

Dyoptra Herona i próby jej odtworzenia.

Podczas gdy historia sztuk pięknych zdawna już zyskała należne jej katedry uniwersytetów lub specjalnych uczelni, historia sztuk użytkowych, czyli techniki, dopiero w ostatnich czasach wchodzić zaczęła, w niektórych swych częściach, do programów politechnik. Długo tu brakło podstawy wykładów, naukowo uporządkowanego materiału, w przygotowaniu którego niemałe położyli zasługi: KAR-MARSCH¹⁾, RÜHLMANN²⁾ i LAUSSEDA³⁾. Nad innymi szczegółami pracowali inżynierowie i archeolodzy, a wyniki różnorodnych poszukiwań zestawili przed czterema laty w dwóch pięknych dziełach: MERCKEL⁴⁾ i BECK⁵⁾.

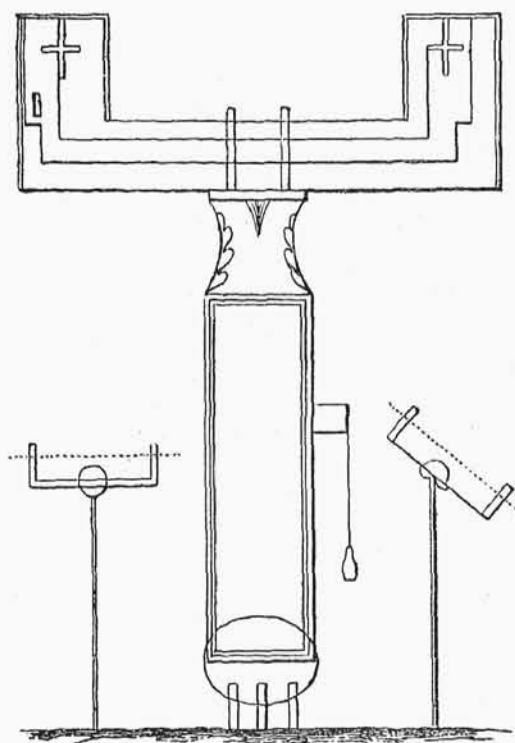
W dalszym ciągu poszukiwania nie ustają, porządkują się wciąż i opracowują materiały. Z pomiędzy autorów starożytnych, którzy traktowali w swoich dziełach kwesty techniczne, przyszła kolej na HERONA i trzeci już tom nowego wydania jego dzieł, w starannem opracowaniu, z tekstem greckim i przekładem niemieckim, wyszedł w tym roku w Lipsku⁶⁾. Tom ten obejmuje słynny traktat mierniczy *περί διόπτρας*, a w nim nową próbę odtworzenia z opisu owej dyoptry, która była zarazem teodolitem i narzędziem poziomniczym starożytnych.

HERON z Aleksandryi, uczeń KTEZYBIUSZA, żyjący podobno na lat 100 przed Chrystusem, zebrał i systematycznie zestawiał w swych pismach całą wiedzę mierniczą egipcyan i greków. CHASLES, w swej historii geometryi⁷⁾, nazwał traktat HERONA o dyoptrze drogocennym pomnikiem geometryi greckiej i jedyną pozostałością szkoły aleksandryjskiej, odnoszącą się do geodezyi, a współczesny dziejopis matematyki MAURICY CANTOR wziął pisma HERONA za podstawę swej pracy o miernikach rzymskich⁸⁾ i wykazał, że całą ich umiejętność zaczerpniętą została ze źródeł greckich a głównie z HERONA, jak znów miernictwo rzymskie stało się jedynym źródłem odnośnej wiedzy w wiekach średnich.

Przez długie lata panowała niepewność, co do dzieł i samej osoby HERONA z Aleksandryi. W pismach średniowiecznych i późniejszych spotykano wzmianki o różnych HERONACH, ale dwóch z nich tylko, na zasadzie tych wzmianek, uznawano jako autorów dzieł geodezyjnych i mechanicznych: HERONA z Aleksandryi, czyli starszego, i HERONA z Bizancjum, znacznie późniejszego, bo żyjącego w pierwszej połowie X wieku. „Kwestyę HERONÓW” rozjaśnił ostatecznie HENRYK MARTIN w r. 1854⁹⁾, wykazawszy krytycznym rozbiorem tekstów, że traktat o dyoptrze, już dawniej przypisywany HERONOWI z Aleksandryi, jest istotnie jego dziełem. Myśl, jaką rzucił VINCENT, że pod nazwą HERONA istnieć mogło, w nader odległej epoce, obszerne dzieło, które, służąc jako podręcznik szkolny, przepisywane było w szeregu wieków, różnym ulegając zmianom — i że profesorowie wykładali wtedy „Heroną”, jak później wykładano „Euklidesa”, — podjęta została przez CANTORA¹⁰⁾, wszakże bez zwrócenia uwagi na wzmiankę VIN-

CENT'A: jakoby wyraz „Heron”, nie będący greckim, oznaczał po egipsku mniej więcej tyle co „inżynier”.

Traktat o dyoptrze, znaleziony w trzech kodeksach rękopiśmiennych greckich z XVI wieku: № 2430 biblioteki paryskiej (str. 79—118), C III 6 biblioteki seminarium protestanckiego w Strasburgu (str. 81—120), oraz w bibliotece cesarskiej w Wiedniu, pierwszy zbadał i przełożył na język włoski w r. 1814 fizyk VENTURI¹¹⁾ z Bolonii. Z opisu narzędzia i nader niedokładnych a z opisem mało zgodnych obrazków (rys. 1), napotkanych w rękopismach, próbował VENTURI odtworzyć dyoptrę HERONA i podał pierwszy krytyczny jej rysunek (rys. 2). Drugi zawdzięczamy uczonemu matematykowi francuskiemu VINCENT'OWI (rys. 3), którego przekład francu-



Rys. 1. Obrazki w rękopismach.

ski traktatu HERONA, wraz z odpisem tekstu greckiego, wyszedł w r. 1858¹²⁾. W wydany w r. b. w Lipsku tomie trzecim dzieł HERONA, tekst grecki traktatu o dyoptrze oparty został na rękopiśmie znalezionym później w Paryżu, w kodeksie MYNASE (*supplement grec* № 607), pochodzącym z XII czy XIII wieku. Rękopism ten okazał się pierwowzorem trzech wzmiankowanych wyżej a wyciągnięte z jego badania szczegółów ogłosił w r. 1899 HERMAN SCHÖNE¹³⁾, wraz z przygotowanymi do lipskiego wydania rysunkami dyoptry (rys. 5, 6 i 7), wagi wodnej (rys. 8, 9 i 10) i lat niwelacyjnych (rys. 11, 12 i 13), w odtworzeniu technika p. JULIUSZA NEUMANN'A z Berlina.

Traktat HERONA o dyoptrze dzieli się na 37 paragrafów. Autor rzecz swą rozpoczyna od krytyki narzędzi mierniczych dawniej używanych i podnosi zalety swej dyoptry (§ I—II), podaje jej opis a także lat niwelacyjnych (III—V), wyklada szczegółowo praktykę poziomowania (VI), nie różniącą się od dzisiejszej, a następnie uczy rozwiązywać z pomocą dyoptry

¹¹⁾ Commentari sopra la storia e le teorie dell'ottica. Bologna 1814. II Erone il Meccanico del Traguardo.

¹²⁾ Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque Impériale et autres bibliothèques, publiés l'Institut Impérial de France-Paris 1858.

¹³⁾ Jahrbuch des Kaiserlich Deutschen Archaeologischen Instituts. Band XIV. Berlin 1899. Drittes Heft, p. 91—103. Die Dioptra des Heron von Hermann Schöne, Charlottenburg.

¹⁾ Geschichte der Technologie. München 1872.

²⁾ Vorträge über Geschichte der technischen Mechanik. Leipzig 1885.

³⁾ Recherches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographique. T. I. Paris 1893.

⁴⁾ Die Ingenieurtechnik im Alterthum. Berlin 1899.

⁵⁾ Beiträge zur Geschichte des Maschinenbaues. Berlin 1899.

⁶⁾ Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia. Vol. III. Rationes demetendi et commentatio dioptrica. Rec. Herm. Schoene. Herons v. Alexandria Vermessungslehre u. Dioptra. Griechisch u. deutsch v. Herm. Schoene. Mit. 116 Fig. (XXI, 366 S.) 8°. Leipzig. B. G. Teubner 1903.

⁷⁾ Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie. 2^{me} ed. Paris 1875, p. 544.

⁸⁾ Die Römischen Agrimensoren. Leipzig 1875.

⁹⁾ Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie disciple de Ctésibius et sur tous les ouvrages mathématiques grecs, conservés ou perdus, publiés ou inédits, qui ont été attribués à un auteur nommé Heron. Paris 1854.

¹⁰⁾ Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Erster Band. Zweite Auflage. Leipzig 1894, str. 355—356.

różne zadania, wchodzące dziś w zakres geodezyi niższej (VII—XXVII). W końcu rozwiązuje parę zadań z geometryi (XXVIII—XXX), jedno z hydrauliki (XXXI, obliczenie wydajności źródła), jedno z astronomii (XXXII, obliczenie odległości katowej dwóch gwiazd), podaje krytykę starożytnej węgielnicy, zwanej u rzymian *groma* (XXXIII), opis i użycie odometru do mierzenia przebytej drogi, opis podobnego przyrządu z kołem łopatkowym do mierzenia drogi, jaką przebywa okręt na morzu (XXXV), sposób mierzenia dwóch punktów na ziemi zapomocą obserwacji zaćmienia (XXXVI), wreszcie obliczenie siły i oporu w kołach zębatych (XXXVII).

Dyoptrą nazywamy zwykle celownicę, to jest liniał z przeziernikami. Taka celownica, używana i przez HIPARCHA do obserwacji astronomicznych, wchodziła w skład przyrządu HERONA, który nas zajmuje, a później w skład astrolabium i wogóle różnych narzędzi mierniczych i astronomicznych, przed wynalezieniem lunety. GRZEPSKI nazywał ją „dyoptrą” a SOLSKI „linią z celami”¹⁾. Ale dyoptra HERONA nie była samą tylko celownicą. Był to przyrząd wszytkomierzający, rodzaj teodolitu skombinowanego z narzędziem poziomniczym, złożony z dwóch części, a mianowicie: z wielkiego astrolabium, t. j. tarczy okrągłej z liniałem i przeziernikami, umieszczonej w ten sposób, że była ruchomą w około obu osi: poziomej i pionowej, a służyć mogącej już to jako węgielnica już też do mierzenia kątów, oraz z wagi wodnej do poziomowania. Astrolabium więc było tylko jednym z elementów dyoptry HERONA, ulepszonym później i rozpowszechnionym przez arabów i trudno się zgodzić ze zdaniem CANTORA²⁾, aby w dziejach rozwoju narzędzi mierniczych stanowiło ono przejście od dyoptry HERONA do teodolitu. Może byłoby właściwiej uważać dyoptrę HERONA, jako przejście od celownic przedtem używanych do dzisiejszych przyrządów wszytkomierzających, jak tachymetry. O wymienionych znów przez WITRUWUSA narzędziach poziomniczych tak pisał CANTOR: „Co jest dyoptra, wiemy dość z HERONA. *Chorobates* opisuje WITRUWUSZ szczegółowo; odpowiada on naszej wadze wodnej albo libelli. Ale cóż więc jest *libra aquaria*”? Otóż WITRUWUSZ, o którym nie wiadomo, czy znał „dyoptrę HERONA”, mógł pod wyrazem „dyoptra” rozumieć inne narzędzie poziomnicze, np. z celownicą umocowaną prostopadle do pionu i dającą kierunek pionowy przez zawieszenie⁴⁾. *Chorobates* WITRUWUSZA, długa łańka z pionami i rowkiem napełnionym wodą, nie może odpowiadać naszej wadze wodnej rurkowej i takiejże libelli. Można by za pochodzące od niego uważać używane w wieku XVI: synwagę (z pionem) i wagę wodną korytkową. Tę ostatnią nazywali pisarze łacińscy *libra aquaria*⁵⁾.

¹⁾ Wyrazu tego niema w „Zebraniu słów geometrycznych”, jakie p. L. K. Birkenmajer przedrukowywać zaczął z *Geometrii Polskiego* Stanisława Solkiego w № 13 Czasopisma Technicznego r. b., „dla zwrócenia uwagi szerszych kół technicznych na dawne nasze piśmiennictwo techniczne”. Na IV Zjeździe Techników polskich w r. 1899, podnosiłem tę myśl, kończąc odczyt *O początkach piśmiennictwa technicznego w Polsce*, słowami: „dla pracy nad słownictwem technicznym dawni autorowie nasi stanowią bogate źródło, dotąd należycie niespożytkowane”. Nie sądzę jednak, aby podobnem źródłem mogło być „Zebanie słów geometrycznych”, podane przez Solkiego na wstępie, obejmujące tylko ko ważniejsze nazwy geometryczne, a pomijające wyrażenia techniczne, użyte przez autora. Należałoby raczej przejrzeć całego *Geometrię Polskiego* i wybrać z niego wszystkie wyrazy techniczne. A wtedy znalazłaby się i „linia z celami”, w Zabawie VII o instrumentach.

²⁾ Vorlesungen etc. I B. 2^a Aufl. S. 706.

³⁾ *Die Römischen Agrimensoren*. S. 201. Note 175.

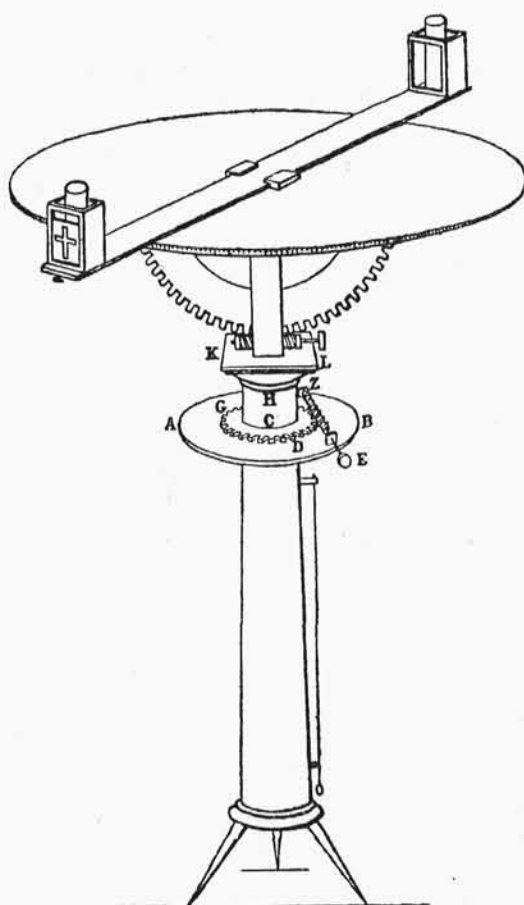
⁴⁾ Myśl tę podniósł już w artykule: *Sur quelques niveaux du XVI^e siècle*, podanym w czasopiśmie *Bibliotheca mathematica*, rok 1900, str. 60.

⁵⁾ Scipionis Claramontii *Opuscula varia mathematica*. De usu speculi pro libella et de tota libratione. Bononiae 1653.—G. Schott *Pantometrum Kircherianum*. Herbipoli 1660.

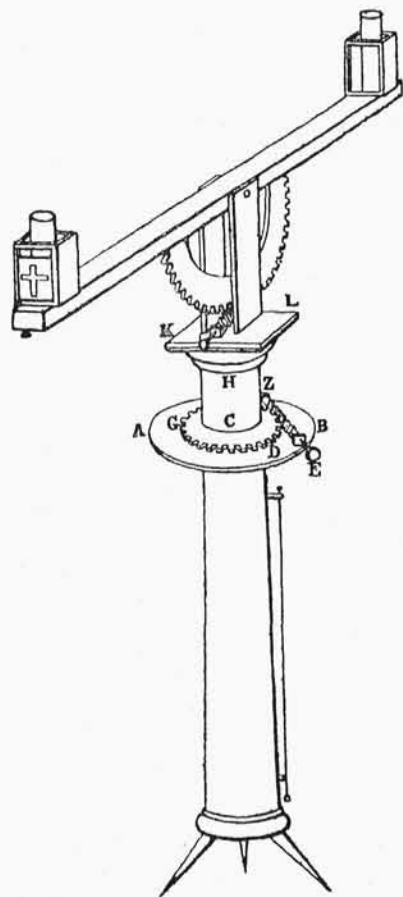
Jak to już zaznaczył CANTOR⁶⁾, pomimo dość szczegółowego opisu nie podobna z zupełną świadomością odtworzyć kształtów dyoptry HERONA. Może kiedyś odnajdą archeolodzy w jakim wykopalisku szczątki starożytnego narzędzia, pozwalające zdać sobie sprawę ściślej z pojedynczych części. Tymczasem, podjęte w ciągu ubiegłego stulecia próby odtworzenia całości, wyłącznie na podstawie tekstu, zasługują na uwagę, stanowiąc jedno z najpoważniejszych poszukiwań w zakresie budzącej się do życia—historii techniki.

Dla rozpatrzenia i porównania tych prób, podajemy tu najprzód przekład polski opisu dyoptry, dokonany na podstawie przekładu francuskiego VINCENT'A i niemieckiego SCHÖNEGO, którzy znów obaj powołują się na włoski przekład VENTURI'EGO. Rysunki odtworzeń dokonanych przez Venturi'ego (rys. 2) i Vincent'a (rys. 3), ułatwią zrozumienie opisu.

„III. Przygotowuje się podstawę w kształcie małej kolumny, mającą u góry czop okrągły. Na czop nasadzoną zostaje spółośrodkowo mała tarcza bronzowa. Ponad nią nakłada się na czop walec



Rys. 2. Odtworzenie Venturi'ego.



Rys. 3. Odtworzenie Vincent'a.

bronzowy, mogący się swobodnie w koło niego obracać. W dolnej części walca umocowane doń jest koło zębate, mniejsze od wzmiankowanej tarczy, a na niej się opierające. Walec u góry zakończony jest tablicą, w kształcie małego kapitelu doryckiego. Zęby koła wchodzi w zwoje umieszczonej obok niego śruby, która się obraca w podstawkach przymocowanych do tarczy, mającej średnicę większą od koła zębatego. Obracając śrubę, obracamy koło zębate oraz z kołem połączony walec bronzowy. Koło z walcem połączone jest stałe trzema śrubkami. Wzdłuż śruby jest wgłębienie, tak szerokie jak głęboki jest wykrój śruby. Gdy więc śruba tak jest nastawiona, że zęby koła wchodzą, w to wgłębienie, wtedy koło zębate obracać się może niezależnie. Gdy zaś poruszymy śrubę, wtedy zęby koła wchodzą w zwoje śruby i ząbienie ma miejsce.

Niech więc będzie *AB* tarcza bronzowa otaczająca czop i połączona z podstawą, *GD* koło zębate połączone z walcem, *EZ* śruba ząbioną z kołem zębatego, *HC* walec połączony z kołem zębatego *GD*, zakończony u góry, jak powiedziano, małym kapitelem doryckim *KL*. Na tablicy kapitelu umieszczone są dwa słupy bronzowe w kształcie liniałów, rozstawione w takiej odległości jeden od drugiego, że pomiędzy nimi pomieścić się może koło zębate pionowe, a na tablicy pomiędzy słupami obracać się może śruba, której małe podstawki pasujące do wzmiankowanego czopa. Oba długie i równoległe do czopa biegnące słupy wystają w górę ponad nim blisko na 4 cale⁷⁾. Pomiędzy temi wystającymi częściami umieszcza się liniał, cztery

⁶⁾ *Die Römischen Agrimensoren* S. 20.

⁷⁾ Cal grecki (palec)=0,01875 m; cztery cale stanowiły dłoń (palma)=0,075 m, a sześć dłoni—łokieć (pechys)=0,45 m.

łokcie długie, a tak szerokie i wysoki, że się tam mieści i w tem miejscu dzieli na dwie połowy.

IV. Na powierzchni górnej liniału wydrążony jest kanałik, o przekroju półokrągłym lub kwadratowym, tak długi aby mógł pomieścić rurkę brązową o 12 cali krótszą od liniału. Na obu końcach tej rurki umieszczone są dwie rurki pionowe, wyglądające jakby zakrzywienia pierwszej. Wysokość tych części zakrzywionych wynosi nie więcej jak dwa cale. Rurka brązowa nakryta jest z wierzchu liniałem, dopasowanym do wgłębienia, utrzymującym rurkę w jej położeniu i przyczyniającym się do nadania lepszemu wyglądowi przyrządowi. We wzmiankowane zakrzywienia wstawione są dwie rurki szklane, odpowiedniej średnicy, około 12 cali wysokie. Połączenia rurek szklanych z zakrzywieniami rurki brązowej oblepione są woskiem, lub innym kitem, aby nie przepuszczały wody, wlanej do rurki.

Na liniale, przy rurkach szklanych, postawione są otaczające je budki, tak że rurki, mieszcząc się w ich wnętrzu, są zarazem przez nie podtrzymywane. Do tych budek dopasowane są blaszki metalowe, które mogą się w nich poruszać od góry do dołu, dotykając się rurek szklanych i mając w środku wycięte przezierniki. Każda blaszka ma przymocowaną u spodu pochewkę walcową, $\frac{1}{4}$ cala wysoką, a przez każdą pochewkę przechodzi brązowy pręcik, równie długi jak wysokie są rurki. Pręciki te, mające poniżej pochewek nacięcia śrubowe, przechodzą przez otwory w liniale, a przy każdym otworze umieszczone ostrze, wchodzi w zwój śruby. Kręcąc wystającą dolną część pręcika, podnosi się lub opuszcza blaszkę z przeziernikiem, gdyż pręciki obracając się swobodnie w pochewkach, pociągają je za sobą, za pośrednictwem małych nakładek, odpowiadających wgłębieniom wewnątrz pochewek.

V. Opisałszy ustrój dyoptry, mówić będziemy o towarzyszących jej łąkach i tarczach. Przygotowuje się dwie łąki 10 łokci

długie, 5 cali szerokie, a 3 cale grube. Wzdłuż każdej łąki, w środku jej szerokości, wyłobiony jest rowek o przekroju trapezoidalnym, w kształcie jaskółczego ogona, t. j. z mniejszą podstawą trapezu zwróconą na zewnątrz. Do tego rowka dopasowuje się suwak, mogący się w nim swobodnie posuwać, bez wypadania na zewnątrz. Do suwaka przymocowana jest tarcza o średnicy 10 do 12 cali. Na tarczy nakreślono średnicę, prostopadłą do kierunku łąki, a tarczę pomalowano z jednej strony średnicy na biało, a z drugiej na czarno. Do suwaka przyczepia się sznur, nawinięty na krążek u szczytu łąki i zwieszający się z tyłu. Postawiwszy łąkę pionowo na gruncie i ciągnąc sznur z tyłu, podnosimy tarczę do góry; przy puszczeniu sznura, tarcza schodzi na dół własnym ciężarem. Tarcza obciążona jest z tyłu ołowiem, tak że łatwiej może opadać. Gdy więc ciągniemy za sznur, aby tarczę podnieść do góry, to w każdym miejscu możemy ją zatrzymać.

Nadto podzielić wypada długość łąki, zaczynając od dołu, na tyle łokci, dloni i cali, ile ta długość wynosi, a przez punkty podziału, na bocznej stronie łąki, leżącej na lewo względem tarczy, prowadzi się kreski. Tarcza ma z tyłu, na wysokości swego środka, umocowaną skazówkę, która przesuwając się po kreskach i wskazując na jakiej wysokości leży środek tarczy. Łąkę ustawia się ściśle pionowo w następujący sposób. Na bocznej stronie łąki, na której niema kresek, umocowany jest ciężarek, 3 cale długi, mający na końcu przebity otworek, od dołu do góry, przez który przechodzi sznurek. Na tym sznurku zawieszony jest ciężarek. U spodu umocowany jest drugi ciężarek, wystający ściśle na taką długość, jaka jest odległość środka otworu w górnym ciężarce od ściany łąki. Na końcu tego drugiego ciężarka, w środku jego grubości, zrobiona jest kreska. Gdy sznurek z ciężarkiem pada na kreskę, łąka stoi pionowo.

(D. n.)

Feliks Kucharzewski.

Obliczenie sklepień żelaznobetonowych.

Podał dr. Maksymilian Thullie.

(Ciąg dalszy; p. № 45 r. b., str. 623).

Obliczmy wedle tych wzorów naprężenia w moście pod Payerbach (Beton u. Eisen zesz. V, str. 32), to otrzymamy dla przekroju AB (rys. 2^a):

$$\begin{aligned} P &= 94,7 \text{ t}, M = 94,7 \cdot 14,1 = 1335,27 \text{ tcm}, m = 0, e_1 = e_2 = 0. \\ bA &= 100 \cdot 48,3 = 4830 \text{ cm}^2 & bI &= 939\,000 \text{ cm}^4 \\ \nu A' &= 10 \cdot 118,05 = 1180,5 \text{ „} & \nu I' &= 10 \cdot 3059,5 = 30\,595 \text{ „} \\ bA_0 &= 6010,5 \text{ cm}^2 & bI_0 &= 969\,595 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

Stąd otrzymamy naprężenie w włóknach skrajnych betonu

$$\tau = \frac{94\,700}{6010,5} \pm \frac{1\,335\,270}{969\,595} \cdot 24,15 = 15,7 \pm 33,2,$$

skąd ciążnienie $\tau_2 = -17,5 \text{ kg/cm}^2$
ciśnienie $\tau_1 = +48,9 \text{ „}$

(MELAN dla $\nu = 20$ otrzymał $23,9 \text{ kg/cm}^2$ ciążnienie, a $-7,6 \text{ kg/cm}^2$ ciążnienie).

Dalej otrzymujemy dla $z' = z_1' = 19 \text{ cm}$,
 $\sigma' = 138 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma'' = 385 \text{ kg/cm}^2$.

Dla przekroju CD (rys. 2^b) jest:

$$P = 120,6 \text{ t}, M = 120,6 \cdot 46 = 5547,6 \text{ t}$$

$$\begin{aligned} bA &= 100 \cdot 109 = 10\,900 \text{ cm}^2, & bI &= \frac{1}{12} 100 \cdot 109^3 = 10\,791\,900 \text{ cm}^4 \\ \nu A' &= 10 \cdot 118,05 = 1180,5 \text{ „} & \nu I' &= 10 \cdot 251\,635 = 2\,516\,350 \text{ „} \\ bA_0 &= 12\,080,5 \text{ cm}^2, & bI_0 &= 13\,308\,250 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

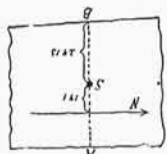
Największe naprężenia w włóknach skrajnych są więc:

$$\tau = \frac{120\,600}{12\,080,5} \pm \frac{5\,547\,600}{13\,308\,250} \cdot 54,5 = 9,98 \pm 22,72,$$

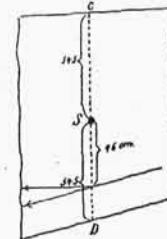
stąd ciążnienie $\tau_2 = -12,74 \text{ kg/cm}^2$
ciśnienie $\tau_1 = 32,7 \text{ „}$

Dalej otrzymamy dla $z' = z_1' = 49,5 \text{ cm}$
 $\sigma' = 115 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma'' = 297 \text{ kg/cm}^2$.

Widzimy więc, że ciążnienie to dosięgło granicy płynności albo też ją przekroczyło, dlatego też powinniśmy liczyć wedle fazy drugiej. W rzeczywistości będą jednak naprężenia nieco mniejsze, bo część ciężaru własnego niosą łuki żelazne i ponieważ tu do obliczenia przyjęto $p = 1000 \text{ kg/cm}^2$ zamiast 400 kg/cm^2 . MELAN obliczał więc sklepienia dla ciężaru ruchomego $2\frac{1}{2}$ razy większego.



Rys. 2^a.



Rys. 2^b.

W wyżej wzmiankowanej mej rozprawce z r. 1898 pokażam na przykładzie jak mało (około 8%) zmieniają się naprężenia w I fazie przy sklepieniu MONIER'A z małą wkładką (0,395%). Tu przy sklepieniu MELAN'A wynosi wkładka 2,45%. Wstawmy $A' = 0$ i obliczmy naprężenia bez żeber żelaznych, to otrzymamy w przekroju AB:

$$\tau = \frac{94\,700}{4830} \pm \frac{1\,335\,270}{939\,000} \cdot 24,15 = 19,6 \pm 34,3 \text{ kg/cm}^2,$$

dlatego ciążnienie $\tau_2 = -14,7 \text{ kg/cm}^2$, ciśnienie $\tau_1 = 53,9 \text{ kg/cm}^2$.

W przekroju CD jest:

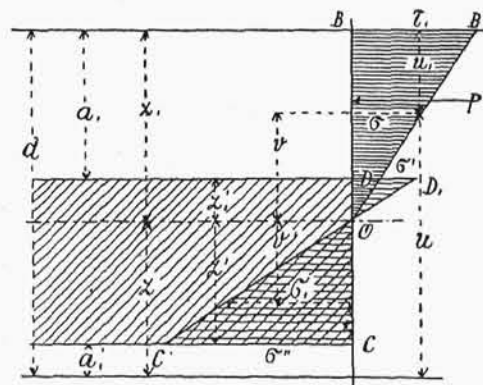
$$\tau = \frac{120\,600}{10\,900} \pm \frac{5\,547\,600}{10\,791\,900} \cdot 54,5 = 11,06 \pm 28,0 \text{ kg/cm}^2,$$

zatem ciążnienie $\tau_2 = -16,9 \text{ kg/cm}^2$, ciśnienie $\tau_1 = 39,1 \text{ kg/cm}^2$.

Widzimy, że i to ciążnienie zmniejszyło się tylko przez użycie wkładek o 2,8 i 4,2 kg/cm^2 (19% i 25%), ciśnienie o 5 6,4 kg/cm^2 (9 i 12%).

B. Druga faza.

Rozpatrzmy teraz sklepienie w drugiej fazie, gdy granica płynności betonu na ciążnienie została osiągnięta, przyczem dla bezpieczeństwa nie uwzględniamy wcale ciążnień.



Rys. 3.

MELAN przyjmował w wyżej wzmiankowanej rozprawce wysokość pęknięć, a stąd obliczał naprężenie na ciążnienie i ciśnienie w betonie. My pójdziemy wprost i będziemy się starać wyznaczyć położenie osi obojętnej. Przyjmujemy prztem tutaj linię naprężeń OB' (rys. 3) prostą, bo wprowadze-