

maczy z francuskiego na polski. (Cały ten niemal cykl artykułów ma być takim tylko przekładem, a piszący uważa się raczej za tłumacza niż autora). Ta jedynie zachodzi różnica, że różne języki europejskie są mniej więcej jednakowo długie, podczas gdy wektorowy jest co najmniej trzy razy krótszy od skalarnego. Treść rzeczy jest pozatem bardziej bezpośrednio wyrażona w pierwszym, niż w drugim języku. Tak np. w (70), jak i we wszystkich poprzednio podanych wzorach.

Co do składowego  $\lambda$  wyraża on poprostu wielkość skoku, podzieloną przez  $\partial f / \partial n$ . Dając  $\lambda$ , dajemy *wartość* czyli „wielkość skoku” a więc wszystko; *kierunek* skoku jest bowiem określony, a mianowicie normalny do powierzchni  $f=0$ . Milcząc założyliśmy, oczywiście, że powierzchnia ta posiada w rozważanym punkcie określoną normalną.

Powyższe twierdzenie możemy zastosować do każdej ze składowych dowolnego wektora, np. przesunięcia  $\mathbf{D}$ . Jeżeli wszystkie trzy składowe przesunięcia są ciągłe, czyli  $[D_1]=0$ ,  $[D_2]=0$ ,  $[D_3]=0$ , a więc też:

$$[\mathbf{D}] = 0 \quad (71^a),$$

natenczas mamy dla nieciągłości pierwszego rzędu, według (70), kładąc poprostu  $\psi = D_1$  etc. i rozumiejąc przez  $m_1, m_2, m_3$  wielkości skalarne:

$$\left. \begin{aligned} [\nabla D_1] &= m_1 \nabla f \\ [\nabla D_2] &= m_2 \nabla f \\ [\nabla D_3] &= m_3 \nabla f \end{aligned} \right\} \quad (71').$$

Trzy te równania wektorowe są równoważnikiem dziewięciu skalarnych warunków identycznych HADAMARD'A.

Skalary  $m_1, m_2, m_3$  można uważać jako składowe pewnego wektora, powiedzmy  $\mathbf{m}$ :

$$\mathbf{m} = i m_1 + j m_2 + k m_3.$$

Wektor ten jest charakterystyczny dla rozważanej nieciągłości; jeżeli mamy kształt powierzchni  $f=0$  i wartość oraz kierunek wektora  $\mathbf{m}$  dla każdego jej punktu, natenczas wszystko, co dotyczy tej nieciągłości, będzie zupełnie określone. Nie trudno jest okazać, że  $\mathbf{m}$  nie zależy od wyboru układu współrzędnych. Możemy tedy obejść się bez wszelkiego układu odniesienia i zamiast trzech powyższych równań (71') napisać jedno. Rozumiejąc mianowicie przez  $\mathbf{x}$  dowolny wektor jednostkowy, otrzymamy jako równoważnik tych równań:

$$[\nabla(\mathbf{D} \mathbf{x})] = (\mathbf{m} \mathbf{x}) \nabla f. \quad (71).$$

Równanie to jest wcieleniem dziewięciu warunków skalarnych, wzajemnie niezależnych.

Możemy stąd wyprowadzić natychmiast wzory dla skoku rotacji czyli  $\mathbf{c} = \text{curl } \mathbf{D}$  (z pominięciem  $\frac{1}{2}$ ) i dla skoku rozszerzenia sześciennego  $\theta = \text{div } \mathbf{D}$ .

Istotnie,  $\text{div } \mathbf{D} = \nabla_1 D_1 + \nabla_2 D_2 + \nabla_3 D_3 = \nabla \mathbf{D}$ , zaś  $\text{curl } \mathbf{D} = i(\nabla_2 D_3 - \nabla_3 D_2) + \dots = \nabla \nabla \mathbf{D}$ . Mamy więc, zakładając znowu  $[\mathbf{D}] = 0$ , według (71):

$$[\theta] = [\text{div } \mathbf{D}] = \mathbf{m} \nabla f \quad (72),$$

$$[\mathbf{c}] = [\text{curl } \mathbf{D}] = \nabla \mathbf{m} \nabla f \quad (73).$$

Wzory te wykazują wybitną analogię, szczególnie jeżeli je napiszemy w postaci:

$$[\nabla \mathbf{D}] = \mathbf{m} \nabla f,$$

$$[\nabla \nabla \mathbf{D}] = \nabla \mathbf{m} \nabla f.$$

Pamiętając, że wektor  $\nabla f$  jest normalny do powierzchni  $\tau$ , możemy stąd odczytać bezpośrednio cały szereg własności:

Jeżeli wektor  $\mathbf{m}$  jest *styczny* do powierzchni nieciągłości, natenczas

$$[\theta] = [\text{div } \mathbf{D}] = 0,$$

czyli *rozszerzenie sześciennie nie doznaje skoku*.

Mnożąc (73) skalarnie przez  $\mathbf{n}$ , przy dowolnym kierunku wektora  $\mathbf{m}$ , mamy:

$$[\mathbf{n} \mathbf{c}] = [\mathbf{n} \text{curl } \mathbf{D}] = 0,$$

t. j. *składowa normalna rotacji pozostaje ciągłą*, tak, iż skoku doznawać może jedynie składowa styczna.

Podobnie też, mnożąc przez  $\mathbf{m}$ , mamy

$$[\mathbf{m} \mathbf{c}] = [\mathbf{m} \text{curl } \mathbf{D}] = 0,$$

t. j. *składowa rotacji wzięta w kierunku  $\mathbf{m}$  nie doznaje skoku*.

Innymi słowy, jeżeli samo przesunięcie jest ciągłe,  $[\mathbf{D}] = 0$ , natenczas skok rotacji, rozważany jako wektor, jest normalny do płaszczyzny  $\mathbf{m}, \mathbf{n}$ .

Dzięki temu wektor  $\mathbf{m}$  charakteryzujący nieciągłość pierwszego rzędu przybiera treść bezpośrednio zrozumiałą.

(C. d. n.)

## KRYTYKA I BIBLIOGRAFIA.

**Henryk Merczyng. Podręcznik matematyczny szkół polskich za Zygmunta III. Kraków 1908, w. 8<sup>o</sup>, str. 19 z 8 rysunkami** (Odbitka z T. XLVII ser. A Rozpraw Wydz. mat.-przyrodniczego Akademii Umiejętności w Krakowie).

Przedmiotem rozbioru jest książka łacińska<sup>1)</sup>, traktująca o arytmetyce i geometrii, wydana w 1630 r. przez rektora szkoły aryańskiej w Rakowie w Sandomierskiem JOACHIMA STEGMANA. Rzadkość bibliograficzna książki sprawiła, że oprócz wzmianek u ŁUKASZEWICZA, BARANIECKIEGO, ŻEBRAWSKIEGO i innych nikt dotąd nie zapoznał się dokładnie z jej treścią. A jednak treść ta w wysokim stopniu zasługuje na uwagę. STEGMAN w przedmowie do arytmetyki przypisujący matematyce wielkie znaczenie, przytem nie jako cel ale jako środek poznania natury, — staje się u nas pierwszym przedstawicielem kierunku filozofii przyrody, który później od czasów Newtona tak rozkwitł w Anglii. W przedmowie do geometrii, podnosi znaczenie miernictwa. Nowością wtedy w arytmetyce był rozdział poświęcony ułamkom dziesiętnym, w którym autor uwydatnia się jako zwolennik dziesiętnego systemu miar wprowadzonego we Francji w półtora wieku

później. W geometrii zasługuje na uwagę opis pantografu, ogłoszony drukiem na rok przed opisem SCHEINERA. Nie wynika stąd aby STEGMAN wynalazł ten przyrząd, gdyż SCHEINER wynalazku swego, przez ćwierć wieku przeszło nie ogłaszał drukiem<sup>2)</sup> a wiadomość o nim rozchodziła się przez korespondencję między uczonymi. Opis pantografu w książce z r. 1630 wykazuje tylko jak ożywione były stosunki naukowe pomiędzy profesorami szkół aryańskich. STEGMAN proponuje także określanie wartości linii trygonometrycznych za pomocą oryginalnie obmyślanego przyrządu: *Quadrans resolutus*.

Przez szczegółowy rozbiór książki STEGMANA i wykazanie wysokiej jej wartości P. H. MERCZYNG wielce się przysłużył dziejom naszego piśmiennictwa w dziale nauk matematycznych i ich zastosowań.

F. K.

### KSIAŻKI NADESŁANE DO REDAKCYI.

**Merczyng Henryk. Podręcznik matematyczny szkół polskich za Zygmunta III. Osobne odbicie z t. XLVII Ser. A Rozpraw Wydziału mat.-przyrodniczego Akademii Umiejętności w Krakowie. Z 3-ma rysunkami w tekście. Kraków 1908. Nakład Akademii Umiejętności (str. 19).**

<sup>2)</sup> Według Braunnmühla, Scheiner wynalazł pantograf w 1605 a opis ogłosił drukiem w 1631. r.

<sup>1)</sup> Joach. Stegmani Institutionum Mathematicarum libri II, quibus initia I Arithmeticae, II Geometriae, pro incipientibus dilucide explicantur et ad praxin varie accomodantur: jussu superiorum in usum Scholae Racovianae conscripti (1630). Druk Sebastjana Sternackiego w Rakowie.