

# § 4. OGÓLNE PRAWIDŁO WYZNACZENIA LINJI WPŁYWO- WYCH REAKCJI W PRĘTACH PASÓW I KRATY DŹWI- GARÓW BELKOWYCH PŁASKICH STATYCZNIE WY- ZNACZALNYCH Z KRATOWNICĄ POJEDYŃCZĄ.

Porównując wyznaczenia linji wpływowych re-  
akcji w z a s t r z a ł a c h we wskaza-  
nych powyżej czterech wypadkach, z wyznaczeniem  
tychże linji reakcji w p a s a c h , można  
wyprowadzić następujące o g ó l n e p r a -  
w i d ł o wyznaczania tych linji wpływowych.

Oznaczywszy w każdym poszczególnym wypadku  
punkt przecięcia osi pasów lub osi pasa i zastrza-  
łu, t.j. biegun momentów, albo punkt Ritter'a,  
przez  $(r)$ , a odległość tego punktu od rozpatry-  
wanej części kraty lub pasa przez  $r$  , należy  
odłożyć od wybranej poziomej osi odciętych  $(ab)$   
naprzeciw podpór rzędne  $(aa')$  i  $(bb')$  równe odleg-  
łościom  $a$  i  $b$  punktu  $(r)$  od podpór  $(A)$  i  $(B)$ ,  
podzielonym przez długość  $r$ ; przyczem odcinki  
 $\frac{a}{r}$  i  $\frac{b}{r}$  <sup>x/</sup> odkłada się w jedną stronę od osi

x/ W poszczególnych wypadkach odcinek  $b$  może  
się równać:  $l+a$ ,  $l-a$ , lub  $l$ ; odcinek  $a$   
może się równać zeru, jak w wypadku IV-ym.



odciętych ( $ab$ ), jeśli punkt ( $r$ ) znajduje się między podporami dźwigara, albo w różne strony od osi odciętych, jeśli punkt ( $r$ ) znajduje się nazewnątrż podpór. Następnie kreśli się proste  $ab'$  i  $ba'$ , przecinające się w punkcie ( $r'$ ) na pionie, przechodzącym przez punkt ( $r$ ) i na tych prostych oznaczamy punkty ( $m'$ ) i ( $n'$ ), leżące na pionach, przechodzących p r z e z o b c i ą ż o n e w ę z ł y najbliższe do przekroju ( $\alpha-\alpha'$ ) dźwigara.

Otrzymana w ten sposób linja ( $am'n'b$ ) przedstawi poszukiwaną linję wpływową reakcji danego pręta pasa lub zastrzału. Znaki zaś rzędnych tej linji wpływowej muszą być wybrane w zależności od położenia danego pręta dźwigara.

Oprócz tego ogólnego pravidła określania linji wpływowych reakcji dźwigarów belkowych, z powyższego wynika jeszcze jeden sposób wyznaczenia linji wpływowej dla danego pręta kraty dźwigara /t.j. dla zastrzału, lub dla słupka/, a mianowicie dostatecznie jest znaleźć tylko dwie rzędne linji wpływowej, odpowiadające obciążonym węzłom dźwigaru najbliższym do przekroju ( $\alpha-\alpha$ ), ponieważ pozostałe dwie rzędne przeciwko podpór zawsze są równe zeru.



W ten sposób otrzymujemy takie nowe правило  
 wyznaczenia linii wpływowej dla jakiejkolwiek  
 części kraty dźwigara/zastrzału  
 lub słupka: należy przyłożyć  
 obciążenie  $P=1$  w węźle  $(m)$   
 i obliczyć reakcję w da-  
 nym przecie, przy tym po-  
 łożeniu obciążenia, póź-  
 niej przenieść obciążenie  
 to do węzła  $(n)$  i znów obli-  
 czyć reakcję w danym pre-  
 cie, odłożyć równe tym re-  
 akcjom rzędne  $m m'$  i  $n n'$ , sto-  
 sownie do ich znaków, i  
 punkty  $(a) (m')/n'$  i  $(b)$  połączyć  
 prostymi w porządku postę-  
 powym.

Co do pasów, to dla odnośnych linii wpływo-  
 wych reakcji w przetch pasów może być zastosowa-  
 ne jeszcze prostsze правило, gdyż te linje  
 przedstawiają jeden trójkąt, lub trójkąt ze ścię-  
 tym wierzchołkiem. Wystarczy zatem obliczyć jedną  
 rzędną:

$$\eta = \frac{M'}{r};$$

gdzie  $M'$  jest to moment sił zewnętrznych od jednostkowego obciążenia  $P=1$ , przyłożonego do punktu  $(r)$ , względem tegoż punktu Ritter'a  $(r)$  i odłożyć tę rzędną naprzeciwko punktu  $(r)$  na osi odciętych i połączyć koniec tej rzędnej z zerowami punktami  $(a)$  i  $(b)$ .

Jeśli punkt  $(r)$  nie jest węzłem obciążonym, to należy przez najbliższe do niego węzły obciążone przeprowadzić piony do przecięcia się z bokami powyższego trójkąta i te punkty przecięcia połączyć między sobą prostą.

Powyższe prawidła wyprowadzone zostały dla dźwigarów belkowych prostych, t.j. leżących na dwóch podporach, z których jedna jest nieruchoma, a druga przesuwna po linii poziomej. Lecz bardzo łatwo te prawidła mogą być zastosowane do dźwigarów belkowych wspornikowych, gdyż środkowa część linii wpływowej /między podporami/ jest jednakowa dla dźwigarów belek prostych i belek wspornikowych, a przedłużenie linii wpływowej na wsporniki i zawieszane belosózki proste odbywa się, jak wskazano powyżej w §-ie o liniach wpływowych, dla belek wspornikowych.



Łatwo także jest wywnioskować, że dla linii wpływowej reakcji w przecie pasa dźwigara łukowego trójpřzegubowego dosyć jest obliczyć jedną rzędną linii wpływowej, odpowiadającą punktowi *(r)* i połączyć koniec tej rzędnej z punktem zerowym linii wpływowej /który się wyznacza wykreślnie w znany sposób /wyżej wskazany w §-ie o łukach trójpřzegubowych/ /, żeby, na mocy wskazanego powyżej o łukach trójpřzegubowych - wykreślić całą linię wpływową.

#### § 5. LINJE WPŁYWOWE REAKCJI W PRĘTACH DŹWIGARÓW ZŁOŻONYCH.

W dźwigarach złożonych mamy, oprócz głównej, zasadniczej sieci prętów, pokazanej na rys. 59 pełnemi linjami, wstawione między głównemi węzłami dodatkowe małe dźwigarki zastrzałowe, z dodatkowemi węzłami /rys. 59/, wskazane linjami przerywanemi. Obciążenia tych dodatkowych węzłów wywierają podwójne działanie:

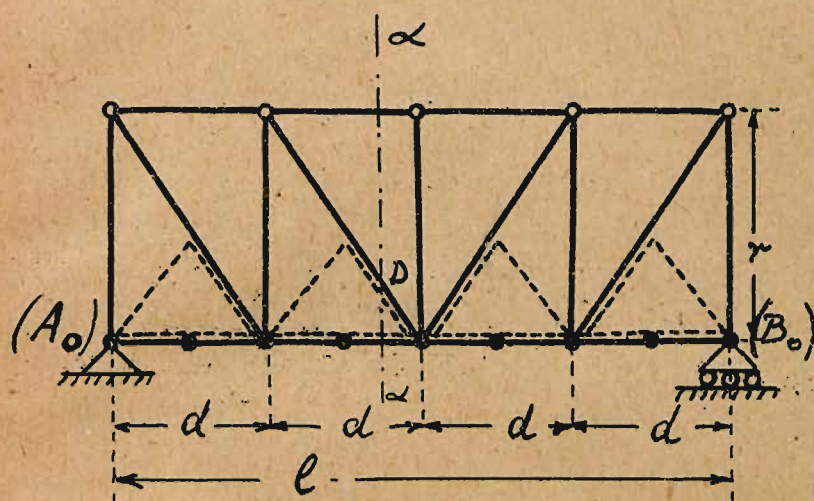
1/ oddają się przez dodatkowe dźwigarki na węzły głównego dźwigara i wywołują w niem, razem z bezpośredniem obciążeniem głównych węzłów, pewne reakcje prętów, i

2/ wywołują reakcje w prętach dodatkowych



dźwigarków, a ponieważ niektóre z tych prętów

Dźwigar złożony.



rys. 59.

są jedno-  
cześnie prę-  
tami lub  
częściami  
prętów głów-  
nego dźwiga-  
ra, więc w  
tych prętach  
lub w częś-  
ciach prętów  
głównego

dźwigara powstają dodatkowe reakcje, które alge-  
braicznie sumują się z zasadniczymi reakcjami  
w prętach głównego dźwigara, wywołanymi obciąż-  
eniem tylko głównych węzłów /o tych reakcjach  
była mowa powyżej w punkcie 1-ym/.

Rys. 59 pokazuje, że takie dodatkowe reakcje,  
przy obciążeniu d o l n y c h węzłów dźwiga-  
ra, powstaną w prętach dolnego pasa /ponieważ  
te pręty są zarazem prętami dodatkowych dźwigar-  
ków zastrzałowych/ oraz w dolnej części zastrza-  
łów z powodu tej samej przyczyny

Zatem w rzędnych odpowiednich linii wpływo-  
wych muszą się sumować reakcje główne i dodat-  
kowe. Skąd wypływa, że należy znaleźć linje



wpływowe reakcji w prętach dodatkowych dźwigarków i dodać algebraicznie odpowiednie rzędne tych linii wpływowych do rzędnych linii wpływowych reakcji w tych samych prętach, lub częściach prętów głównego dźwigara.

Przy obciążeniach węzłów górnej ośmi, reakcje w prętach dodatkowych dźwigarków byłyby równe zero.

Zadanie rozdziela się na trzy działania:

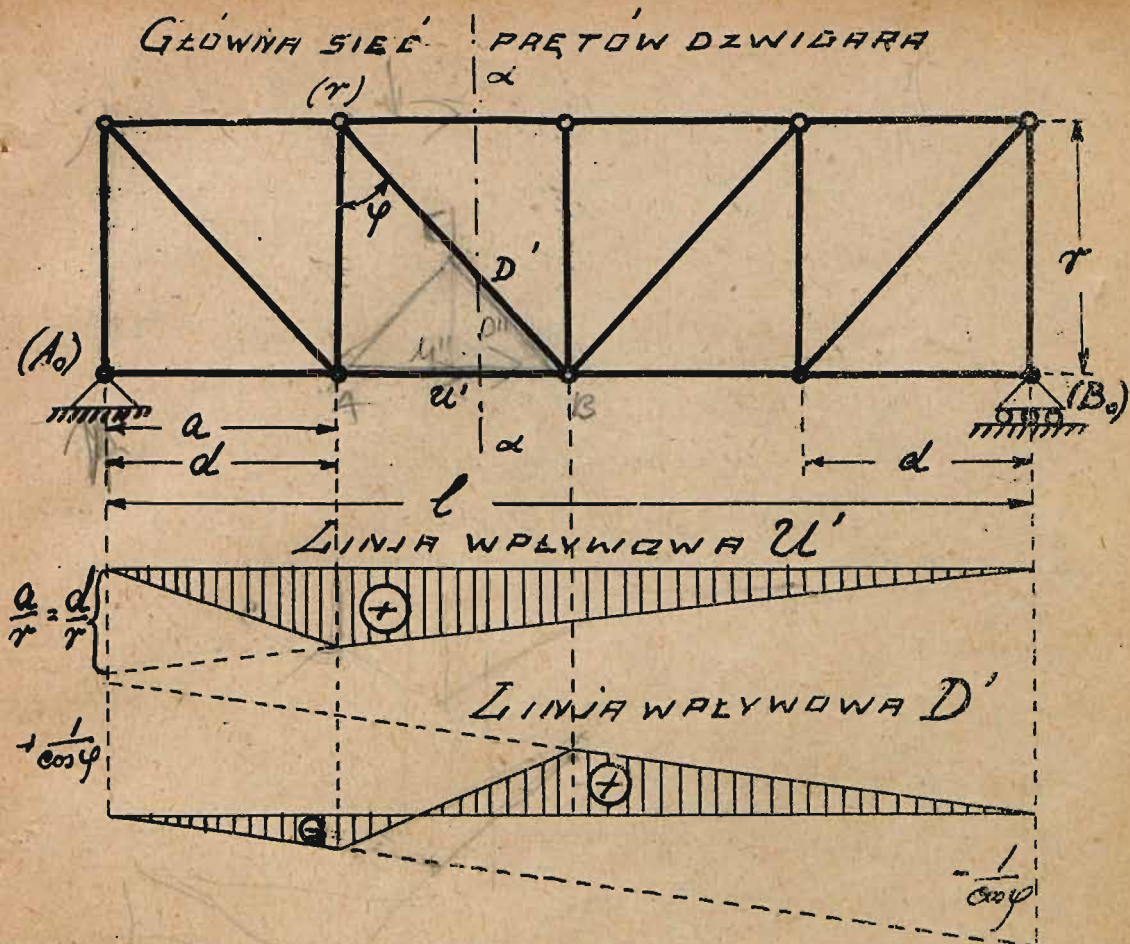
1/ Znaleźć linie wpływowe dla prętów  $D'$  i  $U'$  głównego dźwigara.

2/ Znaleźć linie wpływowe dla odpowiednich prętów dodatkowych dźwigarków. /Pręty  $D''$  i  $U''$ /

3/ Odpowiednie części tych linii wpływowych algebraicznie sumować  $D = (D' + D'')$  i  $U = (U' + U'')$  co da ostateczną linie wpływową, z uwzględnieniem działania dodatkowych dźwigarków.

Linie wpływowe reakcji w prętach głównego dźwigara już są nam znane /rys.60/.

Każdy dodatkowy dźwigarek zastrzałowy rozpatrujemy jako dźwigar statycznie wyznaczalny, pokazany na rys.61 i określimy linie wpływowe dla reakcji w prętach  $D''$  i  $U''$  tego dźwigarka. Jak wiadomo z poprzedniego linia wpływowa dla reakcji wieszaka  $W$  ma postać pokazaną na rys.61/3.



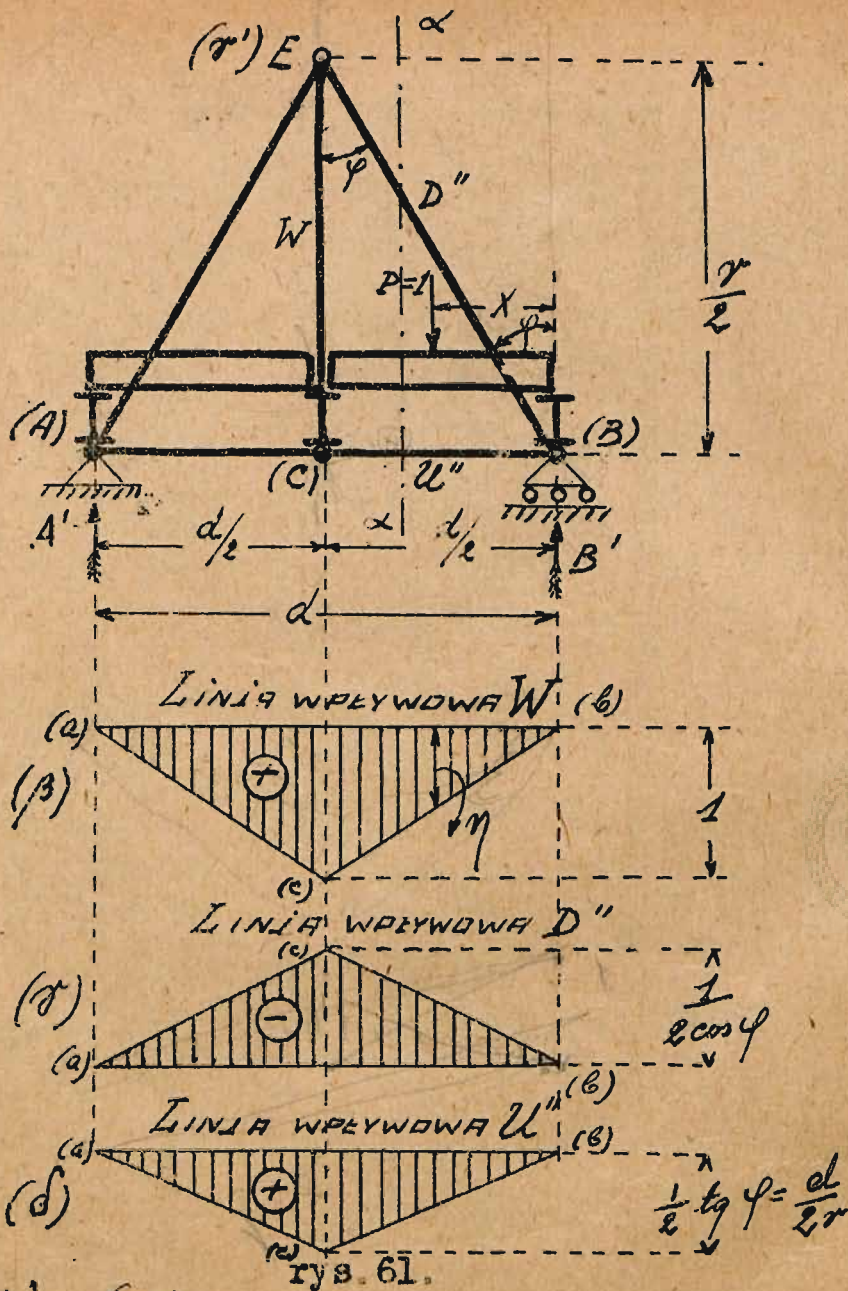
Siła  $P=1$ , przyłożona do beleczki podłużnej w odległości  $x$  od podpory  $(B)$  wywoła w punkcie  $(C)$  obciążenie:

$$\eta \cdot 1 = x : \frac{d}{2}$$

$$\eta = \frac{2x}{d}$$

To obciążenie odda się na wieszak  $(w)$ , rozciągając go  $(+)$ . Z drugiej strony, to obciążenie działając pośrodku dźwigarka  $AEB$  wywoła jednakowe reakcje w punktach podporowych dźwigarka





(A) i (B) równe połowie tego obciążenia

$$A' = B' = \frac{x}{d}$$

Przy  $x=0$ ;  $A' = B' = 0$

przy  $x = \frac{d}{2}$ ;  $A' = B' = \frac{1}{2}$



Mając wyraz reakcji podporowej  $B = \frac{x}{a}$ , możemy z równowagi węzła (B) określić wyraz reakcji w przecie  $D$ , a mianowicie przyrównując do zera sumę rzutów na oś pionową sił, schodzących się w węzle  $B$ :

$$R_{\text{w}} \quad \frac{x}{a} - D'' \cos \varphi = 0$$

Skąd

$$D'' = \frac{x}{a \cos \varphi}$$

Przy

$$x = 0; \quad D'' = 0$$

przy

$$x = \frac{a}{2}; \quad D'' = \frac{1}{2 \cos \varphi}$$

$D'$  - jest skierowane na dół, czyli s o i - s k a pręt  $D'$ .

Linia wpływowa  $D'$  jest symetryczna względem pionu przechodzącego przez punkt (C). Zatem mamy linię wpływową  $D'$  / rys 61-β1.

Jeśli przeciąć dźwigarek przekrojem  $(\alpha-\alpha)$ , to łatwo znaleźć reakcję w przecie dolnego pasa  $u''$ , biorąc moment względem punktu (E), t.j.  $(r')$  wszystkich sił działających na dźwigarek z lewej strony przekroju  $(\alpha-\alpha)$ , przy obciążeniu prawej strony dźwigarka siłą  $P=1$  w odległości  $x$  od podpory (B).



Skąd

$$+ A' \frac{d}{2} - u'' \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$u'' = A' \cdot \frac{d}{x}$$

Ponieważ zaś, jak widzieliśmy:

$$A' = B' = \frac{x}{d}$$

więc

$$u'' = \frac{x}{r}$$

Przy

$$x=0; \quad u''=0$$

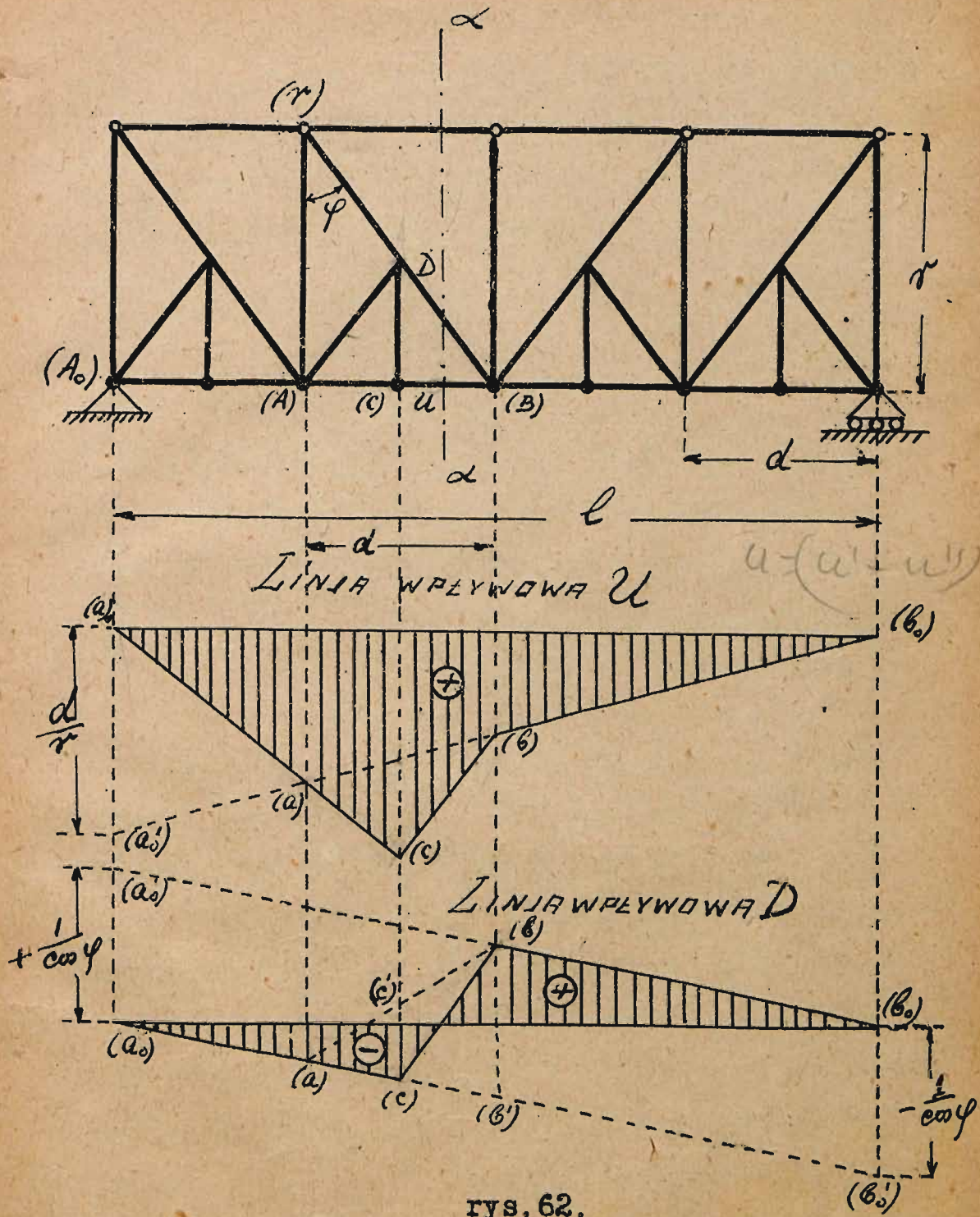
przy

$$x = \frac{d}{2}; \quad u'' = \frac{d}{2r} = \frac{1}{2} \tan \varphi$$

Zatem linja wpływowa  $u''$  ma postać przedstawioną na rys. 61  $\delta$  i reakcja  $u''$  jest skierowana nazewnątrz, czyli pret  $u''$  jest rozciągany (+).

Pozostaje tylko dodać algebraicznie rzędne linji wpływowych  $u'$  i  $u''$ , oraz  $D'$  i  $D''$ , co zostało uskutecznione na rys. 62. W tym celu należy linje wpływowe  $u''$  i  $D''$  narysować w tejże skali, co odnośne linje wpływowe  $u'$  i  $D'$  i wyciąwszy narysowane trójkąty  $u''$  i  $D''$  przyłożyć je tak do linji wpływowych  $u'$  i  $D'$ , żeby zerowe rzędne  $u''$  i  $D''$  leżały na pionach przechodzących przez skrajne węzły rozpatrywanego dźwigarka, przeciętego przekrojem  $(\alpha - \alpha)$ , a znaki pozostałych rzędnych odpowiadały znakom rzędnych  $u'$  i  $D'$ . Natu-







ralnie to samo można odrazu dorysować, nie uciekając się do wycinków.

Wtedy się okaże na rysunku linii wpływowej że linia  $ac$  jest przedłużeniem linii  $a_0a$ , co wyjaśnia się z podobieństwa trójkątów:

$$\Delta a_0 a' a \sim \Delta a c c',$$

ponieważ:

$$\frac{d}{r} : \frac{1}{2} \frac{d}{r} = d : \frac{1}{2} d$$

Oprócz tego, z rysunku linii wpływowej  $D$  znajdziemy, że prosta  $(ac)$  jest przedłużeniem prostej  $(a_0a)$ , gdyż trójkąty  $ac'e$  i  $abb'$  są sobie podobne, wskutek tego, że:

$$c'e : bb' = \frac{d}{2} : d,$$

$$\frac{1}{2 \cos \varphi} : \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{d}{2} : d = \frac{1}{2} : 1$$

Zauważmy przytem, że póki obciążenie  $P=1$  działa na prawą część dźwigara w granicach od  $(B_0)$  do  $(B)$ , to na lewą część dźwigara /względem przekroju  $\alpha-\alpha/$  działa jedna tylko siła zewnętrzna, mianowicie reakcja podporowa podpory  $(A_0)$ . Część linii wpływowej  $U$ , odpowiadająca temu wypadkowi, jest  $(b_0b)$ .

Jeśli obciążenie  $P=1$  przejdzie na lewo za punkt  $(B)$ , to jest stanie w przedziale przecię-



tym przekrojem  $\alpha-\alpha$ , to część tego obciążenia odda się węzłowi  $(C)$ , czyli na lewą część dźwigara będą działały w tym ostatnim wypadku już dwie siły zewnętrzne: reakcja podpory  $(A_0)$  i część obciążenia, znajdująca się w węźle  $(C)$ , zatem funkcja  $U$  zmieni swoją postać i nie można będzie już korzystać z prostej  $a b b_0$  / jak to się okazało na rys. 62/.

Z drugiej strony, póki obciążenie  $P=1$ , działające na lewą część dźwigara, nie przekroczy punktu  $(C)$ , posuwając się od lewej podpory ku prawej, to na prawą część dźwigara /względem przekroju  $\alpha-\alpha$  / będzie działać tylko jedna siła zewnętrzna, a mianowicie reakcja prawej podpory  $(B_0)$ , a zatem /przy dodatkowym węźle  $(C)$ , zależnym od wprowadzenia do ustroju małych dźwigarków/ możemy przedłużyć część linii wpływowej  $(a_0 a)$  aż do punktu  $(C)$ . Potem zaś, łącząc prostą punkty  $(C)$  i  $(b)$ , odpowiadające granicom przeciętego przedziału i obciążonym węzłom  $(C)$  i  $(B)$ , otrzymujemy całkowitą linię wpływową  $(U)$ , a mianowicie  $(a_0, a c b b_0)$



## § 6 LINJE WPŁYWOWE REAKCJI W PRĘTACH DŹWIGARÓW ZŁOŻONYCH Z PASAMI ŁAMANEMI.

Na rys. 63 przedstawiona jest linja wpływowa reakcji w pręcie  $O_3$  pasa dźwigara, mającego górny pas łamany.

Linja wpływowa  $O_3$  otrzymuje się na zasadzie rozumowań, wyłożonych w poprzednim paragrafie za pomocą dodawania do siebie rzędnych linii wpływowej  $O_3$ , t.j. linii  $(ar'b)$  dla zasadniczego dźwigara, pokazanego linją pełną i rzędnych  $O_3''$  - linii wpływowej dla pasa dodatkowego dźwigarka zastrzałowego, pokazanego linją przerywaną.

Należy zauważyć, że punkt  $(c')$  leży na przedłużeniu prostej  $(br')$  co łatwo jest dowieść.

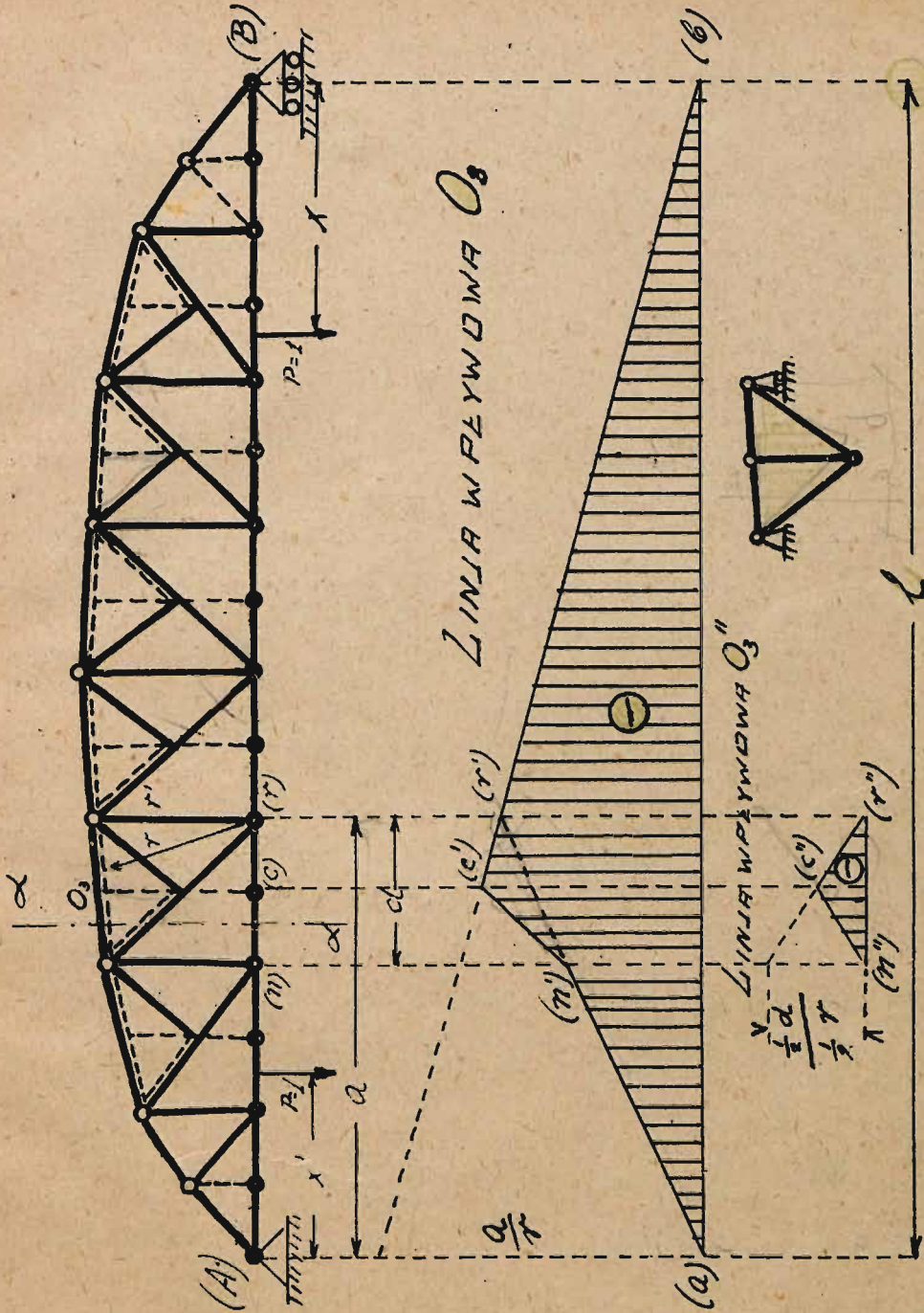
W rzeczy samej, póki obciążenie  $P=1$  przesuwa się po prawej części dźwigara /względem przekroju  $\alpha-\alpha$  / od podpory  $(B)$  do węzła  $(c)$ , to możemy napisać dla lewej części dźwigara, odciętej przekrojem  $(\alpha-\alpha)$ , przechodzącym między węzłami  $(n)$  i  $(c)$ , następujące równanie momentów względem punktu  $(r)$ :

$$O_3 r + M = 0$$

t.j.

$$O_3 r + Aa = O_3 r + P \frac{ax}{l} = 0$$





rys. 63.

UWAGA: (a r' b) - LINIA WPŁYWOWA  $O_3'$



skąd:

$$O_3 = -P \frac{ax}{er}$$

Równanie to przedstawia jedną prostą  $(bc')$ , mającą znaczenie dla wszystkich wartości  $x$  od zero do  $x = (Bc)$

Rys. 64 przedstawia linię wpływową reakcji w górnej części zastrzału  $D$  dźwigara złożonego.

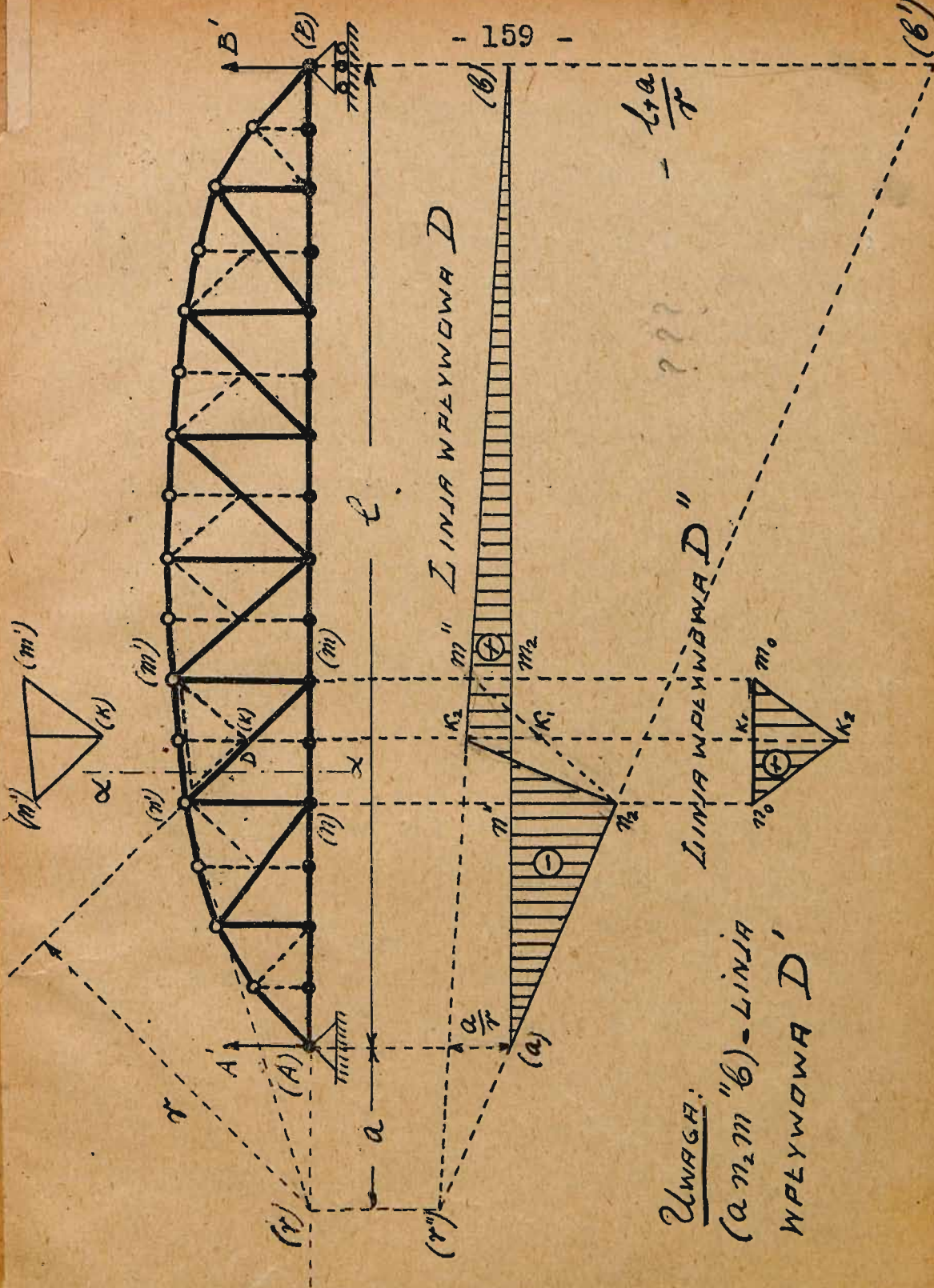
Rozpatrując oddzielnie główny dźwigar otrzymujemy, na mocy poprzednich wywodów, linię wpływową  $D'$  zastrzału  $D$ , a mianowicie linię  $(a n_2 m'' b)$

Następnie rozpatrując dodatkowy dźwigarek zastrzałowy  $(m' m' k)$  - otrzymujemy trójkątną linię wpływową reakcji zastrzału tego dźwigarka  $(m_0 m_0 k_2)$

Sumując rzędne tych linii wpływowych, otrzymujemy ostateczną linię wpływową  $D$ , t.j. linię  $(a n_2 k_2' b)$

Punkt  $k_2'$  tej linii leży na przedłużeniu prostej  $bm''$ . W rzeczy samej, póki obciążenie  $P=1$  przesuwa się wzdłuż prawej części dźwigara /względem przekroju  $\alpha-\alpha$  / od podpory  $(B)$  do węzła  $(k_0)$ , to reakcja w górnej części  $(kn')$  zastrzału  $D$  złożonego dźwigaru wyraża się z warun-





UWAGA:  
 (a n<sub>2</sub> m "b) - LINIA  
 WPŁYWOWA D'

rys. 64.



ków równowagi lewej części tego dźwigara, jak następuje:

$$D = A' \frac{a}{r} = 1 \frac{ax}{cr}$$

Równanie to ma znaczenie dla wartości  $X$  w granicach od zera do odcinka  $(BK_0)$

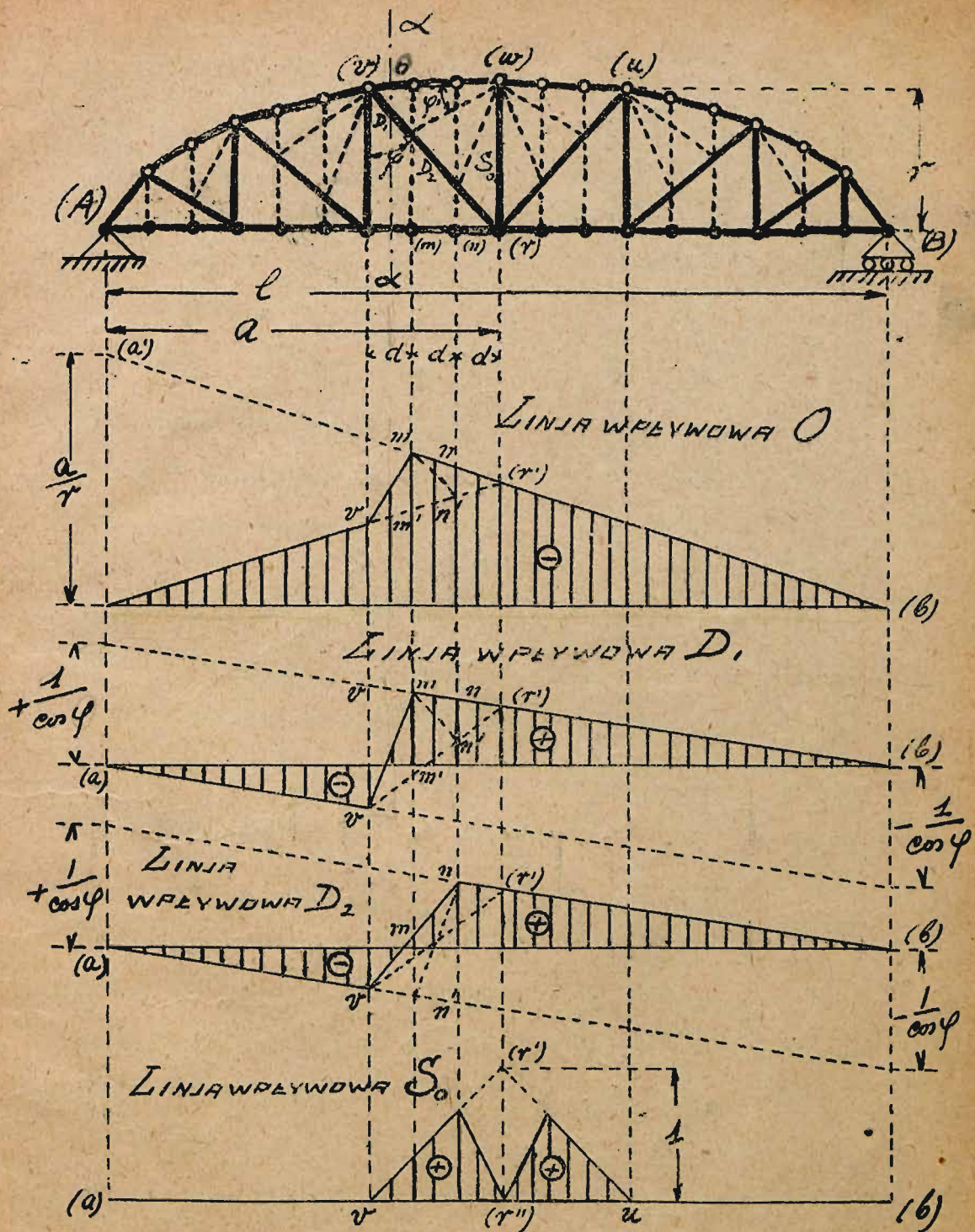
### § 7. LINJE WPŁYWOWE DŹWIGARÓW ZŁOŻONYCH Z PODWÓJNEMI DŹWIGARKAMI DODATKOWEMI.

Na rys. 65 pokazane są linje wpływowe reakcji w pręcie  $O$  pasa, w części zastrzału  $D$ , i  $D_2$  i w środkowym słupku  $S_0$ , przy obociążonych dolnych węzłach dźwigara.

Dla wyjaśnienia sposobu wyznaczenia tych linii wpływowych rozpatrzmy przedział głównego dźwigara, rozcięty przekrojem  $(\alpha - \alpha)$  /rys. 65/. -

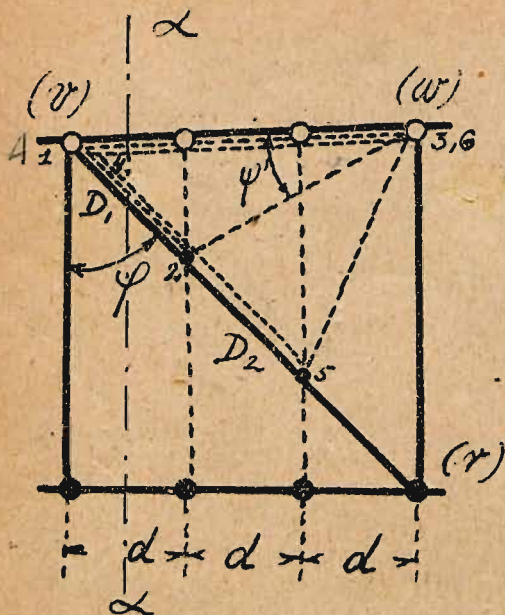
W tym przedziale między węzłami  $(v)$  i  $(w)$  wstawione są dwa dodatkowe trójkątne dźwigarki zastrzałowe /rys. 66/, a mianowicie /1, 2, 3/ i /4, 5, 6/, których boki /1, -3/ i /4, -6/ zlewają się z pasem  $(v, w)$  głównego dźwigara, a boki /1, 2/ i /1, 5/ zlewają się z zastrzałem  $(v, r)$  głównego dźwigara.

Jeśli nazwiemy reakcję w pręcie  $(v-w)$  głównego dźwigara przez  $O'$ , a reakcje w prętach



rys. 65.





rys. 66.

/1,3/ i /4,6/ dodatkowych dźwigarków przez  $O''$  i  $O'''$ , to pełna reakcja w pasie przekrojonym przecięciem  $(x-x)$  będzie:

$$O = O' + O'' + O'''$$

W ten sam sposób znajdziemy, że pełna reakcja w górnej części zastrzału:

$$D_1 = D' + D'' + D'''$$

składa się z sumy reakcji w tejże części głównego dźwigara i z reakcji w odpowiednich prętach dodatkowych dźwigarków.

Nakoniec, pełna reakcja w środkowej części zastrzału:

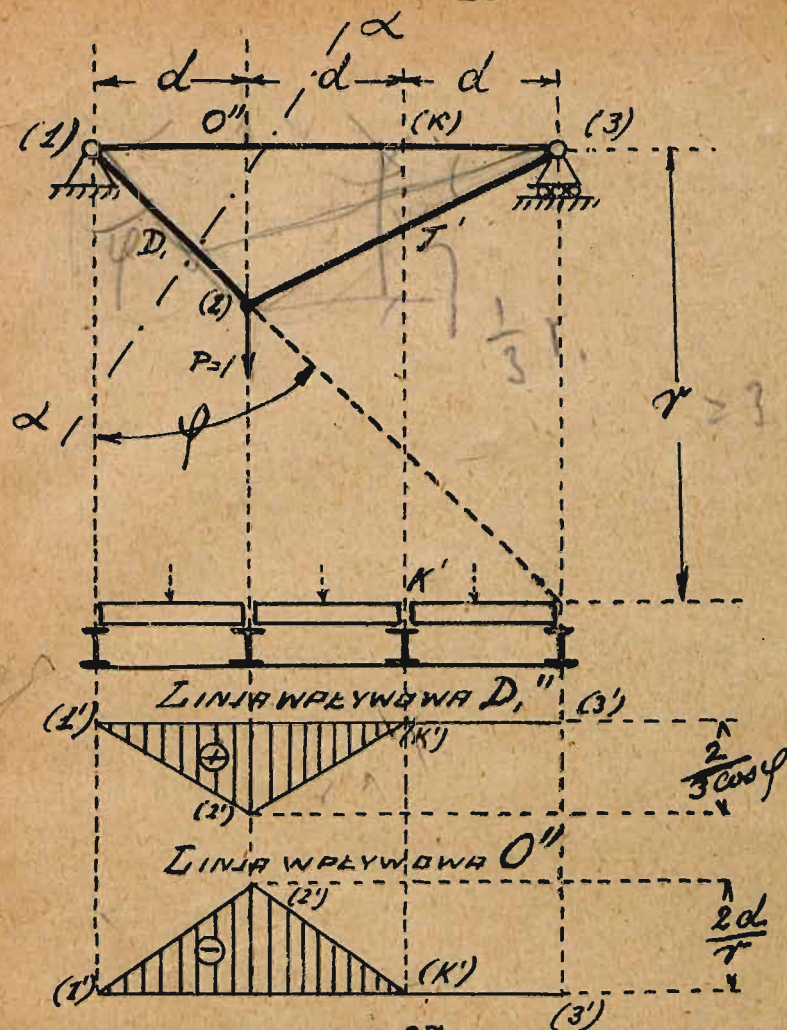
$$D_2 = D' + D'''$$

t.j. składa się tylko z dwóch części, gdyż pierwszy dodatkowy dźwigarek nie ma pręta zlewającego się ze środkową częścią zastrzału głównego dźwigara, t.j.  $D_2'' = 0$

Rozpatrzmy teraz reakcje w prętach dodatkowych dźwigarków.

Dźwigarki rozpatrywane jako ustroje statycznie wyznaczalne mają układ pokazany na rys. 67 i 68.





Obciążenie  $P=1$  wywołuje w podporze /1/ reakcję równą  $2/3$ , a w podporze /3/ reakcję równą  $1/3$ .  
/rys 67/  
Stąd równo:  
waga węzła /1/ daje nam:

$$D'' = \frac{2}{3 \cos \varphi}$$

$D''$  - będzie skierowane na dół, czyli rozciągające znak (+).

Linia wpływowa  $D''$ , jak widać z rysunku, ma rzędne równe zero, leżące na pionach, przechodzących przez punkty (1) i (K); zatem przedstawia równoboki trójkąt o podstawie  $2d$  i o wysokości:

$$y = \frac{2}{3 \cos \varphi}$$

Z przekroju  $(d-d)$  i, biorąc moment wszystkich



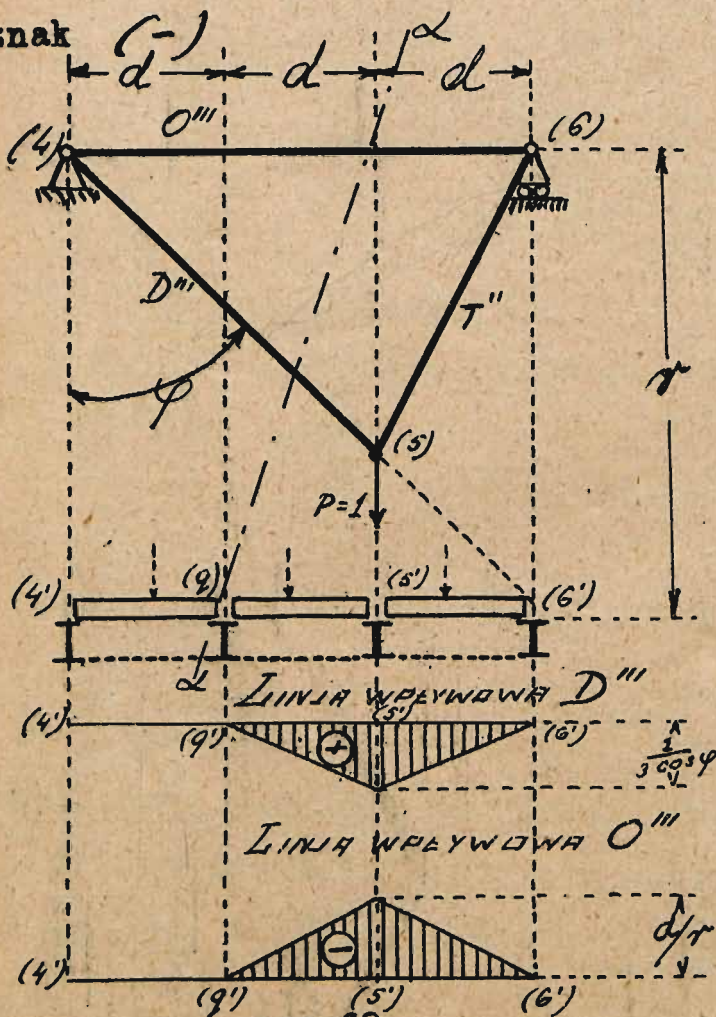
sił, działających na lewą część dźwigarka, względem punktu /2/, otrzymamy:

$$O'' \times \frac{1}{3} r = \frac{2}{3} d$$

czyli

$$O'' = \frac{2d}{r}$$

$O''$  będzie skierowane wlewo, t.j. ściskanie, znak



rys. 68.

Linja  
wpływowa  
 $O''$ , jak  
widać z ry-  
sunku 67,  
przedstawi  
się jako  
równoboki  
trójkąt o  
podstawie  
 $2d$  i o  
wysokości:

$$\eta = \frac{2d}{r}$$

Rzeczy-  
wiście, jeś-

li obciążenie  $P=1$  przejdzie wprawo za punkt  $(k')$ ,  
to nie odda się na dźwigarek dodatkowy /1,2,3/.



W ten sam sposób, zapomocą rysunku 68, znajdziemy przy obociążeniu  $P=1$ , działającym na dolny węzeł /5/ dodatkowego dźwigarka /4,5,6/, że reakcja podpory /4/ będzie:

$$1/3$$

Z równowagi węzła /4/ mamy sumę rzutów sił, schodzących się w węźle na oś pionową

$$\frac{1}{3} - D''' \cos \varphi = 0$$

Skąd

$$D''' = \frac{1}{3 \cos \varphi}$$

i skierowana jest nazewnątrz pręta, t.j. rozciągająca, znak (+)

Pozatem, biorąc sumę momentów sił działających na lewą część dźwigara /względem przekroju  $L-L$ / odnośnie do punktu /5/, mamy:

$$+ \frac{1}{3} \cdot 2d - O''' \frac{2}{3} r = 0$$

Skąd

$$O''' = \frac{d}{r}$$

i skierowane jest wewnątrz pręta, t.j. ściska, znak (-)

Linje wpływowe  $D'''$  i  $O'''$  łatwo się wyznacza, jako równoboczne trójkąty, biorąc pod uwagę, że na dodatkowy dźwigarek /4,5,6/ może działać ob-



ciężenie, znajdujące się tylko w granicach dwóch przedziałów sąsiednich z punktem /5'/, t. j. od punktu /6'/ do punktu (q). Obciążenie, znajdujące się na lewo od punktu (q) nie ma wpływu na dźwigarek /4,5,6/.

Mając linie wpływowe reakcji w prętach dźwigarków dodatkowych, możemy znaleźć sumaryczne dodatkowe linie wpływowe, np.:

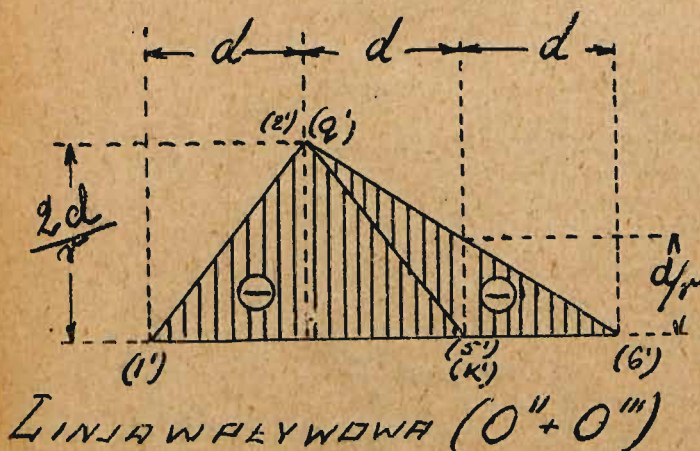
$$O'' + O'''$$

lub

$$D'' + D'''$$

dodając do siebie rzędne otrzymanych linii wpływowych.

Na rys. 69 przedstawiona jest linia wpływowa ( $O'' + O'''$ ).



Dodając rzędne tej linii do rzędnych linii wpływowej  $O'$  - głównego dźwigara /rys. 63/, otrzymujemy poszukiwaną linię wpływową  $O$ .

rys. 69.

Łatwo zobaczyć, że prosta ( $m, n, r$ ) jest przedłużeniem prostej ( $r', b$ ).



gdyż z podobieństwa trójkątów

$$\Delta (a a' r') \sim \Delta (m m' r')$$

mamy:

$$\frac{a}{r} : \frac{2d}{r} = a : 2d$$

ponieważ zaś boki  $(ar')$  i  $(vr')$  tych trójkątów leżą na jednej prostej, więc i boki  $(a'r')$  i  $(m'r')$  muszą leżeć na jednej prostej.

Na rys. 70 pokazana jest linja wpływowa sumy:

$$D'' + D'''$$

Dodając rzędne tej linji do rzędnych linji  $D'$  - głównego dźwigara, otrzymamy poszukiwaną linję wpływową  $D_1$ , jak pokazano na rys. 66.

$$D_1 = D' + D'' + D'''$$

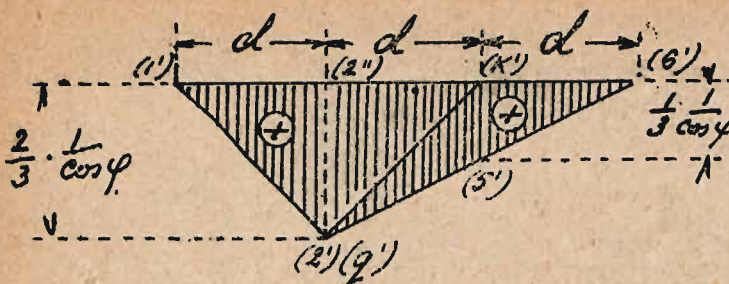
Z rys. 69 widać, że punkty  $/2'/$ ,  $/5'/$  i  $/6'/$  leżą na jednej prostej, jak to wypada z podobieństwa trójkątów:

$$\Delta /2'', 6', 2'/ \sim \Delta /K', 5', 6'/$$

Z podobieństwa trójkątów  $\Delta (v'v, r') \sim \Delta (m', m, r')$  /rys. 65/ łatwo dowieść, że linja  $(m, n, r')$  leży na prostej  $(a'b)$ , czyli jest przedłużeniem linji  $(r'b)$ .

Co zaś do linji wpływowej  $D_2$ , pokazanej na rys. 65, to takowa otrzymuje się przez dodanie do rzędnych zasadniczej linji  $D$ , - głównego dźwigara,





czyli linii  
 $\frac{1}{3} \cos \varphi (a \text{ } v \text{ } r' \text{ } b)$  rzed-  
 nych linii  $D'''$ ,  
 jak pokazano  
 na rys. 65.

# LINIA WPŁYWOWA ( $D'' + D'''$ )

rys. 70.

Co się tyczy  
 linii wpływowej  
 słupka  $S_o$ , to

naależy zauważyć, że gdyby nie było dodatkowych  
 dźwigarków, to przy obciążeniu tylko dolnych węz-  
 łów głównego dźwigara /i rozpatrując jak zawsze  
 ten dźwigar jako nieważki/, z równowagi górnego  
 nieobciążonego węzła słupka  $S_o$  znaleźlibyśmy:

$$S_o' = 0$$

Stąd widać, że reakcja w słupku  $S_o$  przy ob-  
 ciążeniu dolnych węzłów będzie zależeć tylko od  
 pionowych składowych reakcji w prętach  $\tau_i'$  i  $\tau_i''$   
 dodatkowych dźwigarków, a te składowe są równe  
 i wprost przeciwne reakcjom podpór dodatkowych  
 dźwigarków, znajdującym się w węźle ( $w$ ). Reakcje  
 podpór prostych belek i linie wpływowe tych re-  
 akcji umiemy wyznaczać. Jedna z tych reakcji od  
 obciążenia  $P=1$  w węźle ( $m$ ) równa się  $2/3$  ;  
 druga reakcja od obciążenia  $P=1$  w węźle ( $m$ ) rów-  
 ną się  $1/3$ .



Jeśli zaś dolny węzeł  $(w)$  będzie obciążony, to  $S' = 0$  i obciążenie to symetrycznie przez zastrzały głównego dźwigara odda się na podpory  $(A)$  i  $(B)$ .

Zatem mamy potrzebne rzędne linii wpływowej reakcji w środkowym słupku  $S_0$ , która jest pokazana na rys. 65.

Powyższy wykład przedstawia pierwszą część kursu linii wpływowych, zawierającą ogólne zasady, oraz linje wpływowe najczęściej używane przy obliczeniach statycznych.

W drugiej części będą pokazane inne sposoby wyznaczania linii wpływowych, oraz zastosowanie takowych do dźwigarów statycznie niewyznaczalnych.





E R R A T A .

-----

	Jest:	Winno być:
str.33 u dołu.	Arkusz 2-gi.	Arkusz 3-ci.
str.11 rys.3 i 4:	Linje wpływowe reakcji A -	Linja wpływowa i t.d.
" 13 rys.5.	Linja wpływowa momentów	Linja wpływowa momentu
" 126 wiersz 8		
od góry:	moentu	momentu

\_\_\_\_\_

# S P I S R Z E C Z Y .

## ROZDZIAŁ I.

### ZASADY OGÓLNE.

	str.
§ 1. Ogólne własności linii wpływowych	4
§ 2. Skala linii wpływowych . . . . .	22
§ 3. Forma linii wpływowych przy pośrednim obciążeniu . . . . .	27
§ 4. Zastosowanie linii wpływowych przy obciążeniu ciąglem . . . . .	29
§ 5. Ustawienie zespołu ciężarów dla otrzymania max. $F$ zapomocą linii wpływowej . . .	34
§ 6. Wyznaczanie wartości obciążenia ciągłego, zastępującego zespół ciężarów skupionych, zapomocą linii wpływowej . . . .	45
§ 7. Różne sposoby wyznaczania /t.j. obliczania rzędnych/ linii wpływowych . . . .	47

## ROZDZIAŁ II.

### LINJE WPŁYWOWE BELEK PROSTYCH.

§ 1. Linja wpływowa reakcji podpory belki prostej . . . . .	49
§ 2. Linja wpływowa siły poprzecznej w danym przekroju belki prostej . . . . .	52
§ 3. Linja wpływowa siły poprzecznej belki prostej przy obciążeniu pośrednim . . . .	56



- § 4. Linja wpływowa momentu zginającego w danym przekroju belki prostej przy obciążeniu bezpośrednim . . . . . 58
- § 5. Linja wpływowa momentu zginającego w danym przekroju belki prostej, przy pośrednim obciążeniu . . . . . 61

### ROZDZIAŁ III.

#### LINJE WPŁYWOWE BELEK WSPORNIKOWYCH.

- § 1. Ogólne uwagi . . . . . 63
- § 2. Linja wpływowa reakcji podpory belki wspornikowej . . . . . 64
- § 3. Linja wpływowa siły poprzecznej w danym przekroju wspornika . . . . . 68
- § 4. Linja wpływowa momentu zginającego w danym przekroju wspornika . . . . . 70
- § 5. Linja wpływowa siły poprzecznej w danym przekroju belki wspornikowej między jej podporami . . . . . 72
- § 6. Linja wpływowa momentu zginającego w danym przekroju belki wspornikowej między jej podporami . . . . . 75
- § 7. Linja wpływowa momentu zginającego belki wspornikowej między jej podporami przy pośrednim obciążeniu . . . . . 78

ROZDZIAŁ IV.

LINJE WPLYWOWE ŁUKÓW TRÓJPRZEGUBOWYCH.

	str.
§ 1. Linja wpływowa poziomej składowej reakcji podporowej łuku . . . . .	80
§ 2. Linja wpływowa momentu statycznego sił zewnętrznych w danym punkcie danego przekroju łuku trójprzegubowego . . . . .	83
§ 3. Linja wpływowa dla poprzecznej siły w danym przekroju łuku trójprzegubowego . . . . .	91.

ROZDZIAŁ V.

LINJE WPLYWOWE ŁUKÓW TRÓJPRZEGUBOWYCH  
WSPORNIKOWYCH.

§ 1. Linja wpływowa poziomej składowej reakcji podporowej łuku trójprzegubowego wspornikowego . . . . .	101.
§ 2. Linja wpływowa momentu statycznego sił zewnętrznych w danym punkcie danego przekroju łuku trójprzegubowego wspornikowego	103.

ROZDZIAŁ VI.

LINJE WPLYWOWE REAKCJI W PRĘTACH KRATOWNIC  
PŁASKICH STATYCZNIE WYZNACZALNYCH.

§ 1. Uwaga ogólna . . . . .	106
§ 2. Linje wpływowe dla reakcji w prętach dźwi-	



garów z równoległymi pasami . . . . .	107.
§ 3. Linje wpływowe reakcji w prętach dźwigarów z pasami łamanemi . . . . .	123
A - w prętach pasów dźwigarów . . . . .	123
B - w prętach kraty dźwigarów . . . . .	128
§ 4. Ogólne правило wyznaczania linji wpływo- wych reakcji w prętach pasów, kraty dźwi- garów belkowych płaskich, statycznie wy- znaczalnych, z kratownicą pojedynczą . . . .	142
§ 5. Linje wpływowe reakcji w prętach dźwigarów złożonych . . . . .	146
§ 6. Linje wpływowe reakcji w prętach dźwigarów złożonych z pasami łamanemi . . . . .	156
§ 7. Linje wpływowe dźwigarów złożonych z pod- wójnemi dźwigarkami dodatkowemi . . . . .	160.
-----	
Errata . . . . .	170.
Spis rzeczy . . . . .	171.

