przecięciach, zowie się *solenoidem* albo *włóknem magnetycznem*, inaczej *magnesem solenoidalnym*.

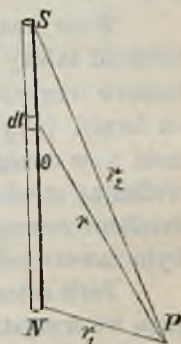


Fig. 15.

Obliczymy potencjał magnetyczny w pobliżu solenoidu. Niechaj m będzie natężeniem solenoidu ¹⁾, dl — jego elementem długości, r — odległością tegoż elementu od punktu P (fig. 15), w którym chcemy oznaczyć potencjał, wreszcie θ niech będzie kątem, jaki oś elementu dl tworzy z kierunkiem r . Na zasadzie wzoru (24) możemy napisać, że potencjał wywołany w punkcie P przez element dl jest:

$$m \frac{dl \cos \theta}{r^2} = \frac{m}{r^2} \frac{dr}{dl} dl.$$

¹⁾ Natężenie magnesu jest prosto ilością magnetyzmu na całkowitem przecięciu, — stąd dla oznaczenia go używamy tegoż znaku, co i dla oznaczenia magnetyzmu.

Całkując to wyrażenie względem l , tak, aby wziąć w rachunek wszystkie magnesy elementarne, tworzące solenoid NS , otrzymamy wartość potencjału \mathfrak{Q} w punkcie P :

$$\mathfrak{Q} = m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots \dots \dots (25),$$

gdzie r_1 jest odległością punktu P od dodatniego (północnego), a r_2 — od ujemnego końca solenoidu.

Wzór ten wykazuje, że potencjał wywołany przez solenoid zależy jedynie od jego natężenia i od położenia jego końców względem uważanego punktu, a zupełnie nie zależy od formy, jaką pomiędzy temi końcami przedstawia. Solenoid więc danego natężenia może być prostolinijny lub krzywolinijny między dwoma danymi końcami, co wcale na jego działanie zewnętrzne nie wpływa, byleby tylko jego natężenie było zawsze jednakowe.

Jeśli solenoid tworzy krzywą zamkniętą, to potencjał jego we wszystkich zewnętrznych punktach równa się zeru, równie jak i wszelkie działanie zewnętrzne. Namagnesowanie więc takiego pierścieniowatego solenoidu można wykryć dopiero po złamaniu go w jakimkolwiek punkcie.

Założywszy w równaniu (25), że

$$\mathfrak{Q} = m \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \text{stałej},$$

otrzymujemy powierzchnię ekwipotencyalną. Cały układ takich powierzchni możemy wykreślić sposobem wskazanym w § 18. Fig. 16 wskazuje układ powierzchni ekwipotencyalnych i linii sił około solenoidu, o biegunach $+m$ i $-m$. Linie siły są oznaczone pełniami, a powierzchnie ekwipotencyalne kropkowanemi liniami. Każdy cylindryczny lub pryzmatyczny magnes możemy uważać za składający się z wiązki włókien magnetycznych solenoidalnych. Działanie zewnętrzne takich magnesów jest zupełnie takie same, jak gdyby na ich podstawach mieściły się równe ładunki magnetyzmu o jednakowych gęstościach powierzchniowych σ i wręcz przeciwnych znakach. Natężenie siły magnetycznej

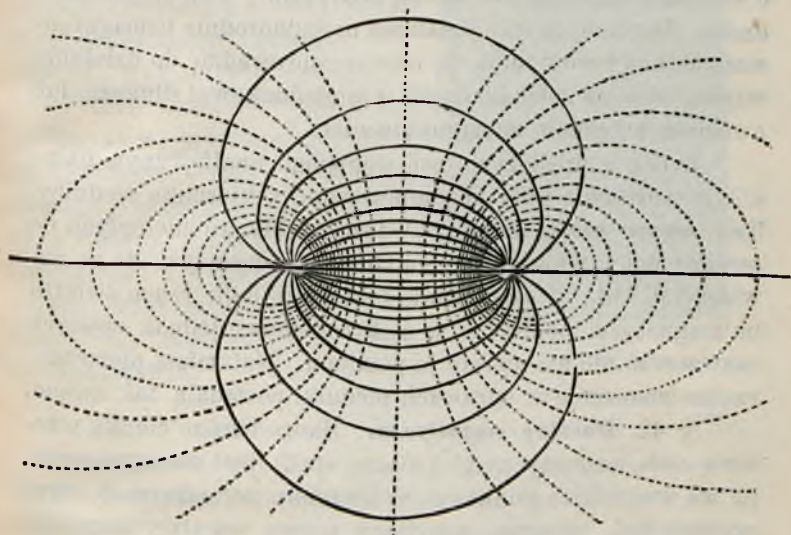


Fig. 16.

w punkcie P , leżącym na przedłużeniu osi takiego magnesu, łatwo można obliczyć na zasadzie wzoru 12. Istotnie:

$$\mathfrak{H} = + 2 \pi k \sigma (1 - \cos \alpha) - 2 \pi k \sigma (1 - \cos \alpha_1),$$

$$\mathfrak{H} = 2 \pi k \sigma (\cos \alpha_1 - \cos \alpha),$$

a ponieważ na zasadzie § 40 $\sigma = \mathfrak{I}$, więc mamy też:

$$\mathfrak{H} = 2 \pi k \mathfrak{I} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha),$$

gdzie α i α_1 oznaczają kąty płaskie, pod jakimi z punktu P widzimy promienie obu podstaw magnesu.

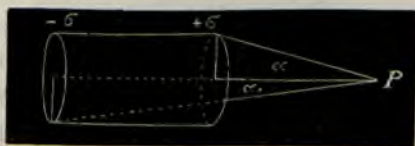


Fig. 17.

Takie magnesy, których działanie zewnętrzne można sprowadzić do działania wiązki włókien solenoidalnych,

o jednakowem natężeniu namagnesowania, zwą się jednorodnemi. Bardziej zawile działania niejednorodnie namagnesowanych magnesów dają się zawsze sprowadzić do działania wiązki włókien solenoidalnych o niejednakowej długości lub o różnem natężeniu namagnesowania.

Jeden z prostszych pod względem analitycznym układów przedstawia kula namagnesowana w kierunku średnicy. Taki *magnes kulisty* możemy uważać za zbiór równoległych do owej średnicy włókien solenoidalnych, kończących się na powierzchni kuli. Rozpatrzenie takiego układu rzuca światło na magnetyzm ziemski,— w elektrotechnice jednak częstych zastosowań nie ma, przeto je pomijam. Natomiast pierwszorzędne znaczenie w sprawach techniki posiadają tak zwane:

§ 42. *Warstwy magnetyczne*. Skoro bardzo cienka warstwa ciała magnetycznego (żelaza, stali) jest namagnesowana we wszystkich punktach w kierunku normalnym do swej powierzchni, wówczas przyjmuje nazwę warstwy magnetycznej, bez względu na to, czy jest płaską czy krzywą. Iloczyn wypadający z pomnożenia gęstości powierzchniowej warstwy w danym punkcie przez jej grubość, nazywa się *natężeniem warstwy* w tymże punkcie. Warstwa zowie się *jednorodną*, jeśli iloczyn ten dla wszystkich jej punktów jest ilością stałą. Każdą warstwę możemy uważać za zbiór magnesów elementarnych, ułożonych jeden obok drugiego. Warstwy o rozmaitem natężeniu w rozmaitych punktach można uważać jako zbiór warstw jednorodnych o rozmaitem natężeniu.

Oznaczywszy przez σ gęstość powierzchniową warstwy (równą natężeniu namagnesowania \mathfrak{S} , patrz § 40), przez ϵ jej grubość, a przez \mathfrak{P} jej natężenie, otrzymamy:

$$\mathfrak{P} = \epsilon \sigma = \epsilon \mathfrak{S}.$$

Iloczyn ten, posiadający duże zastosowania w elektrotechnice, przedstawia moment magnetyczny warstwy na jednostkę powierzchni. Wymiary natężenia warstwy są oczywiście

$$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}].$$

Obliczymy teraz potencjał wywołany przez warstwę w jakimkolwiek punkcie, w pobliżu niej będącym. Niechaj

CC będzie warstwą magnetyczną, na wypukłej stronie której jest magnetyzm północny (dodatni). Potencjał, wywołany w punkcie P przez całą warstwę, jest sumą potencjałów, wywołanych przez jej elementy. Weźmy pod uwagę element o przecięciu ds , którego oś n tworzy z linią łączącą go z punktem P kąt θ . Potencjał wywołany przez ten element w punkcie P na zasadzie wzoru (24) jest oczywiście:

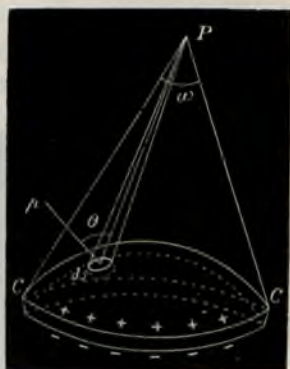


Fig. 18.

$$d\mathfrak{Q} = \frac{\varepsilon \sigma \cos \theta ds}{r^2} \dots \dots \dots (26),$$

gdzie r jest odległością od P do ds .

Lecz figura 18 wykazuje, że $\frac{ds \cos \theta}{r^2}$ jest kątem bryłowym, pod jakim z punktu P widzimy powierzchnię ds . Oznaczywszy ten nieskończenie mały kąt bryłowy przez $-d\omega$ i podstawivszy \mathfrak{P} zamiast $\varepsilon \sigma$, możemy równanie (26) napisać w postaci:

$$d\mathfrak{Q} = - \mathfrak{P} d\omega.$$

Rozciągając całkowanie na wszystkie elementy warstwy, otrzymamy ostatecznie:

$$\mathfrak{Q} = - \mathfrak{P} \omega \dots \dots \dots (27).$$

Zauważyć tu musimy, że kątom bryłowym nadawać będziemy znak $+$ wówczas, gdy ich wierzchołek znajduje się na południowej (odjemnej) stronie warstwy, a znak $-$ wówczas, gdy ich wierzchołek, jak w uważanym wypadku, jest po dodatniej stronie warstwy. Z tego to powodu prawa strona równania (27) ma znak odjemny.

Aby twierdzeniu wyrażonemu we wzorze (27) nadać redakcyę słowną, zważmy wypadek taki, w którym warstwa jest wielokrotnie lub jednokrotnie zagięta. Niechaj podwójna

linia krzywa na fig. 19 przedstawia przecięcie warstwy z płaszczyzną rysunku. Otóż $\int d\omega$ dla całej warstwy względem punktu P sprowadza się do kąta bryłowego BPD ,

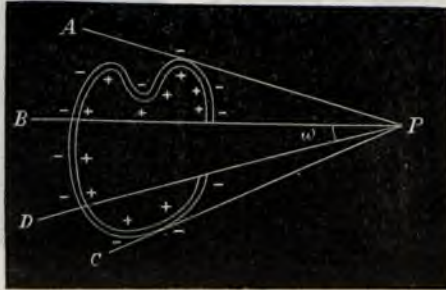


Fig. 19.

pod jakim z punktu P widzimy jej kontur (brzeży), gdyż wartość $\int d\omega$ dla przestrzeni APB i dla przestrzeni DPC równa się zeru, gdyż w tych przestrzeniach promień wodzący wchodzi zawsze jednakową liczbę razy w dodatnią i w ujemną stronę warstwy. Na tej zasadzie możemy postawić twierdzenie następujące: *Potencjał wywołany w danym punkcie przez warstwę magnetyczną równa się iloczynowi z natężenia warstwy przez kąt bryłowy, pod jakim z uważanego punktu widzimy kontur warstwy.* Twierdzenie to zawdzięczamy Gauss'owi.

Jeżeli jednostkę magnetyzmu przeniesiemy z punktu P , leżącego na dodatniej stronie warstwy, do przeciwnego

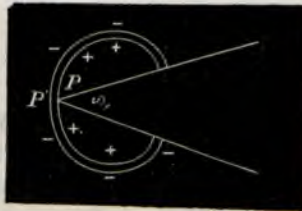


Fig. 20.

mu punktu P' , leżącego na odjemnej stronie warstwy, to wykonana przy tem praca będzie równa różnicy potencjałów obu tych punktów, a mianowicie :

$$- \mathfrak{P} (\pm \pi - \omega_1) \quad \text{i} \quad + \mathfrak{P} \omega_1 .$$

Różnica ta, bez względu na znak, wynosi $4\pi\psi$, znak zaś jej zależy od tego, czy przenosimy magnetyzm od P do P' , czy też naodwrot. Jaką drogę opisuje przy tem przenoszony magnetyzm, to na wielkość wykonanej pracy nie wpływa. Całą ważność tego twierdzenia w zastosowaniach praktycznych poznamy przy opisie prądów magnetycznych.

§ 43. *Energia magnesu w polu i wzajemna energia dwóch warstw.* Energią jakiegokolwiek układu nazywamy tę ilość pracy, jaką on może wykonać. Z prawa zachowania energii wynika, że taką samą ilość pracy zużyto przy wytwarzaniu danego układu. Z zasady tej wynika niepomiarowa praktyczna doniosłość twierdzeń, określających energię układów magnetycznych, gdyż ona to jest miarą tej pracy mechanicznej, jaką musimy zużyć na wytworzenie tych układów.

Wyobraźmy sobie pole magnetyczne wytworzone przez biegun o natężeniu $+m$, umieszczony w punkcie P (fig 18 lub 19). Praca, jaką należy wykonać, aby warstwę doprowadzić z nieskończoności do zajmowanego przez nią położenia, jest energią tej warstwy w polu i wyraża się przez

$$m\mathfrak{B} = - m\psi\omega.$$

Lecz $m\omega$ jest fluxem (przepływem) siły przez przestrzeń ograniczoną konturem warstwy. Oznaczmy ten przepływ przez \mathfrak{N} , znakując go tak samo jak kąty bryłowe. W takim razie energia warstwy wyrazi się przez

$$W = - \psi\mathfrak{N}.$$

Jeżeli pole magnetyczne wytwarza wiele mas magnetycznych $m, m', m'' \dots$, to całkowitą energią warstwy w polu będzie:

$$W = - \psi \Sigma m\omega = - \psi\mathfrak{N} \dots \dots (a).$$

A więc energia warstwy w polu równa się iloczynowi z natężenia warstwy przez przepływ sił ograniczony konturem warstwy.

Jeśli przepływ siły przenika do warstwy przez dodatnią jej stronę, wówczas przepływ (flux) \mathfrak{N} jest odjemny, a iloczyn $\psi\mathfrak{N}$, wyrażający energię, jest dodatnim.

Z ogólnych zasad fizyki wiadomo, że energia potencjalna układu dąży, o ile tylko to jest możliwem, do minimum; jeśli więc tylko warstwa magnetyczna może się swobodnie poruszać w polu magnetycznem, to zawsze dąży do zajęcia takiego położenia, w którym wyrażenie $\mathfrak{P}\mathfrak{N}$ ma największą wartość ujemną. Warstwa więc do bieguna północnego ¹⁾ zwraca się swą stroną ujemną i stara się doń zbliżyć nieograniczenie. Płaska warstwa magnetyczna, umieszczona w polu jednorodnem, zajmuje położenie prostopadłe do kierunku pola w taki sposób, że linie siły wchodzą w nią z jej strony ujemnej (południowej).

Energię wzajemną dwóch warstw bardzo jest łatwo obliczyć. Zważmy dwie warstwy magnetyczne o natężeniach \mathfrak{P} i \mathfrak{P}' . Oznaczmy przez \mathfrak{N}' przepływ siły wychodzący z warstwy \mathfrak{P}' i ograniczony konturem warstwy \mathfrak{P} . Na zasadzie wzoru (a) energia warstwy \mathfrak{P} w polu wytworzonym przez warstwę \mathfrak{P}' jest:

$$- \mathfrak{P}\mathfrak{N}'.$$

Podobnie, energia warstwy \mathfrak{P}' jest $-\mathfrak{P}'\mathfrak{N}$, jeśli przez \mathfrak{N} oznaczymy przepływ siły wychodzący z warstwy \mathfrak{P} i ograniczony konturem warstwy \mathfrak{P}' . Oba te wyrażenia są sobie równe, gdyż wyrażają jedną i tę samą ilość pracy zużytej na doprowadzenie obu warstw do zajmowanych przez nie położzeń. A więc wzajemna energia W dwóch warstw

$$W = - \mathfrak{P}\mathfrak{N}' = - \mathfrak{P}'\mathfrak{N} = - \mathfrak{P}\mathfrak{P}'\mathfrak{M},$$

jeśli założymy, że

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{P}} = \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{P}'}$$

Jeżeli $\mathfrak{P} = \mathfrak{P}' = 1$,

to $- W = + \mathfrak{M} = + \mathfrak{N} = \mathfrak{N}'$.

¹⁾ Mowa tu o północnym biegunie magnesu, a więc o południowym biegunie ziemi, bo w nim się mieści magnetyzm dodatni, czyli północny. W dziele Maxwella notacja jest odwrotna.

Spółczynnik \mathfrak{M} nazywa się *spółczynnikiem wzajemnej indukcji* dwóch warstw. Wyraża on energię wzajemną dwóch warstw równie jak i przepływ siły przez każdą z nich, wówczas gdy natężenia obu warstw równe są jednościom.

A więc wzajemna energia dwóch warstw równa się iloczynowi z ich natężeń przez współczynnik wzajemnej indukcji, wziętemu ze znakiem przeciwnym.

Wymiar współczynnika \mathfrak{M} sprowadza się do wymiaru długości [L], gdyż istotnie: wymiar natężenia warstwy [\mathfrak{P}] jest [$M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$], a wymiar pracy [W] jest [$ML^2 T^{-2}$], więc na zasadzie (a) mamy:

$$[ML^2 T^{-2}] = [M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}]^2 [\mathfrak{M}] = [MLT^{-2}] [\mathfrak{M}],$$

$$\text{stąd} \quad [\mathfrak{M}] = [L]. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Magnesowanie przez indukcję.

§ 44. *Magnetyczne własności ciał.* Dotychczas rozpatrywaliliśmy teoretycznie rozkład magnetyzmu w magnesach, usprawiedliwiając nasze wywody dostrzeżeniami własnościami magnesów i nie zwracając wcale uwagi na materiał stanowiący owe magnesy. W praktyce jednak elektrotechnicznej związki, jakie istnieją między naturą materiału służącego do wyrobu magnesów z jednej strony, a ich magnetycznymi własnościami z drugiej, odgrywają pierwszorzędną rolę i zostały o tyle uporządkowane, że można je w sposób ścisły określać.

Sztaba żelaza, umieszczona w polu magnetycznym, staje się magnesem, którego natężenie jest w ogóle tem większe, im większem jest natężenie pola magnesującego. Po usunięciu z pola żelazo to traci w części lub w całości swój magnetyzm. Wskutek tego w magnetyzmie sztaby należy odróżniać magnetyzm wzbudzony czasowo czyli czasowy (temporary), od magnetyzmu trwałego czyli pozostającego. Jeżeli magnetyczne własności żelaza zależą całkowicie od natężenia pola, w którym to żelazo jest umieszczone, i jeżeli po wyjęciu z pola traci w zupełności swój magnetyzm, wówczas nosi nazwę żelaza *magnetyczniś miękkiego*. Godnem jest uwagi, że żelazo magne-

tycznie miękkie jest zarazem i mechanicznie miękkim: daje się łatwo zginać, słabo oddziaływa sprężyste i trudno je złamać.

Takie żelazo, które po wyjęciu z pola zachowuje nabyty w niem magnetyzm, zowie się *magnetycznie twardem*. Opiera się ono zarówno rozmagnesowywaniu jak i namagnesowywaniu, a mechanicznie jest bardziej kruche i mniej giętkie, niż żelazo magnetycznie miękkie. Kucie, walcowanie, wyciąganie na druty i raptowne oziębienia wytwarzają żelazo magnetycznie twarde,— odpuszczanie zaś — robi je magnetycznie miękkim.

Zarówno magnetyczne jak i mechaniczne różnice pomiędzy miękką i twardą stalą są daleko większe, aniżeli między miękkim i twardem żelazem. Stal odpuszczona na miękko przyjmuje i traci magnetyzm równie łatwo jak żelazo miękkie, podczas gdy zahartowana na twardo— jest najlepszym materiałem na trwałe magnesy.

Surowiec, jakkolwiek zawiera więcej węgla, aniżeli stal, pomimo to zatrzymuje w sobie magnetyzm o wiele słabiej.

Ciałem *magnetycznie sztywnem* nazywamy takie ciało, które przedstawia stałe natężenie namagnesowania, bez względu na natężenie pola, w jakim jest umieszczone. Materiału magnetycznie sztywnego dotychczas nie znamy, chociaż obwód, po którym przebiega prąd elektryczny, jest zupełnie sztywnym magnesem, czyniącym zadość powyższemu określeniu.

§ 45. *Podatność magnetyczna.* W celu liczbowego scharakteryzowania wewnętrznych magnetycznych własności materiału, zależnych od jego natury chemicznej, używane bywają dwie drogi. Jedna z nich polega na wprowadzeniu do nauki pojęcia podatności magnetycznej materiału, zwanej także *spółczynnikiem indukcji magnetycznej*, który jest stosunkiem natężenia namagnesowania materiału do natężenia pola, wywołującego to namagnesowanie. W określeniu tem możemy użyć wyrazu „stosunek“, gdyż natężenie namagnesowania i natężenie pola (patrz §§ 32 i 40) mają jednakowe

to w samym krążku, już po wprowadzeniu go w pole i po wzbudzeniu w nim namagnesowania jest ono inne, — a mianowicie jest to pole wypadkowe siły \mathfrak{H} i sił zależnych od obecności magnetyzmów $+\sigma$ i $-\sigma$. Ponieważ wszystkie te siły działają w jednym kierunku, normalnym do powierzchni krążka, przeto wypadkowa równa się ich sumie. Na zasadzie § 29 składowa, wywołana wewnątrz krążka obecnością obu ładunków $+\sigma$ i $-\sigma$ jest

$$+2\pi\sigma - (-2\pi\sigma) = 4\pi\sigma = 4\pi\mathfrak{S},$$

kierunek zaś jej jest przeciwny kierunkowi \mathfrak{H} , a więc wypadkowe natężenie pola wewnątrz krążka jest

$$\mathfrak{H} - 4\pi\mathfrak{S},$$

a więc

$$\kappa = \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{H} - 4\pi\mathfrak{S}},$$

skąd

$$\mathfrak{S} = \frac{\kappa\mathfrak{H}}{1 + 4\pi\kappa} \dots \dots \dots (30).$$

Wyrażenie to wykazuje, że gdyby nawet κ było bardzo wielkie, to nigdy natężenie namagnesowania krążka nie może przekroczyć wartości $\frac{\mathfrak{H}}{4\pi}$, to jest, że w najpodatniejszym nawet materiale natężenie namagnesowania może być co najwyżej $\frac{1}{12}$ częścią natężenia pola, w którym jest krążek umieszczony.

Możemy już teraz zwrócić tu uwagę na różnicę, jaka istnieje między natężeniem pola magnesującego, a natężeniem pola w którym jest umieszczone namagnesowane żelazo. W przytoczonym przykładzie pole, w którym jest umieszczony krążek ma natężenie \mathfrak{H} , lecz pole, które magnesuje krążek ma wewnątrz materiału namagnesowanego natężenie $\mathfrak{H} - 4\pi\mathfrak{S}$ i to właśnie pole jest polem magnesującym w ścisłym tego słowa znaczeniu. We wzorze (29), określającym współczynnik indukcji magnetycznej, mianownik \mathfrak{H} jest właśnie natężeniem pola magnesującego, a nie pola, w którym umieszczony jest materiał namagnesowany, we wzorze zaś (30), \mathfrak{H} jest natężeniem pola

w którym umieszczony jest krążek. Czytelnik sam z łatwością oceni, czemu w danym razie odpowiada symbol ξ .

Cylinder żelazny umieszczony w ten sposób, że oś jego jest prostopadłą do kierunku pola, podobnie jak i krążek magnesuje się bardzo nieznacznie.

II) *Cylinder* nieograniczenie długi, umieszczony tak, że oś jego zlewa się z kierunkiem pola, pozwala bardzo łatwo wyznaczyć κ , gdyż przy bardzo znacznej długości cylindra, wpływ magnetyzmów zebranych na biegunach (końcach), w pośrodku cylindra jest tak mały, że można go pominąć, a w takim razie

$$\xi = \kappa \zeta,$$

gdzie ζ jest zarówno natężeniem pola magnesującego, jak i pierwotnem natężeniem pola otaczającego cylinder.

Istotnie, doświadczenie przekonało, że w danem polu cylinder stalowy otrzymuje tem większe natężenie namagnesowania, im jest dłuższy, gdyż wtedy mniej się ujawnia odmagnesowujące działanie jego biegunów. Krótkie cylindry stalowe nie mogą stanowić dobrych magnesów, gdyż działanie ich własnych biegunów dąży do rozmagnesowania ich. Naodwrot — długie cylindry powinny się namagnesowywać silnie i zachowywać nabyty stan magnetyczny trwale. Obie te ostatnie dedukcye doświadczenie potwierdza wszęchnie.

III) *Pierścień* o dowolnem przecięciu przedstawia istotnie najprostszyp wypadek, jeśli tylko wyobrazimy sobie, że pole magnesujące ma w każdym punkcie pierścienia kierunek równoległy do jego kolistej osi i jeśli we wszystkich punktach jest stałem co do natężenia. Pierścień taki otrzyma we wszystkich punktach jednakowe natężenie namagnesowania, nigdzie wszakże nie wystąpią bieguny swobodne, w skutek tego pierwotne pole nigdzie nie zostanie w niczem zmienione i κ wyznaczymy wprost z zasadniczego równania (29):

$$\xi = \kappa \zeta.$$

Przekonamy się następnie, iż w praktyce łatwo można otrzymać takie pole, owijając pierścień żelazny przewodnikiem,

po którym przebiega prąd elektryczny stały co do kierunku i natężenia. Po ustaniu prądu pierścień zachowuje całkowicie nabyte namagnesowanie, gdyż wskutek braku swobodnych biegunów nie masz w nim żadnej siły odmagnesowującej.

§ 46. *Siła podnosząca magnesu* daje możność oznaczenia natężenia namagnesowania cylindrycznego magnesu, a chociaż praktyczne wykonanie tych oznaczeń nie daje tak ścisłych rezultatów, jakie otrzymać można bezpośrednio na zasadzie momentu magnetycznego (patrz § 33), nie mniej przeto w technice bywa nader często stosowane, ze względu na swą niepomiarową prostotę i łatwość praktycznego przeprowadzenia, praktyczne bowiem oznaczenie momentu magnetycznego jest dość trudnem i zawiłem. Z tego względu musimy rozpatrzyć teoretyczne podstawy tego rodzaju oznaczeń.

Wyobraźmy sobie, że w cylindrycznym magnesie nieograniczonej długości, namagnesowanym równolegle do osi, wycięta jest nieskończenie wąska szczelina prostopadle do osi. Swobodne powierzchnie tej szczeliny są oczywiście nośnikami dwóch równych ilości magnetyzmu, o gęstości powierzchniowej $+\sigma$ i $-\sigma$, równej oczywiście \mathfrak{S} .

Siła, z jaką ilość magnetyzmu $-\sigma$ pokrywająca jednostkę górnej powierzchni szczeliny przyciąga jednostkę magnetyzmu $(+)$ w pobliżu niej umieszczoną, na zasadzie § 29 jest oczywiście $2\pi\sigma$, a więc $+\sigma$ jednostek magnetyzmu, mieszczącego się na jednostce pola dolnej powierzchni, przyciąga z siłą

$$2\pi\sigma^2 = 2\pi\mathfrak{S}^2.$$

Wyrażenie to przedstawia istotnie siłę podnoszącą magnesu na jednostkę powierzchni zetknięcia, lecz po za granicami pola magnesującego. Jeśli jednak uważany cylinder mieści się w polu, którego składowa w kierunku \mathfrak{S} jest \mathfrak{H} , to siłę podnoszącą magnesu na jednostkę pola należy powiększyć o

$$\mathfrak{H}\sigma = \mathfrak{H}\mathfrak{S}.$$

Całkowita więc siła podnosząca na jednostkę pola jest w tym razie

$$\mathfrak{H} \mathfrak{S} + 2\pi \mathfrak{S}^2,$$

a na całą powierzchnię zetknięcia S :

$$(\mathfrak{H} \mathfrak{S} + 2\pi \mathfrak{S}^2) S.$$

Wyobraźmy sobie teraz, że do magnesu cylindrycznego, w którym pole podstawy jest S , przytykamy kotwicę żelazną, którą obciążamy dokładanymi stopniowo ciężarkami, aż do oderwania jej od magnesu. Niechaj ciężar odrywający będzie p dyn, w takim razie, nie uwzględniając natężenia, \mathfrak{H} , pola zewnętrznego, mamy:

$$p = 2\pi \mathfrak{S}^2 S \quad \text{i} \quad \mathfrak{S} = \sqrt{\frac{p}{2\pi S}} \dots \dots (30).$$

a uwzględniając to natężenie \mathfrak{H} :

$$(\mathfrak{H} \mathfrak{S} + 2\pi \mathfrak{S}^2) S = p,$$

skąd

$$\mathfrak{S} = \frac{\mathfrak{H}}{4\pi} \left(-1 \pm \sqrt{\frac{8\pi p}{\mathfrak{H}^2 S} + 1} \right) \dots \dots (31).$$

Znak $+$ lub $-$ we wzorze (31) należy użyć zależnie od tego, czy pole zewnętrzne osłabia, czy też wzmacnia działanie magnesu na kotwicę.

Pożytecznie będzie, gdy czytelnik zechce sprowadzić wymiarową jednorodność równań (30) i (31). Praktyczne metody mierzenia, polegające na zastosowaniu tych wzorów, wystarczają w zupełności do oceny podatności magnetycznej materiałów używanych przy budowie maszyn dynamo, aczkolwiek, nie są zupełnie ścisłe.

§ 47. *Przenikliwość i indukcya magnetyczna.* Zjawiska namagnesowywania materiałów, umieszczonych w polu magnetycznym, można rozpatrywać w sposób zupełnie odmienny, który jednak obecnie coraz to szersze zdobywa zastosowania, a ze sposobem wyłożonym w §§ 45 i 46, stoi w bardzo ścisłym związku.

Zaznaczyliśmy już wyraźnie, że przepływ (fluks) siły przez jednostkę powierzchni liczebnie równa się natężeniu pola \mathfrak{H} . Otóż jeśli w polu o natężeniu \mathfrak{H} umieścimy równoległe do kierunku pola cylinder nieograniczonej długości z materiału magnetycznego, to w cylindrze tym przepływ siły będzie inny, aniżeli w pozostałych częściach pola, wskutek tego, że i sam cylinder namagnesuje się. Ten przepływ siły w cylindrze, wywołany przez pole o natężeniu \mathfrak{H} , nazywa się *indukcją magnetyczną* w cylindrze, — będziemy go oznaczać głóską \mathfrak{B} .

Stosunek

$$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} = \mu \dots \dots \dots (32)$$

pomiędzy przepływem siły w cylindrze i przepływem siły w polu magnesującym ten cylinder nazywa się *spółczynnikiem przenikliwości magnetycznej* cylindra. Z określenia tego wynika, że współczynnik przenikliwości magnetycznej tego środowiska, w którym umieszczamy badany cylinder, przyjmujemy za jednostkę.

Wartość współczynnika μ zależy przedewszystkiem od natury uważanego materiału, ale w materiałach takich jak żelazo i stal zależy także i od natężenia pola magnesującego, jest więc dla jednego i tego samego ciała ilością zmienną.

W konkretnych zadaniach praktycznych, określanie magnetycznych własności uważanego materiału można wyznaczać już to za pomocą współczynnika μ , już to za pomocą współczynnika κ z poprzedzających paragrafów, zależnie od tego, jak jest w danym razie dogodniej; obie te wielkości, μ i κ , znajdują się jednak ze sobą w bardzo prostym związku, który wypada poznać, aby mieć możność przechodzenia od jednego sposobu określania do drugiego.

W celu właśnie wykrycia tego związku wyobraźmy sobie, że w cylindrze, położonym równoległe do kierunku pola, wycinamy myślą nieskończenie wąską szczelinę prostopadłe do osi cylindra. Na obu powierzchniach tej szczeliny ujawnią się swobodne magnetyzmy, o gęstościach powierzchniowych $+\sigma$ i $-\sigma$ takich, że

$$\sigma = \mathfrak{B},$$

gdzie \mathfrak{S} jest natężeniem namagnesowania cylindra. Wyobraźmy sobie nadto, że we wnętrzu owej szczeliny wprowadzamy jednostkę magnetyzmu północnego, która pod wpływem obu ładunków $+\sigma$ i $-\sigma$ na powierzchniach szczeliny ulegnie działaniu dwóch składowych jednokierunkowych i skierowanych w jedną stronę, z których każda, na zasadzie § 29, równa się

$$2\pi\sigma = 2\pi\mathfrak{S}.$$

Całkowita więc siła, działająca na jednostkę bieguna (magnetyzmu), umieszczoną wewnątrz cylindra jest

$$\mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{S},$$

gdyż do sumy składowych, zależnych od działania ładunków $+\sigma$ i $-\sigma$, należy dodać składową \mathfrak{H} pola zewnętrznego. Ponieważ zaś siła, działająca na jednostkę bieguna jest zarazem przepływem siły przez jednostkę powierzchni ekwipotencjalnej (prostopadłej do kierunku pola), przeto możemy napisać

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{S} = \mathfrak{H}(1 + 4\pi\kappa) \dots \dots (33).$$

Podstawiając w równaniu (32) wartość na \mathfrak{B} z równania (33), otrzymamy:

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa \dots \dots \dots (34),$$

albo

$$\kappa = \frac{\mu - 1}{4\pi} \dots \dots \dots (35).$$

Ostatnie dwa wyrażenia wykazują, że podatność magnetyczna, κ , dla powietrza jest zerem, a jego przenikliwość magnetyczna, μ , równa się jedności. Te ciała, dla których μ jest większe od jedności, mają dodatnią podatność magnetyczną, ($\kappa > 0$), i zowią się *magnetycznymi* albo też *feromagnetycznymi* lub *paramagnetycznymi*.

Jeżeli przenikliwość magnetyczna ciała jest mniejszą od przenikliwości magnetycznej powietrza ($\mu < 1$), wówczas κ jest mniejsze od zera. Takie więc ciała, zwane *diamagnetycznymi*, w polu magnetycznym magnesują się przeciwnie, niż żelazo lub stal; biegun północny (+) występuje w nich tam, gdzie w stali lub w żelazie wystąpiłby biegun południowy (-). Zgadza się to z uwagą, podaną w przypisku na

str. 15-ej, że natężenie namagnesowania jest ilością o charakterze wektorowym, w której zmiana znaku pociąga za sobą zmianę kierunku na wręcz przeciwny. Gdy więc współczynnik κ ma znak odjemny, to kierunek natężenia namagnesowania \mathfrak{S} , musi być wręcz przeciwny kierunkowi pola magnesującego, gdyż wedle określenia (2J) mamy:

$$\mathfrak{S} = \kappa \mathfrak{H}.$$

Praktycznie nie popełnimy wielkiego błędu przyjmując, że dla wszystkich ciał, z wyjątkiem żelaza, stali i pokrewnych im niklu i kobaltu, przenikliwość magnetyczna jest taka sama, jak dla powietrza ($\mu=1$), to znaczy, że ich podatność magnetyczna $\kappa=0$, gdyż najbardziej diamagnetyczne ciało, jakim jest bizmut, ma przenikliwość $\mu=0,9991$, jak widzimy, bardzo bliską jedności.

§ 48. W tych wypadkach, w których rozpatrywany magnes ma swobodne bieguny i kształt, pozwalający na łatwe oznaczenie momentu magnetycznego (patrz § 33), dzieląc znaleziony moment magnetyczny przez objętość magnesu, otrzymujemy z łatwością natężenie namagnesowania, \mathfrak{S} , i wtedy możemy łatwo posługiwać się współczynnikiem κ . Lecz w tych razach, w których magnes nie ma swobodnych biegunów, lecz tworzy pierścień zamknięty (str. 69), natężenia namagnesowania nie daje się wyznaczyć, gdyż magnes taki ma moment magnetyczny równy zeru i żadnego działania zewnętrznego nie wywiera. Linie siły magnetycznej tworzą w takim razie krzywe, zamknięte całkowicie w masie żelaza i wtedy może być jedynie mowa o przepływie siły, \mathfrak{B} , w takim magnecie, czyli o jego indukcji magnetycznej i związanym z nią współczynnikiem przenikliwości magnetycznej, μ .

Ponieważ indukcję magnetyczną, \mathfrak{B} , równie jak i przenikliwość, μ , można oznaczać praktycznie za pomocą pomiarów elektrycznych (patrz niżej), przeto, znając te wielkości, z pomocą wzorów (35) i (29) możemy oznaczyć κ i \mathfrak{S} nawet dla pierścienia namagnesowanego w sposób, podany na str. 69.

W następnych ustępach, gdy będzie mowa o elektromagnetyzmie, wypadnie nam jeszcze bardzo obszernie mówić o przepływie siły magnetycznej. W tem miejscu zwrócimy

tylko uwagę, że zarówno w pierścieniu namagnesowanym, jak i w prostym cylindrycznym magnesie przepływ siły tworzy obwód zamknięty. Różnica wyraża się tem jedynie, że w pierścieniu linie siły przechodzą całkowicie w żelazie, podczas gdy w magnesach ze swobodnymi biegunami wychodzą z żelaza i zamykają obwód, przenikając przez otaczające powietrze, lub inne ciała w niem umieszczone. Lecz w obu razach przepływ siły należy uważać jako ciągły i jako stanowiący obwód zamknięty. W pierwszym razie przepływ przechodzi w środku jednorodnym, w drugim zaś—w różnorodnym.

§ 49. *Dane praktyczne.* Przenikliwość i podatność magnetyczna znajdują się ze sobą w związku, wykazanym przez równania (34) i (35). Znajomość więc jednej wystarcza do poznania drugiej. Aczkolwiek μ i κ noszą nazwę współczynników, pomimo to są to wielkości zmieniające się dla jednego i tego samego materiału, wraz ze zmianą natężenia pola magnesującego.

Przenikliwość magnetyczna przy niewielkiej sile magnesującej jest bardzo mała, wzrasta szybko, wraz ze wzrostem tej siły, przy pewnej jej wartości dochodzi do maksimum, poczem zmniejsza się stopniowo.

Ponieważ racjonalny związek pomiędzy μ i κ z jednej strony—a siłą magnesującą z drugiej, nie jest wykryty, przeto wielu autorów starało się wyrazić go za pomocą formuł empirycznych.

P. Fröhlich przypuszcza, że podatność, κ , jest proporcjonalną do różnicy pomiędzy maksymalnym i obserwowanym natężeniem namagnesowania, to znaczy iż zakłada, że

$$\kappa = \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{H}} = A (\mathfrak{S}_m - \mathfrak{S}),$$

skąd

$$\mathfrak{S} = \frac{A \mathfrak{S}_m \mathfrak{H}}{1 + A \mathfrak{H}} = \frac{a \mathfrak{H}}{1 + b \mathfrak{H}} \dots \dots (36),$$

gdzie a i b są dwiema stałymi, charakteryzującymi dany materiał.

Formuła ta przedstawia hyperbole, przechodzącą przez początek spólrzędnych i zbliżającą się asymptotycznie do prostej, równoległej do osi odciętych. Krzywe OA na figurze 26, przedstawiające rzeczywiście znaną zależność między \mathfrak{S} i \mathfrak{H} , zbliżone są do krzywych, jakie daje równanie (36) Fröhlicha. Założywszy, że na tych samych figurach (25 i 26) każda jednostka na skali rzędnych przedstawia liczbę 4π , możemy z wielkiem przybliżeniem temż samemi krzywemi wyrażać zależność między \mathfrak{B} i \mathfrak{H} , gdyż

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H} = (1 + 4\pi x) \mathfrak{H},$$

stąd

$$\frac{\mathfrak{B}}{\frac{1}{x} + 4\pi} = x \mathfrak{H} = \mathfrak{S};$$

a ponieważ przy większych wartościach x można z niewielkim błędem $\frac{1}{x}$ w mianowniku odrzucić, przeto $\mathfrak{B} = 4\pi \mathfrak{S}$, i ta sama krzywa przy stosownej skali wyrazi nam i indukcję magnetyczną, \mathfrak{B} , i natężenie namagnesowania, \mathfrak{S} .

Trudniejszą do obliczeń formułę przyjmują pp. Müller, Waltenhofen i Kopp, a mianowicie:

$$\mathfrak{S} = a \text{ arc. tang } b \mathfrak{H},$$

która zawiera także dwie stałe a i b , charakteryzujące dany materiał.

Związek pomiędzy indukcją magnetyczną, \mathfrak{B} , i przenikliwością, μ , wyrażają krzywe na fig. 21, według pp. Hopkinsona, Rowlanda i Shelford Bidwella dla rozmaitych gatunków żelaza i stali. Linia aa jest wykreślona dla żelaza miękkiego z doświadczeń Rowlanda. Linia bb także dla żelaza miękkiego z doświadczeń Shelforda Bidwella. Linia cc dla żelaza miękkiego wedle Hopkinsona. Linia dd dla surowca szarego wedle Hopkinsona.

§ 50. *Wpływ temperatury i wysiłów.* Zachowanie się ciał magnetycznych, jako to: żelaza, stali, niklu i kobaltu w polu magnetycznem jest bardzo złożoną funkcją temperatury.

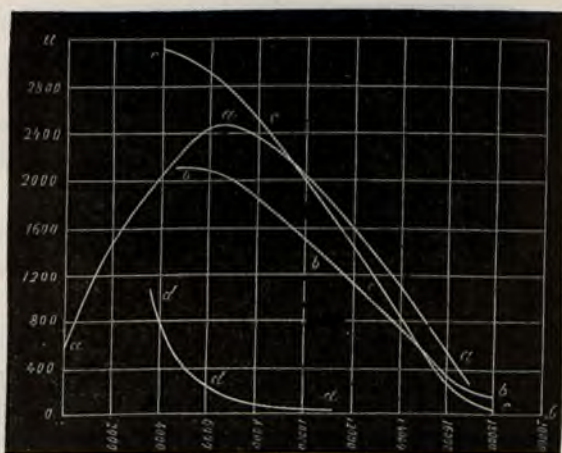


Fig. 21.

Stopniowe podnoszenie temperatury żelaza miękkiego, umieszczonego w bardzo słabym polu magnetycznym (0,3 CGS jednostek) zwiększa stopniowo jego natężenie namagnesowania, a więc i jego przenikliwość magnetyczną od 500 do 11 000. Skoro jednak temperatura dojdzie do 775°C ., przenikliwość spada raptownie do 1.

W silnych polach wpływ temperatury na natężenie namagnesowania zaznacza się o wiele słabiej: podnoszenie temperatury zwiększa je w mniejszym stopniu, ale też i spadek jego przy wysokich temperaturach jest mniej raptownym (Hopkinson). W temperaturze około 785° żelazo odmagnesowuje się zupełnie, wskutek czego p. Hopkinson temperaturę tę nazwał *temperaturą krytyczną* żelaza.

Temperatura krytyczna wyjątkowo miękkiego i czystego żelaza dochodzi 880°C .; dla stali wynosi 690°C ., a dla niklu około 350°C .

Załączony rysunek (fig. 22), poczerpnięty z Hopkinsona, wykazuje zależność \mathfrak{S} od temperatury dla stali umieszczonej w słabym polu. Temperaturze krytycznej (690°C .) odpowiada, jak widzimy, punkt zagięcia krzywej.

Schelford Bidwell, opierając się na stosunkowo niskiej temperaturze krytycznej niklu, oparł budowę swego cieka-

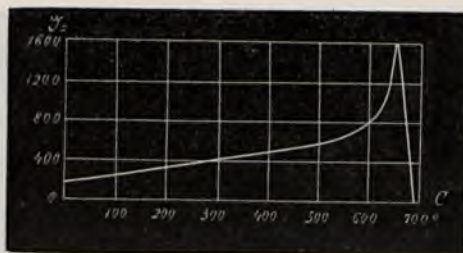


Fig. 22.

wego wahadła, stanowiącego kulę niklową, zawieszoną pomiędzy dwoma elektromagnesami. Pod kulą tą, w pobliżu każdego elektromagnesu ustawia lampkę. Skoro ciepłem lampki kula ogrzeje się powyżej 350°C ., wówczas odrywa się od elektromagnesu,— dąży pchana ciężkością ku średniemu położeniu, mija je w skutek bezwładności, stygnie prztem, staje się na nowo magnetyczną i zostaje przyciągniętą przez drugi elektromagnes, przy którym całe zjawisko powtarza się na nowo, i t. d.

Fryderyk Smith na tej samej zasadzie urządził maszynkę, w której energia cieplikowa zamienia się na ruch mechaniczny wskutek zmian w przenikliwości magnetycznej niklu. Budowa jej jest następująca:

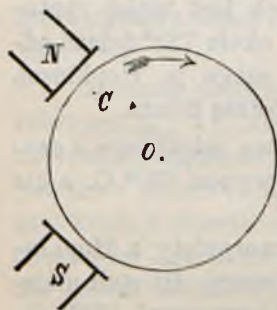


Fig. 23.

Poziomy krążek niklu ($2r = 5$ do 10 cm .) umieszcza się na pionowej osi O w pobliżu biegunów N i S . Punkt C krążka ze spodu ogrzewa się za pomocą lampki o ostrym płomieniu. Skoro temperatura punktu C dosięgnie punktu krytycznego, wówczas z łatwo zrozumiałych powodów rozpoczyna się obrót krążka w kierunku wskazanym przez strzałkę.

Objaśnienia tego rodzaju faktów należy się doszukiwać w raptowej zmianie mechanicznego układu cząsteczek ciał przy temperaturze krytycznej. Istotnie, w temperaturze tej żelazo zmienia raptownie

nietylko swe własności magnetyczne, ale i przewodnictwo elektryczne (Kohlrausch), oraz zdolność termoelektryczną (P. G. Tait). Najważniejszy jednak fakt, popierający przypuszczenie zmian cząsteczkowych spostrzegł p. Barrett. Polega on na tem, że jeśli żelazo lub stal, ogrzane do żywej czerwoności, będziemy powolnie oziębiali w powietrzu,—to przy pewnej temperaturze oziębianie raptownie na krótką chwilę ustaje, a nawet występuje pewne nieznaczne podniesienie temperatury, które najłatwiej można dostrzedz w stali zahartowanej na twardo. Najlepiej jest wykonywać doświadczenie na stalowych drutach do robienia pończoch. Drut taki stygnąc, skoro dojdzie do punktu krytycznego, z ciemnoczerwonego staje się jasnoczerwonym, na skutek ciepła wydzielającego się przy zmianie ugrupowania cząstek. Zjawisku temu dają nazwę *rekalescencyi*, co po polsku *samodzielnem grzaniem się* nazwaćby można.

Na szczególną uwagę zasługuje ten fakt, że w zwykłych temperaturach tak mała liczba metali okazuje własności magnetyczne (żelazo, nikiel, kobalt). Inne pierwiastki magnesują się tak słabo, że je za zupełnie niemagnetyczne można poczytywać. Stąd przypuszczenie, że w zwykłych temperaturach jesteśmy o wiele powyżej temperatur krytycznych danych metali i wniosek, że przy bardzo niskich temperaturach wszystkie pierwiastki posiadają znaczną przenikliwość magnetyczną. Pogląd ten, wygłoszony przez Faraday'a, zyskuje potwierdzenie w badaniach Hopkinsona który przekonał się, że stop 75 cz. żelaza i 25 cz. niklu poniżej 0° C. ma znaczną przenikliwość magnetyczną, chociaż powyżej 0° C. jest zupełnie niemagnetycznym, pomimo iż jest stopem dwóch metali magnetycznych w zwykłych, a nawet wysokich temperaturach.

Wyciąganie żelaza i stali, umieszczonych w słabem polu, powiększa natężenie ich namagnesowania magnetycznego, ale, tak samo jak ogrzewanie, tylko dopóty, dopóki nie przekroczyliśmy pewnej granicy obciążenia wyciągającego. Bardzo ważnym jest ten fakt, że przy *zmniejszaniu* siły wyciągającej namagnesowanie jest stale większe, aniżeli przy *powiększaniu* obciążeń wyciągających. Innemi słowy: każdemu

obciążeniu odpowiadają dwa namagnesowania: 1) mniejsze — gdy do danego obciążenia dochodzimy przez powiększanie go stopniowe i 2) większe — gdy do tegoż obciążenia dochodzimy przez stopniowe zmniejszanie obciążeń wyciągających.

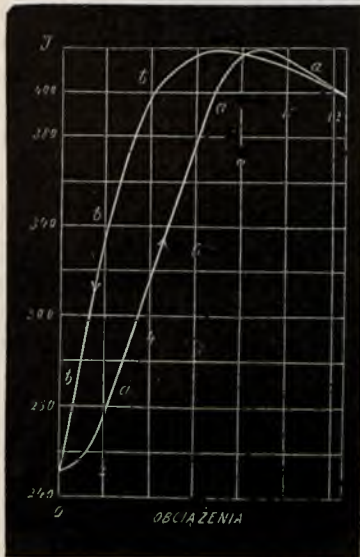


Fig. 24.

Stosunki te objaśnia dokładnie fig. 24, poczerpnięta z Ewinga, na której linia *a a* przedstawia natężenia namagnesowania przy stopniowym powiększaniu obciążeń od 0 do 12,25, zaś linia *b b* przedstawia natężenia tej samej sztaby, przy zmniejszaniu obciążeń wyciągających od 12,25 do 0.

§ 51. *Zależność pomiędzy \mathfrak{H} i \mathfrak{S} ¹⁾*. Wypada nam teraz rozpatrzyć bliżej najważniejszy pod względem praktycznym związek pomiędzy natężeniem pola magnesującego \mathfrak{H} i własnościami

magnetycznymi żelaza. Związek ten można wyrażać graficznie w postaci krzywych, których odcięte przedstawiają natężenia pola, \mathfrak{H} , a rzędne odpowiadające im natężenie namagnesowania, \mathfrak{S} , lub też wartości κ albo μ (patrz str. 76).

Aby urzeczywistnić praktycznie stopniowe powiększanie natężenia pola magnesującego \mathfrak{H} , dość jest wewnątrz cewki przebieganej przez prąd umieścić sztabę badaną, w takim bowiem razie natężenie pola w cewce jest proporcjonalne do natężenia prądu, które z łatwością dowolnie zmieniać można.

¹⁾ W ustępie tym, równie jak i w poprzedzającym, natężenie namagnesowania będziemy nazywali dla krótkości wprost namagnesowaniem, współczynnik indukcji magnetycznej, κ , przez skrócenie nazywać będziemy podatnością, a współczynnik przenikliwości magnetycznej μ — przenikliwością.

Najwyraźniej własności danego gatunku żelaza występują na krzywej, której rzędne są natężeniem namagnesowania, \mathfrak{S} , a odcięte—natężeniem pola, \mathfrak{H} . W takim razie, jeśli magnesowana sztaba jest cylindrem o olbrzymiej długości, styczna kąta jaki z osią odciętych tworzy styczna, poprowadzona w danym punkcie krzywej, jest wartością α , odpowiadającą temu punktowi. Istotnie dla nieograniczonego cylindra mamy zależność (§ 45, II):

$$\mathfrak{S} = \alpha \mathfrak{H},$$

z której wyprowadzamy, że

$$\frac{d\mathfrak{S}}{d\mathfrak{H}} = \alpha.$$

Lecz $\frac{d\mathfrak{S}}{d\mathfrak{H}}$ jest styczną kąta, jaki styczna do krzywej w danym punkcie tworzy z osią odciętych, a więc krzywa daje nam jednocześnie obraz natężenia namagnesowania sztaby, \mathfrak{S} , i jej podatności, α .

Jeśli nienamagnesowane żelazo miękkie poddawać coraz to większym siłom magnesującym, wówczas namagnesowanie jego, \mathfrak{S} , wzrasta stopniowo wedle krzywych takich, jak OD i OD' na fig. 25, lub też OA na fig. 26. Na każdej z tych krzywych widzimy wybitnie wyróżniające się trzy części: a , b i c (fig. 25). Pierwsza część, a , odpowiada małym

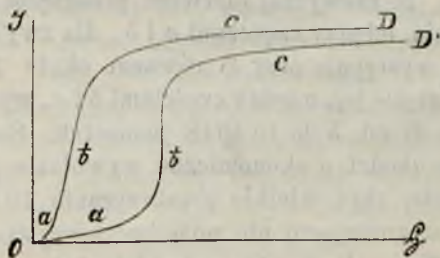


Fig. 25.

siłom magnesującym i wykazuje, że i namagnesowanie w tym stadyum wzrasta powolnie, a wartość α jest bardzo małą.

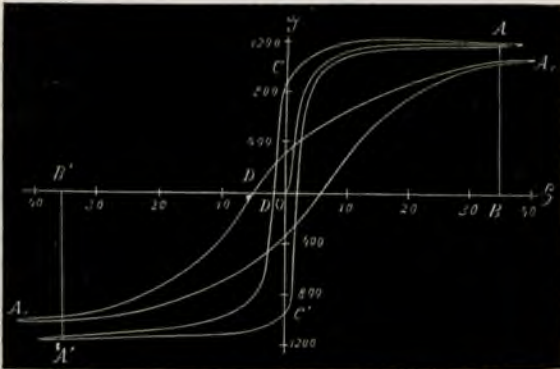


Fig. 26.

Skoro siła magnesująca, \mathfrak{H} , dojdzie do pewnej granicy, wówczas namagnesowanie wzrasta raptownie i κ przedstawia już dużą wartość, co uwidoczniła część *b* krzywych. Następnie, przy jeszcze większych siłach magnesujących, namagnesowanie wzrastać poczyniła coraz to powolniej, poczem dochodzi do pewnej granicy, zwanej *stanem nasycenia*, co graficznie okazuje część *c* krzywych, zbliżająca się asymptotycznie do pewnej linii, równoległej do osi odciętych. Nie na każdym gatunku żelaza trzy te stany jego równie wyraźnie oddzielają się od siebie. Najwidoczniej występują one na krzywej *OD'* (fig. 25), poczerpniętej z poszukiwań japończyka p. Nagaoka i odnoszącej się do żelaza, poddanego pewnym odkształceniom. Zaznaczyć tu wypada rzecz najważniejszą praktycznie, że zazwyczaj pierwsze przegięcie krzywej namagnesowania, między częściami *a* i *b*, dla zwykłych gatunków żelaza występuje przy \mathfrak{H} równym około 1 CGS, drugie zaś przegięcie jej, między częściami *b* i *c*, występuje przy wartościach \mathfrak{H} od 5 do 10 CGS jednostek. Stąd wniosek, że tam gdzie chodzi o ekonomiczne wywołanie pewnego namagnesowania, zbyt wielkie przekraczanie 10 CGS jednostek w sile magnesującej nie może być korzystnym.

§ 52. *Oporność magnetyczna czyli hystereza.* Wyobraźmy sobie teraz (patrz fig. 26), że powiększając stopniowo natężenie pola magnesującego, doszliśmy do tego, że namagnesowanie żelaza, po przejściu wszystkich faz, przedstawionych

przez linię OA , doszło do natężenia odpowiadającego punktowi A . Jeżeli teraz będziemy stopniowo zmniejszać natężenie \mathfrak{H} pola magnesującego, to i natężenie namagnesowania, \mathfrak{S} , będzie się zmniejszać stopniowo, jednakże przy tem zmniejszaniu każdej poszczególnej wartości \mathfrak{H} odpowiada daleko większa wartość \mathfrak{S} , aniżeli przy początkowem powiększaniu \mathfrak{H} . Innemi słowy, przy zmniejszaniu \mathfrak{H} natężenie namagnesowania wyrazi już nie linia AO , lecz linia AC , a rzecz prosta, iż rzędna CO przedstawia namagnesowanie pozostające naszego żelaza (§ 44). Jeżeli teraz zmienimy kierunek pola magnesującego na odwrotny i będziemy natężenie jego stopniowo powiększać, to przekonamy się, że dopiero wtedy namagnesowanie żelaza spadnie do zera, gdy siła rozmagesywywująca przyjmie wartość OD . Wskutek tego odcięta OD jest miarą tej wielkości, którą w dawnych podręcznikach nazywali siłą zatrzymującą żelaza lub stali, a p. Hopkinson wartość OD nazywa dziś jeszcze siłą zatrzymującą. Powiększając dalej stopniowo odjemne natężenie pola, wzbudzamy w żelazie namagnesowanie o przeciwnym kierunku, wzrastające stopniowo wedle krzywej DA' aż do nasycenia. Stopniowem ponownem zmniejszaniem natężenia odjemnego pola od OB' do zera i następnie powiększaniem dodatniego pola od zera do OB , przekonamy się, iż namagnesowanie żelaza zmieniać się będzie wedle krzywej $A'C'A$ i ani razu, prócz krańcowych, nie przybierze wartości, zaobserwowanych poprzednio przy zmianach \mathfrak{H} w odwrotnym kierunku.

Widzimy więc, że przy kolejnych jednakowych zmianach \mathfrak{H} namagnesowanie zmienia się wedle krzywej zamkniętej $ACA'C'A$. Cały cykl tych zmian można powtarzać nieograniczoną liczbę razy, zmieniając peryodycznie i w sposób ciągle wartości \mathfrak{H} między ich krańcowemi wielkościami OB i OB' . Ewing wyraża te fakty twierdząc, że linia namagnesowania zawsze tworzy węzeł, skoro siła magnesująca zmieniając się, powraca do pierwotnej wartości.

Na tejże samej figurze 26 krzywa, łącząca punkt A_1 z A_1' przedstawia namagnesowanie tego samego gatunku żelaza, stwardnionego przez wyciąganie, przechodzące poza granice sprężystości.

Pod koniec § 50, mówiąc o wpływie wysiłów na namagnesowanie żelaza, podaliśmy zupełnie analogiczne zjawiska, występujące przy zmianie tych wysiłów i uwidoczniliśmy je na fig. 24.

Rozpatrując krzywe fig. 26 widzimy, że wartości namagnesowania \mathfrak{S} podczas peryodu, w którym \mathfrak{H} wzrasta, są zawsze mniejsze od wartości obserwowanych podczas peryodu, w którym \mathfrak{H} maleje. Rzecz prosta, iż zjawisko to jest skutkiem przyczyn, którym dawniej dawano nazwę siły zatrzymującej. Pan Ewing nadał mu nazwę *hysterezy* (*hysteresis*, z greckiego, oznacza pozostawanie w tyle). Ja pozwoliłem sobie użyć polskiej nazwy *oporności magnetycznej*, gdyż istotnie, cały ten szereg zjawisk jest wynikiem tego, że uważany materiał *opiera się* zarówno magnesowaniu, jak i roznamagnesowaniu.

§ 53. *Wpływ czasu.* W zjawiskach magnesowania czas odgrywa bardzo ważną rolę i zazwyczaj musi upłynąć kilkanaście minut, zanim namagnesowanie żelaza przyjmie wartość stałą. Tego rodzaju wpływ czasu powoduje, że krańcowe wartości namagnesowania, wyrażające się rzędnymi AB i $A'B'$ (fig. 26), zależeć muszą i istotnie zależą od przeciągu czasu, w ciągu którego wartość \mathfrak{H} zmienia się od OB' do OB i odwrotnie.

Zbierając w jedno wszystko, co dotychczas o magnesowaniu mówiliśmy, widzimy, że natężenie namagnesowania, \mathfrak{S} , jest bardzo złożoną funkcją siły magnesującej, \mathfrak{H} , czasu, wysiłów, gatunku żelaza, jego oporności i stanów w jakich się żelazo znajdowało bezpośrednio przed rozpoczęciem aktu magnesowania.

§ 54. *Żelazo rozmagnesowane i obojętne.* W poprzedzających ustępach zaznaczyliśmy bardzo wyraźnie, że dzieje, jakie przechodziło żelazo bezpośrednio przed rozpoczęciem się danego aktu magnesowania go, wpływają w bardzo wysokim stopniu na rezultat tego magnesowania. To też nie dziwnego, że można mieć okazy żelaza jednego i tego samego gatunku, nie przedstawiające żadnego namagnesowania, a jednak różniące się wielce pod względem własności magnetycznych, przyczem różnice te zależą w zupełności od

wującej można żelazo doprowadzić do punktu P ¹⁾, w którym żelazo nie przedstawia żadnego namagnesowania, chociaż nań działa siła rozmagnesowująca OP , będąca miarą siły zatrzymującej. Jeżeli obierzemy teraz taki punkt D , aby zniosłszy działanie siły rozmagnesowującej doprowadzić żelazo do punktu O , — to na pierwszy rzut oka zdawałoby się mogło, że osiągniemy w ten sposób obojętny stan żelaza, — tak jednakże nie jest, jeżeli bowiem na żelazo, doprowadzone w ten sposób do punktu O , pocznie działać siła magnesująca, to jego stany magnetyczne wyrażą się nie pierwotną linią OA , lecz inną jakąś linią OE .

A więc żelazo *rozmagnesowane* w taki sposób przedstawia inne współczynniki χ i μ , chociaż stan jego, równie jak i żelaza *obojętnego* przedstawia się przez początek współrzędnych O .

Punkt więc O na linii COE odpowiada żelazu rozmagnesowanemu, t. j. takiemu, w którym $\mathfrak{S} = 0$ nawet wówczas, gdy pole zewnętrzne ma natężenie O . Pozornie więc żelazo w tym stanie przedstawia się jakby obojętne. Punkty N i P również przedstawiają stany żelaza rozmagnesowanego, ale pod wpływem odwrotnej siły rozmagnesowującej $\mathfrak{S} = ON$ i $\mathfrak{S} = OP$, w tych razach żelazo nie jest rozmagnesowaniem, bowiem po usunięciu siły rozmagnesowującej przedstawiłoby pewne określone namagnesowanie pozostające.

Powróciwszy przez pętlicę $DOED$ nanowo do punktu D i powiększając odjemne \mathfrak{S} , dojść możemy do punktu M . Jeżeli następnie zmniejszając kolejnie odjemne \mathfrak{S} aż do zera, pocniemy potem powiększać stopniowo dodatnie \mathfrak{S} , — to namagnesowanie żelaza \mathfrak{S} przebiegnie kolejnie rozmaite wartości po krzywej $MLNA_1$, lecz ściśle do punktu A nie powróci, w skutek właściwej żelazu oporności (hysterezy).

§ 55. *Praca przy magniesowaniu.* Ponieważ magnesując żelazo nadajemy mu pewne określone ilości energii poten-

¹⁾ Ściślej należałoby powiedzieć: „do stanu przedstawianego przez punkt P^a ”, w całym tym jednak ustępie dla zwięzłości muszę się posługiwać wyrażeniami skrótowcami.

cyalnej, przeto aktowi magnesowania musi towarzyszyć zużycie równoważnych ilości pracy. W rozdziale o elektromagnetyzmie dowiedziemy, że praca niezbędna do nadania jednemu centymetrowi sześciennemu żelaza indukcji magnetycznej, \mathfrak{H} (patrz § 47), wyraża się całką:

$$\frac{1}{4\pi} \int \mathfrak{H} d\mathfrak{H} = \frac{1}{4\pi} \int \mu \mathfrak{H} d\mathfrak{H} \dots \dots (37),$$

w której całkowanie należy przeprowadzić w granicach, w których zmieniamy indukcję magnetyczną, \mathfrak{H} , uważanej sztaby. Jeśli więc nakreślimy krzywą OA indukcji magnetycznej (fig. 28), w odniesieniu do siły magnesującej, \mathfrak{H} , to praca

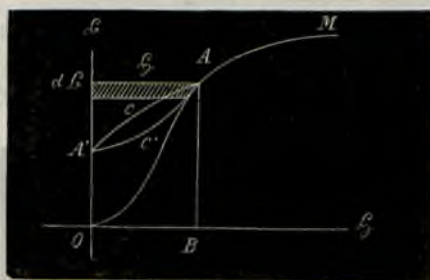


Fig. 28.

zużyta na nadanie jednostce objętości sztaby stanu magnetycznego, przedstawionego przez punkt A , wyrazi się oczywiście podzielonem przez 4π polem powierzchni zawartej pomiędzy krzywą, osią rzędnych i linią przechodzącą przez punkt A , równoległą do osi odciętych.

Gdyby μ było stałem, co jak wiemy ma istotnie miejsce dla ciał małow magnetycznych, a przy bardzo małych \mathfrak{H} i dla ciał magnetycznych,— to całka (37) przyjęłaby bardzo prosty kształt, a mianowicie wartością jej w takim razie jest

$$\mu \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi}$$

w granicach od 0 do \mathfrak{H} .

Przypuśćmy teraz, że w skutek zmian \mathfrak{H} , stan magnetyczny sztaby przebiega cały cykl stanów, wyrażających się krzywą ACA_1C_1A . W takim razie całka

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\mathfrak{B} = AB}^{\mathfrak{B} = AB} \mathfrak{H} d\mathfrak{B} \dots \dots \dots (38)$$

przedstawia pole powierzchni $A'C'AC$, podzielone przez 4π (fig. 28). W tym więc razie powrót do pierwotnego stanu, wyrażanego przez punkt A , pociąga za sobą stratę pracy. Praca, wyrażona przez tę całkę (38), zużywa się na pokonywanie oporności magnetycznej (hysterezy) i wyraża się w ogrzewaniu magnesowanego metalu.

§ 56. *Strata w transformatorach i alternatorach.* Jeżeli siła magnesująca, \mathfrak{H} , zmienia peryodycznie swą wielkość pomiędzy dwiema skrajnymi wartościami OB i OB_1 (fig. 29),

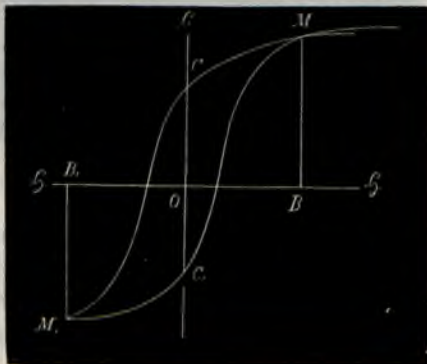


Fig. 29.

jak to ma miejsce w maszynach o prądach przemiennej (alternatorach) i w transformatorach, wówczas praca, stracona na pokonywanie oporności i zamieniająca się na bezpożyteczne ciepło, wyraża się $\frac{1}{4\pi}$ częścią pola powierzchni MCM_1C_1M . W tym razie wyrażeniu (37) można nadać

kształt dogodniejszy, podstawiając zamiast \mathfrak{B} równą mu wielkość $4\pi \mathfrak{S} + \mathfrak{H}$; wtedy bowiem otrzymamy:

$$\frac{1}{4\pi} \int \mathfrak{H} d\mathfrak{B} = \int \mathfrak{H} d\mathfrak{S} + \frac{1}{4\pi} \int \mathfrak{H} d\mathfrak{H}.$$

Lecz dla zamkniętego cyklu zmian druga całka po prawej stronie przyjmuje wartość zera, a więc cała energia, tracona na 1 cm.³ magnesianego metalu w ciągu jednego peryodu zmian, wyraża się przez

$$\int \mathfrak{H} d\mathfrak{S},$$

gdzie granice całkowania odpowiadają największej dodatniej i ujemnej wartości \mathfrak{S} . Z łatwością spostrzegamy, że strata ta jest tem większą, im większe są siła zatrzymująca OD i OD_1 , oraz magnetyzm pozostający OC i OC_1 użytego metalu.

Straty tej nie można uniknąć ani w alternatorach ani w transformatorach, wskutek tego posługiwanie się maszynami o prądach statecznych jest teoretycznie bardziej oszczędne i zużywa mniej paliwa, niż użycie alternatorów z transformatorami. Należy tu położyć nacisk, że mowa tu tylko o teoretycznej oszczędności, gdyż w danych warunkach technicznych posługiwanie się prądami statecznymi może o tyle podnieść koszt instalacji, że odsetki od tej przewyżki będą większe niż zyski, wypływające z oszczędzenia pracy, zużywanego na pokonanie oporności magnetycznej żelaza (hysterezy).

§ 57. *Poglądy Ewinga.* W ostatnich czasach p. Ewing rozwinął i uzupełnił weberowską teorię magnetyzmu, której zasady podaliśmy w §§ 38 i 39. Główna przewodnia myśl tych uzupełnień polega na bardzo szerokiem uwzględnianiu tej zasady, że cząstki żelaza, stali, niklu i t. d. będąc z natury magnesami, oddziaływają na siebie magnetycznie nawet wówczas, gdy są ułożone bez porządku i gdy same metale w większych masach własności magnetycznych nie okazują. Każdy stan równowagi magnetycznej metalu wynika z równowagi sił pola magnesującego i sił magnetycznych, występujących pomiędzy cząstkami. W żelazie obojętnem lub namagnesowanym, ale na zewnątrz pola, tylko siły magnetyczne samych cząstek układają je do równowagi.

Zjawiska hysterezy, magnetyzmu pozostającego i siły zatrzymującej można doskonale objaśnić w myśl poglądów p. Ewinga, których wszakże nie będziemy tu bliżej rozpatrywać, gdyż dotychczas nie mają one ani zastosowań praktycznych, ani też bliższej analizie matematycznej nie były poddane, wzmiankę więc o nich zakończymy tylko odesłaniem do źródła, a mianowicie do *Proceedings of the Royal Society of London*, tom 48 str. 342: *Contributions to the molecular theory of induced magnetism*. Też same roczniki w tomach 45, 46 i 47 zawierają większość prac oryginalnych Ewinga i Lowa oraz Hopkinsona, dotyczących magnesowania przez indukcję i rekalescencyi. Popularny wykład swych poglądów p. Ewing umieścił także w łatwo dostępnem czasopiśmie angielskiem *Nature*, tom 44, str. 566.

§ 58. *Oznaczenia praktyczne*. Przytoczone w niniejszym rozdziale podstawy nauki o magnetyzmie wypadaloby poprzeć daniem wskazówek, w jaki sposób można praktycznie mierzyć wszystkie te wielkości, które wprowadziliśmy przy rozpatrywaniu zjawisk magnetyzmu. Podawanie jednak praktycznych sposobów mierzenia w tej książce nie leży na teraz w zamiarach autora. Pominąć jednak w tem miejscu nie można kilku wskazówek teoretycznych, odnoszących się do wykonywania pomiarów, bez których cały powyższy rozdział miałby zbyt oderwany charakter.

Otóż zważywszy, że wszystkie używane przez nas wielkości magnetyczne znajdują się ze sobą w ściśle określonych związkach, spostrzegamy, iż dość jest oznaczyć dla danej sztaby którąkolwiek z nich, aby obliczyć pozostałe. W badaniach ścisłych za punkt wyjścia służą zazwyczaj dwie wielkości, a mianowicie: moment magnetyczny magnesu, \mathfrak{M} , i natężenie pola, \mathfrak{H} . Do oznaczeń momentu magnetycznego magnesu posługujemy się przyrządami, które noszą nazwę *magnetometrów*. Szczegółowe ich opisy znaleźć można w obszerniejszych podręcznikach fizyki, oraz w „*Zeitschrift für Instrumentenkunde*“. Piękne ich rysunki znajdzie czytelnik w „*Elektryczności i magnetyzmie*“ J. E. H. Gordona (przekład francuski J. Raynaud, t. I, str. 357 — 416), użycie zaś ich podaje Gray w swej *Absolute measurements in electri-*

city and magnetism, oraz Kohlrausch w *Leitfaden der praktischen Physik*.

Dla nas wystarczy tu wiadomość, że istotę każdego magnetometru stanowi badany magnes, zawieszony poziomo na nici, której sprężystość w skręcaniu jest dostatecznie mała, by ją zupełnie można pominąć w rachunkach. Magnes taki, po wyprowadzeniu z południka magnetycznego, kołysze się około położenia równowagi, przyczem czas jednego wahnięcia, t , wyznacza wzór:

$$t = \sqrt{\frac{4\pi^2\Omega}{\mathfrak{M}\mathfrak{H}}},$$

gdzie Ω jest momentem bezwładności magnesu, \mathfrak{M} — jego momentem magnetycznym, a \mathfrak{H} — natężeniem poziomej składowej. Z równania tego wyprowadzamy, że

$$\mathfrak{M}\mathfrak{H} = \frac{4\pi^2\Omega}{t^2} \dots \dots \dots (39).$$

Jeśli więc znamy \mathfrak{H} i Ω , to proste oznaczenie czasu jednego wahnięcia magnesu wystarcza do określenia momentu magnetycznego magnesu i wszystkich związanych z nim wielkości. Ω wyznaczamy z łatwością, znając masę, kształt i wymiary badanego magnesu, oraz położenie osi obrotu, co się zaś tyczy poziomej składowej, to, wówczas gdy wymaganą jest mniejsza dokładność — można poczerpnąć ją z tablicy na str. 49, gdy zaś chodzi o większy stopień dokładności, to radzimy sobie w taki sposób, że za pomocą nowej obserwacji oznaczamy iloraz $\mathfrak{M}/\mathfrak{H}$, znając zaś z (39) iloczyn $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$, możemy już oznaczyć po szczególe i \mathfrak{M} i \mathfrak{H} .

W celu oznaczenia ilorazu $\mathfrak{M}/\mathfrak{H}$ tym samym magnesem, dla którego oznaczyliśmy iloczyn $\mathfrak{M}\mathfrak{H}$, wywołujemy odchylenie w maleńkiej igle magnesowej. Odchylenie to wywołać można w dwojaki sposób: I) końcem magnesu (End-on method) lub II) całą długością magnesu (Broadside deflection method).

Figura 30 przedstawia układ doświadczenia w pierwszym sposobie: AB jest magnesem, którego moment pra-

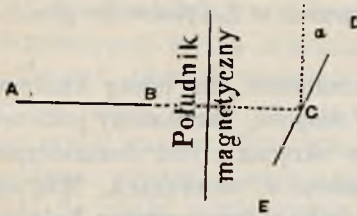


Fig. 30.

gniemy oznaczyć, DE przedstawia odchylaną igłę magnesową, α jest kątem odchylenia igły. Oznaczmy teraz długość AB przez $2l$, a odległość od środka AB do środka igły DE przez d , w takim razie prostym bardzo rachunkiem na zasadzie

prawa odwrotnych kwadratów i równowagi par możemy dowieść, że

$$\frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{H}} \left(1 - \frac{l^2}{d^2}\right)^{-2} = \frac{d^3 \tan \alpha}{2}.$$

Lecz $\left(1 - \frac{l^2}{d^2}\right)^{-2}$ można rozwinąć w szereg i przy dostatecznie małym l opuścić wyższe ponad drugą potęgę $\frac{l}{d}$, a w takim razie otrzymamy

$$\frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{H}} \left(1 + 2 \frac{l^2}{d^2}\right) = \frac{d^3 \tan \alpha}{2} \dots \dots (40)$$

lub z mniejszą jeszcze dokładnością, opuszczając wyraz $2 \frac{l^2}{d^2}$

$$\frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{H}} = \frac{d^3 \tan \alpha}{2}.$$

Wzór (40) praktycznie dokładnym nie jest, gdyż zawiera odległość l pomiędzy biegunami magnesu, która nigdy ściśle nie jest wiadomą. Można ten wątpliwy wyraz wyrugować, obserwując nowy kąt odchylenia igły, α' , po odsunięciu środków obu magnesów na nową odległość d' . W takim razie na szukany iloraz otrzymamy wyrażenie nie zawierające l , a mianowicie:

$$\frac{\mathcal{M}}{\mathfrak{H}} = \frac{d^3 \tan \alpha - d'^3 \tan \alpha'}{2(d^2 - d'^2)} \dots \dots (41).$$

Fig. 31 przedstawia układ doświadczenia w drugim sposobie. Magnes badany AB , umieszcza się tak samo, jak

w pierwszym sposobie, prostopadle do południka magnetycznego, ale tak, aby środek jego znajdował się na przedłużeniu osi igły magnesowej DE , gdy ona znajduje się w południku magnetycznym. W tym razie, po uskutecznieniu dwóch obserwacyj, iloraz szukany wyrazi się przez

$$\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{D}} = \frac{d^5 \tan \alpha - d'^5 \tan \alpha'}{d^2 - d'^2} \dots (42).$$



Fig. 31.

Nie od rzeczy będzie zrobić tu teoretyczną uwagę, że obserwacje wykonywane w ten sposób, dają najzupełniej zgodne rezultaty, czem stwierdza się w zupełności, że siły magnetyczne działają wedle prawa odwrotnych kwadratów; gdyż wzory (41) i (42) są wyprowadzone z założenia, że prawo to jest słusznem.

§ 59. *Wymiary wielkości magnetycznych.* Po obznajmieniu się z rozmaitymi sposobami badania zjawisk magnetycznych, pożytecznem będzie rozpatrzenie się w poniższej tablicy, w której zestawione są wymiary wielkości magnetycznych, wprowadzonych do rozumowań w poprzednich ustępach.

Praktycznie tablica ta służyć może do sprawdzania jednorodności zawilszych równań.

Jednostka magnetyzmu, albo raczej, jednostka bieguna ma wymiary (§ 32)

$$[m] = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}].$$

W CGS układzie jest to ta ilość magnetyzmu, która odpycha z siłą jednej dyny równą jej ilość magnetyzmu, umieszczoną na odległości 1 cm. Tej CGS jednostce magnetyzmu nadają nazwę *webera*. Wymiary innych wielkości wyprowadzają się ze związku ich z jednostką magnetyzmu. Są one następujące:

		ma wymiary	
Potencjał magnetyczny	$\mathfrak{B} = \Sigma \frac{m}{t}$	$[M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}]$	§ 32.
Natężenie pola	$\mathfrak{S} = \frac{d\mathfrak{B}}{dt}$	$[M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}]$	§ 32.
Moment magnetyczny .	$\mathfrak{M} = l \Sigma m$	$[M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}]$	§ 33.
Natężenie namagnesowania	$\mathfrak{S} = \frac{\mathfrak{M}}{l^3}$	$[M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}]$	§ 40.
Gęstość powierzchniowa	$\sigma = \frac{m}{l^2}$	$[M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}]$	§ 40.
Natężenie warstwy . . .	$\mathfrak{P} = \sigma l$	$[M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}]$	§ 42.
Przepływ (fluks) siły magnetycznej.	$\mathfrak{M} = m \omega$	$[M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}]$	§ 43.
Spółczynnik wzajemnej indukcji.	$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{P}}$	[L]	§ 43.
Spółczynnik podatności	$\kappa = \frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}}$	0	§ 45.
Spółczynnik przenikliwości	$\mu = 1 + 4 \pi \kappa$	0	§ 47.

§ 60. *Zakończenie.* Przytoczony powyżej rozbiór zjawisk magnetycznych nie objaśnia wcale ani istoty magnetyzmu, ani też nie wyczerpuje ich w zupełności. Opierając się wszakże na zawartych w nim danych, łatwo już będziemy mogli oceniać i analizować tę rolę, jaką zjawiska magnety-

czne odgrywają w budowie i biegu maszyn dynamo, stanowiących najważniejszy nabytek elektrotechniki.

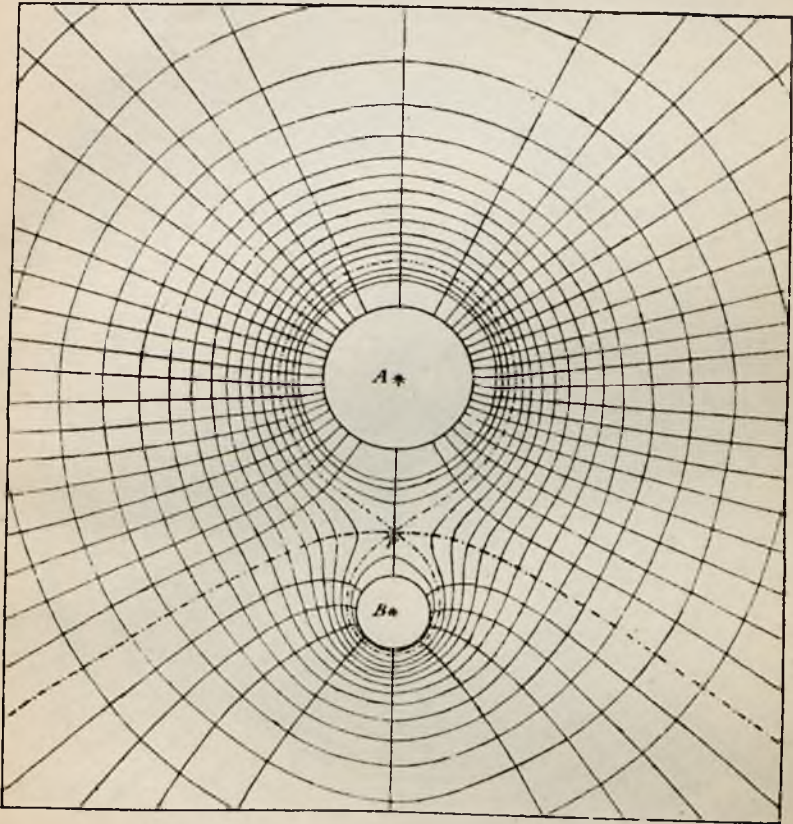
Weberowska jednak teoria magnetyzmu nawet z uzupełnieniami jakie do niej wprowadził Ewing, sama przez się nie wystarcza do gruntownego objaśnienia wszystkich szczegółów,— jedynie bowiem związki istniejące pomiędzy zjawiskami magnetycznymi i elektrycznymi mogą być kluczem tak do pojęcia działania dynamo-maszyny, jak i do wytworzenia głębszych poglądów na istotę magnetyzmu.

Konieczność rozpatrzenia tych związków zmusza nas przede wszystkim do zwięzłej analizy zjawisk czysto elektrycznych, którym poświęcony jest następujący rozdział.



MD.92

Rys. 4.

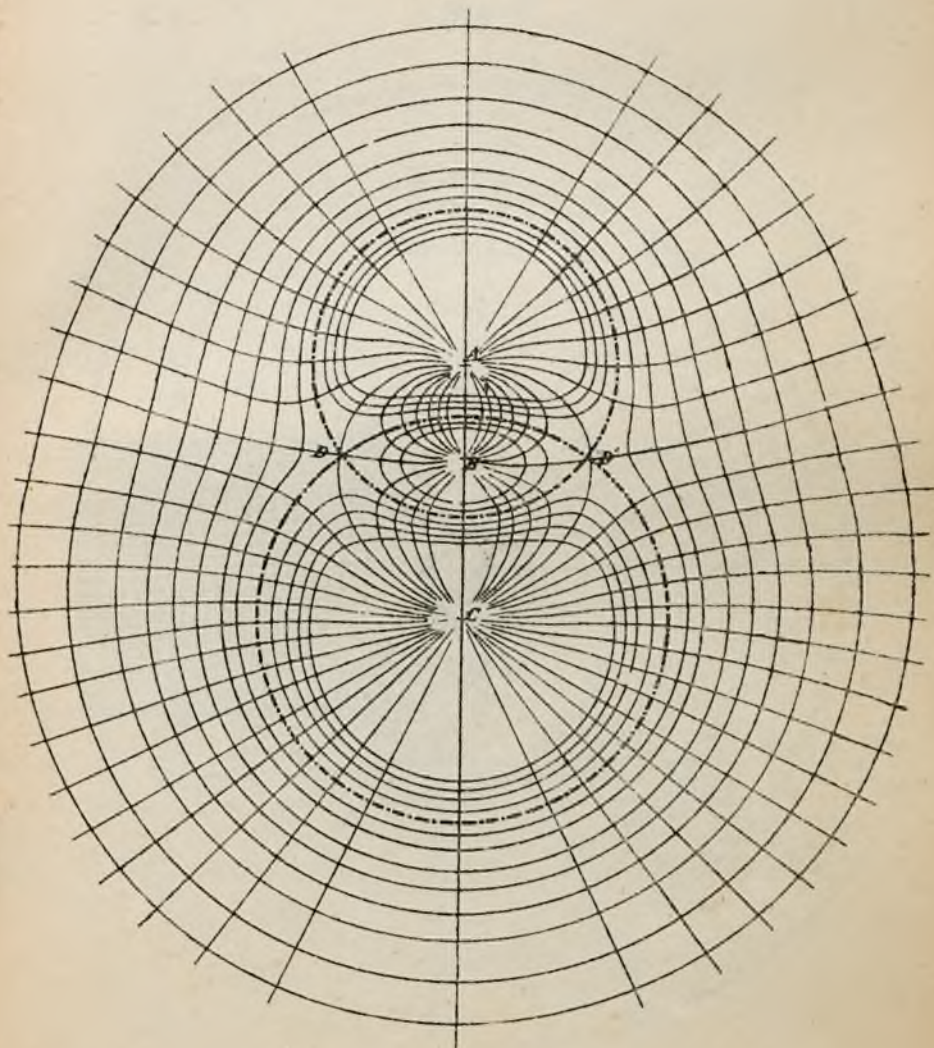


$$A = 20 \quad B = 5$$

$$AP = \frac{2}{3} AB$$

Linie siły i powierzchnie ekwipotencyjne w pobliżu dwóch punktów A i B. Na A ładunek wynosi +20, a na B +5 jednostek. (Patrz § 18 str. 25).

Rys. 5.



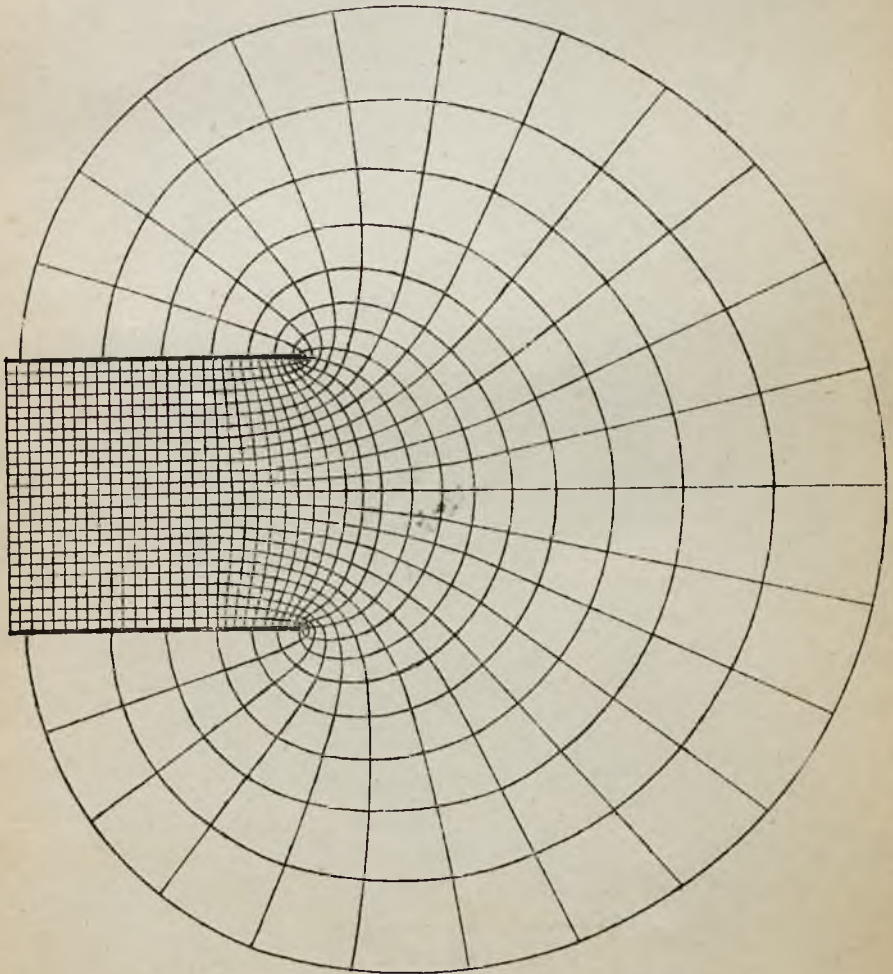
$$AB=9.$$

$$BC=16.$$

$$AC=25.$$

Linie siły i powierzchnie ekwipotencyalne w pobliżu trzech naładowanych punktów A , B i C . Ładunek na A wynosi $+15$, na B wynosi -12 , a na C $+20$ jednostek. (Patrz § 18, str. 20).

Rys. 6.



Linie siły i powierzchnie ekwipotencjalne w pobliżu naładowanego krążka. (Patrz § 18, str. 25).